한국소음진동공학회지 제2권 제4호, pp.281~292, 1992.

〈論 文〉

2중방진 시스템의 실험적 거동해석

Experimental Behavior Analysis of Double Isolated Anti-Vibration System

이 홍 기* • 이 신 언*
Hong-Ki Lee and Shin-Eon Rhee

〈1992년 9월 2일 접수; 1992년 12월 4일 심사완료〉

ABSTRACT

Two types of vibration problems are encountered in industrial field: active isolation and passive isolation. In a passive type of vibration isolation, a foundation of a delicated machinery such as TEM, SEM, inspection-probe test, photolithograph, etc. is designed to have a vibration amplitude lower than an acceptable limit. In an active type, the isolation is focused on the vibration reduction caused by the machine itself(pump, motor, press, compressor, etc.). The foundation for such a machine should be so designed as to reduce the transmitted vibration below the permissible level prescribed. At any case, a transmissibility and stability must to be considered. Since an active isolation type is aimed for a vibration source, it is useful to isolate the transmitted vibrations energy from a major vibration source at the specific location. In this paper, a designed methodology of double anti-vibration system has been examined in order to have low transmissibility and reliable stability. Also experiment of scale model behavior has been conducted. Finally, the experiment output of the transfer function is compared to the analytical data.

기 호 설 명

c : Damping coefficient
F_0 : Exciting force amplitude
$\{F(\omega)\}$: n-vector of Fourier transforms of user specified excitation force
$\{H(\omega)\}$: $(n \times n)$ matrix of FRFS synthesized from modal data
k : Spring constant of 1 DOF
k_1 : Lower mass spring constant of 2 DOF
k_2 : Upper mass spring constant of 2 DOF
m : Mass of 1 DOF
m_1 : Lower mass of 2 DOF
m_2 : Upper mass of 2 DOF
n : Number of DOFS in the mode shape
T : Transmissibility
$\{z(\omega)\}$: Computed n-vector of Fourier transforms of structure response
Z_0 : Ocillating amplitude of 1 DOF
Z_1 : m_1, ocillating amplitude of 2 DOF
z_1 : Lower mass displacement
z_2 : Upper mass displacement
z_f : Floor displacement
ω : Circular frequency of exciting force
ω_1 : $(k_1/m_1)^{1/2}$
ω_2 : $(k_2/m_2)^{1/2}$
ω_n : Undamped Natural frequency of 1 DOF

* 정회원, 유니슨산업주식회사 부설 유니슨기술연구소

1. 서 론

여러가지 방진대책중 가장 효율적인 방법을 선정하는 문제는 수진점(receiver part)의 진동 규제정도, 주변여건등 여러가지 상황을 고려하여 결정한다. 그리고 정밀반도체 공장과 같이 극단적으로 낮은 진동환경 조건이 필요한 설비나 장비에 대해서는 가능한 모든 진동제어 대책을 시행하는 것이 일반적이다. 환경진동이나 정밀 미진동제어를 위한 방진개요를 도식하면 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다.

특히 정밀 미진동제어에서는 경로대책과 함께 수진점대책을 용이하게 하고 방진제어범위의 선택 폭을 넓히며 공간적으로 광범위한 방진효율을 얻어야 한다. 그러기 위해서는 진동원에서 외부로 전달되는 진동을 최소화하는 것이 우선적으로 고려하게 된다.

일반적으로 현재 사용되는 방진구조는 스프링, 공기스프링 등 여러가지 방진소자를 사용하는 1자유도 진동계의 형태가 대부분이지만 보다 효율적인 진동제어를 위한 능동형 진동제어 시스템(active vibration control system)의 연구도 활발히 진행되고 있다. 한편, 산업체등 현장에서는 아직도 간단한 진동원으로부터 전파되는 진동절연을 위해 가진주파수에 비하여 방진계의 고유진동수를 낮게 하는 저동조(low tunned)설계가 일반적이다. 저동조 방진계에서 고려되어져야 할 내용은 장비자체의 안정성과, 전달률이다. 1자유도 방진계로 이룰 수 있는 최대 전달률이 가진주파수에 크게 의존하는 단점을 가지고 있다. 방진대상의 기계나 설비는 자체 가진력을 지닌 경우(펌프, 공기압축기, 단조기 공조기시스템등)와 자체 가진력을 가지지 않은 경우(전자현미경, 검사측정 및 계량장비등)로 대별할 수 있다. 어떠한 경우라도 방진을 위해서는 장비 자체의 허용진동 크기와 진동전파의 양적인 감쇠를 나타내는 아래의 두가지 인자를 고려해야 한다.

- 전달률(transmissibility) : 방진소자를 통해 전달되는 진동크기의 결정문제
- 허용진폭(permissibe amplitude) : 가진원을 가진 장비에서는 장비의 안정성문제, 가진원을 가지지 않은 장비의 방진에서는 진동 규제치

본 연구에서는 일반적으로 1자유도 방진계보다 더 향상된 전달률을 얻을 수 있는 2중방진계를 모델링하였다. 또 2중 방진계의 안정성을 검토하기 위하여 가진점의 편심에 따른 문제와 방진소자의 불균일 강성이 안정성에 미치는 영향을 실험적 모드해석법을 이용하여 분석, 평가하였다. 해석 과정을 간략히 도식화하면 Fig. 2와 같다.

