

〈論 文〉

스티어링 시스템의 모델링 및 진동 해석

Modeling and Vibration Analysis of Steering System

조준호* · 오재응** · 임동규** · 윤희욱*** · 강성종***

Jun Ho Cho, Jae Eung Oh, Dong Gyu Im, Hee Uk Yoon and Seong Jong Kang

ABSTRACT

In this study, to identify the dynamic characteristics of automobile steering system which consists of many components and joints, each component combined structure was analyzed using commercial structural package, ANSYS. And, the finite element method for each component and modeling method of several joints—universal joint, bolt joint, bearing, etc. were studied. On the other hand, the experimental modal analysis was performed to compare with the results of the finite element analysis and joint modeling. The result shows very close agreement between two analysis. Also, it was found that the steering column used in this experiment does not effect the low frequency mode of entire system. In addition, we found that constraint equations need to be considered in modeling universal joint. Since the stiffness effect of Urethane around wheel could be ignored, it can be modeled only with mass effect. In the end, it was found that dynamic characteristics of the entire steering system depends mainly upon the wheel characteristics.

기 호 설 명

- $\{\delta\}$: 4절점 요소내 임의점의 변위벡터
- $\{a\}$: 미지 상수벡터
- $[S]$: 형상 함수 벡터
- $\{\delta\}_e$: 절점 변위 벡터
- T_e : 요소 운동 에너지
- U_e : 요소 변형 에너지
- V_e : 외력에 의한 요소 포텐셜
- $[M]_e$: 요소 질량 행렬
- $[K]_e$: 요소 강성 행렬
- $[M]$: 시스템 질량 행렬

- $[K]$: 시스템 강성 행렬
- $\{X\}$: 시스템 변위 벡터

1. 서 론

자동차의 여러 시스템중 스티어링 시스템은 엔진에서 발생한 진동이 프레임을 통해 전달되어 운전자에게 진동을 전달하고 특히 충돌시 운전자의 안전에 지대한 영향을 끼친다. 또한 타이어를 통해 노면으로부터 스티어링 시스템에 들어오는 진동등 많은 영향요소들에 의해 스티어링 시스템에 발생하는 진동은 공진이 발생할때 스티어링 시스템에는 큰 손상을 발생시킨다. 그러나 지금까지의 연구는 주로 실험적 기법에 의한 진동저감^(1,2)에 치우쳐 왔으며 CAE(Computer Aided Engineering)차원의 연구 및 모델링기법에 관한 연구는 미흡한 상태이다. 이러한 이유로 유니버설조인트와 베어링등의 기계요소를 포함한 복잡한 스

* 한양대학교 대학원

** 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과

*** 현대자동차 마부리 연구소

티어링 시스템의 동특성해석을 위한 모델링 및 공식화 기법의 개발이 요구된다.

본 연구에서는 스티어링 시스템의 동특성 해석을 위해 각 단품 및 조립체를 유한요소 패키지인 ANSYS에서 해석⁽³⁾하였으며 그 모델링 및 해석의 타당성을 알아 보기 위해 실험^(4,5)과 그 결과를 비교하였다. 특히 유니버설 조인트(universal joint), 스티어링 휠(wheel)의 우레탄(urethane)부위, 스티어링 휠과 샤프트(shaft)를 연결하는 볼트 조인트(bolt joint), 샤프트와 칼럼(column)사이의 베어링(bearing)⁽⁶⁾등의 모델링 기법에 대해 알아 보았다.

2. 유한요소법

구조물을 모델화하여 해석하는 경우 간단한 구조의 경우에는 질량을 스프링(spring)이나 댐퍼(damper)로 연결하여 수학적 모델을 구성하지만 복잡한 구조의 경우는 그 한계가 있어 유한요소법 등의 수학적 모델을 구성하여 구조물의 동적 및 정적 특성을 알아 내는 방법이 보편적으로 사용되어 진다. 기계나 구조물의 동적 및 정적 특성을 나타내는 행렬을 특성행렬이라 하는데 이를 구하는 방법에는 여러가지가 있으나 본 연구에서는 유한요소 모델을 통해 특성행렬을 구하였다.

미소한 판의 휨은 요소 내의 임의 점에서 변위 상태를 표현할 때 w 를 수직변위, θ_x , θ_y 를 각각 x 와 y 방향의 각 변위라고 하면 다음의 세가지 성분으로 나타낼 수 있다.

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

이때 4절점 평판 요소에 발생하는 절점변위를 표시하면 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다. 자유도 수가 한개의 절점에 대해 식 (1)에 나타난 바와 같이 각각 3개의 자유도를 가지므로 Fig. 1의 4절점에 대하여는 총 12개의 자유도를 가진다.

