

〈論 文〉

시간 영역에서의 Extended Kalman Filter 알고리즘을 이용한 동적 기계시스템의 파라미터 추정에 관한 연구

A Study on the Parameter Identification for A Mechanical Dynamic System Using A Time-domain Extended Kalman Filter Algorithm

이용복* · 김창호* · 사종성** · 김광식**

Young-Bok Lee, Chang-Ho Kim, Jong-Seong Sa and Kwang-Sic Kim

ABSTRACT

The Extended Kalman Filter(EKF) algorithm estimates variables and unknown parameters simultaneously and is applied to parameter identification of linear and nonlinear mechanical systems. In this paper, an EKF algorithm was developed through a computer simulation and then applied to a sealing test system as a practical example. Comparing with the frequency domain analysis, it was proved to be a useful alternative for the parameter identification.

1. 서 론

기계계에 대한 파라미터 추정 방법중 고전적인 방법은 주파수 영역에서의 접근 방법이다. 이 방법은 측정 데이터에 대한 고도의 해석 능력을 지니고 있으나 선형계에만 제한적으로 사용되는 단점을 지니고 있다.^(1,2) 1960년대 초반 시간 영역에서의 선형 필터링에 대한 새로운 접근이 시도되었고⁽³⁾ 이를 바탕으로 선형 및 비선형계에 대한 부가적 연구가 활발히 진행되어 왔다. Extended Kalman Filter(EKF)는 기존 Kalman Filter의 개념에 선형화를 부가시킨 것으로서 측정된 정보들이 프로세서 모델에 귀환되기 때문에 해석이 어렵고 모든 프로세서의 파라미터를 가정해야하는 단점이 있다. 그러나 선형 및 비선형계

에 모두 적용이 가능하고 미지의 파라미터를 상태변수화 함으로써 상태변수와 미지의 파라미터를 동시에 추정할 수 있는 장점을 지니고 있다.^(4,5) 본 연구는 유체기계에 사용되는 원형 시일의 파라미터를 추정하기 위한 시일링 시스템의 수학적 모델링으로 부터 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 유용성을 확인하고 기존의 주파수 영역에서의 최소자승법(LS)과 Instrumental Variable Method(IV)와의 결과를 비교함으로써 EKF의 유용성을 연구하였다.

2. 이론 해석

2.1 연속계의 시간 영역에서의 모델링

일반적인 확률 동적 선형 시스템의 구조는 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있는데 시스템이나 제어 이론에서 운동 방정식은 1차 미분형(differential type)의 상태 공간 방정식(State Space Equation ; SSE)으로 표현될 수 있다. 선형 혹은 선형화 된 확률 시불변

* 한국과학기술연구원 Tribology 연구실

** 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과

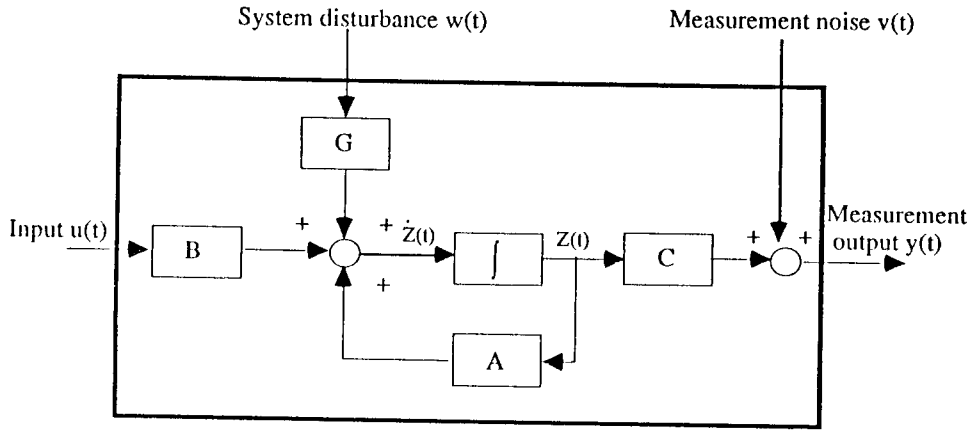


Fig. 1 Block diagram of stochastic linear system

(Stochastic linear time-invariant) 시스템의 SSE는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= A Z(t) + B u(t) + G w(t); \\ Z(t=0) &= Z_0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 Z 는 상태공간 벡터, u 는 확정 제어 입력 벡터 그리고 $w(t)$ 는 프로세서(혹은 플랜트)잡음인 확률 입력으로써 비상관 가우시안 0평균 백색 잡음(uncorrelated Gaussian white noise with zero-mean)과 상호 분산 행렬(covariance matrix) Q 를 갖는다.

