

## 외부가압 원추형 공기 베어링의 동특성에 관한 연구

박상신\* · 김우정\* · 김종원\*\* · 한동철\*\*\*

\*서울대학교 대학원 기계설계학과

\*\*서울대학교 자동차시스템 공동연구소

\*\*\*서울대학교 기계설계학과

### Dynamic Characteristics of an Externally Pressurized Conical Gas Bearing

Sang-Shin Park\*, Woo-Jeong Kim\*, Jong-Won Kim\*\* and Dong-Chul Han\*\*\*

\*Department Mech. & Production Eng., Graduate School of Seoul National Univ.

\*\*Automation & Systemization Research Institute in Seoul National Univ.

\*\*\*Department Mech. & Production Eng., Seoul National Univ.

**Abstract**—For excluding the effect of machining error such as perpendicularity, conical and spherical bearing has been used. In this paper, dynamic characteristics of the externally pressurized conical gas bearing for untraprecision main spindle is carried out based on the direct numerical method with assumption of point source. As a result of theoretical analysis, it is verified that coupled stiffness and damping exist and new design parameters for optimal condition of conical gas bearing are presented in dimensionless form.

#### 1. 서 론

최근 전자 및 광학분야에 있어서의 눈부신 발전은 비구면 기공기나 초정밀 연삭기와 같은 초정밀 가공기계의 개발과 실용화에 힘 입은 바 크다. 이러한 초정밀 가공기의 성능을 좌우하는 핵심 요소로서 주축계를 들 수 있으며, 비교적 소형 경량의 공작물을 가공하는 기계의 주축용 베어링으로는 오일 베어링을 대신하여 공기 베어링이 점차 널리 사용되고 있다.

일반적으로 주축으로 사용되는 베어링은 원통형 레이디얼 베어링과 원판형 스톱스트 베어링이 결합된 형식이 많이 사용되고 있으나 이러한 베어링은 스톱스트 판과 축의 직각도 가공오차가 존재하여, 가공하기는 쉬우나 회전시에 이의 영향에 의해 회전 정밀도 유지가 어렵다는 단점을 지니고 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 구면형(spherical) 베어링이나 Fig. 과 같은 원추형(conical) 베어링이 쓰이고 있다. 이러한 원추형 베어링이나 구면형 베어링은 가공오차를 베어링과 축의 현합 연마로 없애줄 수 있으며 베어링이 축 방향 하중과 경방향 하

중을 동시에 지지함으로써 기계의 부피를 줄이고 회전 정밀도를 향상시켜 주는 것으로 알려져 있다. 그러나 구면형 베어링은 베어링 간극을 정확히 가공하기 어려운 단점이 있어 축과 베어링을 현합 연마하여 가공한 후에 두 부품을 중심선상에서 분리킴으로써 요구되는 간극을 얻을 수 있는 원추형 베어링이 많이 쓰이고 있다.

현재까지 원추형 베어링의 연구는 D. Faddy[1]와 Xia Heug Qing[2] 등에 의해 행해졌으나 Xia Qing의 연구는 포켓을 갖는 오일 베어링에 관한 연구이며 Faddy는 그루브를 갖는 동압 공기 베어링에 대한 연구였다. 따라서 외부가압 원추형 베어링을 이론적으로 해석하여 설계 자료를 얻는 것이 필요하게 되었다.

본 연구는 급기공을 갖는 외부가압 원추형 공기 베어링의 정·동적 특성을 점급기 가정하에 이론적으로 해석하였다. 급기공은 자성형 급기공으로 베어링 면에 일정한 간격으로 놓여져 있다. 점급기공의 가정을 이용한 해석 방법으로는 각 급기공 사이의 영향계수를 이용하는 방식[3], 지배 방정식을 차별화하고, 급기량의 영향을 차분 방정식에 대입하는 방식[4] 등이 있으나 본 논문

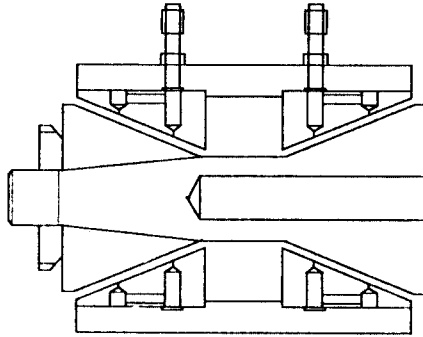


Fig. 1. System configuration of conical bearing

에서는 윤활 틈새 내의 질량 유동의 연속성을 이용하여 해를 구하는 직접 수치해법(direct numerical method [5])를 이용하였다. 본 저자들은 이러한 방법을 이용하여 원추형 공기 베어링의 정적인 특성에 대하여 발표하였고 [8], 진원형 공기 베어링의 특성에 대해서도 성공적으로 이론해석을 수행한 바 있다[9].

