

감도해석법에 의한 구조물의 결합부 강성 산출에 관한 연구

박 석 주* · 왕 지 석*

A Study on the Identification of the joint's Stiffness of a Structure by Sensitive Analysis Method

S. Ch. Park · J.S. Wang

Abstract

In most cases a structure consists of the assembly of some substructures, we assemble them with various joints, and the structure is fixed to a foundation through mounts. In case of the structure with rigid joints like welding, the Finite Element Method could be easily used to analyze the structure's characteristics, but in case of the structure with elastic joints like bolts or rivets, it might be difficult to analyze it by taking account of joint's rigidities, with the conventional method.

This paper proposes the method to identify the joint rigidities by the Sensitive Analysis Method and the Optimization Techniques. And the proposed method applied to identify the rigidities of 4 bolts to combine 2 plates(500mm long, 100mm wide, 3.15mm thick). the analyzed results were well coincident with the experimental results. To confirm the reliability of the rigidities identified, another trial was done for the structure to combine other 2 plates with same joints. The results were good too.

This paper is proposing the identifying method of the joint rigidity of a structure, and it could be used for the data base of the joint rigidity and for the guidance to select joint stiffness.

I. 서 론

최근 전자계산기를 이용한 구조물의 구조해석법이나 진동해석법이 눈무시게 발달하여, 일반구조물이나 기계구조물의 정적·동적특성을

정도 높게 해석할 수 있게 되었고, 또 나아가서는 설계단계에서 상당히 정확히 구조물의 거동을 예측하는 것이 가능하게 되었다. 유한요소법이 그 대표적인 해석법으로 등장하게 된 것이다. 그러나 해석적 방법에 의한 계산값이

* 한국해양대학교

실제 구조물의 거동과 정성적으로는 맞으나, 정확히 맞아 떨어지는 경우는 드물다. 이러한 것은 구조물을 모델화 하는 과정에서의 오차의 누적이나, 구조물에 존재하는 여러가지 형태의 감쇠특성이나, 선형미분방정식으로 가정하여 생기는 오차 등에 기인하는 것이다. 이러한 해석법의 문제점을 보완해 주는 것이 실험에 의한 검증작업이다. 해석결과와 실험결과가 서로 맞지 않을 경우에는 적절한 모델의 수정 등을 통하여 실제 구조물을 더욱 정확히 표현할 수 있는 모델을 찾아낼 수 있고, 또 이러한 작업을 통하여 모델화의 기법을 지식베이스화할 수 있을 것이다.

한편 구조해석은 정도 높은 해석을 하는 것만으로는 만족스러운 해석방법이 될 수 없다. 이것을 최적설계에 응용할 수 있을 때 그 가치가 더 빛나는 것이다. 말하자면 설계단계에서 최적한 상태의 구조형상이나 크기 등이 제시되어야 한다. 이를 위해서는 여러가지 형태나 크기 등의 구조물에 대한 검토가 이루어져야 하는데 이것은 많은 경우에 대하여 똑같은 계산을 되풀이 하여야 한다는 것을 의미한다. 이러한 계산의 시행착오를 개선하기 위하여 쓰이는 방법이 감도해석법이다.

감도란 어떤 특정부분의 형상이나 치수 등을 바꾸었을 때 해석결과값에 주는 영향의 정도를 나타내는 것으로 감도가 좋은 부분의 치수를 바꾸는 것이 목적값에 이르는 가장 손쉬운 방법이 될 것이다. 예를들어 중량최소화 문제라면 구조물의 강도나 진동특성에 영향을 미치지 않는 부분을 찾아내어, 바꾸어 말하면 감도가 가장 작은 부분을 찾아내어 그 부분에서 중량을 줄이면 될 것이고, 고유진동수나 고유진동모우드의 변경문제라면 고유진동수나 고유진동모우드를 가장 많이 변화시킬 수 있는 부분, 즉 감도가 가장 큰 곳을 찾아내어 그 부분의 치수를 바꾸면 될 것이다.