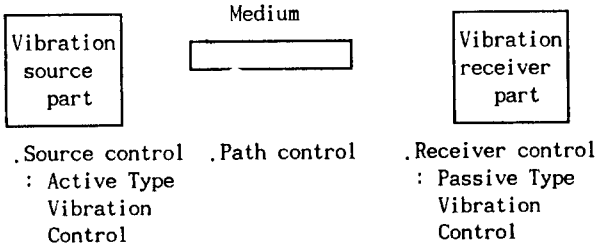


Fig.1 Anti-vibration concept

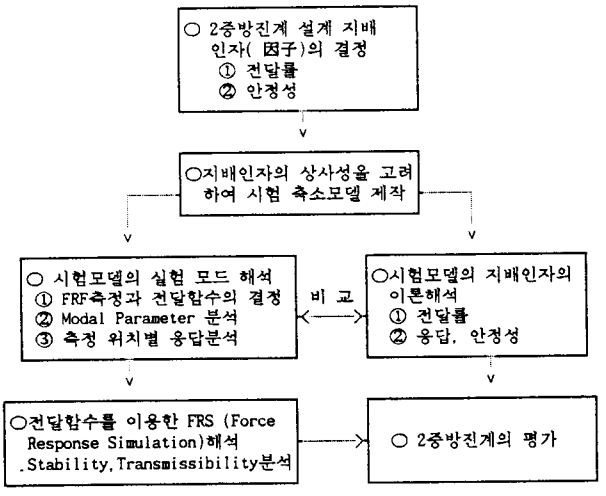


Fig.2 Analysis procedure of double anti-vibratiion system

2. 2중방진 시스템의 모델링

장비와 하부질량을 가지는 2중방진 구조를 2자유도 진동계로 모델링할 경우는 Fig. 3과 같다.

2자유도계 진동방정식에서 감쇠를 무시할 경우 운동방정식은 아래와 같다.

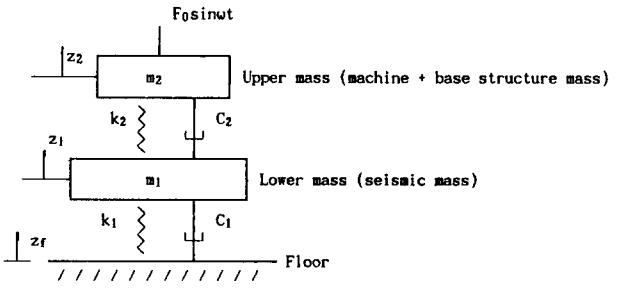


Fig.3 One-dimensional modeling of double anti-vibration system

$$m_2\ddot{z}_2 + k_1(z_1 - z_2) = F_0\sin\omega t \quad (1)$$

$$m_1\ddot{z}_1 + k_1(z_1 - z_f) + k_2(z_1 - z_2) = O \quad (2)$$

상부질량이 각진동수 ω인 정현파로 가진되고 바닥에서부터 전달되는 진동변위 $Z_f = O$일 경우 위의 방정식 해는 식 (3), (4)와 같고,

$$z_1(t) = \frac{F_0\omega_2^2/m_1}{f(\omega)}\sin\omega t \quad (3)$$

$$z_2(t) = \frac{(\omega_1^2/m_2 + \omega_2^2/m_1 - \omega^2/m_2)F_0}{f(\omega)}\sin\omega t \quad (4)$$

여기서,

$$f(\omega) = \omega^4 - [\omega_2^2(1+\frac{m_2}{m_1}) + \omega_1^2]\omega^2 + \omega_1^2\cdot\omega_2^2$$

상부질량에 작용하는 가진력이 바닥을 통하여 전달되는 힘의 비(전달률 : transmissibility)는 식 (5)와 같이 정의된다.

$$T = \frac{k_1 Z_1}{F_0} = \frac{\omega_1^2\cdot\omega_2^2}{f(\omega)} \quad (5)$$

한편, 1자유도 방진계의 모델링은 Fig. 4와 같고 전달률은 식 (6) 및 식 (7)과 같다.

$$T = \frac{Z_0\sqrt{k^2+(\omega c)^2}}{F_0} \quad (6)$$

감쇠(damping)를 무시할 경우

$$T = \frac{Z_0 k}{F_0} = \left|\frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}\right| \quad (7)$$

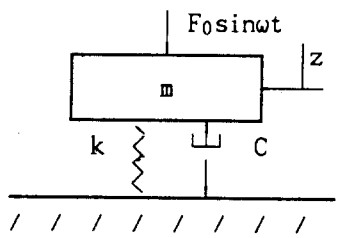


Fig.4 One-dimensional modeling of single anti-vib. ation system

진동계의 전달함수를 알 경우 임의 크기의 외력에 대한 진동계의 거동은 아래 식으로 해석한다(Forced Response Simulation, FRS).

$$\{Z(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\} \quad (8)$$

특히, 2중방진계의 안정성(stability) 문제는 방진계를 구성하고 있는 각 질량의 응답에 의하여 결정된다. 이에 반해 방진효율은 하부질량의 응답값이 영향을 준다. 실제, 기계 및 장비를 3차원 2중방진계로 모델링할 경우, 계의 안정성은 가진력의 편심효과와 장비무게 및 스프링강성의 불균일성에 의해 발생하는 상하부질량의 피칭(pitching), 로링(rolling) 현상등도 추가로 포함시켜야 한다.

3. 시험모델의 제작 및 측정시스템

3.1 시험모델

1차원 2중방진 모델일 경우 상하부 각 질량별 ω_1, ω_2 및 질량비(m_2/m_1)를 실제방진시스템과 동일하게 설계하면 가진주파수 ω와 가진력 비의 변화에 따라 실제 2중방진계의 전달률과 응답을 추정할 수 있는 축소모델을 제작할 수 있다. 시험모델은 Table 1과 같이 구성하였고, 실험모드해석을 위한 측정요소는 Fig. 5와 같다.