본 연구에서는 원추형 베어링의 경우 레이디얼 방향과 스러스트 방향의 미소변동에 의해 서로에게 미치는 강성 및 감쇠가 존재함을 밝혀냈으며 이론적인 계산을 통해서 원추형 공기 베어링의 새로운 설계 자료를 제시하고자 한다.

## 2. 지배 방정식

외부가압 원추형 공기 베어링 내에서의 압력 분포를 구하기 위해서, 공기막 틈새의 미소 체적요소의 관성력, 압력, 마찰력 그리고 외부의 힘장 사이의 균형에서 유도된 Navier-Stokes 방정식으로부터 레이놀즈 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = \Lambda(\zeta) \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda(\zeta) \frac{\partial}{\partial \tau} (PH) \quad (1)$$

식 (1)은 수치 해석상의 오차를 줄이고 결과의 활용도를 높이기 위해 다음의 변수들로 무차원화한 방정식이다.

$$\theta = x/r_o, \quad \zeta = z/r_o, \quad H = h/C, \quad P = p/p_a, \quad \tau = \omega t, \quad \Lambda(\zeta) = \frac{6\mu\omega r_o(\zeta)r_o}{p_a C^2} \quad (2)$$

Fig. 2는 동특성 해석을 위한 좌표계를 나타내는 그림이다. 축의 중심이 윤활막의 동적작용에 의해 정적 위치  $O_s$ 에서  $O_d$ 로 바뀐다면 정적 힘과 동적 힘에 의한 전체

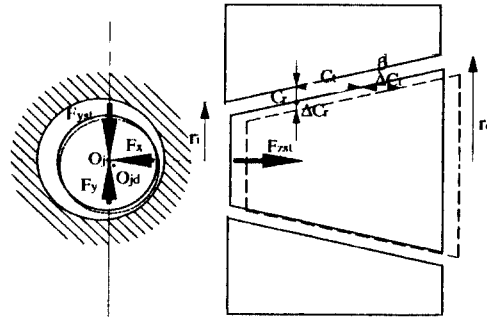


Fig. 2. Coordinate system for dynamic analysis

공기막에 의한 반력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= 0 + \Delta \bar{F}_x(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}) \\ \bar{F}_y &= \bar{F}_{yst} + \Delta \bar{F}_y(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}) \\ \bar{F}_z &= \bar{F}_{zst} + \Delta \bar{F}_z(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}, \Delta \dot{z}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\Delta x = \Delta \epsilon_r \cdot \sin \Delta \theta$ ,  $\Delta y = \Delta \epsilon_r \cdot \cos \Delta \theta$ ,  $\Delta z = \Delta \epsilon_t$ 이며  $(\cdot)$ 는  $\frac{\partial}{\partial \tau}$ 를 나타낸다.  $\Delta \bar{F}$ 를 테일러 급수로 변화시켜 1차항까지 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \bar{F}_k &= \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial x} \right]_{st} \cdot \Delta x + \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial y} \right]_{st} \cdot \Delta y + \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial z} \right]_{st} \cdot \Delta z \\ &+ \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{x}} \right]_{st} \cdot \Delta \dot{x} + \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{y}} \right]_{st} \cdot \Delta \dot{y} + \left[ \frac{\partial \bar{F}_k}{\partial \dot{z}} \right]_{st} \cdot \Delta \dot{z} \\ &= \gamma_{k1} \Delta x + \gamma_{k2} \Delta y + \gamma_{k3} \Delta z + \beta_{k1} \Delta \dot{x} + \beta_{k2} \Delta \dot{y} + \beta_{k3} \Delta \dot{z} \end{aligned} \quad (4)$$

$\gamma_{ik}$ 와  $\beta_{ik}$ 는 각각 윤활막의 선형화된 강성계수와 감쇠계수를 나타낸다. 이 강성계수와 감쇠계수를 구하기 위해 틈새 함수  $H$ 와 압력함수  $P$ 를 다음의 변수를 이용하여 섭동시킨다.