평판내의 임의 위치에서 변위 w 는 12개의 미지수 (a_1, a_2, a_3, \dots)를 가지며 식 (2)와 같이 표현될 수 있다.

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}xy^3 + ax_{12}y^3 + \dots \quad (2)$$

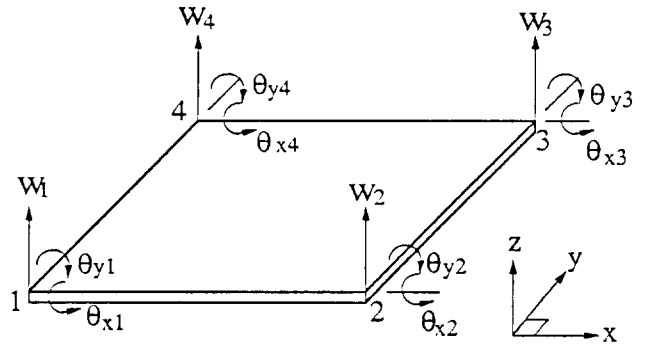


Fig. 1 Modeling of plate element with four nodes

식 (2)를 식 (1)에 대입하면 아래와 같은 식 (3)이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 & 2xy & 3y^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{11} \\ a_{12} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

이것을 행렬-벡터 형태로 간단히 표기하면 다음과 같다.

$$\{\delta\} = [f] \{a\}$$

Fig. 1에 나타난 요소의 x 방향 길이를 c , y 방향 길이를 d 라 하여 절점 1에서 4까지의 좌표값을 각각 $(0, 0)$, $(c, 0)$, (c, d) 그리고 $(0, d)$ 라 하면 절점 변위를 미지수 벡터 $\{a\}$ 와 요소의 치수 c, d 로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} w_1 &= a_1 \\ \theta_{x1} &= a_3 \\ \theta_{y1} &= a_2 \\ w_2 &= a_1 + a_2c + a_4 + a_5c + a_7c^3 \\ \theta_{x2} &= a_3 + a_5c + a_8c^2 + a_{11}c^3 \\ &\vdots \\ \theta_{x4} &= \end{aligned}$$

식 (10)과 (11)을 비교하면 $[M]_e$, $[K]_e$, 그리고 $\{f\}_e$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]_e = \rho \int_v [S]^T [S] dV \quad (12.a)$$

$$[K]_e = \rho \int_v [B]^T [D][B] dV \quad (12.b)$$

$$\{f\}_e = \rho \int_v [S]^T \{f\} dV \quad (12.c)$$

식 (12)에 나타난 행렬이나 벡터의 적분은 행렬이나 벡터를 구성하는 각 요소마다 적분하면 된다. 위에서 보인바와 같이 요소의 특성행렬을 작성한 후에 이것들을 전체의 자유도에 해당하는 자유도에 포함시킴으로써 계 전체의 특성행렬 $[M]$, $[K]$ 를 구할 수 있다.

유한요소 해석에 의해 구해진 특성행렬이 작성된 후에 각 절점에서의 변위는 같다는 조건인 연속조건으로부터 각 특성행렬과 변위벡터를 합성한다. 또 해밀턴(Hamilton)의 원리와 변분(variational method)에 의해 계의 전체 운동방정식은 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (13)$$

여기에서 $[M]$ 은 계 전체의 질량행렬, $[K]$ 는 전체의 강성행렬이고, $\{x\}$, $\{\ddot{x}\}$ 는 각각 모든 절점의 변위 및 가속도 벡터이다. $\{f\} = \{0\}$ 인 경우 일반 고유치문제이므로 고유치해석을 통해 고유진동수, 고유모드 및 전달함수(즉 주파수응답함수)를 얻는다.

3. 구조해석 패키지(ANSYS)에 의한 진동해석

스티어링 시스템은 칼럼, 샤프트, 휠이 볼트 및 베어링 및 유니버설 조인트로 체결되어 있다. 이와같이 복잡한 스티어링 시스템의 동특성 해석을 위하여 본 연구에서는 시스템을 칼럼, 샤프트, 휠로 분리하여 각 단품(column, shaft, wheel) 및 조립체의 진동해석 범용 구조해석 패키지인 ANSYS에서 수행하였다.