Table 1 Description of 2 DOF scaled model

ITEM	Description	Remark
m_1	25kg steel plate	* 1자유도 방진계는 m=35kg k=8kgf/cm f_0=20N 로 구성하였다.
m_2	35kg steel plate	
k_1	24kgf/cm steel spring	
k_2	8kgf/cm steel spring	
Support number	4 point	

* 1자유도 방진계의 실험모델 구성은 2자유도 2중방진 실험모델의 하부평판과 스프링을 이용하여 구성.

3.2 측정분석 시스템의 구성

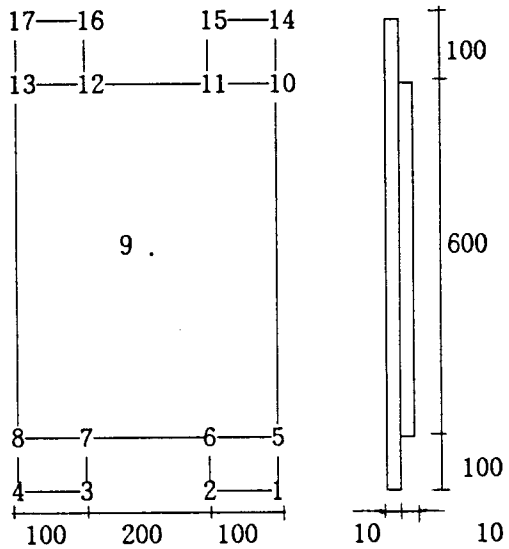
시험구조물의 가진력과 응답을 측정, 분석하기 위한 시스템은 Fig. 6과 같이 구성하였고, 2채널 FFT를 이용하여 전달함수를 측정하였다.

- Frequency Span : 1 ~ 13.5Hz
- ChA : Transient window 사용

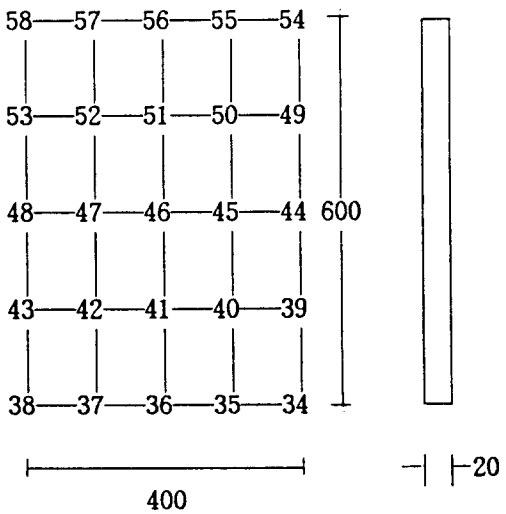
• ChB : Exponential window 사용
• Average : 5회
• FRF 측정 : H_1 function 사용

$$H_1 = \frac{G_{xf}}{G_{xf}}$$

여기서 G_{xf} : Cross spectrum between response and excitation



(a) Lower mass plate



(b) Upper mass plate

Fig.5 Dimensions of a scaled model and measured locations

G_{ff} : Auto spectrum of excitation

4. 방진시스템의 전달률과 안정성 분석

4.1 모드 해석

2중방진계의 안정성을 평가하기 위해서는 임의의 가진주파수에 대한 응답을 결정해야 한다. 그러기 위해서는 2중방진계의 동특성에 대한 수학적 모델링이 필요하고 이때 실험적 모드해석을 이용할 수 있다.

2중방진 시스템의 각 상하부 평판의 강체운동에 대한 모드실험을 실시하였다. 진동계의 동특성을 엄밀하게 해석하기 위하여 주파수 확대분석(zoom analysis)을 이용하였으며, 상하 평판의 1차 굽힘모드가 180Hz 이상에 나타나고 있어 실험주파수 대역에서 굽힘모드가 존재하지 않음을 확인하였다. Fig. 7에는 2중방진 시스템의 3차원 모델링을 하였고, 그리고 측정된 상하 평판에 대한 주파수 응답함수 및 이들의

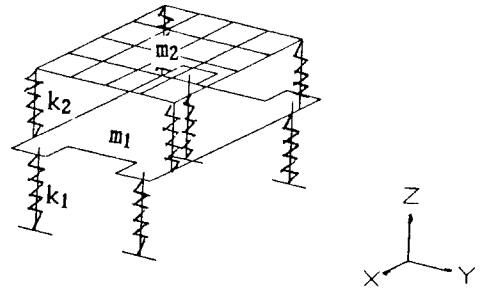


Fig.7 Three-dimensional modeling of double anti-vibration system

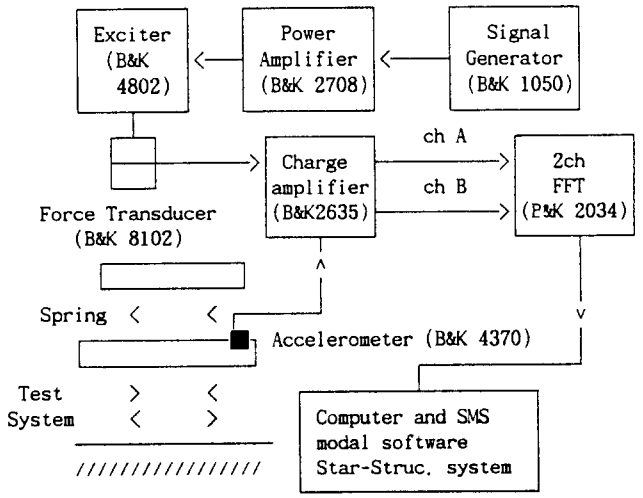


Fig.6 Measurement analyzer system

모드형상(mode shape)을 Fig. 8, 9, 10, 11과 Table 2에 보여져 있다.