$$\begin{aligned} E\{w(t)\} &= 0 \\ E\{w(t)w(\tau)^T\} &= Q \delta\{t-\tau\}; \\ \delta &\text{ Dirac function} \end{aligned} \quad (2)$$

또한 비선형계의 SSE는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= f(Z(t), u(t), t) + G(Z(t), t)w; \\ Z(0) &= Z_0 \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 불연속계의 시간영역 모델링

연속계의 미분식으로 표현된 식 (1)의 SSE는 불연속계에서 불연속 시간 간격 $t_k; k=0, 1, 2, 3, \dots$ 에 대하여 차분식(difference eq.)으로 식 (4)와 같이 표현된다.

$$Z_{k+1} = A^* Z_k + B^* u_k + w_k \quad (4)$$

$$A^* = e^{A\Delta t} = I + A\Delta t + \frac{A^2 \Delta t^2}{2!} + \dots$$

$$\begin{aligned} B^* &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A\tau} B d\tau = B\Delta t + \frac{AB\Delta t^2}{2!} + \dots \\ &\vdots \Delta t = t_{k+1} - t_k \end{aligned}$$

프로세서의 잡음 w_k 의 상호 분산 행렬 Q^* 는 식 (5)로 표현된다.

$$\begin{aligned} Q_k^* &= \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{A\tau} G Q G^T e^{A\tau} d\tau \\ &= G Q G^T \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2!} (A G Q G^T + G Q G^T A^T) \\ &\quad + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

비선형계의 경우 SSE는 식 (6)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Z_{k+1} &= \Psi(Z_k, u_k, t_k, t_{k+1}) + w_k \\ &= Z_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(Z(t), u(t), t) dt + w_k \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 측정 방정식

확률 시스템에서 식 (1)의 물리적 상태변수들은 각 센서를 통하여 측정 잡음이 더해진 출력 변수로 측정된다고 가정하였을때 시간 t_k 에서의 출력 방정식 y_k 과 Z_k 의 상태 변수로 식 (7)과 같이 적용 가능하다.

$$y_k = C_k Z_k + v_k \quad (7)$$

여기서 C_k 는 측정 행렬이고 v_k 는 센서 잡음으로 외란 w_k 에 대하여 비상관된 강도가 0인 가우시안 백

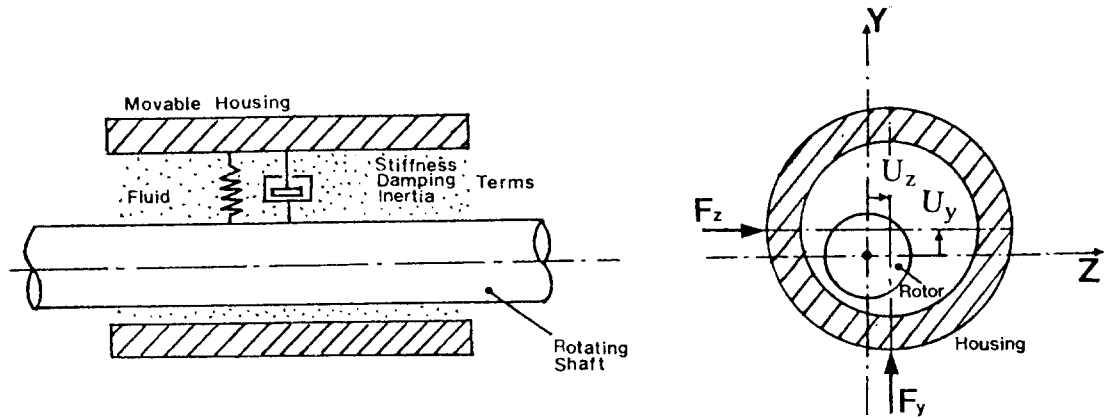


Fig. 2 Mechanical model of the sealing system

색 잡음 프로세서로 가정한다.

