

〈論 文〉

비포화 흐름에서 모세관 이력현상 모형의 고찰 : State of The Art

Capillary Hysteresis Model in Unsaturated Flow : State of The Art

박 창근\*, 선우중호\*\*

PARK Chang Kun and SONU Jung Ho

**Abstract** □ The purpose of this study is to analyse existing hysteresis models and to propose a new type of model. The existing hysteresis models are classified by three types: interpolation model, scaling model and domain model, of which the domain model is based on the theoretical approach. Models which need one branch of hysteresis loop for calibration are developed based on the independent domain concept, however, they are not successful to accurately simulate the real data of Rubicon Sandy Loam and Dune Sand. There is a possibility that a new model is based on the dependent domain model considering the pore blockage effect against air entry for homogeneous porous media(model III-1, Mualem, 1984). Concludingly, a new type of hysteresis model is proposed by simplifying Model III-1 using a proper assumption.

**要 旨** : 본 연구의 목적은 기존에 발표된 이력현상 모형들을 분류하여 각 모형들의 특징을 비교하고 새로운 이력현상 모형의 형태에 대해 논하고자 한다. 기존에 발표된 이력현상 모형은 내삽모형, 축척모형과 영역모형으로 대별되며, 그중 영역모형만이 이론적 배경을 가지고 있다. 모형의 보정을 위해 한개의 주곡선의 자료가 필요한 기존의 모형들의 타당성을 검증하기 위하여 Rubicon Sandy Loam과 Dune Sand의 실측자료와 비교하여 본 결과, 이들 모형들은 실측자료를 잘 모사할 수 없음을 알 수 있었다. 따라서 새로운 모형의 형태의 가능성을 종속영역모형에서 찾을 수 있으며, 종속영역모형중에서도 순수한 매체에 대해 공극으로 공기의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과의 정도를 설명하는 가중치를 도입한 모형(Model III-1, Mualem, 1984)을 단순화시키기 위해 이 모형에 적절한 가정을 부가한 형태의 모형이 새로운 형태의 모형에 대한 하나의 대안이 될 수 있음을 본 연구는 제시하고 있다.

1. 연구의 필요성과 목적

침투는 물이 지표면을 통하여 땅속으로 스며드는 현상을 말하며 이는 물의 순환과정 특히 강우와 유출의 관계에 있어서 매우 중요한 요소이다. 수문학 연구중의 많은 부분이 강우와 유출관계를 정립하는데 이루어지고 있는 바, 이 중에서 가장 많은 불확실성을 가지고 있는 요소가 침투현상이다. 따라서 침투현상에 대한 이해의 증진은 강우-유출 모형이 더욱더 물리적 의미를 가지게 한다. Singh(1989)은 미국의 경우 총강우중 지표면에서 침투되는 양은 강우의 형태에 따라 총강우의 약 30%에서 100%에 해당한다고 보고하고 있

다. 강우-유출 모형에서 유효강우량 또는 침투량이 가장 민감한 매개변수이다(Singh와 Woolhiser, 1976).

이러한 관점에서 볼 때 침투량의 강우에 대한 상대적 크기는 결코 무시되어질 수 없는 반면, 강우-유출 모형에 비해 침투에 대한 연구가 미진한 실정이고 특히 외국에 비하면 초보적 단계에 있다. 따라서 수문학의 여러분야중에서 흙속에서 발생하는 비포화 흐름과 그와 관련된 제반문제(침투현상, 침투율, 침투량, 함수량 분포 등)를 물리적으로 해석하는 연구는 중요하다고 할 수 있다. 또한 물리적으로 잘 해석된 침투현상을 이용하여 강우-유출 모형을 구성하게 되면 현실을 보다 잘 재현할 수 있는 모형이 될 것이다.

\* 서울대학교 토목공학과 박사과정 수료

\*\* 서울대학교 토목공학과 교수

논이나 밭의 관개 계획을 수립하는데 있어서 흙의 종류에 따른 침투율의 정확한 산정은 매우 중요한 요소이다. 또한 밭 관개에 있어서 관개수가 작물의 뿌리 하단부 아래로 침투하는 것을 지양해야 하므로 관개수 침투에 의한 흙속의 함수량 분포를 정확히 해석하는 것이 필요하다. 따라서 흙속의 비포화 흐름에 관한 연구는 관개 계획에 있어서 기본적인 요소가 되고, 비포화 흐름을 보다 정확히 해석하므로써 효율적인 관개 계획을 수립할 수가 있다.

지표면에 방치되거나 흙속에 매립한 산업폐기물과 폐수처리 슬러지 등과 같은 오염물질은 하천과 지하수를 점점 더 심각하게 오염시키고 있고, 지하수는 그 중요성이 증대되어 농업용수와 공업용수로써 그 사용이 증가하고 있는 추세이다. 오염물질은 지표면 또는 흙속에서 강우에 의해 침투되는 물의 양과 침투속도에 따라 확산과 분해되면서 물과 함께 비포화 영역을 거쳐 지하수면에 도달하여 대수층내에서 이동하게 된다. 따라서 지하수 오염의 연구에서 침투에 의해 발생하는 흙속의 비포화 흐름에 관한 연구가 기본이 되지 않고서는 오염물질 이동의 해석을 기대할 수 없다. 지하수의 오염은 이미 심각한 경지에 도달하였다는 보고가 많은 연구자에 의해 발표되었으며, 지하수 오염에 효율적으로 대처하기 위해서는 비포화 흐름에 관한 연구에 지속적인 관심을 가져야만 한다.

이상과 같이 유역, 농업, 환경 수문학적 관점에서 볼 때 강우 침투에 의한 흙속의 비포화 흐름을 정확히 해석하고 이해하는 것은 매우 중요하다. 따라서 본 연구에서는 비포화 흐름의 이해의 일환으로 비포화 흐름에서 발생하는 모세관압력과 함수량 사이의 이력현상에 대한 연구동향을 살펴보고 발표된 이력현상모형들을 분류하여 각 모형들의 특징을 비교하고 새로운 이력현상 모형의 형태에 대해 논하고자 한다.

## 2. 연구 동향

비포화 흐름에서 이력현상이란 물 보유곡선,  $\theta(\Psi)$  (water retention function) 또는 투수계수 곡선,  $K(\theta)$  이 마름과정(drying process)과 젖음과정(wetting process)에서 다르게 나타나는 현상이며, 전자를 모세관 압력수두 이력현상이라 하고 후자를 투수계수 이력

현상이라 한다. Kool과 Parker(1987)에 의하면 비포화 흐름을 해석할 때 이력현상을 무시하는 것은 그 영향이 무시되어진다는 사실에 근거를 둔 것이 아니고, 이력현상 모형을 적절히 검증하기 위한 충분한 실측자료가 부족하다는 편이성에 근거를 두고 있다고 지적하고 있다.

이력현상을 모형화하는 목적은 관찰된 모세관력 이력현상에 대한 물리적 거동의 이해에 도움을 주고,  $\theta-\Psi$  관계 예측의 정확성을 증대시키는데 있으며, 또한 이의 정확성을 유지하면서 모형의 보정(calibration)에 필요한 실측자료의 양을 줄일 수 있으며 프로그래밍하기에 효율적인 모형을 개발하여, 궁극적으로 비포화 흐름을 보다 더 정확하고 효율적으로 해석하고자 하는데 있다.

비포화 흐름을 지배하는 식은 Darcy식과 연속방정식을 결합한 종속변수가 모세관 압력수두인 다음과 같은 형태의 1차원 Richards(1931) 식으로 표시된다.

$$C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} [K(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial z}] - \frac{\partial \Psi}{\partial z}, C(\Psi) \\ = \frac{\partial \theta(\Psi)}{\partial \Psi} \quad (1)$$

여기서  $C(\Psi)$ 는 단위 모세관 압력수두 변화에 의한 함수량의 변화(water capacity),  $\Psi$ 는 모세관 압력수두,  $\theta$ 는 함수량,  $K$ 는 투수계수,  $t$ 는 시간,  $z$ 는 연직하방향 양수인 거리를 나타낸다. 식(1)에서 우변의 첫째 항은 모세관압력에 의한 함수량의 변화, 둘째항은 중력에 의한 함수량의 변화를 나타낸다.