4.2 2중방진계의 전달률 분석

전달함수 메트릭스는 각 자유도에서 측정한 전달함수(FRF) 데이터로 구성되며 가진력은 장비무게의 10%정도로 가상하였다. 그리고 가진주파수는 실제 공조기의 장비가동회전수와 관련된 8, 22, 28Hz 대하여 2중방진계의 거동을 분석하였다. FRS 해석은 SMS(Structure Measurement System, GenRad Product Line) Modal Software를 사용하였으며 이 FRS 해석치와 2중방진 시험모델 이론치, 직접 시험모델에서 측정한 값을 분석한 전달률과 응답을 비교검토하고 이와 함께 1자유도 단일 스프링 방진시스템에 대해서도 시험모델과 이론계산치도 함께 분석하여 Table 3에 실었다.

4.3 2중방진계의 안정성 분석

2중방진계에서 안정성 문제는 장비가 설치되는 상부 평판에 대한 응답을 분석하므로써 평가할 수 있다. 현실적으로 방진설계시 가진점이 상부 평판의 무게중심에 대해 크게 벗어나지 않으며, 또한 상하부 평판 질량분포나 스프링의 강성이 대체적으로 균일하게 등분포할 경우 상하방향의 모드의 진동이 대부분 진동크기를 지배하게 된다. 2중방진 시험모델에서 모드번호 #1(1.7Hz)는 상부 평판의 대각선 방향의 피칭모드가 있으나 2.13Hz의 상하 모드에 비하여 컴프라이언스(compliance)가 10배가량 적다. 그리고 모드 #4, #5는 하부 평판의 피칭과 로링으로써 이들 모드도 5.7Hz의 하부 평판 상하방향 모드에 비하여 10배이상 작게 나타나고 있다. FRS 해석을 이용하여 상하부 평판의 피칭이나 로링이 가진점 편심으로 인하여 발생한 것으로 가정하고 모드해석을 이용하여 편심의 정도를 Table 4에 나타내었다. Fig. 12에는 초기 모드실험하여 분석한 피칭, 로링모드의 가진력 편심효과로 치환한 FRS모드중 #4 로링모드에 대하여 모드형상을 중첩 비교하였다.

5. 고 찰

2중방진계에 있어서 관심사는 방진계의 안정성과 전달률이며, 가진력을 가진 진동계에서 전달률은 계의 응답을 구하므로써 결정할 수 있다. 안정성은 가동장비의 유지보수와 관련하여 국제표준기구(ISO)나 기타규격에 그 진동기준을 정하고 있으며 질량, 댐핑, 강성을 제어하므로써 방진계의 응답을 조절할 수 있다. 1자유도 단일방진에서 전달률을 향상시키는 일은 안정성과 전달률 관점에서 매우 제한적이다. 가진주파수가 대체로 높고 복잡하지 않을 경우 정밀반도체 공장, 병원 공조기 유니트등, 정밀실험실 주변의 진동원 방진에 2중방진계를 사용하므로써 높은 전달률을 얻을 수 있다. 2중방진계의 전달률과 안정성에 관해 실험모델에 한정하여 간략히 논의하면 아래와 같다.

5.1 전달률

가진주파수가 8Hz에서 FRS 해석치와 일정가진력 피드백(feed back)실험 측정분석치는 대체로 전달률이 일치하고 있으나 이론을 통한 2중방진계의 전달률 7.35%보다는 4배정도 크게 나타난다. 이는 하부

Table 2 Description of upper and lower plate mode

Mode No.	Frequency	Compliance $[X(\omega)/F(\omega)]$	Description	Remark
Mode #1	1.7 Hz	M.P. No. #34 200μm/N	upper plate diagonal direction rigid body pitching mode	Upper Plate
Mode #2	2.23 Hz	M.P. No. #46 200mm/N	upper plate z-direction rigid body mode	
Mode #3	5.74 Hz	M.P. No. #4 0.2mm/N	low plate z-direction rigid body mode	Lower Plate
Mode #4	7.25 Hz	M.P. No. #4 12μm/N	low plate x-axis rolling rigid body mode	
Mode #5	8.23 Hz	M.P. No. #19 15μm/N	low plate y-axis pitching rigid mode	

