

<연구논문>

## 사출성형공정에서의 단섬유 배향예측에 관한 수치 해석

이미혜 · 이기준

서울대학교 화학공학과  
(1992년 11월 10일 접수)

### Numerical Prediction of Short Fiber Orientation in Injection Molding Processes

Mi Hye Lee and Ki Jun Lee

*Department of Chemical Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea*  
(Received November 10, 1992)

#### 요 약

사출성형충진공정에서 금형구조가 단섬유배향에 미치는 영향을 예측하기 위하여 수치모사 프로그램을 개발하였다. 유한 요소/관할 부피 방법에 의하여 복잡한 금형에서의 유동을 해석하고, 섬유와 섬유간의 상호작용을 고려한 섬유배향텐서 변화식을 이용하여 입자 추적법으로 섬유배향분포를 구하였다. 수치모사 결과, 금형 옆벽면과 내부 방해체의 주위에 있는 섬유들이 전단변형의 영향으로 그들 주위를 따라서 정렬되려는 경향을 보였다. 두 유동이 내부 방해체를 지나 접하면서 생성된 웰드라인을 따라서 단섬유들이 정렬되려는 경향을 나타내었다. 그리고 수축유동에서는 흐름방향으로 정렬되나 확장유동에서는 흐름방향에 수직으로 배열되려는 경향을 확인하였다. 위 아래 벽에 의한 전단변형의 영향으로 서로 다른 두 배향구조를 보여주는 skin-core 구조를 두께방향의 속도구배를 고려한 수치모사를 통하여 예측할 수 있었다. skin 구조에서는 섬유들이 흐름방향으로 정렬되고, core 구조에서는 흐름방향에 수직으로 배향되는 것을 확인하였으며 섬유상호계수값이 커질수록 임의배향화하는 경향을 보였다.

**Abstract**—The computer simulation to predict the effect of mold geometry on the fiber orientation in the injection molding filling process has been developed. Finite element/control volume method was used to analyze the flows in the complex geometries and the particle tracing method was adopted to predict the fiber orientation distribution by using the equation of change for orientation tensor considering the interaction between fibers. As the results of numerical simulation, the fibers near the side walls and inserts tend to align along them due to shear effects. When two separate fluids join passing around inserts, the fibers near the weldlines tend to orient parallel to the flow. In addition, it was confirmed that the fibers in converging flow tend to align to the flow direction while the fibers in diverging flow are oriented perpendicular to the flow. The skin-core structure which indicates two different layers by the effect of the shear gradients caused by upper and lower walls could be predicted numerically by considering the velocity gradient through the gap width. It was confirmed that the fibers in the skin layer are oriented parallel to the flow and those in core layer are oriented perpendicular to the flow. As the fiber/fiber interaction coefficient increases, the fibers tend to be oriented in random distribution state.

**Keywords:** Fiber orientation, Injection molding process, Finite element/Control volume method, Particle tracing method, Fiber/fiber interaction, Skin-core structure, Converging flow, Diverging flow

## 1. 서 론

소재산업에서도 부피 면에서 가장 크게 차지하고 있는 고분자 복합재료(polymer composite)는 고분자가 가지는 다양성과 경량성으로 인해 금속이나 요업재료의 특성을 능가하는 대체재료로서 각광받고 있으며, 자동차, 항공, 우주, 전자, 군수 및 스포츠 산업에 이르기까지 폭넓게 그 용도가 확대되고 있다. 고분자 복합재료는 외형적으로는 보강섬유의 길이에 따라 크게 장섬유(continuous fiber)와 단섬유(discontinuous fiber) 복합재료로 나누어지는데, 일반적으로 장섬유 복합재료는 단섬유 복합재료에 비하여 강도 면에서 우월하나 노동집약적이며 복잡하고 정밀한 부분을 요하는 작업에는 제한점이 있다. 따라서 대량생산과 복잡한 기하학적 구조의 제작에는 단섬유 복합재료 가공이 용이하다. 단섬유 복합재료는 주로 사출성형(injection molding), 압축성형(compression molding), 전달성형(transfer molding) 등의 가공공정 등으로 만들어진다.

가공공정 중에 금형내부에서 겪게 되는 유동은 단섬유들의 배열에 영향을 끼치게 되며 이로 인해 부분적인 비등방성이 야기되어 최종제품의 미세구조(micro-structure), 기하학적 모양(geometry), 기계적 성질들(mechanical properties) 등에 악영향을 줄 수 있다. 복합재료의 성능은 구성하고 있는 물질과 가공되어지는 동안 겪는 유동과 제품의 미세구조에 의하여 주요영향을 받게 된다. 동일 구성물질로 이루어진 복합재료인 경우 단섬유들의 배향은 미세구조를 결정짓고 최종제품의 성능에 큰 영향을 미치게 된다. 이 섬유배향에는 가공공정이 가장 큰 변수로서 작용되는데, 금형내부의 흐름을 분석하고 섬유배향을 예측하여 이를 제어할 수 있다면 원하는 고강도와 경량성을 가진 제품을 생산할 수 있다.

유동 중의 단섬유 복합재료에 대한 연구들을 살펴보면 다음과 같다. Jeffery[1]에 의해 뉴턴유체에 잠겨 있는 한 개의 타원체(ellipsoid)에 대한 운동식이 제안되었다. 이 모델식은 섬유와 섬유간의 상호작용은 고려되지 않고 맑은 현탁계에서만 타당한 제한점을 가진다. Givler 등[2]은 유선(streamline)을 따라 Jeffery식을 적분하는 방법으로 섬유배향에 대한 수치모사를 제안하였다. 이는 여러가지 가정에

제한이 있음에도 불구하고 실험적 결과와 비교적 정성적으로 잘 맞았다. Folgar와 Tucker[3]는 짙은 섬유 현탁액에 대해 섬유와 섬유간의 상호작용을 Jeffery식에 확산(diffusion)항을 추가시킨 현상학적 모델을 개발하였다. Jackson 등[4]은 이 모델을 비균일흐름계인 압축성형공정에 적용하여 수치모사하였다. Dinh과 Armstrong[5]은 맑지 않은 현탁액에 대한 유변학적 모델을 제안하였는데, 이 구성 방정식은 섬유와 섬유간의 상호작용을 고려하여 섬유배향과 유동과의 관계를 나타내며 배향상태를 묘사하기 위하여 분포함수를 이용하였다. 이는 Bibbo 등[6]에 의해 실험적으로 잘 일치됨을 보였다. Advani와 Tucker[7]는 배향을 나타내는데 분포함수의 모멘트로 표현되는 간편한 배향텐서의 개념을 도입하였다.