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_1 \Delta x + H_2 \Delta y + H_3 \Delta z \\ P &= P_0 + P_1 \Delta x + P_2 \Delta y + P_3 \Delta z \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $H_1 = -\sin \theta$ ,  $H_2 = -\cos \theta$ ,  $H_3 = \tan \beta$ , 이고 무차원 시간 미분에 관련된 압력항을 조화 함수로 가정하여 복소수 형태로  $P_1 = P_1^0 + iP_1^*$ ,  $P_2 = P_2^0 + iP_2^*$ ,  $P_3 = P_3^0 + iP_3^*$ 로 계산한다. 이 식 (5)를 식 (1)에 대입하면 0차와 1차의 교란 매개변수에 대한 4개의 방정식을 얻게 되고, 이를 벡터형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot [P_o H_o^3 \nabla P_o - \Lambda(\zeta)(P_o H_o)] = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [P_o H_o^3 \nabla P_k + 3H_o^2 H_k P_o \nabla P_o + H_o^3 P_k \nabla P_o - \Lambda(\zeta)(P_o H_k + P_k H_o)] &= 2\Lambda(\zeta)i(P_o H_k + P_k H_o) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\nabla = \frac{\partial}{\partial \theta} i + \frac{\partial}{\partial \zeta} k$ ,  $\Lambda(\zeta) = \Lambda(\zeta)i$ 이다. 식 (6)과

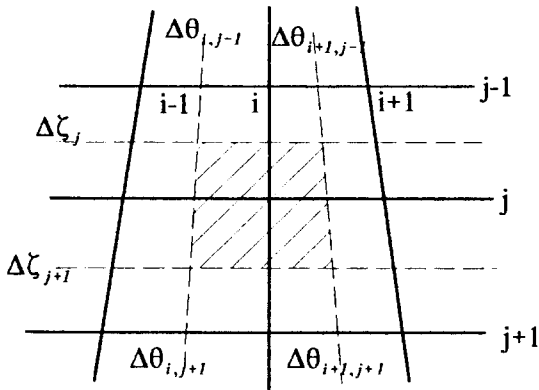


Fig. 3. Mesh for analysis

(7)을 Fig. 3과 같은 공기 유향이 이루어지는 검사체 적에 대해 적분하고, 이 식을 Gauss' divergence 정리를 사용하여 전개한 후 중앙 차분식에 따라 Fig. 3과 같은 각 절점에서의 대수 방정식을 만들어서 반복 계산에 의해 각 방정식의 절점에서의 해를 구하였다.

Fig. 4와 같은 형상을 갖는 급기공이 위치한 절점에 대해서는 유량의 연속조건을 사용한다. 급기량은 압축성 유체의 등엔트로피 조건으로부터 구한다[6].

$$Q = \Gamma_s P_s H \left[ \frac{2k}{k+1} \right]^{1/2} \left[ \frac{2}{k+1} \right]^{1/k-1},$$

$$\left[ \frac{P_o}{P_s} \leq \left[ \frac{2}{k+1} \right]^{k/k-1} \right] \text{일 때}$$

$$= \Gamma_s P_s H \left( \frac{2k}{k-1} \right)^{1/2} \left[ \left( \frac{P_o}{P_s} \right)^{2/k} - \left( \frac{P_o}{P_s} \right)^{k+1/k} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

$$\left[ \frac{P_o}{P_s} \geq \left[ \frac{2}{k+1} \right]^{k/k-1} \right] \text{일 때}$$

여기서  $\Gamma_s$ 는 무차원 급기계수로 다음과 같이 정의된다.

$$\Gamma_s = \frac{24\pi\mu C_d r_s \sqrt{RT}}{p_o C^2} \quad (9)$$

섭동 레이놀즈 방정식에도 유량의 변화율을 구하기 위해 지배 방정식과 마찬가지로 (8) 식을 섭동시켜 급기공이 위치한 절점에서의 방정식의 해를 구하였다.

본 연구에서 사용된 경계 조건은 다음과 같다.