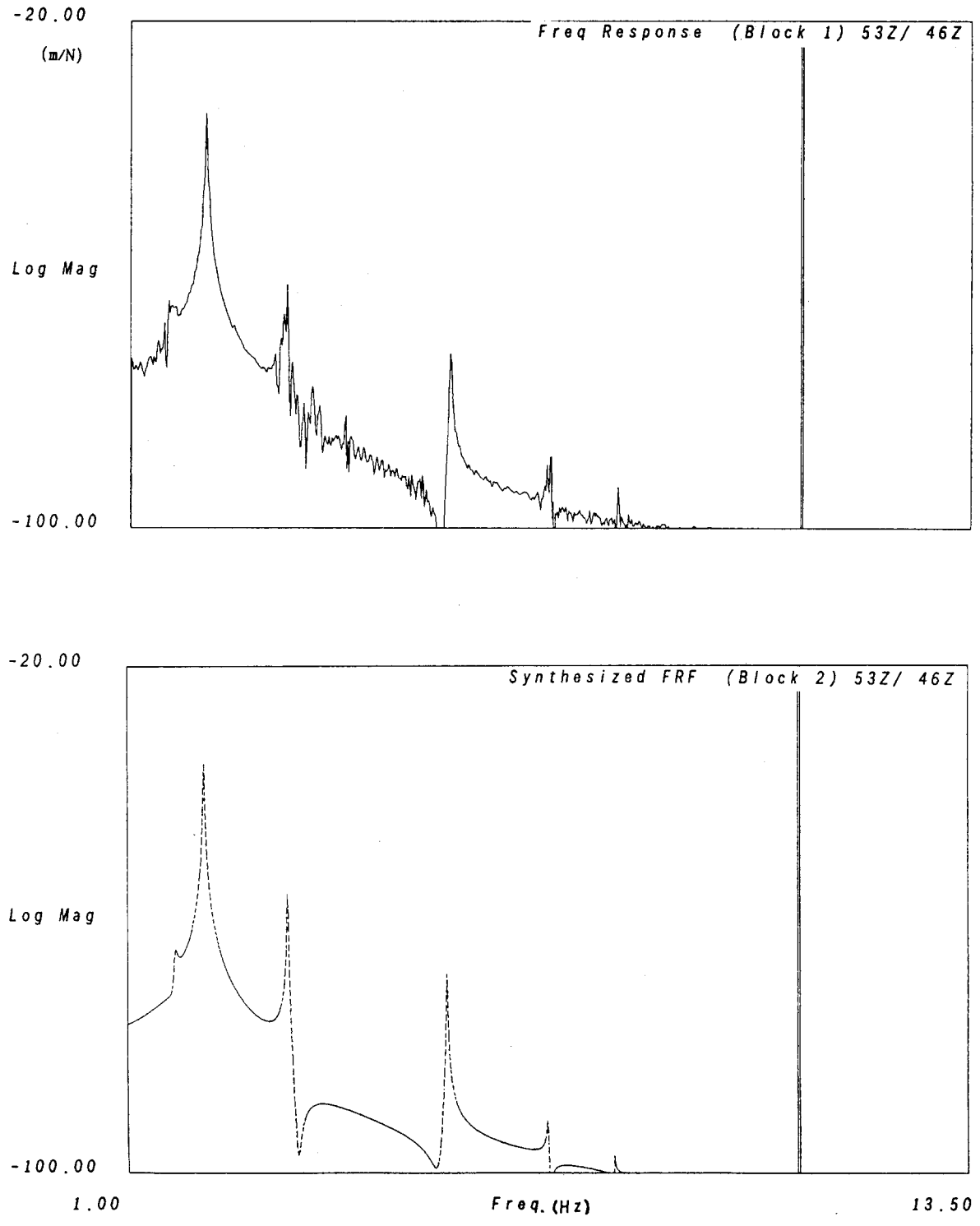


Fig.8 Upper plate FR. and result of curve fitting

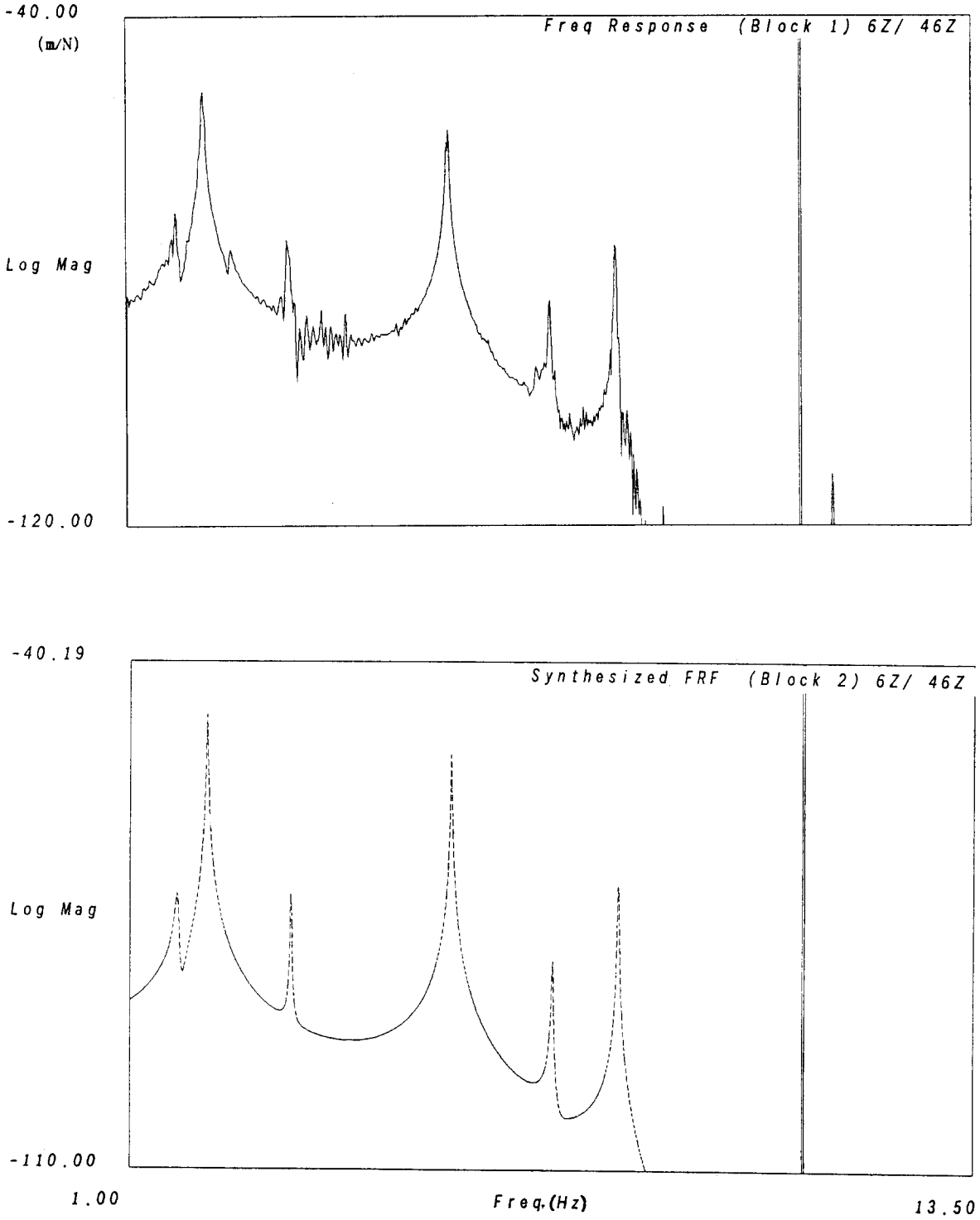
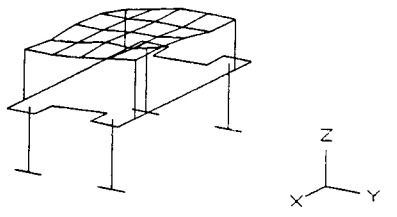
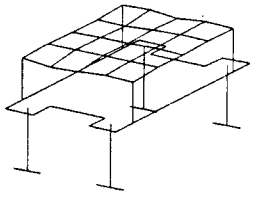