본 연구에서는 구조물이 몇개의 부분구조물의 결합으로 되어 있을 경우, 결합부의 강성을 산출하는 방법을 제안하고자 한다. 많은 구조물은 몇개의 부분구조물의 결합으로 되어 있

나, 구조물을 마운트를 통하여 기반에 고정시키는 경우가 대부분이다. 그러나 아직 이러한 결합부의 강성이 정확히 알려져 있는 경우가 드물고, 경험에 의하면 결합부재의 크기를 결정하고, 결합강도를 결정하고 있는 것이 현실이다. 이에 이 결합부재의 강성을 실험적으로 산출하는 방법을 제안하고 얻어진 강성을 다른 구조물의 결합에 이용하여 그 구조물의 거동에 예측값과 일치하는지를 검토하기로 한다. 만약 예측값과 실험에서 얻어진 결과값이 일치한다면 산출한 강성값을 신뢰성 있는 것으로 인정할 수 있을 것이다. 또한 여러 형태의 결합조건에 대하여서도 손쉽게 강성값을 산출할 수 있을 것이고, 많은 구조물에 실제로 사용하지 않고서도 결합부재가 주는 구조물의 거동에 대한 영향을 예측할 수 있을 것이며, 또한 최적의 결합조건도 찾아낼 수 있을 것이다.

II. 감도해석법과 최적구조변경법

1. 감도해석법

고유진동수와 고유진동모우드의 감도를 구하는 수 많은 방법들이 제안되어 왔으나 여기에서는 Fox¹⁾의 방법을 이용하기로 한다. 다음과 같은 운동방정식을 생각하기로 한다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + [K])\{X\} &= 0 \\ (-\lambda[M] + [K])\{X\} &= \{0\} \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $[M]$ 은 질량행렬, $[K]$ 는 강성행렬, ω 는 고유진동수, λ 는 고유치, $\{X\}$ 는 변위 벡터를 나타내고 있다. 이 고유치 문제의 r 차의 고유치 λ_r 에 대한 고유 벡터를 고유진동모우드의 벡터 $\{\phi_r\}$ 이라 하기로 한다. 여기에서 설계변수 γ 가 γ_0 에서 미소량 ϵ 변화해서

$$\gamma = \gamma_0 + \epsilon \quad (2)$$

로 된다면, $[K]$, $[M]$, λ_r , ω_r , $\{\phi_r\}$ 들도 따라서 변화하게 되는데, 이것들의 1차 미분항만을 고려하면 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$[K] = [K_0] + \frac{\partial [K]}{\partial \gamma} \epsilon = [K_0] + [K'] \epsilon$$

$$[M] = [M_0] + [M']\epsilon$$

$$\omega_r = \omega_{r0} + \omega_r'\epsilon \quad (3)$$

$$\lambda_r = \lambda_0 + \lambda_r'\epsilon$$

$$\{\phi_r\} = \{\phi_{r0}\} + \{\phi_r'\}\epsilon$$

$\lambda_r = \omega_r^2$ 이므로

$$\lambda_r' = 2\omega_r\omega_r'$$

$$\omega_r' = \lambda_r'/2\omega_r \quad (4)$$

이 되고, 따라서 고유진동수의 감도는 고유치의 감도에 의하여 구할 수 있게 된다. 이 때 고유치의 감도와 고유모우드의 감도는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\lambda_r' = \{\phi_{or}\}^T ([K'] - \lambda_{or}[M']) \{\phi_{or}\} \quad (5)$$

고유치의 감도와 고유진동모우드의 감도가 강성행렬의 감도 $[K']$, 질량행렬의 감도 $[M']$ 와 고유진동모우드 $\{\phi_{or}\}$ 에 의하여 표시되어진다는 것을 의미한다. 또 진동모우드 감도벡트는 고유진동모우드 행렬을 이용하여 다음과 같이 모우드 행렬의 선형결합으로 표시할 수 있다^{2,3)}.

$$\{\phi_{or}'\} = [\phi_o] \{\xi\} \quad (6)$$

단,

$$\xi_s = \frac{\{\phi_{os}\}^T (\lambda_{or}[M'] - [K']) \{\phi_{or}\}}{\lambda_{os} - \lambda_{or}}$$

$s \neq r$

(7)

$$\xi_s = -\{\phi_{or}\}^T [M'] \{\phi_{or}\} / 2; s = r \quad (8)$$

바꾸어 말하자면 원래 계의 고유진동수, 고유진동모우드, 강성행렬의 감도와 질량행렬의 감도를 알면 고유진동모우드의 감도도 구할 수 있고, 따라서 원하는 동특성을 가진 구조물로 수정하기 위한 손법의 수정량을 구할 수 있게 된다는 것이다.