식(1)을 해석하려면  $\theta(\Psi)$ 와  $K(\Psi)$ 에 대한 흙의 실측자료가 필요한데 Topp 등(1966, 1967), Topp(1969, 1971a), Talsma(1970), Poulouvassilis(1970a), Vachaud와 Thony(1971)의 실험실 실험에 의하면  $\theta(\Psi)$  관계에서는 상당한 이력현상이 관찰되었고,  $K(\Psi)$ 관계에서는 거의 무시할 정도의 이력현상이 관찰되었다고 보고하고 있다.

Watson 등(1975), Royer와 Vachaud(1975)는 현장 실험을 통하여 무시할 수 없는 모세관 이력현상을 관찰하였다. Beese와 Ploeg(1976), Hoa 등(1977)은 이력현상을 고려하지 않은 수치해는 실측자료와 비교하여 불

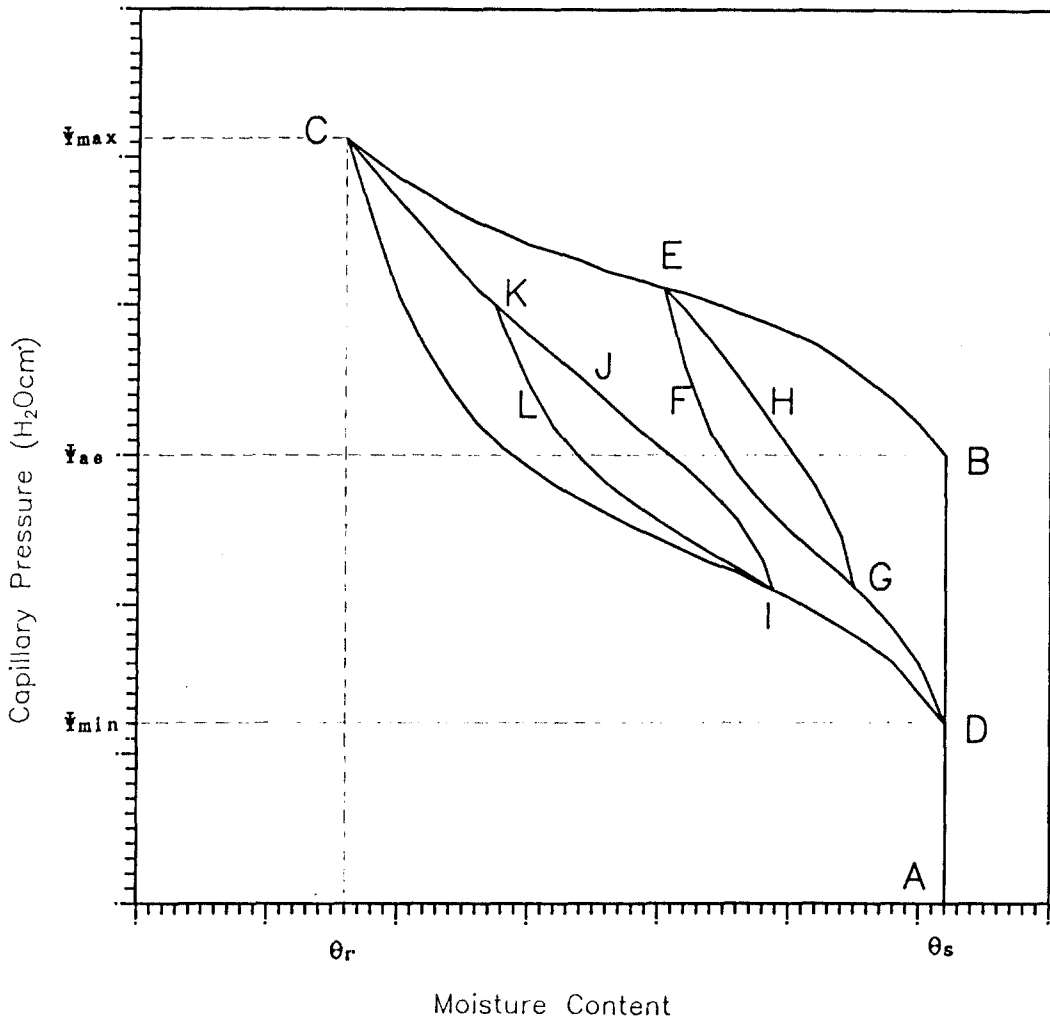


Fig.1 Typical  $\theta(\Psi)$  Hysteresis for Sand

- Curve ADBEC: MDC, Curve CIDA: MWC, Curve IJKC: PCD, Curve EFGD: PWC, Curve GHE: SDC, Curve KLI: SWC, M: Main, P: Primary, S: Secondary, D: Drying, W: Wetting
- MDC, MWC are after experimental data of Poulouvassilis and Childs(1971), while scanning curves are simulated using Model III-1(Mualem, 1984)
- Coordinates: E( $\theta^d_1, \Psi^d_1$ ), I( $\theta^w_1, \Psi^w_1$ ), K( $\theta^d_2, \Psi^d_2$ ), G( $\theta^w_2, \Psi^w_2$ )

때 상당한 오차를 발생시킨다고 보고하고 있다.  
 Watson과 Sardana(1987)는 이력현상을 고려한 계산치와 주 젖음곡선만을 고려한 계산치를 비교하였는데 이력현상을 고려한 경우 재분포 과정에서 습윤전선(wetting front)이 더 느리게 진행된다고 보고하고 있

다. 또한 Hopmans과 Dane(1986)은 비포화 흐름에서 이력현상의 영향이 온도의 영향보다 더 지배적임을 보여 주었다. 따라서 본 연구에서는 비포화 흐름에서 모세관 이력현상만을 고려하고자 한다. 모래(Poulouvassilis와 Childs, 1971)에 대한 전형적인 이력현상이 Fig.1에 나

타나 있다.

기존에 제안된 이력현상을 설명하는 모형은 내삽모형(interpolation model: Whisler & Watson, 1969; Klute & Heermann, 1974; Curtis & Watson, 1984 등이 제안), 축척모형(scaling model: Dane & Wierenga, 1975; Scott et al, 1983; Parker & Lenhard, 1987 등이 제안)과 영역모형(domain model)으로 대별된다. 내삽모형은 주곡선상에서 변환(reversal)이 발생하면 그 변환점을 둘러싸고 있는 두개의 1차곡선 또는 1차곡선과 주곡선의 도표화된 자료로부터 내삽하여 해당하는 1차곡선을 구하는 방법이다. 이 모형은 모형의 보정을 위해 많은 실측자료가 필요하므로 모형의 효율성이 떨어지고, 펌핑효과(pumping effect)를 발생시키는 단점을 가지고 있다.

축척모형은 주어진 주곡선에 대한 도표화된 실측자료를 이용하거나 또는 실측자료로부터 매개변수를 추정된 물 보유함수  $\theta(\Psi)$  식을 이용하여 적당한(임의의) 방법으로 주곡선을 축척하여 내부곡선을 구하는 방법이다. 이 모형은 모형의 구조상 모형의 보정을 위해 반드시 한쌍의 주곡선에 대한 실측자료가 필요하고 이론적 기반이 빈약하며, Parker & Lenhard(1987) 모형을 제외하고 모두 펌핑효과를 발생시킨다. 펌핑효과란 주어진 두 함수량사이에서 마름과정과 젖음과정이 반복하여 발생하면 주마름곡선(또는 주젖음곡선)에서 시작한 이력현상 곡선이 주젖음곡선(또는 주마름곡선)으로 접근하는 현상이므로, 펌핑효과를 발생시키는 모형은 내부곡선을 폐합된 환상(closed loop)으로 묘사하지 못하므로 바람직한 모형이 아니다.

이에 반하여 영역모형이 상대적으로 이론적 기반을 가지고 있으므로 본 연구에서는 영역모형을 중심으로 논의를 계속하고자 한다. 영역모형은 개념적 모형으로 공극매체(porous media)를 특정한 마름공극반경과 젖음공극반경을 가진 공극영역들(porous domains)의 집합으로 간주하고, 이 반경들의 분포가 매체의 이력현상 거동을 결정한다. 영역모형은 독립(independent) 영역모형과 종속(dependent) 영역모형으로 나눌 수 있다. 독립영역모형은 공극으로 물이 들어갈 때 각 공극은 독립적으로 거동한다는 가정하에서, 종속영역모형은 각 공극은 이웃하는 공극들의 영향을 받는다는 가정하에서 이력현상을 설명하는 모형이다.