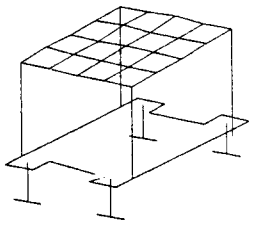
Fig.9 Lower plate FRF and result of curve fitting



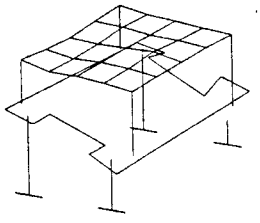
Mode # : 1
Frequency : 1.70 Hz



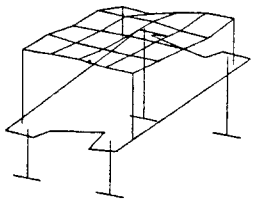
Mode # : 2
Frequency : 2.13 Hz



Mode # : 3
Frequency : 5.74 Hz



Mode # : 4
Frequency : 7.25 Hz



Mode # : 5
Frequency : 8.23 Hz

Fig.10 Mode shape of upper and lower plate

평판의 8.23Hz 모드 번호 #5의 피칭모드의 영향으로 판단되며 FRS해석으로 확인되었다(참조 Table 4).

이론적으로 가진주파수가 20Hz이상일 경우 시험모델의 전달률이 단일 1자유도 방진보다 20배 적으나 FRS해석과 일정가진력 피드백 실험을 통해서 분석한 결과는 약 10배정도만 적게 나타났다. 이는 가진주파수 22Hz일 경우 이론적으로 전달률이 0.063%이며 하부평판은 0.5μm 작은 진폭으로 진동하고 있어야 한다. 이는 하부평판이 상부평판에 작용하는 가진주파수와 무관하게 거동할 소지가 많다. 결국 상부평판에 대한 하부평판의 기여도(coherence)가 높은 가진주파수에서 나쁘게 나타날 수가 있으며 진동측정 데이타도 신뢰성이 떨어질 수 있다.

Fig. 13에 보여져 있는 하부평판 가진입력에 의한 하부평판의 응답사이 기여도(coherence)에서도 잘 나타나고 있다(참조 Table 4, Fig. 13).

5.2 안정성

장비의 안정성과 관계되는 상부 평판의 응답은 가진주파수 8Hz, 22Hz, 88Hz에서 이론계산치와 FRS 해석치, 일정가진력 피드백 실험 분석치와 10% 이내에서 일치하고 있으며, 2중방진계의 상부 평판과 스프링으로 이루어진 단일 1자유도 방진계는 이론해석과 실험측정치도 20% 내외 오차를 나타내고 있다(참조 Table 3).

상하부 plate무게와 스프링 강성의 불균일 분표시 발생하는 피칭과 로링(Mode #1, #4, #5)을 가진력 편심으로 환산하여 FRS해석 결과로 볼 때, 진동크기 자체는 미미하게 나타났다(참조 Table 5).

6. 결 론

이와같은 실험결과를 통해 다음과 같은 결론을 도출 할 수 있다.

(1) 2중방진계는 단일 1자유도 방진과 대등한 안정성을 가지면서도 높은 전달률을 얻을 수 있어 극한적인 진동환경 제어를 위한 진동원 방진에 이용할 수 있을 것으로 판단된다.

(2) 2중방진계를 설계의 편리상 1차원 2자유도로 모델링하여 해석할 경우, 전달률에 직접적으로 관계하는 하부 질량의 로링이나 피칭 모드로부터 야기되는 공진과 응답에 유의할 필요가 있다.