2. 최적구조변경법

설명을 간단히 하기 위하여 감도행렬을 $[A]$, 설계변경하고자 하는 장소의 변경량을 $\{x\}$, 변경하고자하는 목표값과 현재값과의 차

를 $\{y\}$ 라 하면 이는 최적화문제로서

$$[A]\{x\} = \{y\} \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 1차 방정식을 나타내고 있지만 행렬 $[A]$ 가 일반적으로 정방행렬이 아니므로, 최소자승 해를 구하는 문제이다.

먼저 구하는 미지수 즉, 변경하고자하는 변경량의 수 설계변수의 수가 방정식의 갯수보다 적은 경우는 통상 말하는 다음과 같은 S 를 최소로 하는 최소자승해를 구하면 된다.

$$S = \|[A]\{x\} - \{y\}\| \quad (10)$$

그러나 일반적으로 구조변경의 문제는 위와는 반대로 구하고자 하는 설계변수의 갯수가 방정식의 갯수보다 많은 것이 특징이다. 예를 들면 몇개의 고유진동수를 특정 고유진동수로 옮기는데 변경할 수 있는 요소의 수는 수십 내지 수백개의 경우 등이다. 이 경우에는 무수히 많은 해를 가지게 되난 다음과 같은 S 를 최소로 하는 제약을 가하면 해가 일의적으로 결정된다.

$$S = \{x\}^T \{x\} \quad (11)$$

(9)식에 (11)식의 제약조건을 부가하여 직접 풀어야 한다^{4,5)}.

III. 결합부 강성값의 산출법

구조물은 몇개의 부분구조물로 이루어진 경우가 많고, 또 이 구조물을 여러가지 형태로 결합시켜서 마운트를 통하여 기반에 고정되어 진다. 이 결합부를 용접등과 같이 강결합으로 연결시킨 경우에는 유한요소법 등의 해석상에 별다른 문제가 없으나 탄성 결합시킨 경우에는 그 결합부의 강성이 전체 구조물의 거동에 커다란 역할을 하게 된다. 그러나 결합 매개체의 강성을 정확히 모르는 경우가 허다하다. 예를 들면 보울트 결합인 경우 경험에 입각하여 일정값의 토오크가 걸리도록 보울트를 조이는 것이다. 이와같이 결합부의 강성이 구조물의 거