한편, 비정상상태의 흐름인 사출성형공정에서의 유동을 해석하는 연구와 이와 관련된 단섬유분포에 관한 연구들을 살펴보면 다음과 같다.

Kamal 등[8]은 Marker and Cell(MAC) 방법을 이용하여 사출성형 동안 섬유가 없는 비등온, 점탄성 고분자의 유동을 해석하였다. 유한차분법에 의한 방법은 복잡한 금형형태에서는 해석하기에 어려운 점이 많으므로 이를 개선하기 위해 Subbiah 등[9]은 경계 적합 좌표계(boundary fitted coordinates)로 지배식을 사상화시켜 이를 유한차분법으로 해석하는 Numerical grid generation 방법을 도입하여 복잡한 금형에서의 비등온 사출성형공정을 해석하였다. Altan 등[10]은 이 방법으로 유동을 해석하고 입자 추적법(particle tracing method)을 이용하여 금형내의 섬유들의 분포를 구하였다. 그러나 이는 섬유간의 상호작용은 고려되지 않은 맑은 영역을 대상으로 비교적 단순한 금형형태에만 제한되며 내부에 방해체(insert)를 가진 경우에는 적용하기 힘들다.

한편으로 유한요소법이 사용되었는데 Behrens 등[11]은 원통내의 차오르는 유체의 자유표면을 추적하기 위해 예측-보정(predictor-corrector) 방법을 이용하였다. 이 방법은 불규칙적인 금형형태에 적용시키는데 어려움이 있었다. Folgar와 Tucker[12]는 삼각요소를 가진 일정한 유한요소 grid가 연속적으로 길게 늘어나는 방법을 도입했으나 계산영역이  $\pm 300\%$  이내에서 변해야 하는 제한점을 가진다.

Frahan 등[13]은 묶은 영역에서 사출성형공정 중의 섬유배향분포를 유한요소법을 이용하여 초기에 전체영역을 요소로 나누고 흐름이 진전되는 동안에는 유동선단 부근의 요소를 보정하면서 진행시키는 방법을 썼다. 이상과 같은 방법들은 내부의 방해체가 존재하는 경우와 금형벽면 부근에서 유동의 선단이 진전해 나가면서 경계를 침범하게 되는데, 이를 보정하여 새로운 절점을 계산하는데는 어려움이 따르며 수렴시키는데 계산시간이 길다는 단점을 들 수 있다. 이러한 단점들을 극복시켜 현재 상용프로그램에 널리 사용되는 C-flow software 경우에는 Wang [14]에 의해 Tadmor 등[15]이 Hele-Shaw Flow 모델을 이용해 제안한 바 있는 Flow Analysis Network(FAN) 방법에 관찰부피(control volume) 개념을 도입하여 유동방정식을 풀고 있다. 이 방법은 매우 짧은 계산시간내에 선단의 위치와 압력분포 및 온도분포를 구하는 장점이 있으며 아주 복잡한 금형형태에도 적용할 수 있다. Advani와 Tucker 등 [16]은 이 방법을 Sheet Molding Compound(SMC) 가공공정을 해석하는데 적용시켜 섬유배향을 예측하고 실험과 비교하였다.

현재 고분자 복합재료에 대한 수요가 급증하면서 강화재가 첨가되었을 때 미시구조에 영향을 미치는 섬유의 배향분포에 대한 CAD, CAM의 개발이 절실히 요구되고 있는 실정이다. 특히 사출성형공정에서 최종제품의 섬유배향분포를 결정짓는 충전단계의 유동, 즉 이동경계문제(moving boundary problem)를 해석하고 섬유배향분포에 영향을 미치는 여러 조업변수들에 대한 연구의 중요성은 크다고 할 수 있다.

본 연구는 이러한 연구의 기본자료를 제공할 수 있는 등은, 뉴톤 유체에 단섬유가 보강된 사출성형 공정 중 충전단계에서의 유동을 유한 요소/관할 부피 방법을 이용하여 해석하며 다양한 유동형태를 볼 수 있는 여러가지 금형구조가 단섬유 배향분포에 미치는 영향에 대하여 알아보고자 한다. 아울러 이 유동형태가 미치는 섬유의 배열기구(orientation mechanism)을 이해하고 섬유와 섬유간의 상호작용을 고려한 영역에서 입자 추적법을 이용하여 섬유의 배향분포를 예측하고자 한다.

## 2. 이 론

유변학, 제 4 권 제 2 호, 1992

### 2.1. 섬유 배향

일반적으로 현탁액(suspension)내에 단섬유 배열 방향을 나타내기 위하여 확률적인 개념을 가진 배향분포함수(orientation distribution function)를 도입하였다. 각  $\theta$ 와 각( $\theta+d\theta$ ), 그리고 각  $\phi$ 와 각( $\phi+d\phi$ ) 사이에 단섬유가 존재할 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pr(\theta \leq \theta \leq \theta + d\theta, \phi \leq \phi \leq \phi + d\phi) \\ = \Psi(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta \, d\phi \end{aligned} \quad (1)$$

3차원 섬유분포를 나타내는 좌표계에서의 분포함수는  $\theta$ 와  $\phi$ 의 함수이고 벡터  $p$ 의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_1 &= \sin\theta \cos\phi \\ p_2 &= \sin\theta \sin\phi \\ p_3 &= \cos\theta \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $p_i p_i = 1$

분포함수는 다음과 같은 성질을 가진다.

$$\begin{aligned} \Psi(\theta, \phi) &= \Psi(\pi - \theta, \pi + \phi) \\ \text{즉 } \Psi(p) &= \Psi(-p) \end{aligned} \quad (3)$$

$\Psi$ 는 정규화 조건을 가진다.