Poulovassilis(1962)가 독립영역개념을 도입하여 처음으로 함수량-모세관 압력수두의 이력현상을 설명하였고, Poulovassilis(1970a)는 모래를 사용한 실험을 통해 독립영역모형이 이력현상을 비교적 잘 묘사하고 있다고 보고하였다. 그러나 Topp과 Miller(1966)는 유리구슬 매체를 이용한 실험에서 잘 발달된(well-defined) 공기임계압력( $\Psi_{ae}$ : air entry value, threshold pressure) 때문에 독립영역모형으로 이력현상을 묘사하기에는 부적절하고, Poulovassilis(1962)의 실측자료와 독립영역모형에 의한 계산치가 비교적 잘 일치하는 이유는 실측자료의  $\Psi_{ae}$ 가 발달되지 않았기 때문(즉  $\Psi_{ae} \approx 0$ )이라고 보고하였다.

Topp(1971a)은 silt loam과 clay loam에 대한 실험에서, Vachaud와 Thony(1971)는 모래에 대한 실험에서 이력현상을 독립영역모형으로 묘사하기에는 부적절하다고 보고하였다. Talsma(1970)는 독립영역모형은 거친 모래에 대한 이력현상은 비교적 잘 묘사하지만 세립 모래에 대해서는 부적절하고 종속영역모형을 사용하면 해결 가능하리라고 언급하고 있다. 상기 연구자들의 이력현상을 설명하는 모형은 많은 양의 실측자료(한쌍의 주곡선과 다수의 1차곡선)가 필요하여 실제로 비포화 흐름에 적용하기에는 효율적이지 못하다. 따라서 Mualem(1973, 1974, 1977), Parlange(1976, 1980), Mualem과 Morel-Seytoux(1978), Hogarth 등(1988)은 비포화 흐름에 쉽게 적용할 수 있는 독립영역개념에 기초를 둔 간단한 모형을 제시하였다.

Topp(1971b)은 종속영역개념을 사용하여 이력현상을 설명하였는데, 이 모형은 많은 양의 실측자료를 필요로 하고 공극분포함수를 정의하는 식을 시산법으로 풀어야 하므로 모형의 효율성이 떨어졌다. Poulovassilis와 Childs(1971)는 공극 매체를 마름과정을 설명하는  $\alpha$ -요소와 젖음과정을 설명하는  $\beta$ -요소로 구분하여 공극분포함수를 정의하였으며, 이 함수를 결정하기 위하여 필요한 실측자료가 매우 과다하여 모형의 효율성이 떨어지는 단점을 지니고 있다.

한편 Mualem과 Dagan(1975)은 Topp(1971b)의 기본개념을 일반화시켜 비포화 흐름에 적용하기에 충분히 간단한 모형을 개발하였다. Mualem과 Miller(1979), Mualem(1984), 박과 선우(1991)는 Mualem과 Dagan(1975)의 모형보다 간단하면서도 적용하기에 용이한 수

정된 모형을 제시하였다. Table 1에 영역모형의 종류와 제안자 그리고 각 모형의 특징들이 요약되어 있다.

이력현상 모형중 영역모형을 고려하여 비포화 영역 내에서의 물리적 현상을 해석한 연구로는 다음과 같다. Nieber와 Walter(1981)는 Model III 을 사용하여 2 차원 비포화 흐름의 실측자료와 수치해를 비교하였다. Stauffer(1982)는 Model III 을 사용하여 2차원 비포화-포화 흐름을 유한요소법으로 해석하여 실측자료와 비교하였다. Milly(1982)는 Haverkamp 등(1977)의 물 보유 함수를 사용하여 주곡선을 표시하고 내부곡선은 Model II-1을 사용하여 물과 열의 이송(transport)에 대한 수치모형을 개발하였다. Hopmans와 Dane(1986)은 Model III-1을 사용하여 이력현상과 온도의 영향에 대해 연구한 바 있고, Mualem(1976)는 Model III-1의 방법을 이용하여  $K(\Psi)$  이력현상을 설명하는 모형을 개발하였다.

3. 영역모형(domain model)의 분류

영역모형은 개념적 모형으로서 공극매체를 공극의 간격을 대표하는 반경과 공극의 체적을 대표하는 반경을 가진 공극영역들의 집합으로 간주하고, 이 반경들에 의해 특징지워지는 공극분포함수  $f(r^*, \rho^*)$ 에 의해 공극매체의 이력현상이 설명되어 진다. 따라서 공극매

체내에서 이 반경들이 각 함수량의 증분에 대하여 어떻게 분포되어 있고 그 분포를 어떻게 알 수 있는가 이것이 영역모형의 핵심이다.

공극들의 집합으로 이루어진 가상적인 공극매체를 특징지우는 두개의 매개변수  $r^*$ 과  $\rho^*$ 를 다음과 같이 정의하자. 모세관 법칙에 의해  $\Psi = \alpha/R^*$  ( $\alpha$ 는 음인상수)이므로 마름과정에서 모세관 압력수두  $\Psi^d$ 에 해당하는 대표반경  $R^*$ 을 공극의 간격을 대표하는 반경  $r^*$ , 젖음과정에서 모세관 압력수두  $\Psi^w$ 에 해당하는 대표반경  $R^*$ 을 공극의 체적을 대표하는 반경  $\rho^*$ 로 표시할 수 있다. 따라서 이력현상 때문에 임의의 유효 함수량  $\theta (= \theta - \theta_r, \theta_r$ 은 잔여함수량이고 이하에서는  $\theta$ 를 함수량이라 부른다)에 대해 마름과정과 젖음과정에 해당하는 두개의 모세관 압력수두 즉  $\Psi^d, \Psi^w$ 가 존재하므로 이력현상을 특징지우는 매개변수는  $\Psi^d, \Psi^w$ (또는  $r^*, \rho^*$ )가 된다.  $r^*$ 과  $\rho^*$ 를 무차원화시키면

$$r = \frac{(r^* - R_{min}^*)}{(R_{max}^* - R_{min}^*)} \rho = \frac{(\rho^* - R_{min}^*)}{(R_{max}^* - R_{min}^*)} \quad (2)$$

로 되고, 여기서  $R_{max}^*$ 와  $R_{min}^*$ 는 모세관 법칙에 의해 각각  $\Psi_{max}$  ( $=\Psi_w$ , water entry value)와  $\Psi_{min}$ 에 해당하는 반경이다. 따라서 공극매체의 이력현상은 공극분포함수  $f(r, \rho)$ 에 의해 설명되어질 수 있고, 공극분포함수

(Table 1) Classification of Domain Model

Type	Model	Proposed by	Data Needed	Feature
IDM	Model I	Mualam(1973)	2MC	Neel, f=hm
	Model I-1	Mualam(1977)	1MC	Neel, f=hh
	Model I-2	Parlange(1976, 1980)	1MC	Neel, f=m, h=1
	Model II	Mualam(1974)	2MC	Nualam, f=hm
	Model II-1	Mualam(1977)	1MC	Mualam, f=hh
DDM	Model III	Mualam and Dagan(1975)	2MC, 1PDC	$P_w=1, P_a<1$ , Mualem, f=hm
	Model III-1	Mualam(1984)	2MC	$P_w=1, P_a<1$ , Mualem, f=hh
	Model IV	Mualam and Dagan(1975)	2MC, 1PDC, 1PWC	$P_w=1, P_a<1$ , Mualem, f=hm
	Model IV-1	Park and Sonu(1991)	2MC, 1PDC	$P_w=1, P_a<1$ , Mualem, f=hh

IDM=Independent domain model, DDM=Dependent domain model,  
 MC=Main Curve, PDC=Primary Drying Curve, PWC=Primary Wetting Curve,  
 Neel=using Neel diagram, Mualam=using Mualam diagram,  
 f=pore distribution function  
 Pa, Pw=weighting factor accounting for pore blockage against air, water entry  
 f=h, h, f=h, m mean  $f(r, \rho) = h(r) \cdot h(\rho)$ ,  $f(r, \rho) = h(r) \cdot m(\rho)$ , respectively.

는 다음과 같이 정의된다.