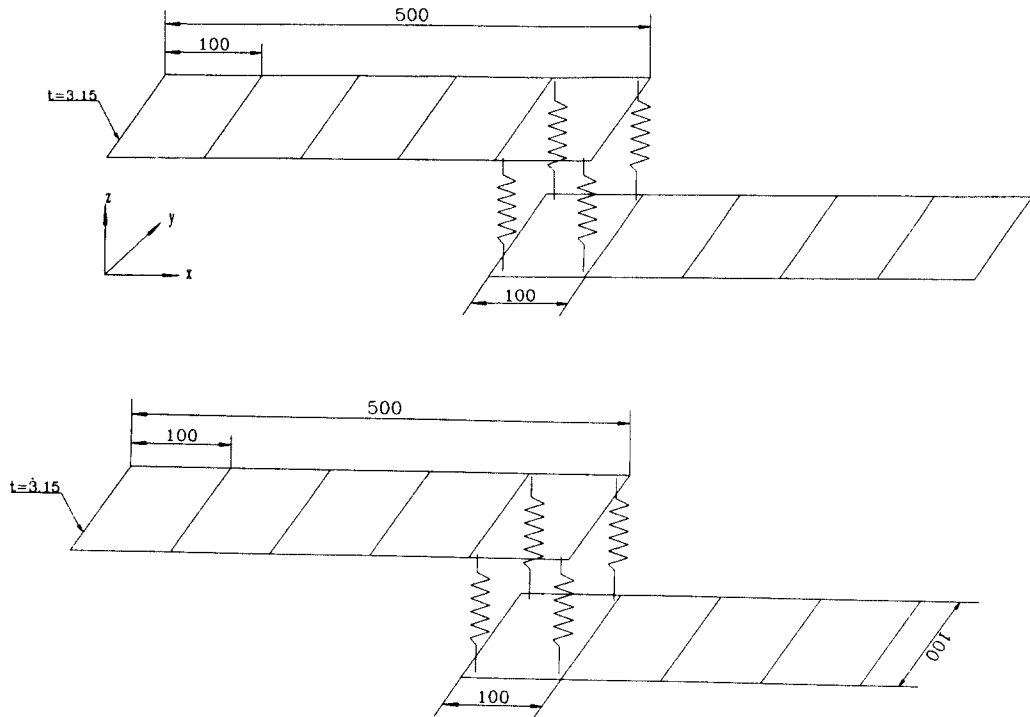


Fig. 1 The model used in the analysis.

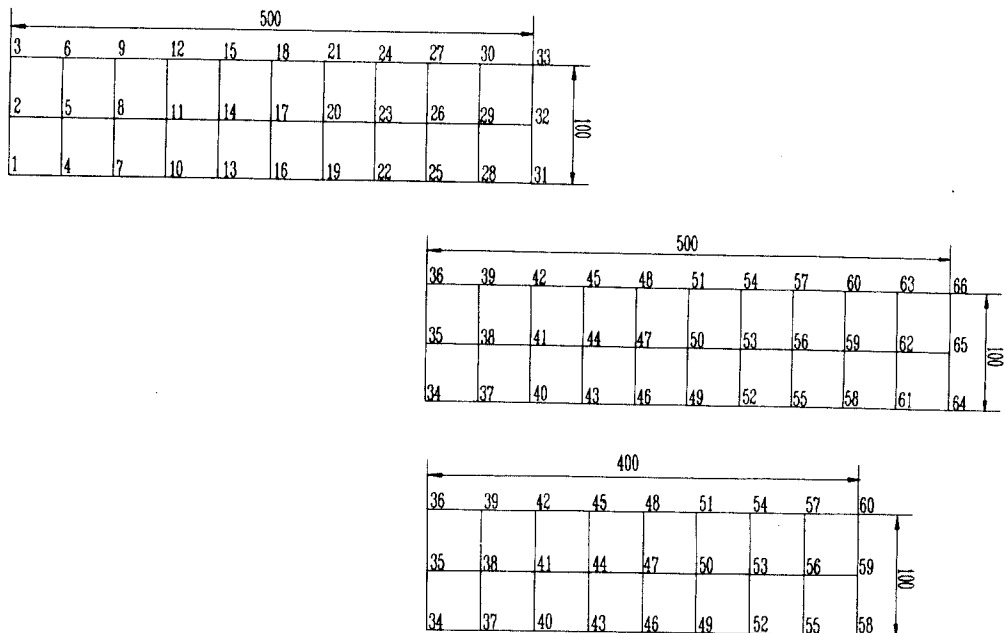
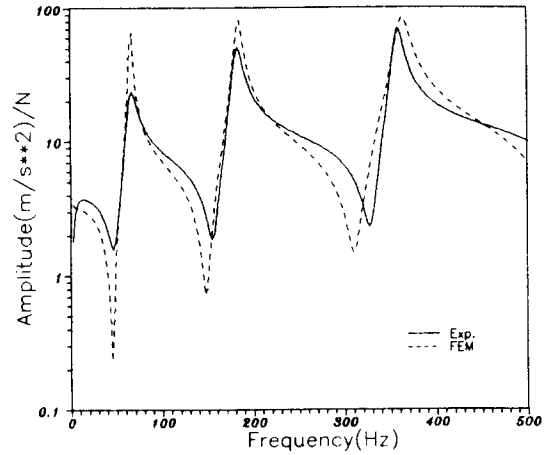


Fig. 2 The FEM model of the analyzed structure.