(3) 2중방진계의 상부구조물에 대한 설계, 제작상

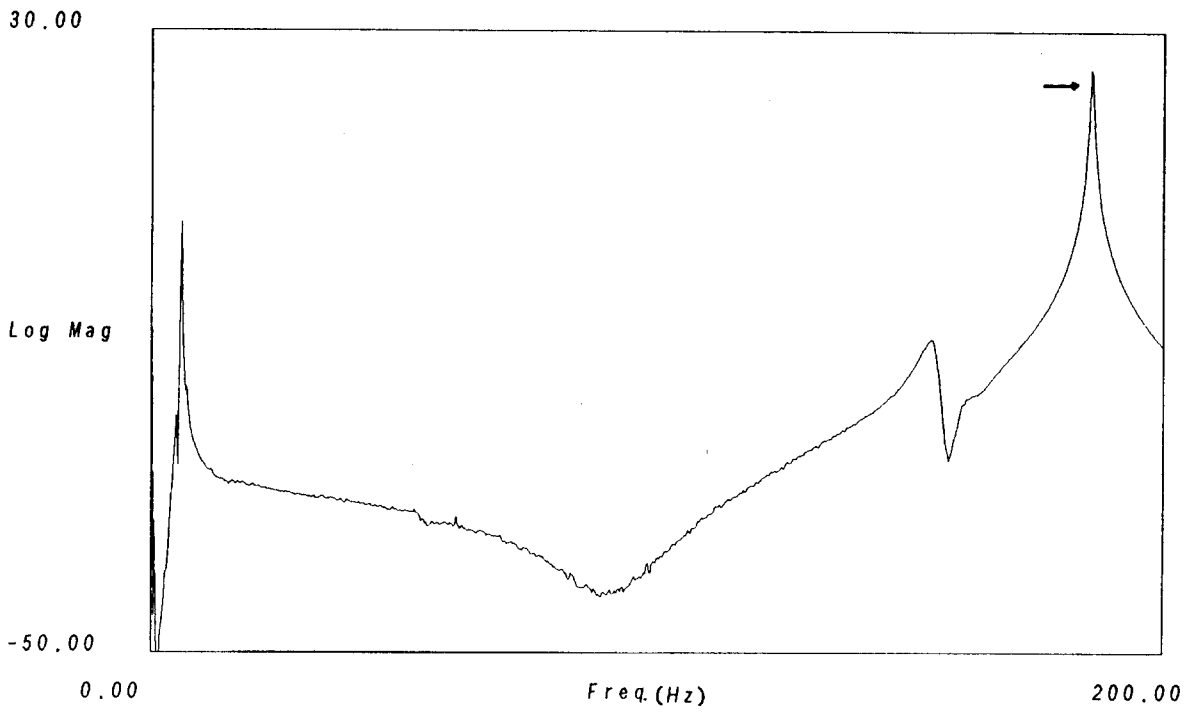


Fig.11 Arrow shows the bending mode of the plate

Table 4 FRS analysis of eccentric exciting force effects of rolling and pitching modes

Mode No.	Freq.	Eccentricity measurement point	Eccentricity exciting force	Remarks
Mode #1	1.70Hz	No. #34Z	0.06N	Upper plate diagonal direction pitching
Mode #4	7.25Hz	No. #5Z	1.3mN	Low plate x-axis rolling
Mode #5	8.23Hz	No. 5Z	1mN	Low plate y-axis pitching

* 편심가진력 산정은 2중방진계의 상부평판의 기하학적 중심인 측정점 #46을 가진점으로 하고 가진력을 1N으로 했을 때의 값임.

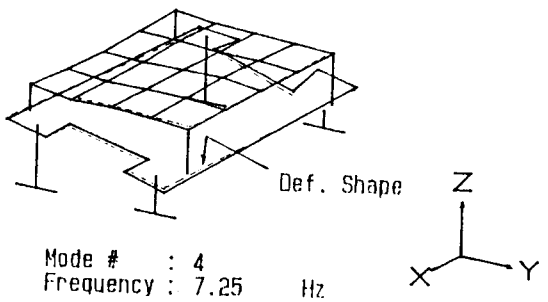
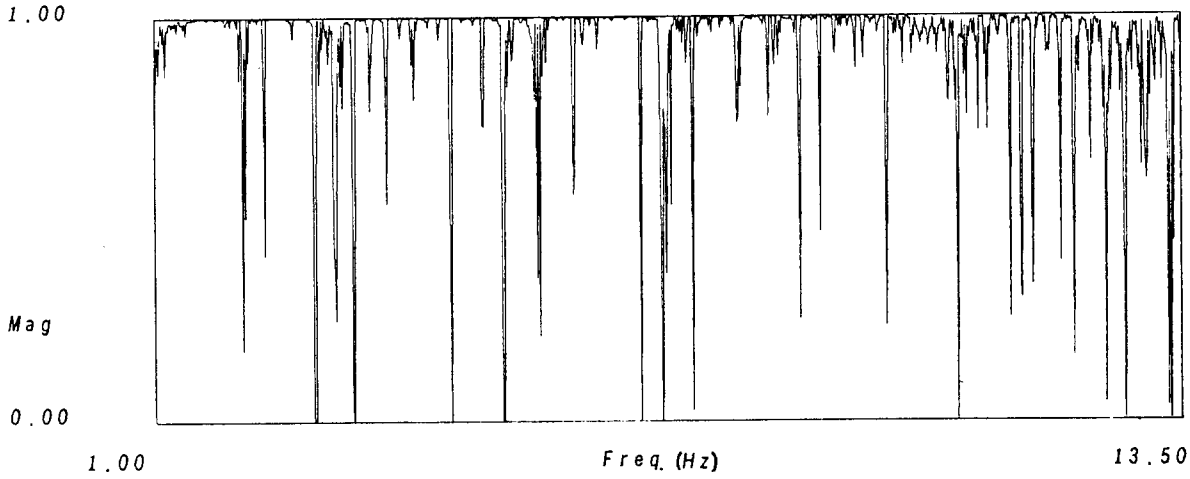