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\phi=0}^{\pi} \Psi(\theta, \phi) \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \int \Psi(p) \, dp = 1 \quad (4)$$

균일 흐름장에서 섬유배향의 연속식으로 알려진 Fokker-Planck 분포함수의 지배식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Psi(p, t)}{\partial t} = - \frac{\partial [p_i \Psi(p, t)]}{\partial p_i} \quad (5)$$

분포함수는 섬유의 배향을 완전하게 기술하나 많은 계산을 요하므로 사용하기에 불편하므로 Advani와 Tucker[7]에 의해 배향텐서(orientation tensor)가 제안되었는데 이는 다음과 같이 분포함수의 모멘트로서 정의되며 배향상태를 묘사하는데 간편하다. 2차 배향텐서를 나타내면 다음과 같다.

$$a_{ij} = \int p_i p_j \Psi(p) \, dp \quad (6)$$

묶은 농도영역에서의 단섬유의 입자운동에 대해서는 1923년 Jeffery에 의하여 뉴톤유체에 잠겨져

있는 한 개의 타원체 입자의 거동식이 제안되었는데 결과식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{1}{2} \omega \mathbf{p} + \frac{1}{2} \left( \frac{r_e^2 - 1}{r_e^2 + 1} \right) [\dot{\mathbf{y}} \mathbf{p} - \dot{\mathbf{y}} : \mathbf{p} \mathbf{p} \mathbf{p}] \quad (7)$$

여기서  $r_e$ 는 외형비,  $\dot{\mathbf{y}}$ 는 strain rate tensor,  $\omega$ 는 vorticity tensor이다. Folgar와 Tucker는 짙은 농도영역에서는 Jeffery의 식이 잘 맞지 않음을 알고 섬유와 섬유간의 상호작용을 고려한 계수  $C_I$ (interaction coefficient)를 도입하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{1}{2} \omega \mathbf{p} + \frac{1}{2} \lambda [\dot{\mathbf{y}} \mathbf{p} - \dot{\mathbf{y}} : \mathbf{p} \mathbf{p} \mathbf{p}] - \frac{C_I \dot{\mathbf{y}}}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{p}} \quad (8)$$

여기서  $\lambda$ 는  $\frac{r_e^2 - 1}{r_e^2 + 1}$ 이다.

$a_{ij}$ 에 대한 변화식을 구하기 위해 식 (6)을 미분하고, 식 (5)와 식 (8)에서 다음과 같은 식을 구하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D a_{ij}}{Dt} = & -\frac{1}{2} (\omega_{ik} a_{kj} - a_{ik} \omega_{kj}) \\ & + \frac{1}{2} \lambda (\dot{Y}_{ik} a_{kj} + a_{ik} \dot{Y}_{kj} - 2 \dot{Y}_{kl} a_{ijkl}) \\ & + 2 C_I \dot{Y} (\delta_{ij} - \beta a_{ij}) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 상수  $\beta$ 는 2차원, 3차원의 경우 각각 2, 3이다.

배향텐서 상태방정식은 바로 다음 짝수차의 배향텐서를 포함하고 있어 계산량이 커지는데, 계산을 간편화시키기 위해 closure approximation이 쓰여진다. 이 방법에는 linear, quadratic, hybrid approximation 등이 있는데, 본 연구에서는 linear와 quadratic을 합친 다음과 같은 hybrid closure approximation을 이용하였다.

$$\hat{a}_{ijkl} = (1 - F) \cdot \hat{a}_{ijkl} + F \cdot \hat{a}_{ijkl} \quad (10)$$

여기서 linear closure는

$$\begin{aligned} \hat{a}_{ijkl} = & -1/35 \cdot (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ & + 1/7 \cdot (a_{ij} \delta_{kl} + a_{ik} \delta_{jl} + a_{il} \delta_{jk} + a_{kl} \delta_{ij} + a_{jl} \delta_{ik} + a_{jk} \delta_{il}) \end{aligned} \quad (11)$$

이고, quadratic closure는 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{a}_{ijkl} = a_{ij} a_{kl} \quad (12)$$

식 (10)에서

$$F = 1 - 27 I_3 \quad (13)$$

$$I_3 = 1/6 \cdot (1 - 3 a_{ij} a_{ji} + 2 a_{ij} a_{jk} a_{ki}) \quad (14)$$

이다.

### 2.2. 수치 모사

사출성형공정의 대부분은 두께가 비교적 얇은 금형 내를 흐르는 유동으로 한 면이 다른 두 면에 비하여 매우 작기 때문에 거시적으로 Hele-Shaw 흐름으로 근사시킬 수 있다. Fig. 1에 Hele-Shaw 흐름과 좌표, 속도 및 속도구배 등을 나타내었다.

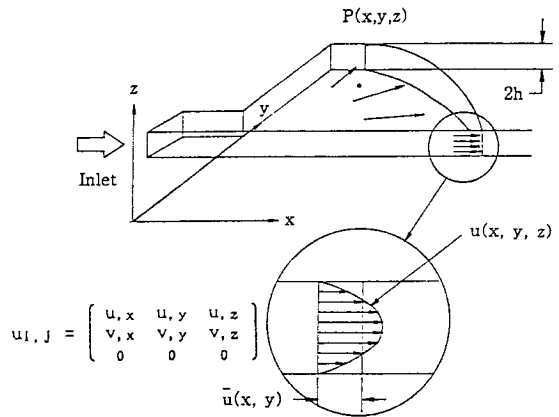


Fig. 1. A Hele-Shaw type flow in a planar cavity.