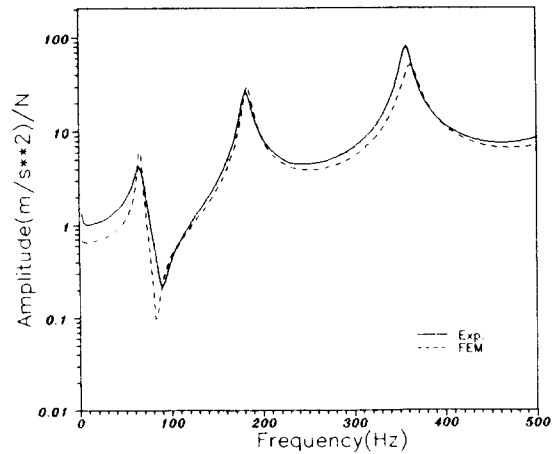
동에 미치는 영향이 지대함에도 불구하고, 경험에 의존하여 부분구조물을 결합하고 있는 실정인 바, 여기에서는 이러한 결합부 강성을 정량적으로 산출해 내어 지식베이스화하는 방법에 대하여 논하고자 한다.

여기에서는 앞에서 설명한 이론을 Fig. 1과 같이 두개의 평판구조물을 연결하는 연결부재의 강성을 산출하는 데 적용하기로 한다. 구조물은 너비 100mm 두께 3.15mm인 연강을 길이 500mm, 500mm, 400mm로 자른 평판을 $\phi 3$ 인 보울트로 서로 연결하여 만들었다. Fig. 2에 유한요소분할을 보인다. 우선 유한요소법에 의한 진동해석법의 타당성을 검증하기 위하여 길이 500mm인 평판에 대하여 해석하여 보았다. Fig. 3은 해석결과와 실험결과를 보이고 있다. 실선이 해석결과이고 점선이 실험결과를 보이고 있다. Fig. 3의 (a)는 절점 2를 Z방향으로 가진하여 그 점의 응답에 대한 전달함수를 보이고 있다. 또 (b)는 절점 2를 가진하여 절점 26 응답에 대한 전달함수를 보이고 있다. 고유진동수는 거의 일치하고 있고, 경향도 비슷함을 보여준다. 다른 점들의 전달함수도 같은 정도의 일치율을 보였다. 여기에서 유한요소법에 의한 진동해석법의 신뢰성을 알 수 있다.

다음에는 길이 500mm인 철판 두 장을 Fig. 1과 같이 결합시킨 구조물에 대하여 살펴본다. Fig. 4의 실선이 강결합으로 가정하였을 경우의 해석결과이고 점선은 실험에서 얻어진 결과이다. Fig. 4의 (a)는 절점 2를 가진했을 때 절점 2의 전달함수이고, 그림(b)는 절점 2를 가진했을 때 상대철판 절점 32의 응답에 대한 전달함수이다. 실험에 의하여 얻어진 전달함수가 강결합으로 가정했을 경우의 해석에 의한 전달함수보다 고유진동수가 전반적으로 낮은 것을 알 수가 있다. 이것은 실제 구조물의 결합이 탄성결합이기 때문에 강결합의 경우보다 고유진동수가 낮아졌음을 의미한다. 말하자면 결합부의 강성에 기인하는 오차에 의하여 전달함수의 차이가 생긴 것이다. 따라서 이 전달함수가 서로 일치하도록 하는 결합부의 강성값을 찾아내면 될 것이다. 여기에서는 전체의 전달



(a)

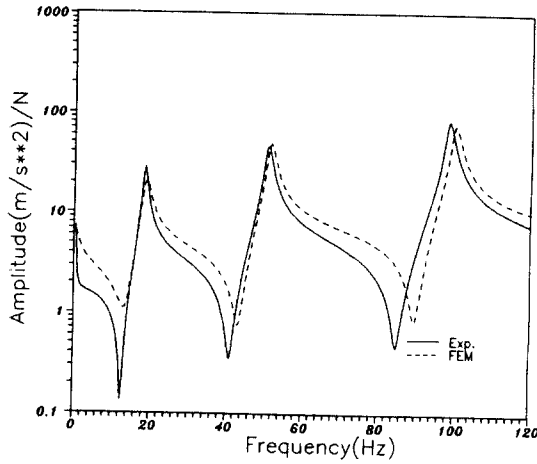


(b)