임의의 함수량  $\theta$ 가  $\theta + d\theta$ 로 변화하면  $d\theta$ 는 공극 반경  $r \rightarrow r - dr$  (즉  $\Psi^d \rightarrow \Psi^d - d\Psi^d$ ),  $\rho \rightarrow \rho + d\rho$  (즉  $\Psi^m \rightarrow \Psi^m + d\Psi^m$ )로 변할 때 공극매체가 포함하고 있는 함수량의 변화에 해당하므로  $d\theta = f(r, \rho) dr d\rho$ 로 표시할 수 있다. 따라서 공극매체가 포함하고 있는 함수량은

$$\theta = \iint f(r, \rho) dr d\rho \quad (3)$$

로 표시되는데, 적분은 물로 채워져있는 모세관 압력 수두 구간에 해당하는 공극반경 구간에서 행한다. 한편 Philip(1964)이 실험에 의해 그 타당성을 입증한 유사사정(similarity hypothesis)을 도입하면 공극분포함수는

$$f(r, \rho) = h(r)m(\rho) \quad (4)$$

로 표시되므로 식(3)은 다음과 같이 표시된다.

$$\theta = \iint h(r)m(\rho) dr d\rho \quad (5)$$

여기서  $h$ 는 면적 공극율,  $m$ 은 부피 공극율이다. 식(5)를 적분하기 위해 개념적인 Mualem 도식(diagram) 또는 Neel 도식을 사용하는데 적분의 편의상  $H$ 와  $M$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$H(R) = \int_0^R h(r) dr, \quad M(R) = \int_0^R m(\rho) d\rho \quad (6)$$

식(5)를 해석하여 이력현상을 설명하는 것이 독립영역 모형이다.  $\Psi_u > \Psi_s$  (즉  $\rho > r$ )를 만족하는 이력영향(hysteretic contribution)만을 고려한 Neel 도식을 사용하고  $f(\Psi^d, \Psi^m) = h(\Psi^d)m(\Psi^m)$ 인 관계를 이용하여 식(5)를 해석한 것이 Model I 이고(Mualem, 1973), 순수한 매체에 대하여  $h(r) = m(\rho)$ 로 가정하여 식(5)를 해석한 것이 Model I-1이다(Mualem, 1977).

식(4)에서  $f = m(h=1)$ 로 가정하여 Neel 도식을 사용하여 식(5)를 해석한 것이 Model I-2이다(Parlange, 1976, 1980; Mualem & Morel-Seytoux, 1978). 이력영향과 비이력영향(reversible contribution) 모두를 고려하는  $0 < r, \rho < 1$ 인 공극영역에서 Mualem 도식을 사용하여 식(5)를 해석한 것이 Model II 이고(Mualem, 1974),  $h(r) = m(\rho)$ 으로 가정하여 식(5)를 해석한 것이 Model II-1이다(Mualem, 1977).

모래와 같이 공기임계압력( $\Psi_u$ )이 잘 발달된 흙에 대해 독립영역모형은 내부곡선(scanning curves)을 잘 예측하지 못하기 때문에 종속영역모형이 도입되었다. 종속영역모형은 공극매체로 공기가 들어갈 때 각 공극의 거동은 이웃하는 공극들의 영향을 받는데 그 정도를 설명하는 가중치  $P_s(\theta)$ 를 도입하여 독립영역모형에 적용한 모형이다. 여기서  $P_s(\theta)$ 는 '공극으로 공기의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과'(pore blockage effect against air entry)의 정도를 설명하는 가중치로 함수량  $\theta$ 의 함수가 되고 1보다 작거나 같으며 다음과 같이 정의된다.

$$P_s(\theta) = \frac{\text{실제 공극으로부터 나오는 물의 양}}{\text{공극이 공기의 자유로운 접근을 허용할 때 나오는 물의 양}} \quad (7)$$

공기가 공극으로 진입할 때 공극내에 함수량이 많으면(또는 적으면) 공극으로 공기의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해 효과가 크게(또는 작게) 나타나기 때문에 공극으로 공기의 진입이 어렵게(또는 쉽게) 되므로, 공극이 공기의 자유로운 접근을 허용할 때 나오는 물의 양과 비교하면 실제 공극으로부터 나오는 물의 양은 적게(또는 비슷하게) 되므로  $P_s$ 는 0(또는 1)에 가깝다는 물리적 의미를 가지고 있다.

또한 이와 비슷하게 '공극으로 물의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과'도 설명되어질 수 있고 이에 상응하는  $P_u(\theta)$ 도 정의되어 진다. 따라서 종속영역모형은 식(5)에  $P_s$ 와  $P_u$ 를 도입한 다음과 같이 표시되는 식(8)을 해석하여 이력현상을 설명하는 것이다.

$$\theta = \iint h(r)m(\rho) P_s(\theta) P_u(\theta) dr d\rho \quad (8)$$

여기서  $P_s = P_u = 1$ 이면 독립영역모형에 해당한다.

식(8)에서  $P_s < 1$ ,  $P_u = 1$  (즉 공극으로 공기의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과만 고려)이고 Mualem 도식을 이용하여 식(8)을 해석한 것이 Model III 이고(Mualem과 Dagan, 1975) 균질매체에 대하여  $h(r) = m(\rho)$ 로 가정하여 식(8)을 해석한 것이 Model III-1이다(Mualem, 1984).

$P_s < 1$ ,  $P_u < 1$ 인 식(8)을 해석한 것이 Model IV 이고(Mualem과 Dagan, 1975),  $h(r) = m(\rho)$ 로 가정하여 식

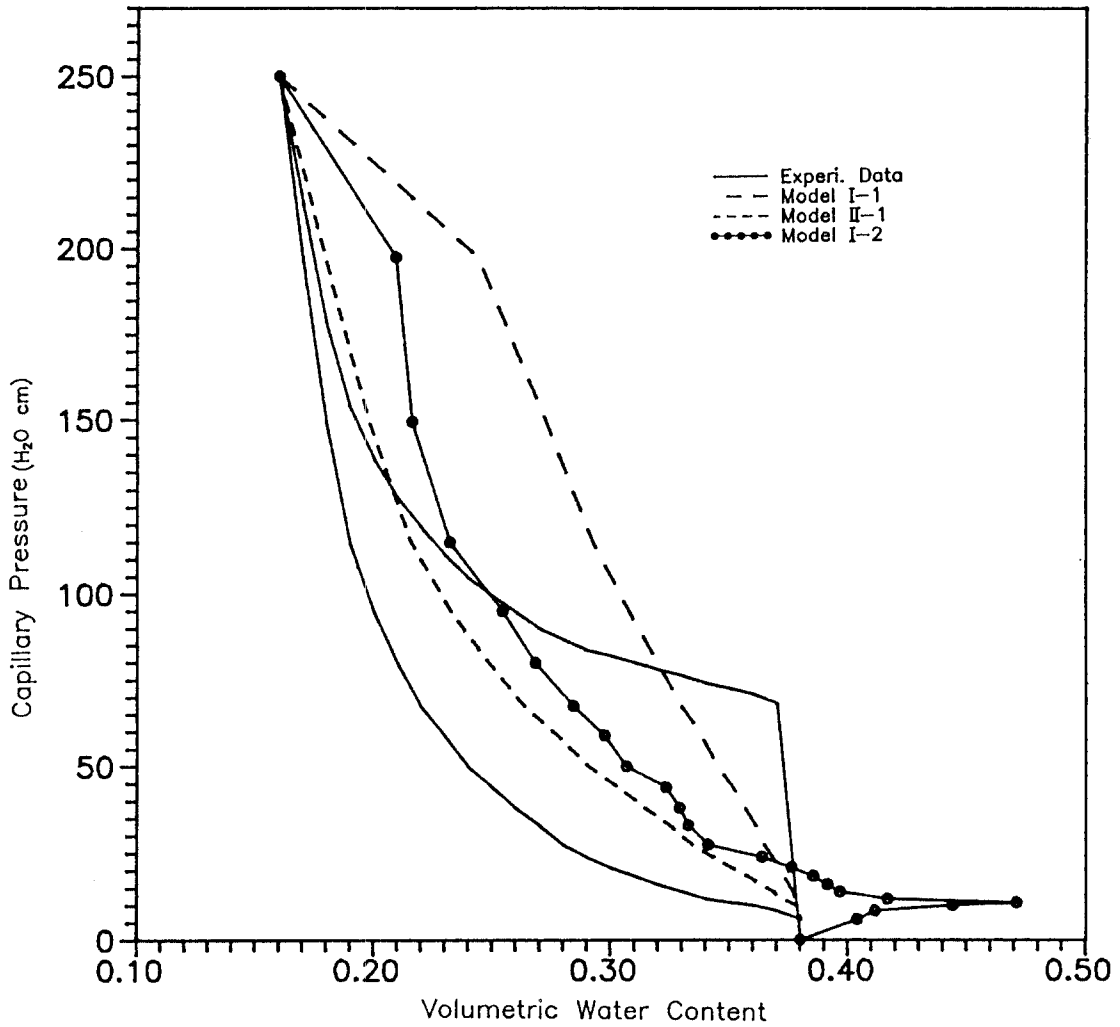


Fig.2 Comparison of Model I-2 & II-1 with Experimental Data of Rubicon Sandy Loam(after Topp, 1969)

(8)을 해석한 것이 Model IV-1이다(박과 선우, 1991). 이상의 영역모형의 분류를 요약한 내용이 Table 1에 나타나 있다.