본 수치모사에 쓰인 가정들은 아래와 같다.

- 유체는 비압축성, 등은 뉴턴 유체이다.
- 운동식에서 점성력은 우세하고 관성력(inertial force)는 무시된다.
- 두께방향의 흐름은 무시된다.
- 두께방향을 통한 전단응력(shear stress)은 우세하고 내면응력(in-plane stress)은 무시된다. 가정에 따라 지배식은 다음과 같이 간소화된다.

$$\text{연속식: } \frac{\partial (h\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial (h\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\text{운동식: } -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} \right) = 0 \quad (16)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z} \right) = 0 \quad (17)$$

$u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$ 는  $x, y$  방향으로 3차원 흐름의 속도성분이고  $\bar{u}(x, y)$ ,  $\bar{v}(x, y)$ 는 금형두께를 통한 평균값이다.

$$\bar{u}(x, y) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h u(x, y, z) dz \quad (18)$$

$$\bar{v}(x, y) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h v(x, y, z) dz \quad (19)$$

식 (16), (17)을  $z$ 에 대해 적분하고 다음과 같은 경계조건을 이용한다.

$$z = \pm h \text{ 에서 } u = 0, v = 0 \quad (20)$$

$$z = 0 \text{ 에서 } \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

(15), (16), (17)식과 (18), (19)식으로부터 elliptic 형태의 압력에 대한 지배식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( S \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left( S \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (22)$$

여기서  $S = \int_0^h \frac{z^2}{\eta} dz$  (23)이다.

윗식에 대한 경계조건은 유동선단에서 게이지 압력,  $P=0$  이고, 내부 방해체와 외부 경계면에서는  $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$  이다.

구해진 입력으로부터 평균속도는 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{u} = -\frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial x} S \quad (24)$$

$$\bar{v} = -\frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial y} S \quad (25)$$

한편, 3차원적인 속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u(x, y, z) = -\frac{\partial P}{\partial x} \int_z^h \frac{z}{\eta} dz \quad (26)$$

$$v(x, y, z) = -\frac{\partial P}{\partial y} \int_z^h \frac{z}{\eta} dz \quad (27)$$

모든 영역은 정삼각형에 가까운 삼각형 요소들로 이루어지며 절점 N을 이루는 요소들의 각 모서리의 중간값과 중심점을 잇는 절점 N을 중심으로 한 관찰 부피(control volume)가 형성된다. 한 요소 안에서 압력은 세 절점의 압력과 일차 interpolation 함수  $L_k^{(l)}(x, y)$ 로 표현된다.

$$P^{(l)}(x, y, t) = \sum L_k^{(l)}(x, y) \cdot p_k^{(l)}(t) \quad (28)$$

$$\text{여기서, } L_k^{(l)}(x, y) = \frac{1}{2A^{(l)}} (b_{1k}^{(l)} + b_{2k}^{(l)}x + b_{3k}^{(l)}y) \quad (29)$$

이며,  $p_k^{(l)}(t)$ 는  $p_N(t)$ 으로 절점 N에서의 압력,  $A^{(l)}$ 은 요소의 면적을 뜻한다. 요소 l에 대해 두께를 통한 평균유량이 일정하다면 각 관찰 부피로 유입되는 유량은 경계면을 따른 선적분으로 유도된다. 한 요소의 순유입량  $q_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$q_i^{(l)} = S^{(l)} \sum D_{ik}^{(l)} p_N \quad i = 1, 2, \text{ or } 3 \quad (30)$$

유동은 비압축성이므로 관찰 부피의 경계를 지나는 총질량에 대한 보존식이 성립된다. 질량보존법칙에 따라 N을 둘러싼 관찰 부피에서의 순유입량의 합은 '0'이 된다.

$$\sum q_i^{(l)} = \sum S^{(l)} \sum D_{ik}^{(l)} p_N = 0 \quad (31)$$

위와 같은 압력장식은 successive underrelaxation의 반복계산방법(iterative method)에 의해 해를 구한다.

유동을 진전시키기 위해 FAN 방법에서 제안된 스칼라 변수 f를 도입시키는데 이는 관찰 부피의 전체체적 중 유체가 차지하고 있는 비율을 나타낸다. 압력분포를 알고 있다면 부분적으로 차있는 관찰 부피로 유입되는 총유량(flow rate)을 계산할 수 있으며 그로 인한 새로운 f값을 생성한다. 압력분포를 구한 후 식 (30)을 이용하여 선단절점의 관찰 부피로 들어오는 총유량을 계산하여 주어진 시간 동안 새로운 f값을 생성한다.

Time-step,  $\Delta t$ 는 한 단계에서 한 개의 선단절점이 차도록 선택하는데 이 때 그 주위의 빈 절점이 새로운 선단절점이 된다. 이런 방법으로 금형이 완전히 찰 때까지 각 단계에서 압력장 등을 계산하면서 진전시킨다.

한편, 섬유입자의 배향을 묘사하기 위하여 임의

배향상태에 있는 일정량의 추적입자들(trace particles)을 금형입구에서 유동과 같은 속도로 도입시킨다. 섬유혼합유체는 뉴턴유체로 가정했으므로, 두께 방향으로 포물선 모양을 갖는 속도분포를 보인다고 가정할 수 있다. Hele-Shaw 흐름의 근사에서 두께 방향으로의 흐름은 무시되므로 추적입자는 동일한 두께  $z$  선상에서만 진행한다고 본다. 그러나, 같은 위치, 같은 시간에서 추적입자가 출발했을 때, 두께 방향에서 볼 때 중간부근으로 이동하는 입자들은 포물선 속도분포를 갖는 경우 평균속도로 진행되는 유체보다 빨리 움직이므로 전체유동보다 먼저 도착하는 모순을 가지게 되며, 벽쪽에 가까운 입자들은 너무 천천히 따라오는 모순을 가지게 된다. 따라서 이러한 비현실적인 현상을 막기 위해 추적입자는 평균속도  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ 로 움직인다고 보며(식 (24), (25) 참고), 섬유의 배향분포를 계산할 때는 두께에 따른 효과를 보기 위해 포물선 형태의 속도분포로 고려한다(식 (26), (27) 참고). 이때 유동내 임의의 위치  $P(x, y, z)$ 에서의 속도구배 성분들은 다음과 같다.

$$u_{ij} = \begin{pmatrix} u_{xx} & u_{yy} & u_{zz} \\ v_{xx} & v_{yy} & v_{zz} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

여기서,  $u_{xx}$ 는 inplane elongation rate이고,  $u_{yy}$ 과  $v_{xx}$ 는 inplane shear rate이며,  $u_{zz}$ 와  $v_{zz}$ 은 두께방향으로의 속도구배이다.