3.1 스티어링 각 단품의 유한요소 모델

(1) 스티어링 칼럼(steering column)

두께 1.6mm의 파이프 단면을 가지는 칼럼의 본체 즉 케이싱(casing) 부위는 8각형 단면으로 모델링하여 단면적 및 면적 관성모멘트값의 차이가 실물과 적도록 하였다. 휠과 가까운 쪽의 볼 베어링(ball

bearing)은 집중질량으로 모델링하여 8개의 노드(node)에 고루 분포시켰다. 뒷쪽은 로울러 베어링(roller bearing)으로 길이가 15mm로 판요소로 모델링하였다. 케이싱과 브라켓사이의 매개물은 z방향으로 놓여진 1개의 보요소를 사용하여 모델링하였으며, 매개물과 브라켓을 체결하고 있는 볼트는 y축 방향으로 놓여진 2개의 보요소로 모델링하였다. 또 차체에 연결시키기 위해 뚫어 놓은 브라켓 구멍은 브라켓의 x방향길이를 조정하는 방법으로 모델링하였다.

(2) 스티어링 샤프트(steering shaft)

유니버설 조인트는 2축에 대한 회전운동이 자유상태이다. 즉 4개의 구속방정식이 필요하다. 실험과 결과를 비교하기 위해 샤프트 끝의 유니버설 조인트로 연결된 부분을 90도 꺾어진 상태로 해석하였다. 이 경우 조인트는 5개의 구속조건식에 의해 구속되고 회전 조인트(revolute joint)와 같이 1축에 대해서만 회전운동이 자유상태이다. 모델링시 이 회전이 자유로운 방향으로 회전스프링상수를 영(zero)으로 주어 강제운동이 가능하도록 하였다. 조인트 부근의 복잡한 형상은 보 요소와 집중질량 요소를 사용하여 모델링하였다.

(3) 스티어링 휠(steering wheel)

스티어링 휠은 링(ring), 스포크(spoke), 허브(hub) 및 링을 감고있는 우레탄으로 이루어져 있으며, 링은 타원형 파이프형상으로 되어있고 링과 스포크의 연결부위는 보강판이 붙어 있다. 스포크의 중앙에는 스티어링 샤프트와 볼트로 체결될 수 있도록 허브가 용접되어 있다. 허브는 다른 부위보다 질량의 집중정도가 커 강성효과는 무시하였다. 링의 단면은 원에 가까운 타원이므로 원이라 가정하여 해석하였다. 링 부위는 12개의 접선방향으로 보요소를 사용하여 원형링의 형상을 근사화시켰다. 우레탄의 영률(Young's modulus)은 실험치가 10GN/m² 정도이므로 강철(steel)로 만들어진 링에 질량효과만을 줄 것이라 생각되어 집중질량요소로 모델링하였다. 링과 스포크사이의 보강판은 4절점과 3절점요소를 사용하여 모델링하였다.

3.2 연결부 유한요소 모델

(1) 샤프트와 휠 조립체

일반적으로 볼트는 길이방향 및 반경방향으로 스프링 요소가 부착되어 있는 것으로 모델링한 후 그 강성값을 변화시켜가며 해석하여 실험결과와 유사할 때의 강성값을 볼트의 강성값으로 정한다. 본 연구에서는 샤프트의 중앙으로부터 휠의 허브부분까지 반경방

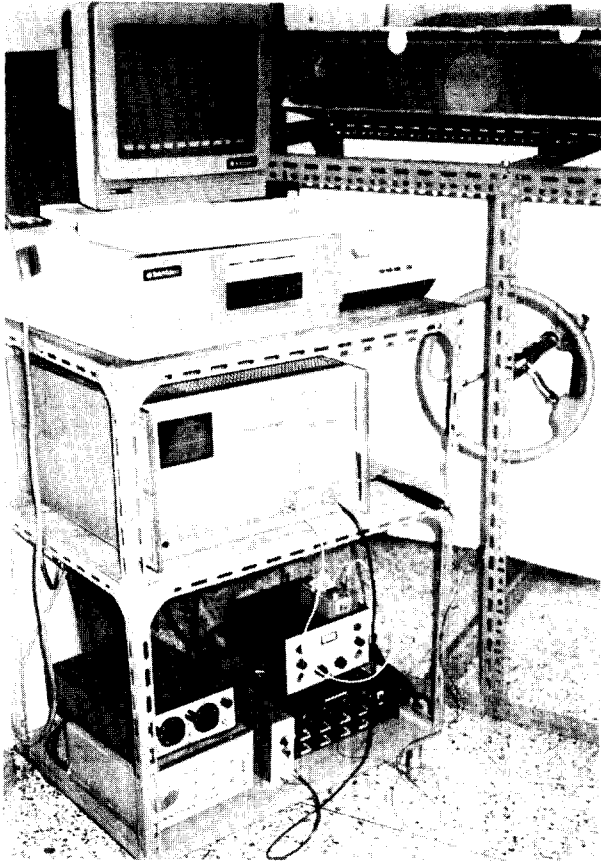


Fig. 2 Photo of modal testing and steering system

향으로 놓인 3개의 보요소로 볼트 조인트를 모델링 하였다.