Table 1에 있는 각 영역모형의 특징을 살펴보면, 가중치  $P_s = P_w = 1$ 로 두고 상사가정을 고려하면 식(5)에서 미지수는 식(6)의 H와 M이 되므로 필요한 실측자료는 한쌍의 주곡선(main curves)이다. 이때 Neel 도식을 이용하여 미지수 H와 M을 구하는 방법이 Model I이고 Mualem 도식을 이용하면 Model II가 된다. 순수한 매체에 대하여  $H=M$ (즉  $h=m$ )으로 가정하거나  $f=m$ ( $h=1$ )로 가정하면 미지수는 하나뿐이므로 한개의 주

곡선에 대한 실측자료로 부터 미지수를 구할 수 있다.

Neel 도식을 이용하여 미지수를 구하는 방법이 Model I-1, Model I-2이고 Mualem 도식을 이용하면 Model II-1이 된다. 가중치  $P_w=1$ 로 두고  $P_s$ 를 미지수로 두어 상사가정을 도입하면 Model III이 된다. 이때 Model III의 미지수는  $P_s, H, M$ 이 되므로 필요한 실측자료는 한쌍의 주곡선과 한개의 1차마름곡선(primary drying curve)이고 ( $P_w=1$ 이고  $P_s$ 는 미지수이므로 1차마름곡선이 필요), Mualem 도식을 이용하여 3개의 미지수를 구한다. 순수한 매체에 대해  $H=M$ 으로 가정하면 미지수는  $P_a$ 와 H이므로 한쌍의 주곡선으로

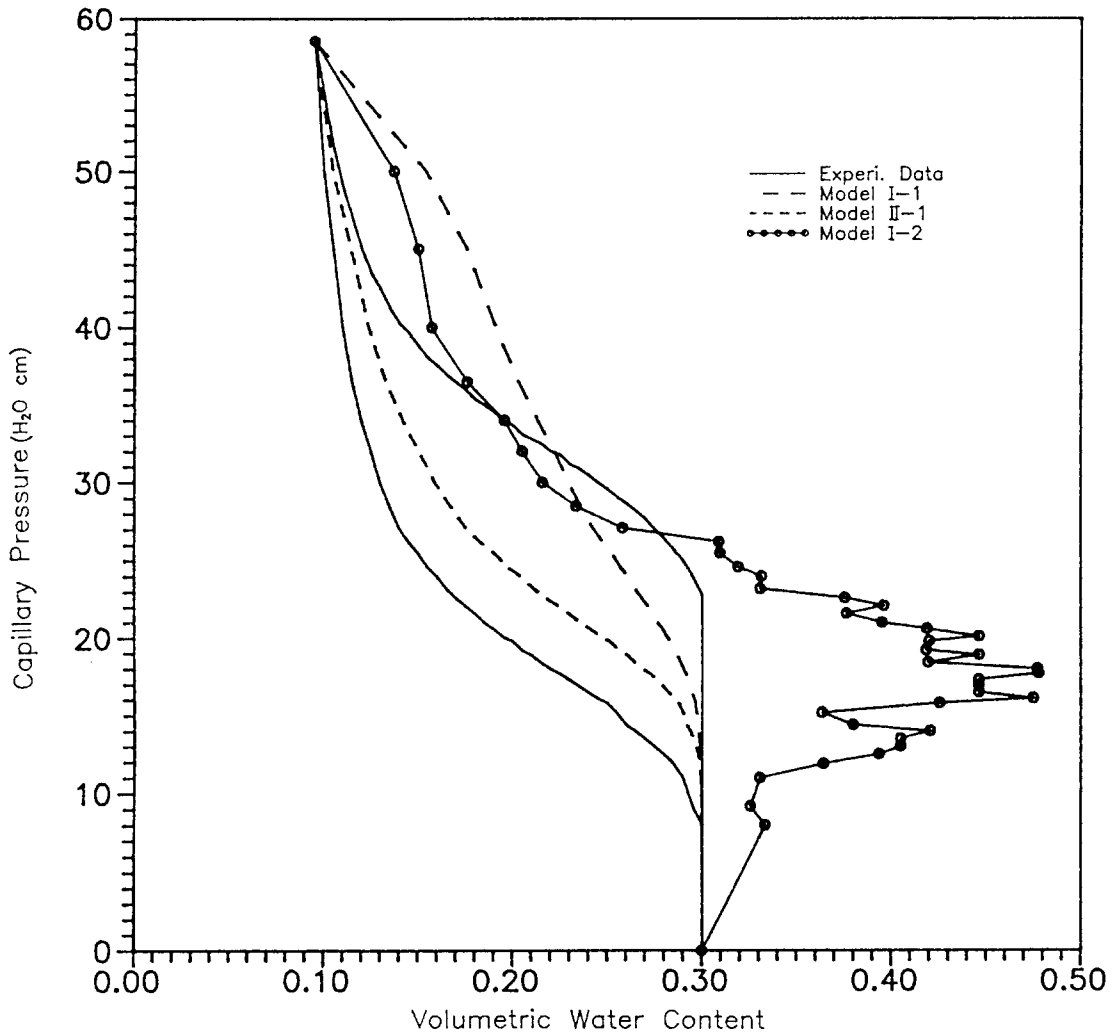


Fig.3 Comparison of Model I-2 & II-1 with Experimental Data of Dune Sandy(after Topp, 1969)

부터 Mualem 도식을 이용하여 미지수를 구하는 방법이 Model III-1이 된다.

또한 가중치  $P_w$ 와  $P_s$ 를 미지수로 두고 상사가정을 도입하면 Model IV가 되는데, Model IV의 미지수는  $P_w$ ,  $P_s$ ,  $H$ ,  $M$ 이 되므로 필요한 실측자료는 한쌍의 주곡선과 한쌍의 1차곡선이고 Mualem 도식을 이용하여 미지수를 구한다. 추가로 균질성을 고려하면  $H=M$ 이 되므로 미지수는  $P_w$ ,  $P_s$ 와  $H$ 이므로 한쌍의 주곡선과 한쌍의 1차곡선으로부터 Mualem 도식을 이용하여 미지수를 구하는 방법이 이론적으로 Model IV-1이 된다.

#### 4. 영역모형의 비교와 토의

이력현상을 모형화하는 목적은 정확성을 증대시키는 모형을 개발하거나 정확성을 유지하면서 모형 보정에 필요한 실측자료의 양을 줄여 비포화 흐름에 용이하게 적용하도록 하는 것인데, 이러한 노력은 Poulouvassili (1962)가 한쌍의 주곡선과 다수의 1차곡선이 필요한 이력현상 모형을 제시한 후 꾸준히 계속되어 왔다. 따라서 본절에서는 정확성을 유지하면서 모형의 보정을 위해 한개의 주곡선에 대한 실측자료만을 필요로 하는 새로운 모형의 가능성을 기준에 발표된 이력현상 모형들 중 각 모형에 대한 비교 검토를 통해 어디에서 찾을 수 있을 것인가에 논의의 초점을 맞추고자 한다.