즉

$$\begin{aligned} E\{v_k\} &= 0 \\ E\{v_k v^T\} &= R_k \delta_k \end{aligned} \quad (8)$$

3. 컴퓨터 시뮬레이션을 이용한 파라미터의 추정

3.1 수학적 모델링

Fig. 2와 같이 강성이 매우 큰 축과 질량이 m , 댐핑계수 C, c 강성 K, k 를 갖는 하우징 및 원형 시일로 구성되어 있는 시스템의 수학적 모델을 설정하였을 때 축의 중심 위치에서의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_v \\ \dot{U}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & -c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_v \\ U_r \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K & -k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_v \\ U_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_v \\ F_r \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 상태변수화 하기 위해 다음 식 (10)으로 치환하면

$$y_1 = U_v, \quad z_1 = U_r, \quad y_2 = \dot{U}_v, \quad z_2 = \dot{U}_r, \quad (10)$$

식 (9)와 (10)으로 부터 상태 벡터 Z 는 변위와 속도의 항으로 표시된다.

$$Z = (y_1, z_1, y_2, z_2)^T \quad (11)$$

이제 미지의 파라미터 m, C, c, K, k 의 파라미터

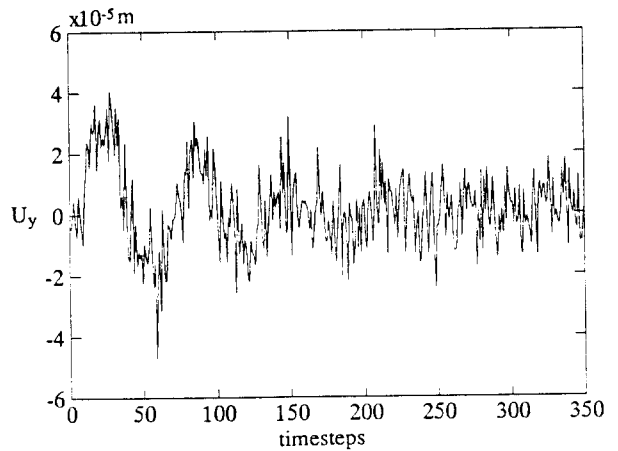


Fig. 3 Random noise corrupted displacement U_v

값들은 추정하기 위해 $p = Z_0$ 라 정의하였을 때 미지의 파라미터들은 상태 변수화되고 새로운 상태 방정식은 식 (12)로 표시된다. 여기서 첨자 x, v, p 는 각각 변위, 속도 그리고 미지의 파라미터를 나타낸다.

$$\dot{Z}^T = (Z_x^T, Z_v^T, Z_p^T) \quad (12)$$

식 (12)는 미지의 상태 변수 Z_p 와 더불어 Z_x 와 Z_v 의 연성에 의한 비선형식이 되었다. 식 (12)를 일반화 형태로 다시 쓰면

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} Z_x \\ Z_v \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_v \\ f_p \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Z_v \\ M^{-1}(Z_x, Z_p, t)g(Z_x, Z_v, Z_p, u, t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 g 는 일반화힘(generalized forces)으로써 외부 입력 벡터 u 를 포함한다.

시뮬레이션을 위해 질량 m 을 35kg, 댐핑 계수 $C = 2500Ns/m$, $c = 700Ns/m$ 강성계수 $K = 1.3 \times 10^6 N/m$, $k = 3 \times 10^5 N/m$ 라 각각 가정하였을때 그때의 시간에 따른 변위 및 속도의 응답을 수치 해석 전용 패키지인 IMSL로 미분 방정식을 풀어 y 와 z 방향의 응답 U_y 와 U_z 을 구하였다. 이때 입력은 싸인의 반파장의 펄스 입력값을 취하였으며 측정 센서의 잡음을 고려해 랜덤 신호를 부가 입력하였다. Fig. 3은 랜덤 잡음을 부가시킨 y 방향의 입력에 대한 y 방향의 변위 U_y 를 나타낸다.