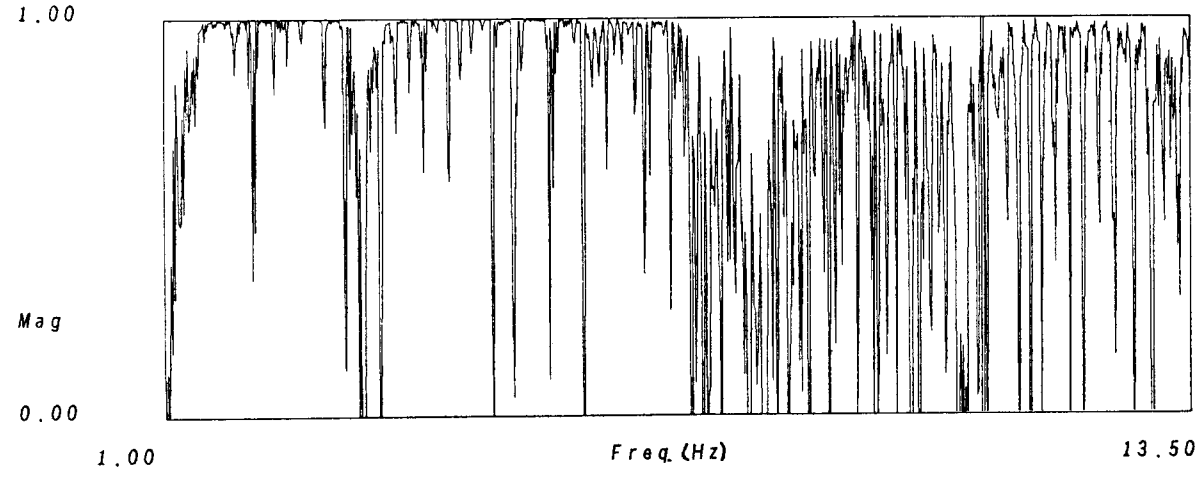
Fig.12 Comparison of the rolling mode(mode No.# 4) shape with considered eccentric effect mode shape(arrow:Def. Shape) by FRS analysis(mode No. #4)

의 가진점 편심효과 및 질량, 스프링 강성의 불균등 분포 영향은 크지 않을 것으로 판단되나 하부베이스에 복잡한 진동모드를 야기시켜 전달률을 나쁘게 할 수 있으므로 방진계의 구성시 주의가 요구된다.

(4) 전달함수를 이용한 시험모델의 시험적 모달해석(experimental modal analysis)과 FRS 분석으로 방진계의 전달률과 안정성을 평가할 수 있으로 생각된다.



(a) Coherence of upper plate



(b) Coherence of lower plate

Fig.13 Comparison of coherence

참 고 문 헌

(1) SMS STAR, January 1990, "Theory and Application Issue A:25."

(2) D. J. Ewins, "Modal Testing : Theory and Practice", Research Studies Press Ltd, Letchwerth, Herts, England.

(3) Mark H. Richardson, "Measurement and Analysis of the Dynamics of Mechanical Structures", The university of Cincinnati, an Intensive short course Modal Analysis, pp.153~425.

Table 3 Comparison of transmissibility with amplitude of each exciting frequency

ITEM	Exciting Freq.		8Hz	22Hz	28Hz
2중방진 시험모델 이론 계산치	Upper plate amplitude(μm)		249	29	18
	Transmissibility (%)		7.35	0.063	0.023
2중방진 시험모델 FRS 해석치	Upper plate amplitude (μm)	#41	222	27	17
		#45	268	46	33
		#47	226	27	17
	Transmissibility (%)	#51	263	55	41
		#18	27	0.12	0.11
		#19	27	0.45	0.25
		#20	13	0.27	0.09
		#21	6	0.35	0.18
2중방진 시험모델 진동측정 분석치 (constant force feed back test)	Upper plate amplitude (μm)	#41	252	37	22
		#45	252	48	38
		#47	252	42	37
		#51	252	34	24
	Transmissibility (%)	#18	29	0.13	0.063
		#19	29	0.19	0.105
		#20	14	0.17	0.084
		#21	14	0.13	0.084
단일 1자유도 방진계의 이론치 (고유진동수 2.4Hz)	Upper plate amplitude(μm)		252	31	19
	Transmissibility (%)		9.89	1.20	0.74
단일 1자유도 모델 측정치 (constant force feed back test)	Upper plate amplitude (μm)	#34	197	30.9	23.5
		#38	233	38.1	26.5
		#54	269	38.1	19.1
		#58	323	28.6	23.5
	Transmissibility (%)	#34	7.7	1.2	0.92
		#38	9.1	1.5	1.03
		#54	10.5	1.5	0.75
		#58	12.6	1.1	0.92

* 시험모델의 가진력은 상부 plate 무게의 10%에 상응하는 20N으로 가진.
#18, 19, 20, 21은 스프링 지지 위치이고 #41, 45, 47, 51은 장비설치치와 대응하는 상부평판의 측정위치이다.

(4) Richard C. Stroud, August 1987, "Excitation, Measurement, and Analysis Methods of Modal Testing".

(5) P. Srinivasulu, C.V. Vaidyanathan, Hand Book of Machine Foundations, McGraw-Hill Book Company.

(6) 當山久雄, 1989, "반도체공장과 진동절연기술", 정밀공학회지, 55/12.

(7) Chris D, Powell, August 1985, "Carol P. Diefz and Frank A. Spanel", A Vibration Control Case History Trilogy, S&V.

(8) 이홍기, 이규섭, 1991. 6, "정밀기기의 미진동제어기술" 한국소음진동공학회, '91춘계학술대회논문집, pp.175~181.

(9) 이홍기, 이신언, 1991. 11, "Mount-Base Structure 진동계의 지지조건에 따른 모드해석", '91추계학술대회논문집, pp.5~11.