기준에 발표된 이력현상 모형들은 세가지로 대별되



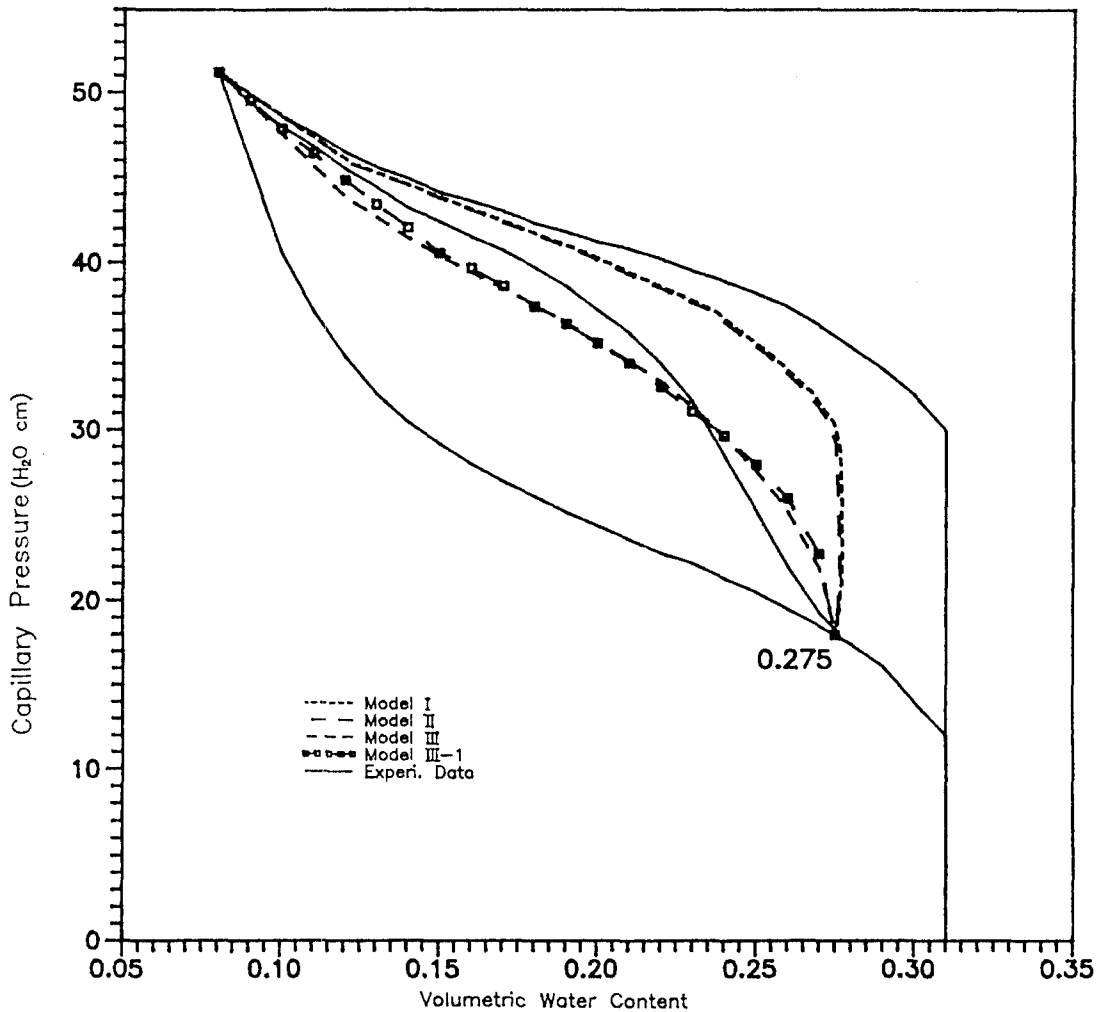


Fig.4 Primary Drying Curves Starting at  $\theta(\Psi^*)=0.275$  for Sand(after Poulouvassilis & Childs, 1971)

는데, 제2절에서 살펴본 바와같이 모형의 보정을 위해 많은 실측자료가 필요한 내삼모형과 반드시 한쌍의 주곡선에 대한 실측자료가 필요한 축척모형은 모형의 구조상 모형을 더 단순화 시킬 수 없는 반면, 영역모형은 이론적 기반을 가지고 있으므로 모형에 적절한 가정을 도입하면 모형을 단순화 시킬 수 있는 장점을 가지고 있다. 따라서 새로운 형태의 모형의 가능성은 세가지로 분류된 모형들중 영역모형에서 찾을 수 있을 것이다.

모형의 보정을 위해 한개의 주곡선에 대한 실측자료가 필요한 단순화된 영역모형으로는 Model I-1, I-2, II-1(독립영역개념에 기초한 모형들)이 있는데,

이들 모형의 타당성을 검토하기 위하여 각 모형을 프로그래밍하였다. 이들 모형이 Rubicon Sandy Loam (Topp, 1969)과 Dune Sand(Gillham 등,1976)에 대하여 주점음곡선(Fig.2, Fig.3에서 아래 실선에 해당)을 이용하여 주마름곡선을 모사한 결과가 Fig.2와 Fig.3에 각각 나타나 있는데, 이들 모형은 주마름곡선을 잘 모사하고 있지 않음을 본 연구에서 알 수 있었다.

즉 Model I-1, II-1는 각각 주마름곡선을 과대 또는 과소 계산하고 있고, Model I-2는 주마름곡선의 경향을 전혀 모사하고 있지 않음을 알 수 있었다. 따라서 Model I-1, I-2, II-1은 모형은 단순화되었지만 정확성이 현저히 떨어지므로 이력현상을 모형

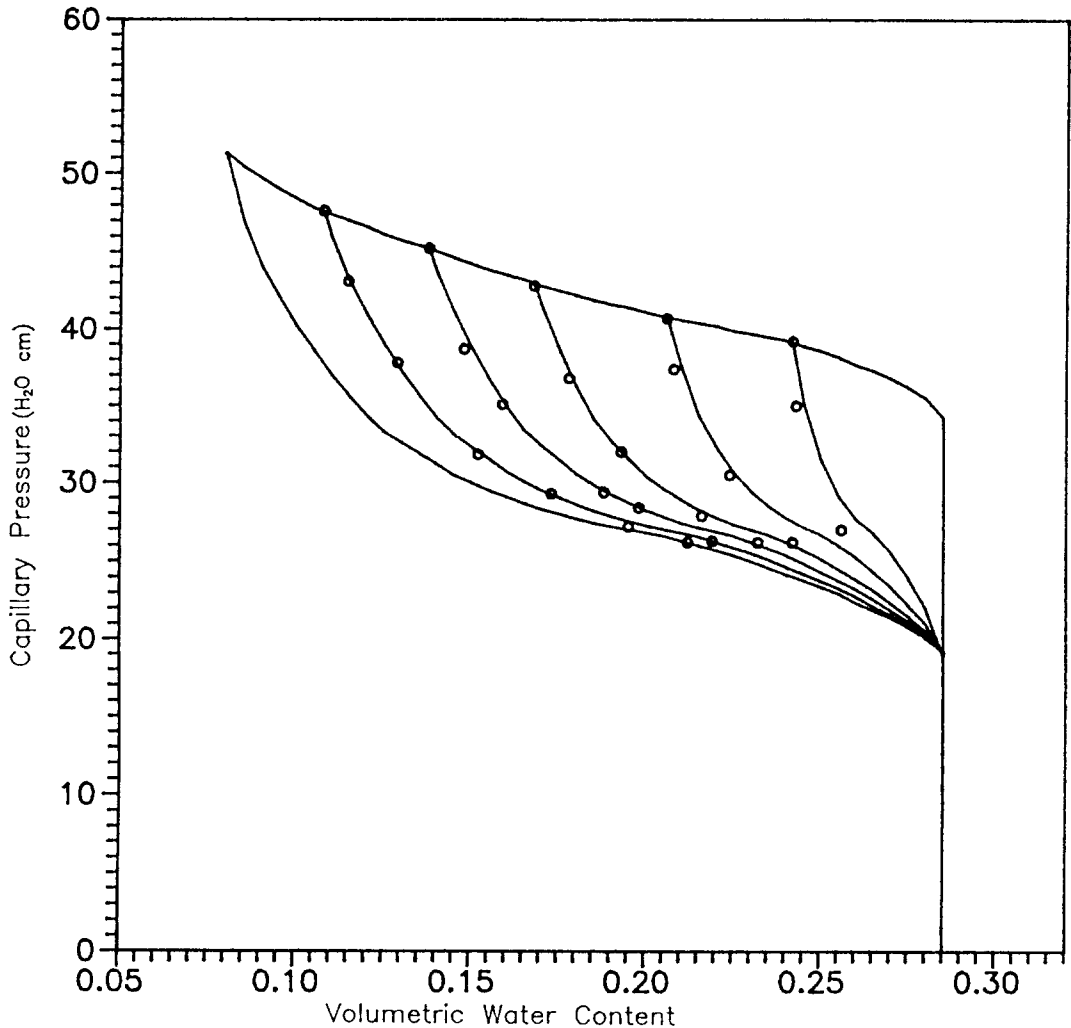


Fig.5 Primary Wetting Curves for Mixture Sand of Two Fraction(after Poulouvassilis, 1977)

화하는 목적에 부합하지 않는다.