3.2 Extended Kalman Filter의 적용

Fig. 4에서는 EKF를 적용하기 위한 흐름도를 나타내었다. Project ahead의 분산 행렬 $P_{k+1/k}$ 항의

A_k^* 행렬을 나타내는 식 (14.a) (14.b)는 연속 벡터 방정식 A_k 을 Jacobian 행렬의 불연속 함수 \hat{Z}_k 로 나타낸 것이다.

$$A_k = \left. \frac{\partial f(Z, u, t)}{\partial Z} \right|_{z=\hat{z}_k} \quad (14.a)$$

$$A_k^* = e^{A_k \Delta t} = I + A_k \Delta t + \frac{A_k^2 \Delta t^2}{2!} + \dots \quad (14.b)$$

$$= \left. \frac{\partial \psi}{\partial Z_k} \right|_{z=\hat{z}_k}$$

불연속 백색의 잡음 분산 행렬 Q_k^* 는 식 (5)로부터 구하고 초기의 평가된 상태 벡터 \hat{Z} 의 초기치는 그에 관한 정보를 알 수 없다면 0으로 시작하고 P_0 의 값은 매우 큰값을 갖는 대각선 행렬로 가정한다.

Table 1은 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과를 실제값과 비교한 것으로 각각의 파라미터들이 실제 값에 비교적 잘 수렴되어 실제 계에 대한 EKF의 적용이 가능함을 알 수 있다. Fig. 5와 Fig. 6은 시간 반