1) 베어링의 양단

$$P_o = 1$$

$$P_k = 0$$

2) 원주 방향의 주기성

$$P_o(\theta) = P_o(2\pi + \theta)$$

$$P_k(\theta) = P_k(2\pi + \theta)$$

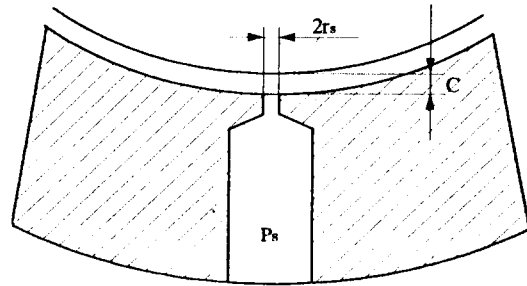


Fig. 4. Configuration of a feeding hole

### 3. 외부가압 원추형 공기 베어링의 모델링

Fig. 2에서 보인 베어링계의 윤활 틈새를 무차원 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$H_o = 1 - \varepsilon \cos(\theta - \phi) \quad (10)$$

여기서  $\phi$ 는 정상 상태에서의 축 중심의 자세각이다. 각 절점에서의 윤활 틈새가 얻어지면 각 검사표면 경계에서의 윤활 틈새는 평균계단 틈새 함수(mean-step thickness function)의 가정에 의해 구해진다[7]. 이는 틈새의 평균화 작용으로서 베어링 표면에 그루브와 같은 틈새 변화의 요인이 있을 때에도 응용할 수 있다.

공기막의 압력에 의해서 축에 작용하는 정적인 베어링 반력은 베어링 표면의 미소 면적에 작용하는 정적인 압력을 베어링 표면 전체에 걸쳐서 적분하여 구하였다.

계수  $\gamma_{ki}$ 와  $\beta_{ki}$ 는 복소 압력 분포  $P_k$ 를 각각 변위에 따라 x, y, z성분을 적분하여 구하였다. 이를 무차원 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\gamma_{ki} = \frac{c_{ki} \cdot C}{p_o(r_i + r_o)L} \quad k=1, 2$$

$$= \frac{c_{ki} \cdot C}{p_o\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad k=3 \quad (11)$$

$$\beta_{ki} = \frac{D_{ki} \cdot \omega C}{p_o(r_i + r_o)L} \quad k=1, 2$$

$$= \frac{c_{ki} \cdot \omega C}{p_o\pi(r_o^2 - r_i^2)} \quad k=3 \quad (12)$$

### 4. 해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 반경비  $r_i/r_o=0.45$ , 베어링 길이비  $L/r_o=1.15$ , 급기공은 원주를 따라 등간격으로 12개의 2열 급기로 하였다. 지배 방정식의 비선형성은 반복 계산을 통해 없애는 단순 반복법을 사용하였으며 지배 방정식의 차분화는 원주 방향으로 등간격 72개, 축 방향으로 등간격

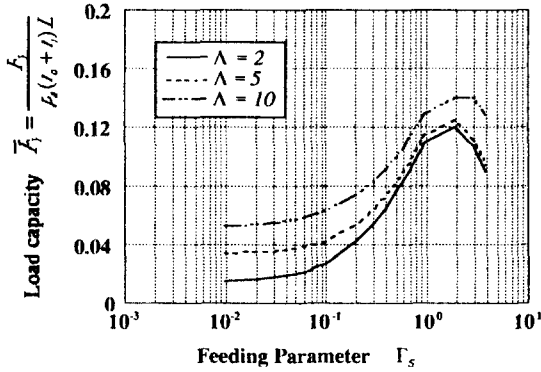


Fig. 5. Feeding parameter vs. dimensionless radial load capacity

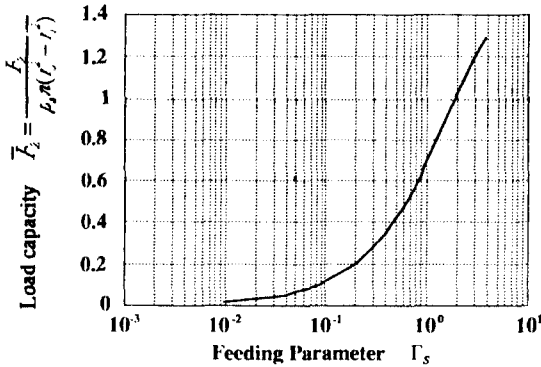


Fig. 6. Feeding parameter vs. dimensionless thrust load capacity

20개씩 분할하였다.