(2) 전시스템

샤프트와 휠 사이는 위 (1)과 같이 모델링하였으며, 샤프트와 칼럼 사이의 베어링 모델링에 있어서 질량은 칼럼 모델링시 고려하여 넣었기 때문에 무시하고 탄성계수가 큰 보요소를 x 와 y 방향으로 각각 2개씩 반지름방향으로 배열시켜 모델링하였다.

4. 실험

4.1 실험장치 및 방법

본 실험에서 사용된 스티어링 시스템 및 실험장치를 Fig. 2에 나타내었다. 각 단품 및 조립체를 피아노 선으로 지지하여 자유단 상태를 만들었으며 3차원 진동이 가능하도록 가진을 행하고 3축방향에 대해 가속도 응답을 측정하였다. 측정 잡음의 오차를 줄이기 위해 각 측정 자유도에서 20회의 평균화(aver-aging) 작업을 수행하였다.

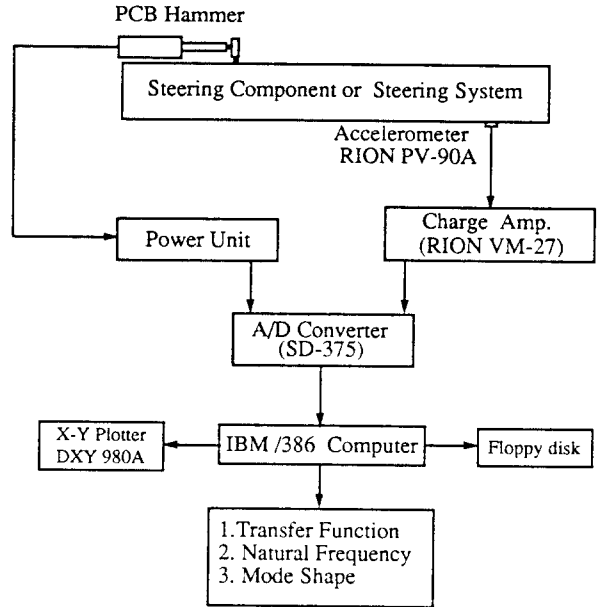


Fig. 3 Block diagram of experimental set-up and data processing

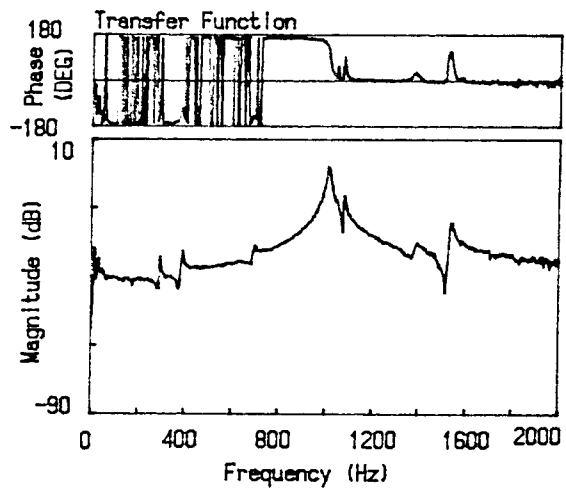


Fig. 4 Transfer function of steering column by experiment

본 실험에서 사용된 측정계 및 데이터 분석계의 계통도를 Fig. 3에 나타내었다. 충격 가진기(PCB 086B03)의 가진 신호 및 가속도 픽업(RION PV-90A)에 의해 측정된 신호는 증폭기(Charge Amplifier, RION vm-27)로 증폭시켜 신호분석기(SD-375)를 통해 전달함수를 모니터링하면서 각각의 신호를 A/D 변환하여 마이크로 컴퓨터(IBM

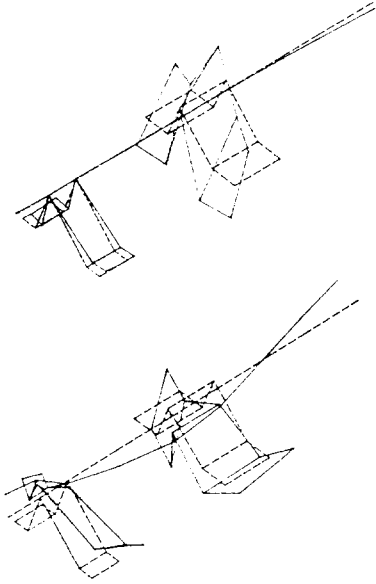


Fig. 5 Mode shapes of steering column by experiment

AT)로 전송하였다. 전송된 데이터는 개발된 프로그램으로 전달함수, 고유진동수 및 진동형등을 구하여 X-Y 플로터(DXY-980A)로 출력시킨다.