한편, 추적입자의 위치는 절점의 위치와 일치하지 않으므로 주위절점들로부터 정보를 얻는다. 추적입자의 위치나 속도구배를 구하기 위해서는 절점에서의 속도를 알아야 하는데 속도는 압력의 1차 미분을 취하여 구할 수 있다. 이 때 절점에서의 속도는 local smoothing 기법을 이용하여 구하고 global smoothing 기법을 이용하여 재속도분포를 구한 뒤 이로부터 속도구배분포를 구하였다. 이렇게 구한 식 (32)의 입자의 속도구배로부터 섬유배향텐서의 변화식 (9)를 IMSL Library의 DEGEAR를 이용하여 2차 배향텐서성분들을 구하였다. 2차 배향텐서는 다음과 같이 eigenvalues와 eigenvectors로 나눌 수 있으며, 이는 eigenvalue 값을 가지고 eigenvector의 방향을 가지는 3차원 타원체로 볼 수 있으며 이를 보고자 하는 대상평면으로 투영시켜서 나타낼 수 있다.

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} : (e_1 e_2 e_3) \quad (33)$$

2nd orientation tensor eigenvalues eigenvectors

두께가 비교적 얇은 성형품에 대한 유동해석도 고려할 수 있는데, 이 경우 좌표변환을 이용하여 3차원 공간에서 2차원 평면으로 좌표전환하여 간편하게 식 (31)의  $D_{ik}$ 를 구하여 2차원과 같은 방법으로 풀다. 이 때 추적입자는 lay flat 방법으로 펼쳐서 2차원과 같은 방법으로 섬유의 배향분포를 구한 후 원래의 위치로 전환시키면서 추적한다.

### 3. 결 과

본 수치모사에서 사용된 유체의 점도는 33 poise, 밀도는 0.97 g/cm<sup>3</sup>, 유입유량은 3.4 cm<sup>3</sup>/sec이다. 섬유의 부피비는 0.00033으로 낮은 중간농도영역(low semi-concentrated concentration region)에 속하며,  $\lambda_n$ 는 0.99955이고, 섬유의 상호작용계수  $C_n$ 는 다른 연구들의 결과[7, 16, 17]부터 0.005로 적당히 가정하였다.

#### 1. 내부 방해체가 있는 사각금형(Rectangular cavity with inserts)

수치모사에 사용된 메쉬는 절점이 1900개이고 삼각형 요소가 3576개로 이루어졌으며(Fig. 2(a) 참고), 실제 공정에서 쓰일 수 있는 크기인 길이가 22 cm, 폭이 10 cm, 두께가 0.4 cm인 사각금형내에 지름이 5 cm인 원형 내부 방해체가 중앙에 존재한다. 일정한 유량 3.4 cm<sup>3</sup>/sec가 금형 좌측 중간에 있는 지름이 0.4 cm인 point gate 형태의 금형입구에서 주입된다. 수치모사결과 충전시간은 23.50 sec 걸렸으며 매 2 sec마다 유동선단의 모양을 Fig. 2(b)에 나타내었다. 또한, 충전이 끝났을 때 압력분포 및 속도분포를 Fig. 2(c)과 Fig. 2(d)에 나타내었다. 시간의 경과에 따른 단섬유의 배향분포를 Fig. 3에 나타내었는데, point gate 형태의 금형입구 부근에서는 diverging flow 형태인 방사유동을 보이며 단섬유들이 흐름에 수직으로 배열되는 것을 볼 수 있다. 한편, 내부 방해체가 존재함에 따라 유동이 나누어 지다가 두 유동이 새로 접하면서 서로 잘 섞이지

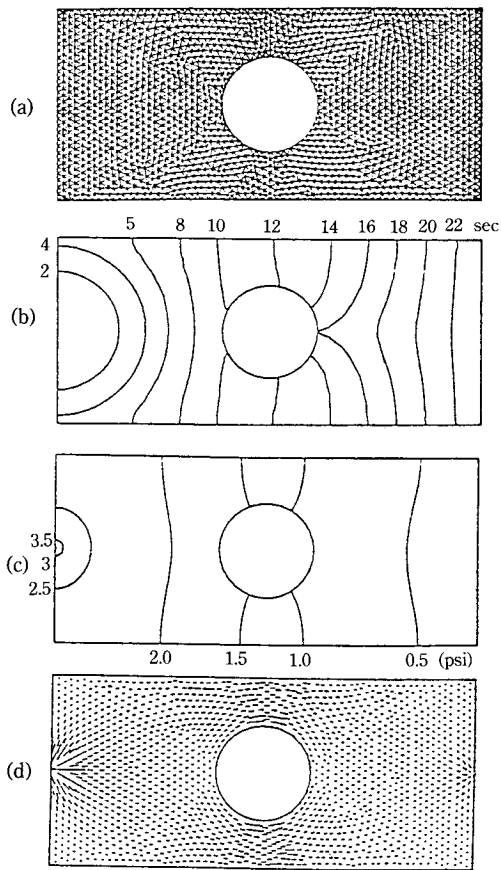


Fig. 2. Rectangular cavity with an insert: (a) Mesh configuration, (b) Predicted advancing flow front during the filling, (c) Pressure distribution when the mold is filled, (d) Velocity distribution when the mold is filled.