Fig. 5는 기준 압축성계수인 베어링 최대 반경에서의 압축성계수  $\Lambda_0$ 를 2, 5, 10으로 바꾸어 가면서 급기계수에 따른 원추형 베어링의 반경 방향 하중지지력의 변화를 계산한 것이다. 이는 편심률이 0.1이고 급기압이 6기압인 경우에 계산한 것으로, 그래프에서 알 수 있듯이 최대의 하중지지용량을 나타내는 급기계수가 존재함을 알 수 있다. 또한 급기계수가 작은 영역에서는 압축성계수의 크기가 하중지지용량에 많은 영향을 미치나 급기계수가 커질수록 그 영향이 작아짐을 알 수 있다. 이는 급기계수가 커질수록 동압 효과보다는 정압효과가 우세해지기 때문이라 생각된다.

Fig. 6은 급기계수와 축 방향 하중지지용량과의 관계를 나타낸 그래프이다. 축 방향의 하중지지력은 반경 방향과는 달리 급기계수에 따라 증가한다. 그러나 축 방향 하중은 압축성계수의 영향을 거의 받지 않는데 이는 단순 스러스트 베어링의 경우와 마찬가지로 축의 회전에 의한

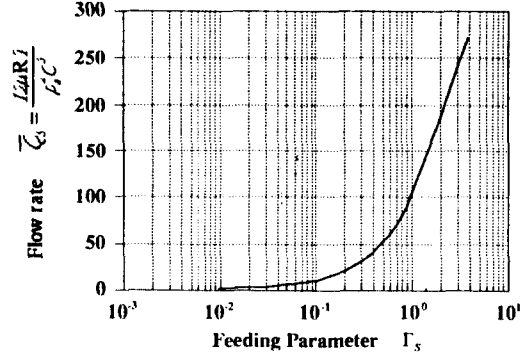


Fig. 7. Feeding parameter vs. dimensionless flow rate

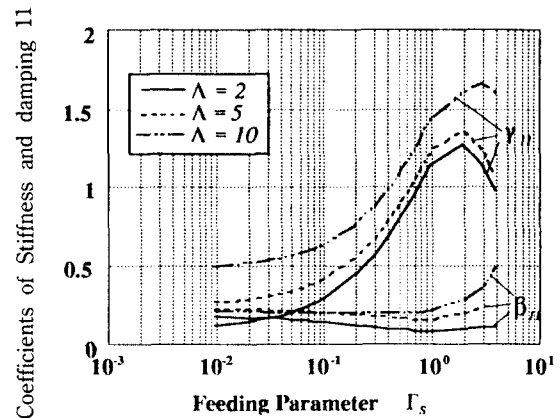


Fig. 8. Feeding parameter vs. dynamic coefficients in radial direction

Couette 유동의 발생이 아주 미소하기 때문이라고 생각된다. 그리고 이의 예측을 위한 더 많은 연구가 이루어져야 한다고 생각된다. 여기서 주목할 것은, 만일 원추형 베어링이 다면경가공이나, 비구면 가공과 같이 축 방향 하중이 비교적 크고 변화하는 경우에 가공기 주축으로 사용된 경우 축 방향의 하중변화는 이 하중에 대응하는 정적 평형점의 변화를 가져오고 이는 반경 방향의 틈새 변화를 가져오고 따라서 반경 방향의 정적 평형점이 변화된다는 점이다.

Fig. 7은 급기계수에 따른 무차원 소요 공기량의 변화를 나타낸 것이다. 소요 공기량은 급기계수에 따라 지수함수적으로 증가함을 알 수 있다.

Fig. 8은 급기계수의 변화에 따른 반경 방향 주 동특성계수  $\gamma_{11}$ ,  $\beta_{11}$ 의 변화를 나타낸 것이다. 주 강성계수  $\gamma_{11}$ 은 급기계수와 압축성계수에 따라 반경 방향의 무차원 하중지지용량의 변화와 유사한 경향을 보임을 알 수 있다. 그러므로 높은 강성을 얻기 위해서는 급기계수를 구성하는 설계변수들, 특히 베어링의 기준 틈새나 급기