4.2 실험결과 및 고찰

(1) 스티어링 칼럼

칼럼은 2000Hz 범위에서 x, y, z 방향 모두 가진 실험을 행하였으며 대표적인 전달함수를 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4에서 볼 수 있듯이 칼럼 본체인 케이싱의 주(main) 1차 모드는 950Hz 근처이며 그 에너지 값이 다른 저차 모드보다 큰 것을 알 수 있으며 Fig. 5를 보면 저차 모드는 브라켓(bracket)의 국부 모드임을 알 수 있다.

(2) 스티어링 샤프트

1000Hz 범위에서 실험하여 얻은 전달함수 그림은 Fig. 6에 나타내었다. x, y 방향 실험의 각 2차 모드는 감쇠가 매우 큰 것을 알 수 있는데 이는 유니버설 조인트 내부에 있는 베어링 및 윤활유에 의한 영향이라 생각된다. 스티어링 샤프트가 2차원 구조물임을 x 방향 및 y 방향 고유 진동수가 다른 것으로부터 알 수 있다.

(3) 스티어링 휠

휠의 반경 방향 측정 전달함수는 모드형상 그래픽을 위해 x, y 방향 데이터로 변환시켰다. Fig. 7에 나타난 전달함수를 보면 2, 3, 4차 모드가 근접해 있

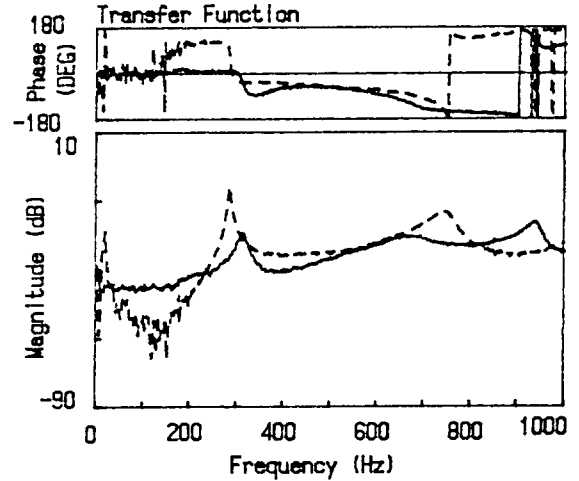


Fig. 6 Transfer function of steering shaft by experiment

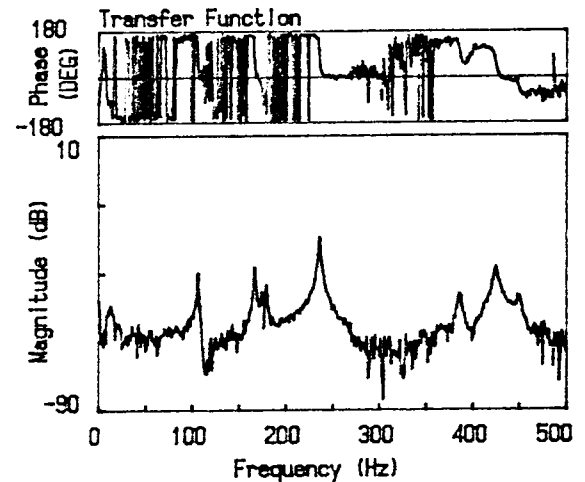


Fig. 7 Transfer function of steering wheel by experiment

어 이 모드들이 서로 영향을 많이 끼침을 알 수 있다. 칼럼과 샤프트에 비해 휠의 고유 진동수가 훨씬 작음을 알 수 있다. 실험으로부터 얻은 휠의 모드를 Fig. 8에 나타내었다.

(4) 스티어링 샤프트와 휠 조합

200Hz영역까지 7개의 고유 모드를 얻었으며 그 전형적인 전달함수와 모드형상을 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 나타내었다. 휠의 2, 3, 4차 모드가 휠 샤프트 조합체에서도 거의 동일한 고유 진동수에서 나타나고 있으며 저차에서는 주로 휠의 변형이 나타났고 샤프트는 별로 변형하지 않음을 알 수 있다.