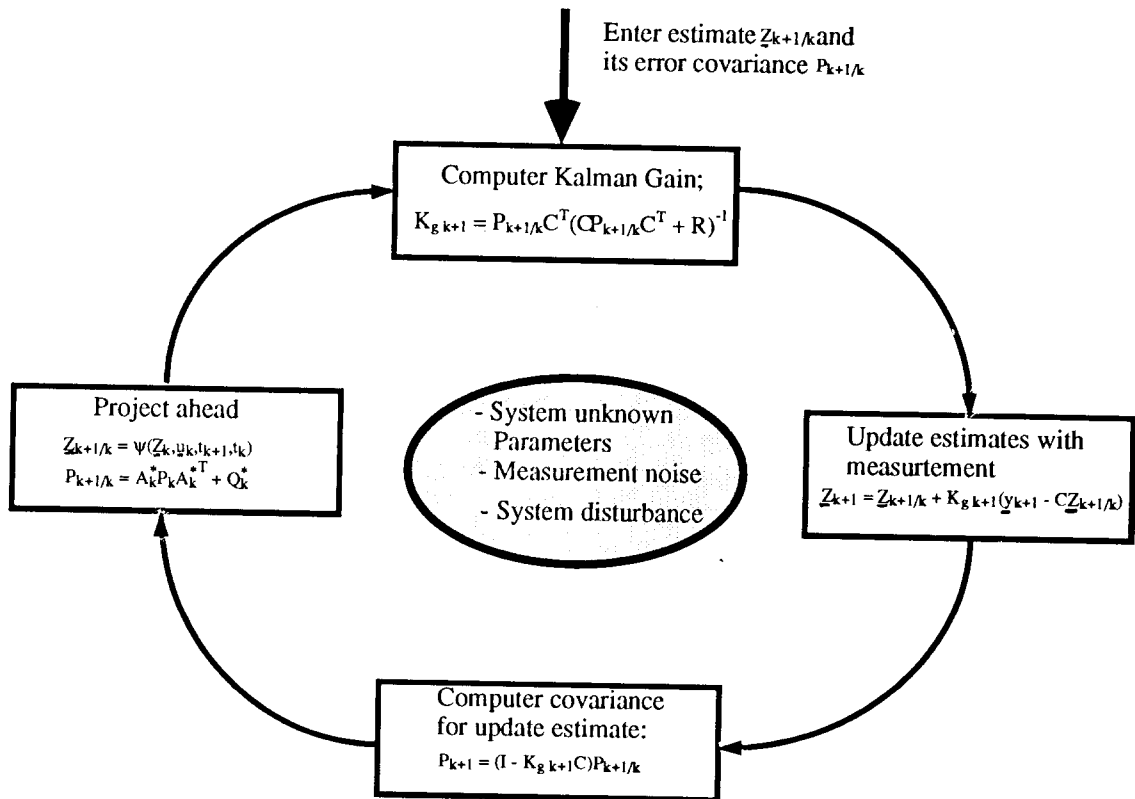


Fig. 4 Extended kalman filter loop

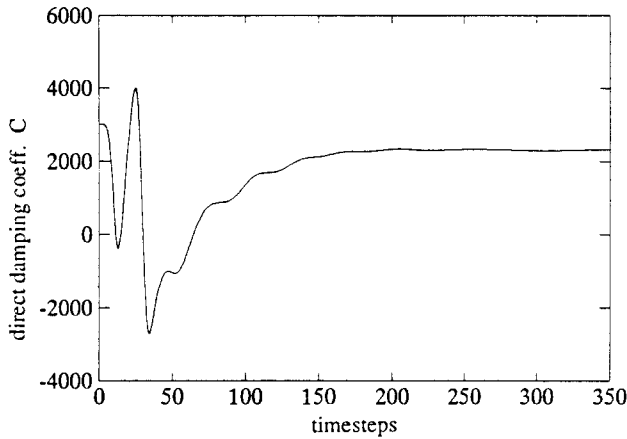


Fig. 5 Simulation of the direct damping parameter C

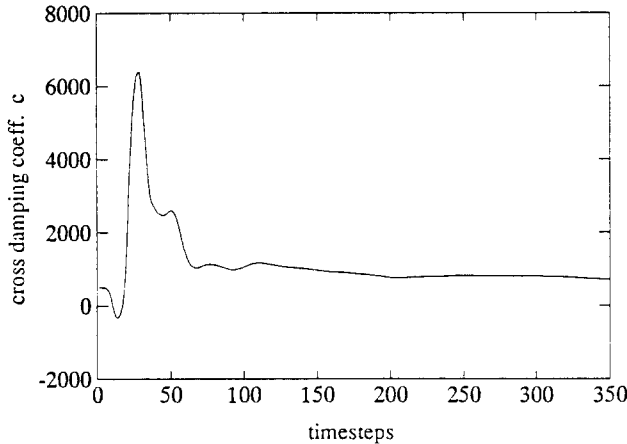


Fig. 6 Simulation of the cross damping parameter C

복에 따른 상태 변수들중 direct 댐핑 계수 C 와 cross 댐핑 계수 c 의 수렴을 나타낸다. 초기 미지의 값으로 부터 계의 특성에 따라 상태 변수들이 수렴 안정성을 띄고 필터의 이득값(K_k)도 시간반복에 따라 안정성을 보였다.

4. 실제계의 적용

2자유도계를 갖는 시일 실험 장치내의 시일의 파라미터를 추정하기 위하여 시스템 전체의 파라미터를 알아야 한다. 역방향 스윙 주입형 시일(ASIS)⁽⁹⁾의 임펄스 가진에 의한 시간 영역에서의 z방향 변위 U_z

Table 1 Parameters of seal test rig : (Simulation)

Parameter	True value	Identified values
M(kg)	35	(EKF)
C(Ns/m)	2500	33.01 ± 1.51
c(Ns/m)	700	2364.7 ± 269
K(N/m)	1.3×10^6	419.07 ± 36
k(N/m)	3×10^5	$1.33 \times 10^6 \pm 11093$
		$2.47 \times 10^5 \pm 17691$

Table 2 Identification results of test rig for seals

Parameter	LS	IV	EKF
M(kg)	41.15	41.05	40.0 ± 17.3
C(Ns/m)	2864	2923	3450 ± 321
c(Ns/m)	167.6	170.0	180.8 ± 12
K(N/m)	1.551×10^6	1.562×10^6	$1.577 \times 10^6 \pm 9245$
k(N/m)	0.959×10^5	0.964×10^5	$0.855 \times 10^5 \pm 12327$

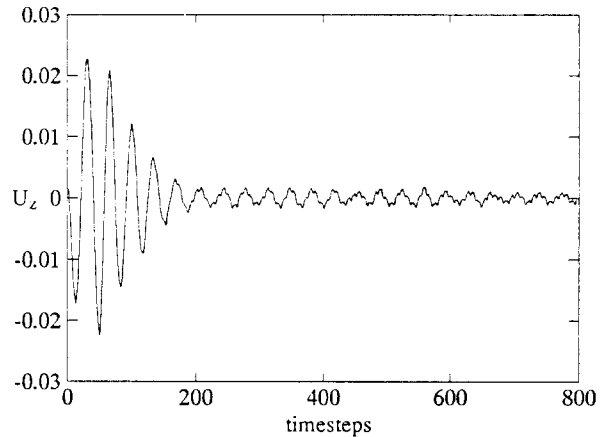


Fig. 7 System response U_z due to an impulse

을 Fig. 7에 나타내었다. 측정된 각 방향의 변위로 부터 속도를 미분하여 구하고 EKF를 적용 시켰을때 구한 상태변수값들 가운데 direct 댐핑계수와 강성계수를 Fig. 8과 Fig. 9에 나타내었다.