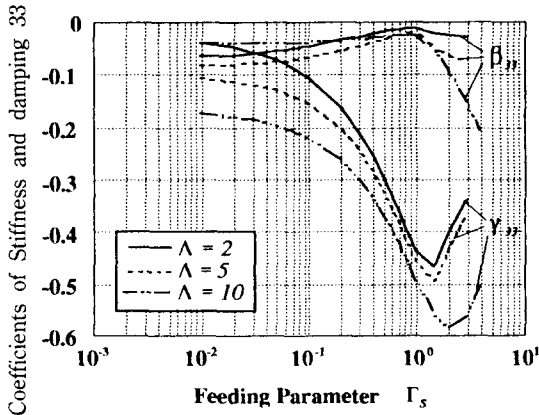


Fig. 9. Feeding parameter vs. dynamic coefficients in thrust direction

공의 직경 등을 조합하여 최대의 강성을 얻을 수 있도록 해야 한다. 반면 감쇠계수  $\beta_{11}$ 은 강성계수  $\gamma_{11}$ 이 최대가 되는 곳에서 최소가 되며 이는 일반적인 저어널 공기 베어링의 특성과 잘 일치한다. 일반적으로 공기 베어링에서 높은 강성과 감쇠를 동시에 얻기는 불가능하다.

Fig. 9는 Fig. 8과 같은 조건에서의 축 방향 강성계수  $\gamma_{33}$ 와 감쇠계수  $\beta_{33}$ 의 변화를 급기계수의 변화에 따라 나타낸 것이다. 계수들의 부호는 좌표상 모두 음(-)이다. 축 방향 동특성계수도 반경 방향 동특성계수와 마찬가지로 경향을 보임을 알 수 있다.

Fig. 10과 Fig. 11은 압축성계수  $\Lambda$ 가 2인 경우의 각 동특성계수를 편심률에 따라 나타낸 것이다. Fig. 10은 강성계수들을 나타낸 것으로 연성 강성계수는 주 강성계수에 비해 충분히 작은 값을 갖는다. 또한 편심률의 증가에 따라 주 강성계수의 변화보다는 연성계수의 변화가 큼을 알 수 있다. Fig. 11은 감쇠계수를 나타낸 것으로 전체적인 크기는 강성계수 값에 비해 매우 작지만, 편심률의 증가에 따른 연성계수의 변화는 강성계수 보다 심함을 알 수 있는데 이는 감쇠의 주 메커니즘이 공기 막의 스퀴즈 효과이기 때문에 편심률에 따른 베어링 틈새의 변화의 영향이 감쇠에 크게 영향을 미치기 때문이라고 생각된다. 또한 편심률이 0.3 이상인 경우에는 연성계수와 주 계수 사이의 차이가 줄어들는데, 일반적으로 강성 및 감쇠의 연성성이 커지면 베어링의 안정성에 나쁜 영향을 미치므로 가급적으로 편심률이 작게 설계하는 편이 바람직하다.