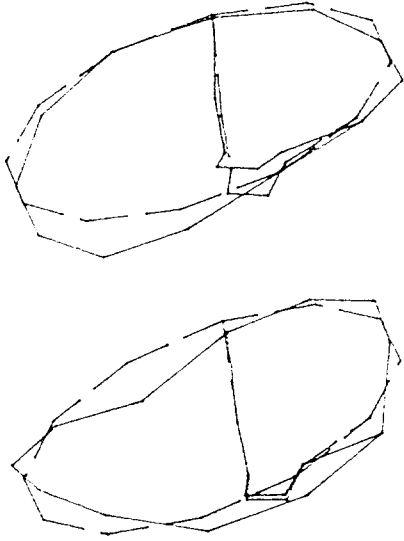


Fig. 8 Mode shapes of steering wheel by experiment

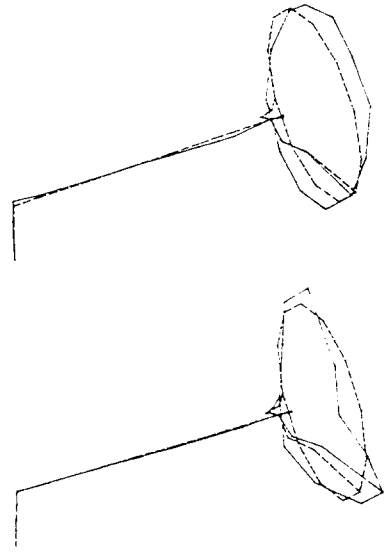


Fig. 10 Mode shapes of steering shaft combined with wheel by experiment

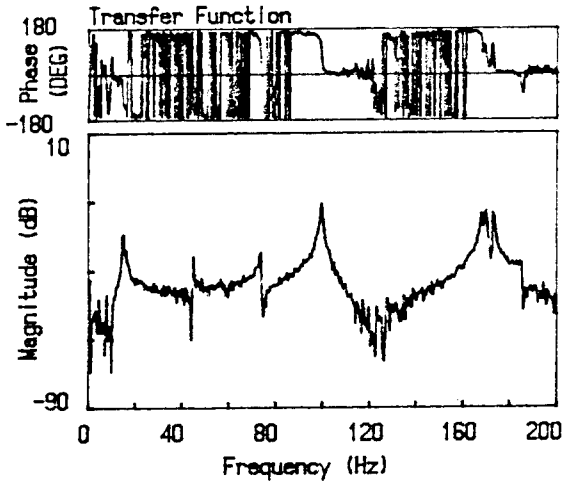


Fig. 9 Transfer function of steering shaft combined with wheel by experiment

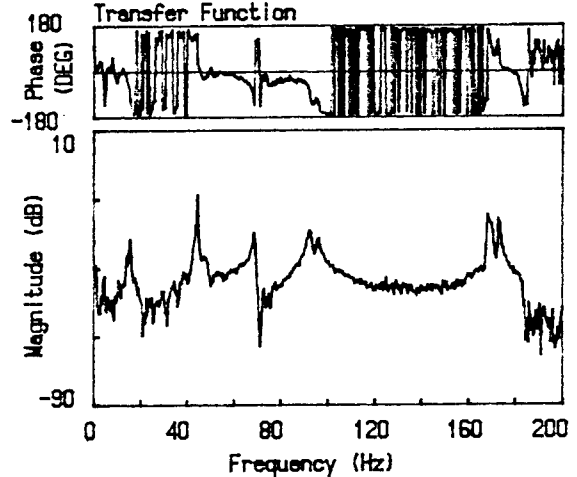


Fig. 11 Transfer function of steering system by experiment

(5) 전체 스티어링 시스템

위 스티어링 샤프트와 휠에 칼럼을 조합하여 스티어링 시스템을 구성하고 200Hz 범위에서 실험을 수행하였다. 그 전형적인 전달함수를 Fig. 11에 나타내었다. 위 (4)조합과 비슷한 양상을 나타내고 있으며 고유 진동수가 약간 이동(shift)되었음을 볼 수 있다. 전 시스템의 모드를 Fig. 12에 나타내었다.

5. 해석 결과와 실험 결과의 비교 고찰

칼럼의 실험에서 얻은 전달함수 Fig. 4를 보면 리플(ripple)이 많이 발생한 것은 케이싱에 브라켓이 볼트로 연결되어 있어 진동의 전달이 용이하지 않았기 때문으로 생각된다. Table 1에 실험과 해석으로부터 얻은 스티어링 칼럼의 고유진동수를 비교해 놓았다. Fig. 13에 해석으로부터 얻은 모드 형상을 나