영역모형을 비교 검토하기 위하여 본 연구에서 독립 영역모형(Model I, II)과 종속영역모형(Model III, III-1)을 사용하였으며, 각 모형이 모래(Poulouvassilis와 Childs, 1971)에 대하여  $\theta(\Psi^*)=0.275$ 에서 시작하는 1차마름곡선을 모사한 결과가 Fig.4에 나타나 있다.

모형의 보정을 위해 한쌍의 주곡선에 대한 실측자료가 필요한 Model I, II, III-1을 비교하여 볼 때, Model III-1이 실측자료(1차마름곡선)를 가장 잘 모사하고 있음을 알 수 있다. 한편 Model III과 Model III-1은 거의 같은 정확성을 가지면서 1차마름곡선을 모사하고 있는데, Table 1을 참조하면 Model III이 모형의

보정을 위해 Model III-1보다 한개 더 많은 실측자료를 필요로하고 있다. 따라서 Model I, II, III, III-1 중에서 Model III-1이 이력현상을 모형화하는 목적에 가장 부합하는 모형이라 할 수 있다.

Fig.5는 Mixture Sand of Two Fraction(Poulouvassilis, 1977)에 대하여 Model III-1에 의해 모사된 1차젖음곡선과 실측자료를 비교하고 있는데 Model III-1이 실측자료를 비교적 잘 모사하고 있음을 알 수 있고, 또한 Fig.1에서 알 수 있듯이 Model III-1(영역모형)은 1차곡선과 2차곡선이 폐합된 환상을 형성하므로 펌핑효과를 발생시키지 않는다. 따라서 새로운 형태의 모형의 가능성은 영역모형중 종속영역모형에 있다고 하는 것

이 하나의 대안이 될 수 있을 것이다.

한편 Table 1을 참조하면 종속영역모형중에서 모형의 보정을 위해 Model IV는 한쌍의 주곡선과 한쌍의 1차곡선에 대한 실측자료가 필요하고 Model IV-1은 한쌍의 주곡선과 한개의 1차곡선에 대한 실측자료가 필요한데, 다음과 같은 세가지 이유 때문에 Model IV와 IV-1은 상기한 이력현상을 모형화하는 목적에 부합하지 않는다. 첫째,  $P_s$ 와  $P_w$ 는 서로 연관되어 있으면서  $P_s$ 와  $P_w$ 는 각각 시산법으로 구해야 하므로 그 방법이 아주 복잡해져 모형의 효율성이 떨어지며, 둘째, 잘 정의된  $\Psi_w$ 가 존재할 경우  $P_w$ 를 고려한 종속영역모형들이 고려하지 않은 독립영역모형들 보다 내부곡선을 만족하게 모사하고, Topp과 Miller(1966)는 Pouloussilis(1962)의 실측자료와  $P_w$ 를 고려하지 않은 독립영역모형에 의한 계산치가 비교적 잘 일치하는 이유는 실측자료에서  $\Psi_w = 0$ 이므로 주 마름곡선이 완만한 경사를 이루면서 시작되기 때문이라고 보고하고 있다.

따라서 전형적인 이력현상의 형태를 나타내고 있는 Fig.1을 살펴보면 점C에서 시작되는 주 첫음곡선은 완만한 곡선을 이루고 있으므로 가중치  $P_w$ 를 굳이 도입할 필요가 없다. 세째, 영역모형은 개념모형이므로 독립영역모형이 물리적으로 내부곡선을 잘 모사하지 않을 경우 개념적으로 정의된 가중치  $P_a$ 를 도입한 종속영역모형이 만족할만하게 내부곡선을 모사하므로(Fig.5 참조), 또 다른 가중치  $P_w$ 를 도입하여 모형을 복잡하게 할 필요가 없다.

이상의 종속영역모형에 대한 논의를 종합하면 Model IV와 IV-1은 상술한 바와같이 이력현상을 모형화하는 목적에 부합하지 않고, Model III은 Model III-1과 거의 같은 정확성을 가지면서 실측자료를 모사하지만 모형의 보정을 위해 Model III-1보다 한개 더 많은 실측자료를 필요하므로 상대적으로 모형의 효율성이 떨어진다. 따라서 새로운 형태의 모형의 가능성을 영역모형중 적절한 가정을 도입하여 단순화된 Model III-1에서 찾을 수 있다고 하는 것이 타당할 것이다.

### 5. 결 론

이력현상을 모형화하는 목적이 정확성을 유지하면서 모형의 보정을 위해 필요한 실측자료의 양을 줄여 비

포화 흐름을 효율적으로 해석할 수 있게 하는데 있다는 관점에서 보면, 정확성을 유지하면서 모형의 보정을 위해 한개의 주곡선만의 실측자료가 필요한 새로운 형태의 모형의 개발이 필요하다.

기존에 발표된 이력현상 모형들은 내삽모형, 축척모형과 영역모형으로 대별되는데, 다른 모형에 비해 이론적 기반을 가진 영역모형은 적절한 가정을 도입하면 단순화될 수 있기 때문에 새로운 형태의 모형의 가능성을 세가지 모형중 영역모형에서 찾을 수 있다.

모형의 보정을 위해 한개의 주곡선에 대한 실측자료가 필요한 기존의 모형들(Model I-1, I-2, II-1)은 독립영역개념에 기초하고 있는데, 이들 모형은 Rubicon Sandy Loam(Fig.2)과 Dune Sand(Fig.3)의 실측자료를 모사하는데 정확성이 현저히 떨어지는 단점을 가지므로 이력현상을 모형화하는 목적에 부적합함을 알 수 있었다. 따라서 하나의 대안으로 새로운 형태의 모형의 가능성을 영역모형중 종속영역모형에서 찾을 수 있다.

공극으로 공기(또는 물)의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과의 정도를 설명하는 가중치  $P_s$ (또는  $P_w$ )를 도입한 종속영역모형중에서  $P_s$ 와  $P_w$  모두를 고려하고 있는 모형들(Model IV, Model IV-1)은 제4절에서 상술한 바와같이 모형으로서의 효율성이 현저히 떨어지는 단점을 가지고 있다. 한편  $P_s$ 만 고려하고 있는 모형들(Model III, Model III-1)은 거의 같은 정확성을 가지면서 모래의 실측자료를 모사하고 있음을 알 수 있었는데, Model III은 모형의 보정을 위해 Model III-1보다 한개 더 많은 실측자료를 필요로 하는 단점을 가지고 있다. 따라서 새로운 형태의 모형의 가능성은 종속영역모형중 Model III-1에 있다고 하는 것이 타당하다.

공극으로 공기의 진입에 대한 이웃하는 공극들의 방해효과의 정도를 설명하는 가중치  $P_s$ 는 제3절에서 상술한 바와같이 물리적 의미를 가지고 있으므로 타당성 있는 가정을 도입하여  $P_s$ 를 기지화시키면, Model III-1은 하나의 미지수를 가지는(Table 1참조) 모형으로 단순화될 수 있을 것이다.

결론적으로 적절한 방법으로 가중치  $P_s$ 를 기지화한 Model III-1이 정확성을 유지한다면, 이러한 모형이 모형의 보정을 위해 한개의 주곡선에 대한 실측자료가

필요한 새로운 형태의 모형에 대한 하나의 대안이 될 수 있다.