### 5. 결 론

외부가압 공기 베어링의 정적 및 동적 특성을 점급기

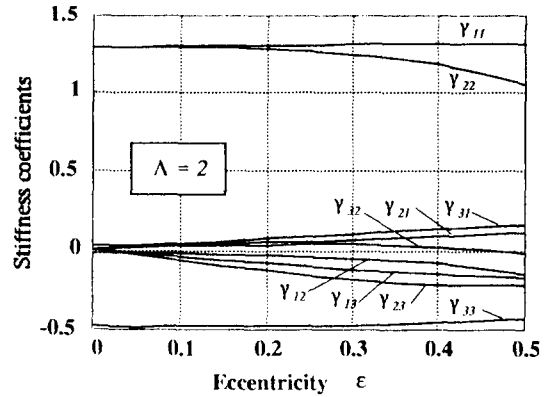


Fig. 10. Eccentricity vs. stiffness coefficients

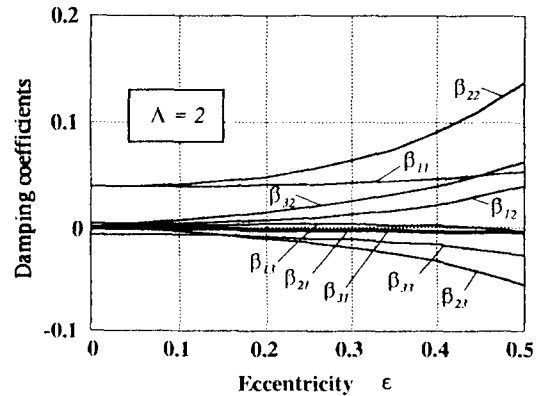


Fig. 11. Eccentricity vs. damping coefficients

가정을 도입하여 이론적으로 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 외부가압 원추형 공기 베어링의 정적 및 동적 특성수들은 점급기 가정하에 직접 수치해법으로 효과적으로 계산할 수 있다.
- 2) 외부가압 원추형 공기 베어링의 설계에 필요한 하중지이용량, 유량, 강성계수 및 감쇠계수 등의 설계자료를 급기계수와 압축성계수를 설계변수로 하여 제시하였다.
- 3) 무차원 하중지이용량의 최대값을 나타내는 급기계수가 존재하며 이는 설계변수를 조합하여 얻을 수 있다.
- 4) 무차원 강성이 최대가 되는 급기계수가 존재하며 이는 설계변수를 조합하여 얻을 수 있으며, 이 값은 최대의 무차원 하중지이용량을 나타내는 조합과 거의 일치한다. 또한 강성이 최대가 될 때 무차원 감쇠는 최소가 된다. 최대의 강성과 감쇠를 동시에 얻기는 불가능하다.
- 5) 원추형 공기 베어링의 경우 반경 방향 및 축 방향

강성 및 감쇠가 서로 연성되어 나타나며, 특히 감쇠계수의 경우 편심률이 0.3 이상에서는 연성계수와 주 계수의 차이가 작기 때문에 베어링의 성능에 좋지 못한 결과를 내므로 가급적 편심률이 작은 방향으로 설계해야 한다.

$\beta_{hi}$  : Dimensionless damping coefficient  
 $\mu$  : Viscosity  
 $\rho$  : Density  
 $\omega$  : Angular velocity of journal

**NOMENCLATURE**

C : Clearance  
 $C_d$  : Discharge coefficient  
 e : eccentricity  
 $\bar{F}_x$  : Resultant of pressure for x direction  
 $\bar{F}_y$  : Resultant of pressure for y direction  
 $\bar{F}_z$  : Resultant of pressure for z direction  
 h : Film thickness function  
 H : Dimensionless film thickness function  
 p : Film pressure  
 P : Dimensionless film pressure  
 $p_a$  : Ambient pressure  
 $P_s$  : Dimensionless supplied pressure  
 Q : Dimensionless mass flow supplied through feeding hole  
 $r_i$  : Minimum radius of bearing  
 $r_o$  : Maximum radius of bearing  
 $r_s$  : Radius of feeding hole  
 R : Gas constant  
 T : Temperature of supplied gas  
 $\epsilon$  : Eccentricity ratio  
 $\kappa$  : Adiabatic number  
 $\Gamma_s$  : Feeding parameter  
 $\Lambda(z)$  : Local compressibility number  
 $\Lambda_o$  : Compressibility number at maximum radius  
 $\gamma_{hi}$  : Dimensionless stiffness coefficient

**참 고 문 헌**

1. D. Faddy, "The Effect of Flow on the Journal and Thrust Performance of Statically Loaded Opposed Conical Bearings", *Proc. Gas Bearing Symposium*, Univ. of Southampton, pp.32, April, (1969).
2. Xia Huel Qing, Hua Shao Jie, Fang Xiao Li, Yu Yan Ping, "The Analysis of Static and Dynamic Characteristics in a Hybrid Conical Sliding Bearing with Shallow Pocket", *Proc. of the International Conference on Hydrodynamic Bearing-Rotor System Dynamics*, September, 1990.
3. Majumdar, B.C., "On the General Solution of Externally Pressurized Gas Journal Bearings", *J. Lub. Tech.*, Trans. ASME, Vol.94(4), 291-296(1972).
4. Elrod, H.G. and Glanfield, G.A., "Computer Procedures for the Design of Flexibly Mounted, Externally Pressurized, Gas Lubricated Journal Bearings", *Proc. of 5th Gas Bearing Symposium*, Univ. of Southampton, pp.22, 1971.
5. Castelli, V. and Pirvics, J., "Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis", *J. Lub. Tech.*, Trans. ASME, Vol.90(4), 777-792(1968).
6. Sharpiro, A.H., "Compressibility Fluid Flow", Vol.1, The Ronald Press Company, New York, 1953.
7. Reizo, Kaneko, "Discretization Method for Numerical Solution on Hydrodynamic Lubrication", *윤활*, Vol.29(9), pp.633-638(1984).
8. 박상신, 한동철, "외부가압 원추형 공기 베어링의 특성에 관한 연구", *한국윤활학회지*, Vol.7(1), (1991).
9. 김우정, 박상신, 한동철, "외부가압 공기 베어링의 동적특성에 관한 해석", *한국윤활학회지*, Vol.7(2), (1991).