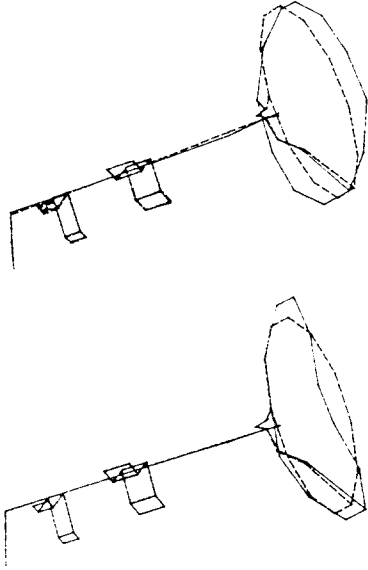


Fig. 12 Mode shapes of steering system by experiment

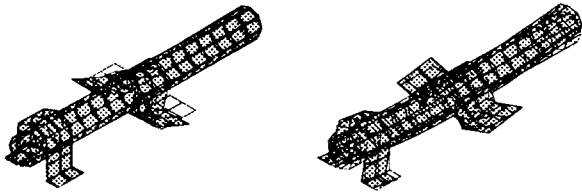


Fig. 13 Mode shapes of steering coulmn by ANSYS analysis

타내었으며 Fig. 5와 비교해 볼 때 케이싱부위의 1차 굽힘 모드는 해석의 경우 975Hz이며 실험의 경우 1020Hz로 5%이내에서 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그 이하의 저차모드는 브라켓의 국부모드로 1,3차의 경우, 모드형상이 잘 일치한다. 브라켓 A는 볼트하나로서 케이싱에 연결되어 있어 실험의 690Hz에 해당되는 모드와 같이 x축에 대한 회전모드가 2000Hz 영역에서는 나타나고 있음을 볼 수 있다. 브라켓 A에 비해 브라켓 B가 굽힘에 대한 보강 효과가 크도록 제작되어 있어 모드형상에서도 브라켓 B는 적은 변형 양상을 나타내고 있다.

스티어링 샤프트의 실험과 해석에서 얻은 고유진동수를 Table 2에 비교하였으며 고차에서 고유진동수의 이동(Shift)을 제외하곤 대체적으로 잘 일치하는 것을 보아 유니버설 조인트는 구속조건을 고려하여

Table 1 Comparison of natural frequency of steering column(unit:Hz)

Method \ Mode	Analysis	Experiment
1	233	290
2	417	765
3	874	690
4	975	950
5	991	1020

Table 2 Comparison of natural frequency of steering shaft(unit:Hz)

Method \ Mode	Analysis	Experiment
1	299	287
2	320	315
3	831	670
4	862	739
5	982	935

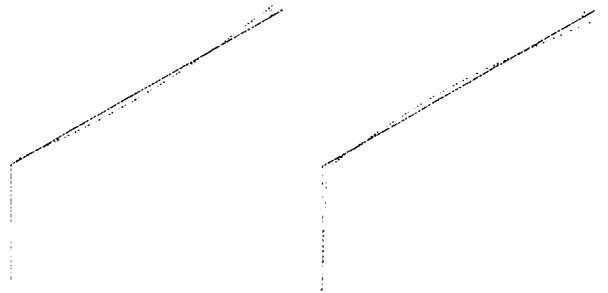


Fig. 14 Mode shapes of steering shaft by ANSYS analysis

모델링하는 것이 타당함을 알 수 있다. 해석에 의한 샤프트의 모드형상을 Fig. 14에 나타내었으며 실험에서와 마찬가지로 면내진동, 면외진동을 나타내고 있다.

스티어링 휠의 우레탄 부위를 강성효과 무시하고 질량효과만을 고려하여 모델링하고 해석한 고유진동수와 실험결과를 Table 3에 나타내었다. 1차 해석 고유 진동수가 실험에 비해 차이가 10Hz 정도 나는 것을 제외하고는 대체적으로 잘 일치하고 있다. 단 1차의 고유진동수가 실험과 차이가 큰 이유는 우레탄

의 강성 무시와 링(ring)의 타원 단면을 진원 단면으로 근사하는 과정에서 발생하였으리라 생각된다.

스티어링 샤프트와 휠 조립체에 대한 해석 및 실험에 의해 얻은 고유진동수를 Table 4에 나타내었다. 조합에 사용된 볼트를 반경방향으로 배치된 3개의 보요소의 강성값을 변화시켜가며 해석한 결과 2번째 모드가 실험에서는 없는 것을 제외하면 고유 진동수 및 모드형상이 실험과 잘 일치한다. 해석에 의해 얻어진 모드형상을 Fig. 16에, 실험에 의해 얻은 모드형상을 Fig. 10에 나타내었다. 주 모드는 휠의 변형 모드인데 그것은 샤프트의 고유진동수가 매우 높기 때문이다.