Table 2에서는 각 파라미터 값에 대한 주파수 영역에서의 해석(LS, IV)과 EKF 구한 결과를 비교하였다. EKF의 적용해석시 잡음의 강도에 따라 수렴 속도 및 수렴 영역의 차이는 있지만 비교적 주파수 영역에서의 해석값들과 유사함을 알 수 있었다.

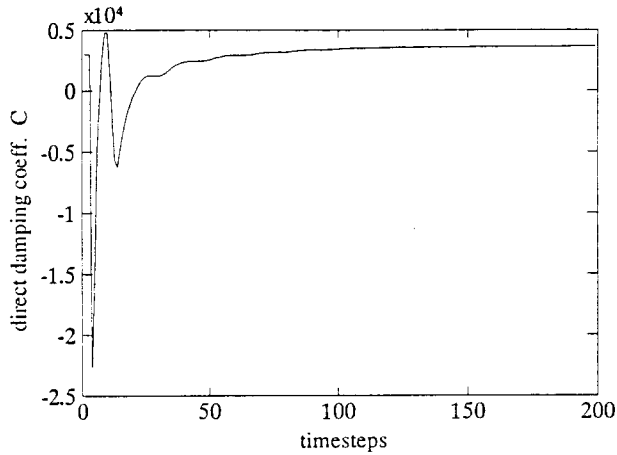


Fig. 8 Estimation of the direct damping parameter C

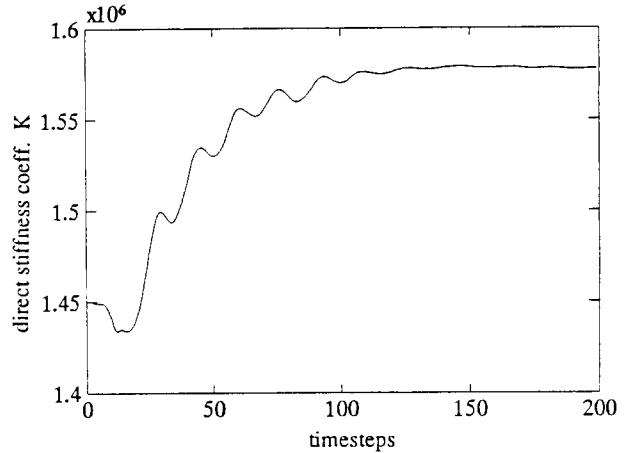


Fig. 9 Estimation of the direct stiffness parameter K

5. 결 론

본 논문에서는 Extended Kalman Filter 알고리즘을 이용한 시간 영역에서의 해석을 수행한 결과 미지의 변수들을 상태 변수화함에 따라 주파수 영역의 해석보다 많은 정보를 동시에 알 수 있는 용이점이 있었고 특히 선형계 뿐만 아니라 비선형계에도 적용 가능함을 예측할 수 있었으며 추후 비선형계의 적용 및 프로세서의 잡음 강도에 따른 수렴조건에 대한 안정성 연구가 예정되어 있다.

참 고 문 헌

- (1) Natke, H. G., 'Updating Computational Models in the Frequency Domain Based on Measured Data : a Survey', Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 3, No. 1, 1988, pp.28~35.
- (2) Ibrahim, S. R., 'Correlation of Analysis and Test in Structural Safty Evaluation Based on

System Identification Techniques, Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1988.

- (3) R. E. Kalman, 'A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems', J. of Basic Engineering, March 1960., pp. 35~45.
- (4) Young, P., 'Recursive Estimation and Time Series Analysis', Springer Verlag, 1984.
- (5) R. G. Brown, 'Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering', John Wiley & Sons, Inc., 1983.
- (6) S. M. Bozic, 'Digital and Kalman Filtering', Edward Arnold, 1979
- (7) C. P. Fritzen, S. Seibold, 'Identification of Mechanical Systems by means of the Extended Kalman Filter'.
- (8) Harold W.Sorenson, 'Kalman Filtering : Theory and Application', IEEE Press, 1985
- (9) 김창호, '고압 펌프용 로타 다이내믹스 및 최적 Sealing 기술 개발' MOST 보고서 UCN709-4162-2, July, 1991.