못하여 웰드라인이 생성된다. 이 경우 단섬유들은 중앙에 위치한 원형 방해체 주위를 따라서 shear 영향을 받아 정렬되며 원 끝에 생긴 웰드라인을 따라서 정렬되려는 경향을 볼 수 있다. 아울러, 내부 방해체의 위치에 따른 영향을 알아 보았는데 내부 방해체가 금형입구에 가까울수록 단섬유가 웰드라인을 따라 길게 정렬되려는 것을 Fig. 4에서 알 수 있다. 웰드라인이 형성되면 구조변화로 인해 물성이 저하될 수 있으므로 내부 방해체를 되도록 금형입구에 가까이 설계하는 것이 좋지 않으며 이런 경우에는 성형 후 기계적으로 구멍을 내는 방법이 더 좋다.

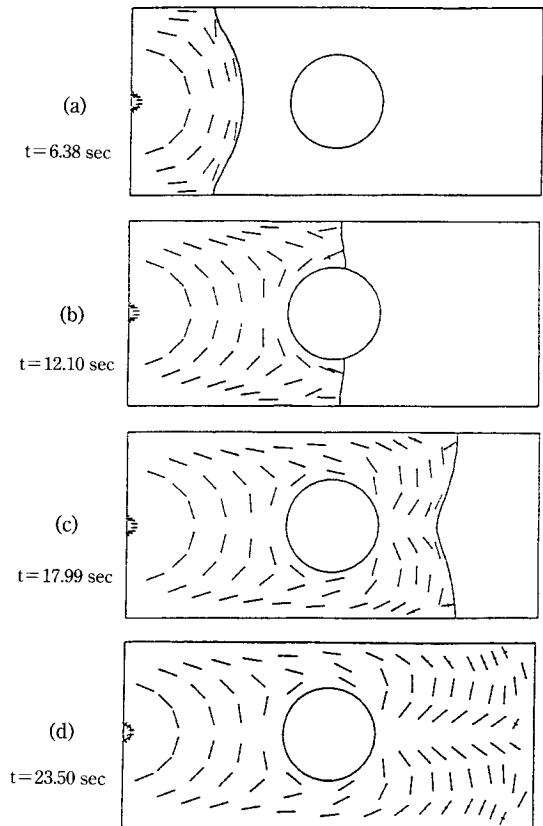


Fig. 3. Predicted fiber orientation in the cavity with an insert.

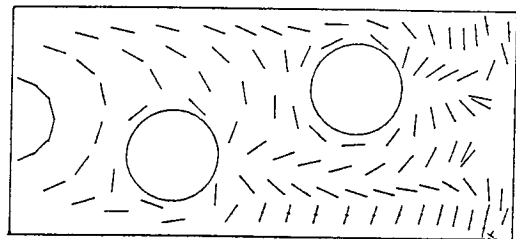


Fig. 4. Predicted fiber orientation in the cavity with two inserts.

2. 수축유동(Converging flow)과 확장유동(Diverging flow)

수축유동의 대표적 특징으로 수축되는 옆 벽면 부근에서 인장유동(elongational flow)을 보이고 있다. 수치모사 결과 단섬유들은 벽면을 따라 정렬되면서 수축부분에 들어서면서 stretching flow의 영

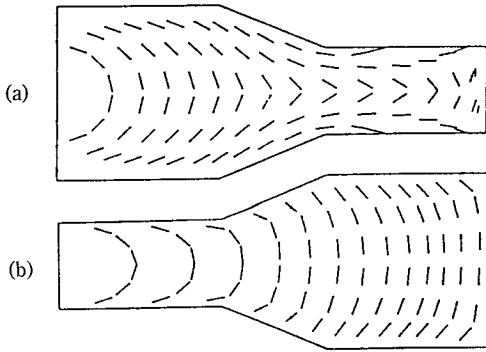


Fig. 5. Predicted fiber orientation (a) in converging flow, (b) in diverging flow.

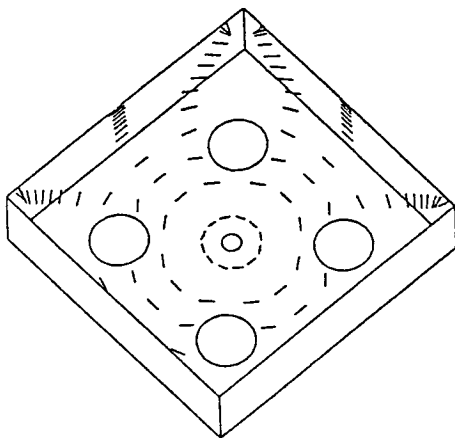


Fig. 6. Fiber orientation in three dimensional cavity.

향으로 흐름 방향으로 정렬되는 경향을 볼 수 있다 (Fig. 5(a)). 한편, 확장유동의 경우 확장되는 벽면부근에서 단섬유들이 흐름방향에 수직으로 정렬되는 방사분포를 보이고 있다(Fig. 5(b)).

### 3. 3차원 유동

내부에 4개의 원형 방해체를 가지고 중앙에 point gate가 위치한 3차원 형상을 가진 상자모양의 금형에서 단섬유 배향분포를 수치모사하였다. Fig. 6에서와 같이 섬유들은 금형입구 부근에서는 흐름에 수직하는 배향을 보이다가 내부 방해체 주위를 따라 정렬되고 흐름이 휘어져 올라가는 면에서는 흐름방향에 수직을 유지하며 차 올라가는 것을 볼 수 있다.