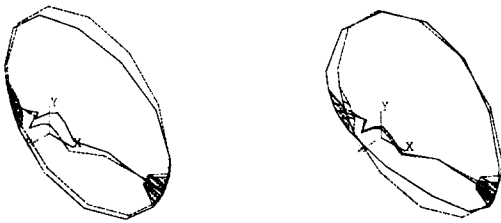


Fig. 15 Mode shapes of steering wheel by ANSYS analysis

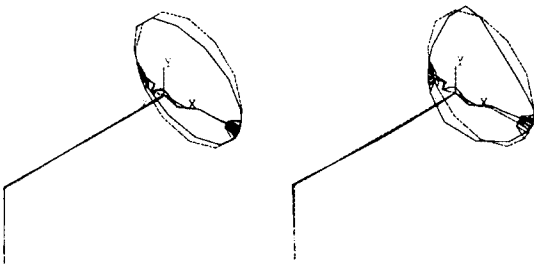


Fig. 16 Mode shapes of steering shaft combined with wheel by ANSYS analysis

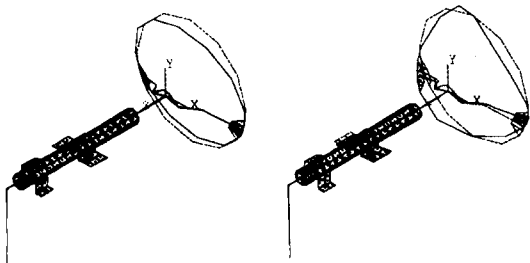


Fig. 17 Mode shapes of steering system by ANSYS analysis

스티어링 샤프트와 칼럼은 볼(ball) 베어링과 로울러(roller) 베어링으로 조합되어 있고 z방향의 미끄럼을 방지하기 위해 리테이너(retainer)가 설치되어 있다. 실험과 해석 결과 얻어진 고유진동수를 Table 5에 나타내었으며 모드형상을 Fig. 12와 Fig. 17에 나타내었으며 스티어링 샤프트와 휠만 조합한 것과 비교할 때 고유진동수는 조금 차이이며 모드는 거의

Table 3 Comparison of natural frequency of steering wheel(unit:Hz)

Method \ Mode	Analysis	Experiment
1	97	107
2	166	167
3	167	176
4	184	180
5	242	237
6	413	386

Table 4 Comparison of natural frequency of steering shaft combined with wheel(unit: Hz)

Method \ mode	Analysis	Experiment
1	44	45
2	62	
3	85	73
4	104	100
5	172	168
6	178	170

Table 5 Comparison of natural frequency of whole steering system(unit:Hz)

Method \ Mode	Analysis	Experiment
1	45	45
2	67	
3	87	68
4	105	93
5	172	168
6	176	170

같음을 알 수 있다. 또 칼럼의 브라켓의 국부모드는 200Hz이하에서는 나타나지 않으므로 200Hz 영역까지 칼럼이 전 시스템의 모드에 끼치는 영향은 거의 없다고 할 수 있다.

6. 결 론

여러개의 단품 및 조인트로 이루어진 스티어링 시스템의 동특성 규명을 위해 ANSYS 해석 및 실험으로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 스티어링 칼럼은 1000Hz 근처에서 케이싱이 주로 변형하는 모드를 보이며 저차모드는 브라켓의 국부모드로 전체 시스템에 끼치는 영향이 적다.

(2) 스티어링 샤프트는 면내·면외 진동양상을 보이고 있다. 또한 유니버설조인트의 구속조건을 고려하여 모델링 한 결과가 타당함을 알 수 있다.

(3) 스티어링 휠의 우레탄 부위는 강성효과를 무시하고 질량 효과만을 고려하여 모델링하여도 실험 결과와 좋은 일치율을 보이나 더 정확한 모델링을 위해서는 강성효과를 고려하여 모델링해야 될 것으로 생각된다.

(4) 단품의 연결부위(볼트, 베어링 등)는 보조소를 사용하여 모델링하고 이 연결부위를 각 단품의 연결에 사용하여 전 스티어링 시스템을 해석할 수 있었으며 전 스티어링 시스템은 200Hz이하의 저주파에서 휠의 진동이 지배적임을 알았다.

후 기

본 연구는 현대자동차 주식회사의 산학협동 연구비 지원에 의해 이루어졌으며 이에 관계자에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) S. L. Chiang, 1985, "Using Experimental Modal Modeling Techniques to Investigate Steering Column Vibration and Idle Shake of a Passenger Car", SAE 850996, pp.4909~4927.
- (2) Hiroshi Sugita, Makoto Asai, 1988, "Experimental Analysis for the Steering Wheel Vibration Using Mechanical Impedance Methods", SAE 870971, pp.342~347
- (3) Gabriel J. DeSalvo, Robert W. Gorman, 1989, ANSYS USER'S MANUAL
- (4) 오재응, 1985, "구조물 모드 해석의 기초와 응용", 회성출판사
- (5) 홍하운, 1988, "유한요소법과 실험 모드 해석법에 의한 감쇠 구조물의 진동해석", 한양대학교 석사학위논문
- (6) Robert Comparin, Donald R. Houser, 1984, "Experimental and Analytical Modeling of a machine Tool Spindle Using Component Mode Synthesis", Proceedings of 3rd IMAC, p.246.