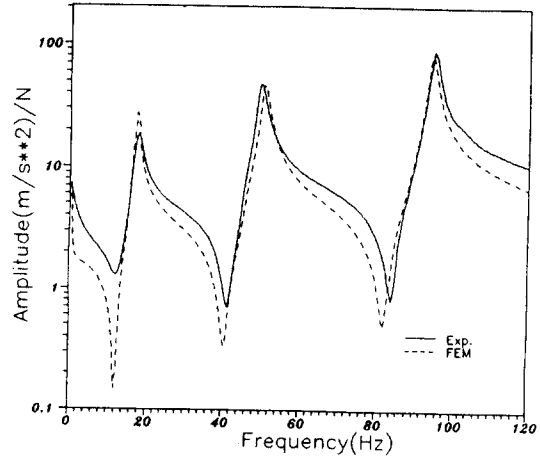
Fig. 3 Transfer functions of the 500mm plate.

함수를 일치시키는 방법을 쓰지 아니하고 고유진동수만을 일치시키는 방법에 의하여 결합부 강성을 산출하고자 한다. 처음에 적당한 초기값으로 출발하여 초기 강성값에 대한 감도해석을 하고 그에 따른 변경량을 구하여 다시 초기값으로 사용하여 재차 변경량을 구하는 반복계산법에 의하여 고유진동수가 일치할 때까지 계산한다.

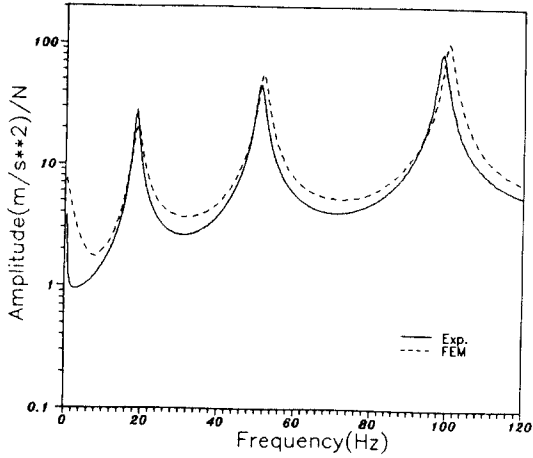
이렇게 하여 얻어진 결과가 Fig. 5에 나타나 있다. 그림(a)는 절점 2의 가진에 대한 절점 2의 응답의 전달함수이고, 그림(b)는 절점 2의 가진에 대한 상대철판의 절점 26의 전달함



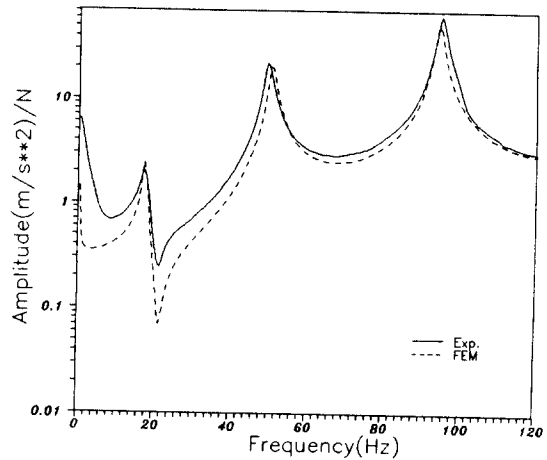
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig. 4 Transfer functions of the structure of 500mm and 500mm plate.

Fig. 5 Transfer functions of the structure of 500mm and 500mm after identification.

수를 보이고 있다. 대체로 일치함을 알 수 있다. 말하자면 해석에 사용된 결합강성이 어느 정도 타당성이 있을 것으로 사료된다.

이렇게 하여 얻어진 강성계수는 X축 방향 $0.124 \times 10^6 \text{ N/m}$, Y축 방향이 $0.124 \times 10^6 \text{ N/m}$, Z축 방향이 $0.283 \times 10^7 \text{ N/m}$, X축 방향 회전에 대한 값이 $0.516 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$, Y축 방향 회전에 대한 것이 $0.516 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$, Z축 방향 회전에 대한 것이 $0.118 \times 10 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 이었다.