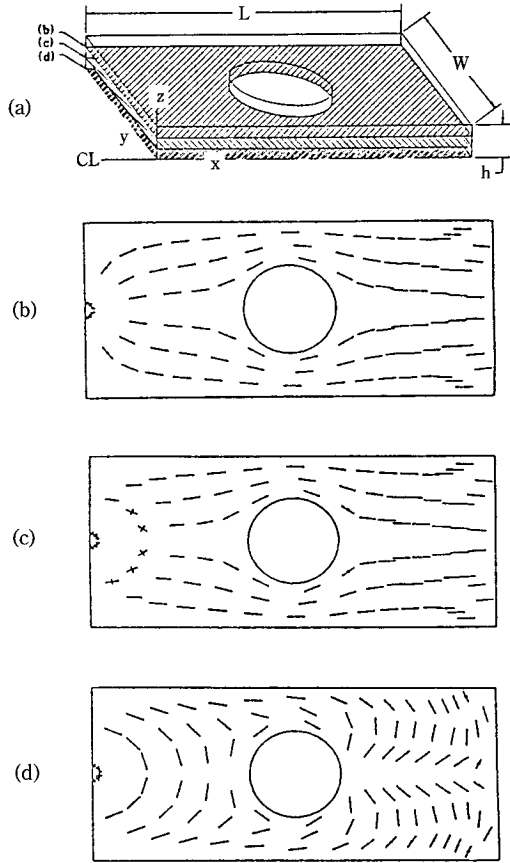


Fig. 7. (a) The flow domain in the rectangular cavity with an insert ( $L=22$  cm,  $W=10$  cm,  $h=0.2$  cm), The planar fiber orientations by projecting the orientation ellipsoids are shown at: (b)  $z=2/3$  h, (c)  $z=1/3$  h, (d)  $z=0$ .

### 4. 두께에 따른 섬유 배향

두께방향에 따라서 윗벽과 아래벽에 의한 shear의 영향을 고려한 평면상태의 섬유배향분포를 살펴볼 수 있다. 두께 방향  $z$ 로 각각 중심선,  $z=1/3$  h,  $z=2/3$  h인 지점에서 평면으로 잘라 본 섬유배향분포를 충전이 완료된 순간 대표적인 두 유동에 대하여 Fig. 7과 Fig. 8에 나타내었다. 이 결과들로부터 두께의 중간 부분과 벽쪽에 가까운 부분이 아주 현격한 차이를 보이는 것을 볼 수 있다. 이는 포물선 형태의 두께방향 속도분포를 가질 때, 속도구배가 중간에서는 '0' 이고, 위아래 벽에서는 가장 큰 값을 가지며 이로 인해 벽쪽으로 갈수록 shear 영향이 커지므로



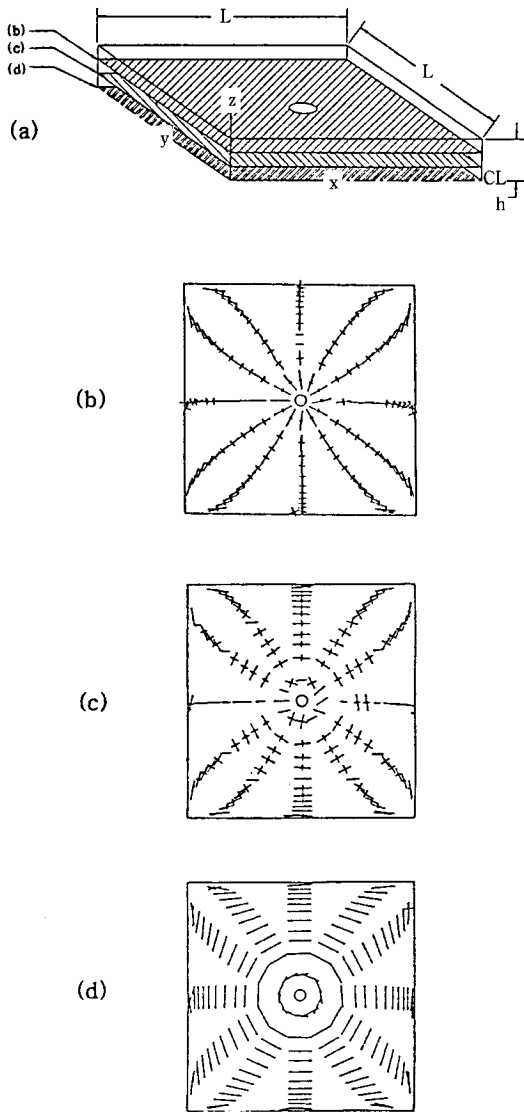


Fig. 8. (a) The radial flow domain ( $L=10$  cm,  $h=0.15$  cm), The planar fiber orientations by projecting the orientation ellipsoid are shown at: (b)  $z=2/3$  h, (c)  $z=1/3$  h, (d)  $z=0$ .

섬유들이 흐름방향으로 정렬됨을 알 수 있다. 실제 열가소성 고분자복합재료인 경우 두께방향으로 얇게 잘라 CMR(Contact Micro-Radiography)과 Birefringence test를 한 결과 섬유배향구조가 서로 다른 skin 구조와 core 구조를 보이는 것이 많은 연구결과 [18-20] 보고되었다. 즉 skin 구조에서는 단섬유들이

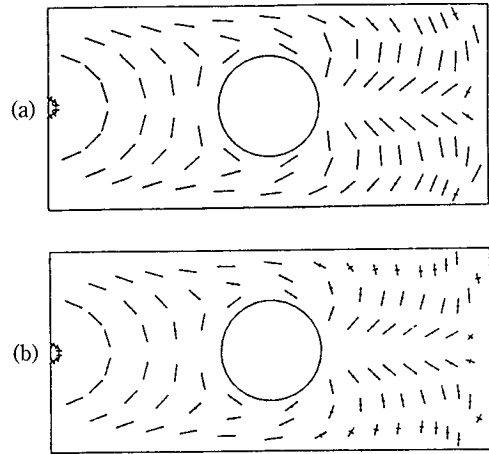


Fig. 9. Comparison between predicted fiber orientations with (a)  $C_f=0.005$  and (b)  $C_f=0.05$ .