## 6. 참고문헌

1. 박창근, 선우중호, (1991), "비포화 흐름에서 Hysteresis Model의 비교 연구", 한국수문학회, 수공학논총, 제33권, pp. 221-230
2. Beese, F. and van der Ploeg, R. R., (1976), "Influence of Hysteresis on Moisture Flow in an Undisturbed Soil Monolith", *Jr. of Soil Sci. Soc. Am.*, 40, pp. 480-484
3. Curtis, A. A., and Watson, K. K. V., (1984), "Hysteresis Affected Water Movement in Scale Heterogeneous Profiles", *W. R. R.*, Vol. 20, No. 6, pp. 719-726
4. Dane, J. H. and Wierenga, P. J., (1975), "Effect of Hysteresis on the Prediction of Infiltration, Redistribution and Drainage of Water in a Layered Soil", *Jr. of Hydrology*, 25, pp. 229-242
5. Gillham, R. W., Klute, A. and Heermann, D. F., (1976), "Hydraulic Properties of a Porous Medium: Measurement and Empirical Representation", *Jr. of Soil Sci. Soc. Am.*, 40(2), pp. 203-207
6. Haverkamp, R., Vauclin, M., Touma, J., Wierenga, P. J. and Vachaud, G., (1977), "A Comparison of Numerical Simulation Models for One-Dimensional Infiltration", *Jr. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 41, pp. 285-294
7. Hoa, N. T., Gaudu, R. and Thirriot, C., (1977), "Influence of the Hysteresis Effect on Transient Flows in Saturated-Unsaturated Porous Media", *W. R. R.*, 13(6), pp. 992-996
8. Hogarth, W. L., Hopmans, J., Parlange, J. -Y. and Haverkamp, R., (1988), "Application of a Simple Soil-Water Hysteresis Model", *Jr. of Hydrology*, Vol. 98, pp. 21-29
9. Hopmans, J. W. and Dane, J. H., (1986), "Combined Effect of Hysteresis and Temperature on Soil-Water Movement", *Jr. of Hydrology*, 83, pp. 161-171
10. Klute, A. and Heermann, D. F., (1974), "Soil Water Profile Development under a Periodic Boundary Condition", *Soil science*, Vol. 117, No. 5, pp. 265-271
11. Kool, J. B. and Parker, J. C., (1987), "Development and Evaluation of Closed-Form Expressions for Hysteretic Soil Hydraulic Properties", *W. R. R.*, 23(1), pp. 105-114
12. Milly, P. C. D., (1982), "Moisture and Heat Transport in Hysteretic, Inhomogeneous Porous Media: A Matrix Head-Based Formulation and a Numerical Model", *W. R. R.*, 18(3), pp. 489-498
13. Mualem, Y., (1973), "Modified Approach to Capillary Hysteresis Based on a Similarity Hypothesis", *W. R. R.*, Vol. 9, No. 5, pp. 1324-1331
14. Mualem, Y., (1974), "A Conceptual Model of Hysteresis", *W. R. R.*, Vol. 10, No. 3, pp. 514-520
15. Mualem, Y., (1976), "Hysteretic Models for Prediction of the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media", *W. R. R.*, Vol. 12, No. 6, pp. 1248-1254
16. Mualem, Y., (1977), "Extension of the Similarity Hypothesis Used for Modeling the Soil Water Characteristics", *W. R. R.*, Vol. 13, No. 4, pp. 773-780
17. Mualem, Y. and Morel-Seytoux, H. J., (1978), "Analysis of a Capillary Hysteresis Model Based on a One-Variable Distribution Function", *W. R. R.*, 14(4), pp. 605-610
18. Mualem, Y., (1984), "A Modified Dependent-Domain Theory of Hysteresis", *Soil Science*, Vol. 137, No. 5, pp. 283-291
19. Mualem, Y. and Dagan, G., (1975), "A Dependent Domain Model of Capillary Hysteresis", *W. R. R.*, Vol. 11, No. 3, pp. 452-460
20. Mualem, Y. and Miller, E. E., (1979), "A Hysteresis Model Based on an Explicit Domain-Dependence Function", *Jr. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 43, pp. 1067-1073
21. Nieber, J. L. and Walter, M. F., (1981), "Two-Dimensional Soil Moisture Flow in a Sloping Rectangular Region: Experimental and Numerical Studies", *W. R. R.*, 17(6), pp. 1722-1730
22. Parker, J. C. and Lenhard, R. J., (1987), "A Model for Hysteretic Constitutive Relations Governing Multiphase Flow: 1. Saturation-Pressure Relations", *W. R. R.*, 23(12), pp. 2187-2196
23. Parlange, J. -Y., (1976), "Capillary Hysteresis and the Relationship between Drying and Wetting Curves", *W. R. R.*, 12(2), pp. 224-228
24. Parlange, J. -Y., (1980), "Water Transport in Soils", *Ann. Rev. of Fluid Mech.*, Vol. 12, pp. 77-102
25. Philip, J. R., (1964), "Similarity Hypothesis for Capillary Hysteresis in Porous Materials", *Jr. of Geophysical Research*, Vol. 69, No. 8, pp. 1553-1562
26. Pouloussalis, A., (1962), "Hysteresis of Pore Water, an Application of the Concept of Independent Domains", *Soil Science*, Vol. 93, pp. 405-412
27. Pouloussalis, A., (1970a), "Hysteresis of Pore Water in Granular Porous Bodies", *Soil Science*, Vol. 109, No. 1, pp. 5-12
28. Pouloussalis, A., (1970b), "The Effect of the Entrapped Air on the Hysteresis Curves of a Porous Body and

- on its Hydraulic Conductivity", *Soil Science*, Vol.109, No. 3, pp.154-162
29. Poulouvasilis, A., (1977), "Hysteretic Steady State Soil Water Profile", *W. R. R.*, 13(3), pp. 549-557
  30. Poulouvasilis, A. and Childs, E. C., (1971), "The Hysteresis of Pore Water: The Non-Independence of Domains", *Soil Science*, Vol. 112, No. 5, pp. 301-312
  31. Richards, L. A., (1931), "Capillary Conduction through Porous Medium", *Physics*, 1, pp. 318-333
  32. Royer, J. M. and Vachaud, G., (1975), "Field Determination of Hysteresis in Soil-Water Characteristics", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, 39(2), pp. 221-223
  33. Scott, P. S., Farquhar, G. L. and Kouwen, N., (1983), "Hysteretic Effects on Net Infiltration", *Advances in Infiltration, Proc. of National Conference, ASAE*, pp. 163-170
  34. Singh, V. P., (1989), *Hydrologic Systems Volume && : Watershed Modeling*, Ch.5 Infiltration, Prentice Hall, New Jersey, pp. 35-77
  35. Singh, V. P. and Woolhiser, D. A., (1976), "Sensitivity of Linear and Nonlinear Surface Runoff Models to Input Errors", *Jr. of Hydrology*, 29, pp. 243-249
  36. Stauffer, F., (1982), "Numerical Simulation of Infiltration into Porous Media and Response of the Water Table", *Finite Element in Water Resources, Proc. of 4th International Conference, Hannover, Germany*, pp. (10) 73-82
  37. Talsma, T., (1970), "Hysteresis in Two Sands and the Independent Domain Model", *W. R. R.*, Vol. 6, No. 3, pp. 964-970
  38. Topp, G. C., (1969), "Soil-Water Hysteresis Measured in a Sandy Loam and Compared with the Hysteretic Domain Model", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, 33, pp. 645-651
  39. Topp, G. C., (1971a), "Soil Water Hysteresis in Silt Loam and Clay Loam Soils", *W. R. R.*, Vol. 7, No. 4, pp. 914-920
  40. Topp, G. C., (1971b), "Soil-Water Hysteresis : The Domain Theory Extended to Pore Interaction Conditions", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 35, pp. 219-225
  41. Topp, G. C., Klute, A. and Peters, D. B., (1967), "Comparison of Water Content-Pressure Head Data Obtained by Equilibrium, Steady-State and Unsteady-State Method", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, 31, pp. 312-314
  42. Topp, G. C. and Miller, E. E., (1966), "Hysteretic Moisture Characteristics and Hydraulic Conductivities for Glass-Bead Media", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, Vol. 30, pp. 156-162
  43. Vachaud, G. and Thony, J.-L., (1971), "Hysteresis during Infiltration and Redistribution in a Soil Column at Different Initial Water Contents", *W. R. R.*, Vol. 7, No. 1, pp. 111-127
  44. Watson, K. K. and Sardana, V., (1987), "Numerical Study of the Effect of Hysteresis on Post-Infiltration Redistribution", in *Infiltration Development and Application*, edited by Y.-S. Fok, pp. 241-250
  45. Watson, K. K., Reginato, R. J. and Jackson, R. D., (1975), "Soil Water Hysteresis in a Field Soil", *Proc. of Soil Sci. Soc. Am.*, 39, pp. 242-246
  46. Whisler, F. D. and Watson, K. K., (1969), "Analysis of Infiltration into Draining Porous Media", *Jr. of Irrig. Drain. Div., Proc. of ASCE*, Vol. 95(IR4), pp. 481-491