위와같이 감도해석법에 의한 최적화 수법을

사용하여 결합강성값을 산출하였으나, 과연 이러한 값들이 신뢰성이 있는 지에 대하여서는 의문의 여지가 남는다.

특수한 경우에만 이러한 값이 유효한 해석결과를 가져오면 별 의미없는 결합강성 값을 얻은 셈이다. 그래서 이번에는 구하여진 강성값을 이용하여 길이 500mm와 400mm의 철관을 같은 조건으로 연결한 구조물에 대하여 적용하여 보았다. 그 해석결과가 Fig. 6에 나타나 있다. 여기에서도 전달함수의 경향과 고유진동수가 대체로 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서

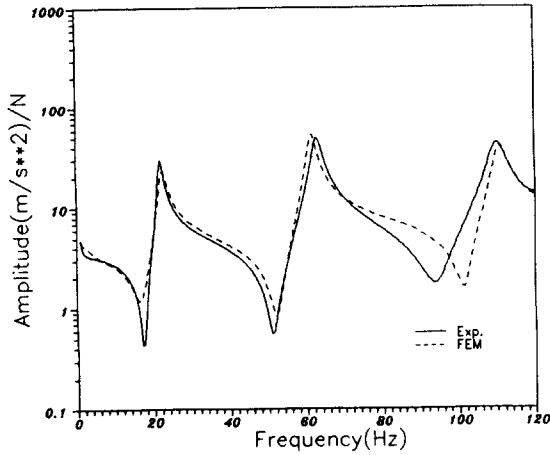


Fig. 6 Transfer function of the structure of 500mm and 400mm plate.

앞에서 구한 강성값은 특수한 한가지 경구에만 쓰일 수 있는 것이 아니고, 다른 구조물의 결합에도 그대로 이용할 수 있다는 것을 알 수 있고, 따라서 이 강성값은 상당히 신뢰성이 있는 강성값으로 간주해도 좋을 것이다.

IV. 결 론

구조물들은 대개 몇개의 구조물을 서로 결합시킨 복합구조물로 되어 있는 경우가 많은 것이 현실이지만 아직 결합부의 강성에 대해서는 구체적으로 언급되어진 연구가 거의 이루어지지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 이러한 경우의 결합부강성에 대하여 그 성격을 규명하고자 하였다. 본 연구에서는 구조물의 결합부 강성의 구조물의 고유진동수에 대한 감도를 구하여, 결합부의 강성을 산출하는 방법에 대하여

여 살펴 보았다. 먼저 길이 500mm의 철판 두 장을 서로 보울트로 결합시켜서 결합부의 강성을 산출하였고, 그 결과 실험값과 해석값이 상당히 잘 맞아 들어감을 알 수 있었다.

다음에 여기에서 얻어진 결합부의 강성값을 길이 500mm와 400mm의 철판을 연결한 구조물에 그대로 적용하였을 때 해석한 결과와 실험한 결과가 대체로 일치함을 확인할 수 있었다. 따라서 이것은 앞에서 구한 결합부 강성값이 결합조건만 일치시킨다면 다른 구조물의 결합에도 그대로 적용될 수 있음을 말하여 준다. 감도해석법을 최적설계법에 도입하면 이제까지 경험에 의존하였던 결합구조물의 결합부강성의 성격을 보다 정량적으로 규명할 수 있을 것으로 사료되고 또 이러한 값들을 지식베이스화함으로써 비슷한 경우에 대하여 어떠한 결합조건을 부여하는 것이 좋을 것인가에 대한 지표로서 사용될 수 있을 것이다.

V. 참고문헌

- 1) Fox R. L., and Kapoor M. P., "Rates of changes of Eigen Values and Eigen Vectors", ALAA. J. Vol. 6, No. 12, 1968. p. 2426.
- 2) 長松, "モード解析", 培風館, 1985, p. 268
- 3) 朴錫柱, 外 4人, "感度解析法에 의한 最適變更法", 韓國舶用機關學會誌, 16-1, 1992, p. 47.
- 4) 柳井, 竹内, "射影行列, 一般行列, 特異値分解", 東京大學出版會, 1983, p. 65.
- 5) 戶川, "マトリクスの數値解析", オーム社, 1971, p. 46.