흐름방향으로 정렬되고 core 구조에서는 흐름방향에 수직으로 정렬되는 것을 보이고 있다. 본 수치모사에서는 어떤 두께  $z$  부분에서 출발한 추적 섬유 입자는 계속 같은  $z$ 값을 유지하면서 이동한다는 가정에서 출발하였으므로, 실제로 관찰되는 분수유동 효과(fountain flow effect)를 생각할 때 두께방향으로의 입자의 이동을 고려하지 않은 점을 들 수 있다. 또한, 수치모사에서 쓰인  $C_f$ 값도 일종의 가정치이므로  $C_f$ 값에 대한 변화도 생각할 수 있다. Fig.9에서와 같이  $C_f$ 값이 증가하면 섬유와 섬유간의 상호작용이 커져 다소 임의배향화하려는 경향을 보여준다.

#### 4. 결 론

단섬유가 보강된 비정상상태 흐름에 대하여 섬유와 섬유간의 상호작용을 고려하여 유동형태가 섬유배향에 미치는 영향에 대하여 알아보았다. 유한 요소/관할 부피 방법에 의하여 복잡한 금형구조에서의 유동을 해석하고 입자 추적법으로 도입하여 섬유의 배향분포를 예측하는 프로그램을 개발하였다. 수치모사 결과 금형벽면과 내부 방해체에 의한 shear의 영향으로 섬유는 벽면과 내부 방해체, 웰드라인 주위를 따라 정렬하고, 수축유동에서는 흐름방향으로 정렬하는 반면, 확장유동에서는 흐름방향에 수직으로 배열하는 결과를 나타내었다. 또한 위 아래 벽

면으로 인한 shear의 영향으로 두께의 변화에 따라 전혀 다른 섬유배향분포를 보여주었다. 즉 skin 구조에서는 흐름방향으로 정렬하고 core 구조에서는 흐름방향에 수직하게 정렬되며 진행되는 것을 알 수 있었고, 섬유상호계수값이 커질수록 임의배향화하는 것을 보였다. 이상과 같은 수치모사 결과들은 앞서 실험적으로 분석된 바 있는 연구들에서 지적된 여러 유동형태에 따른 섬유배향경향에 어느 정도 유사한 배향분포를 보여주고 있다. 앞으로 실지 고분자복합재료에 응용하기 위해서는 고분자 농축 현탁액에 맞는 유변 방정식이 개발되어야 하고 섬유가 유동에 미치는 영향도 고려되어야 하겠다.

### 감 사

본 연구는 (주)럭키와 산학재단의 연구비 지원에 의하여 이루어졌음을 밝히고 이에 감사의 뜻을 표합니다.

### 기 호

- $a_{ij}$  : ij component of second order orientation tensor
- $C_I$  : interaction coefficient
- f : fill factor
- F : parameter combining quadratic and linear closure approximation
- h : half gap width of a cavity
- p : isotropic pressure
- $\hat{p}$  : unit vector along the axis of fiber
- q : flow rate
- $r_c$  : fiber aspect ratio
- S : parameter defined as a measure of fluidity
- u : actual velocity component in x-direction
- v : actual velocity component in y-direction
- $\bar{u}$  : average velocity component in x-direction through the gap width
- $\bar{v}$  : average velocity component in y-direction through the gap width
- $\dot{\gamma}$  : rate of deformation tensor

- $\eta$  : viscosity of fluid
- $\lambda$  : shape parameter of particle
- $\rho$  : density of fluid
- $\Psi$  : orientation distribution function
- $\omega$  : vorticity tensor

### 참고문헌

1. G.B. Jeffery, *Proc. Roy. Soc.*, **A102**, 161 (1922).
2. R.C. Givler, M.J. Crochet and R.B. Pipes, *J. Compos. Mat.*, **17**, 330 (1983).
3. F. Folgar and C.L. Tucker, *J. Reinf. Plast. Comp.*, **3**, 98 (1986).
4. W.C. Jackson, S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Compos. Mat.*, **20**, 539 (1986).
5. S.M. Dinh and R.C. Armstrong, *J. Rheol.*, **28**, 207 (1984).
6. M.A. Bibbo, S.M. Dinh and R.C. Armstrong, *J. Rheol.*, **29**, 905 (1985).
7. S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Rheol.*, **31**, 751 (1987).
8. M.R. Kamal, E. Chu, P.G. Lafleur and M.E.R. Yan, *Poly. Eng. Sci.*, **26**, 190 (1986).
9. S. Subbiah, D.L. Trafford and S.I. Güçeri, *Int. J. Heat Mass Trans.*, **32**, 415 (1989).
10. M.C. Altan, S. Subbiah, S.I. Güçeri, and R.B. Pipes, *Poly. Eng. Sci.*, **30**(14), 848 (1990).
11. R.A. Behrens, M.J. Crochet, C.D. Denson and A.B. Metzner, *AIChE J.*, **33**(7), 1168 (1987).
12. C.L. Tucker and F. Folgar, *Poly. Eng. Sci.*, **23**(2), 69 (1983).
13. H.H.D. Frahan, V. Verleye, F. Dupret and M.J. Crochet, *Poly. Eng. Sci.*, **32**(4), 254 (1992).
14. V.W. Wang, Ph. D. Thesis, Cornell University, Dept. of Mechanical Eng. (1985).
15. Z. Tadmor, E. Broyer and C. Gutfinger, *Poly. Eng. Sci.*, **14**, 660 (1974).
16. S.G. Advani and C.L. Tucker, *ANTEC*, 687 (1988).
17. T. Matsuoka, J. Takabatake, Y. Inoue and H. Takahashi, *Poly. Eng. Sci.*, **30**(16), 957 (1990).
18. M.J. Folkes and D.A.M. Russell, *Polymer*, **21**, Nov, 1252 (1980).
19. P.F. Bright, R.J. Crowson and M.J. Folkes, *J. Mat. Sci.*, **13**, 2497 (1978).
20. L.A. Goettler, *Poly. Comp.*, **1**, 60 (1984).