韓國經營科學會誌
第17卷 第3號
1992年 12月

모호한 목표를 가진 대화형 퍼지 다목적 의사결정

이상완*·홍성일**

Interactive Fuzzy Multiobjective Decision-Making with Imprecise Goals

S. W. Lee* and S. I. Hong**

Abstract

MODM(multiobjective decision-making)problem is very complex system for the analyst. The problem is more complex if the goals of each of the objective functions are expressed imprecisely. It requires suitable MODM method to deal with imprecisions.

Therefore, we present a new interactive fuzzy decision making method for solving multiobjective nonlinear programming problems by assuming that the decision maker(DM) has imprecise goals that assume fuzzy linguistic variable for each of the objective functions. The imprecise goals of the DM are quantified by eliciting corresponding membership functions through the interactive with the DM out of six membership functions. After determining membership functions, in order to generate the compromise or satisficing solution which is λ-pareto optimal, λ-max problem is solved. The higher degree of membership is chosen to satisfy imprecise goals of all objective functions by combining the membership functions. Then, the values are the compromise or satisficing solution. On the basis of the proposed method, an interactive computer programming is written to implement man-machine interactive procedures. Our programming is a revised version of sequential unconstrained minimization technique. Finally, a numerical example illustrates various aspects of the results developed in this paper.

* 동아대학교 산업공학과
** 경북산업대학교 산업공학과

1. 서 론

오늘날 의사결정문제들은 다수의 상충된 목적하에서 가능한 최적으로 의사결정을 내리는 다목적 의사결정문제(multiobjective decision making problem)가 대부분이다. 이러한 문제들을 해결하기 위한 다목적 의사결정기법들이 지난 수년간 많이 제시되었다. 그중 전체효용함수(global utility function)를 사용한 다속성 효용함수법(multiattribute utility function method) [9]과 부분적인 효용함수(local utility function)를 이용한 상반적 대용가치법(surrogate worth trade-off method) [7]이 우수한 기법으로 알려져 왔다. 그러나 다속성 효용함수법은 전체적인 효용함수를 사용하므로 하나의 선호함수(preference function)가 정식화되면 그것의 최대를 최적해로 간주하기 때문에 매우 제한적이고, 부분적인 효용함수를 사용한 상반적 대용가치법은 선호함수가 수학적으로 단순하고 간편하여 제한적 가정은 피했지만 연속적 근사를 통하여 최적에 도달하기 때문에 근사과정에 상당한 시간이 소요된다는 단점을 가진다.

Oppenheimer [12]는 이 두 기법의 장단점을 합당한 수준에서 혼합하여 새로운 한계 대체율 벡터를 평가하여 부분적인 대용선호함수(proxy preference function)가 최대가 되는 점을 찾는 대용접근법(proxy approach method)을 제시하였지만, 각 반복에서 산출된 해가 파레토 최적성(pareto optimality)을 보장하지 못한다는 문제를 가진다.

Sakawa [16]는 이 기법에 기초를 두고 파레토 최적성을 보장하는 축차 대용최적화기법(sequential proxy optimization technique)을 제시하였다. 이어서 Sakawa [17]는 퍼지 축차대용최적화 기법(fuzzy sequential proxy optimization technique)으로 불리는 대화형(interactive) 다목적 의사결정기법을 제시하였다.

그는 의사결정자의 한계대체율(marginal rates of substitution)을 평가함에 있어 본질적인 모호성이 있다고 생각하고 이를 L-R형태의 퍼지수로 해석하였다. 효용함수를 최대로 하는 pareto 최적해를 얻기 위하여 ε-제약문제를 해결하고 의사결정자의 MRS와 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)가 같아지는 최적성조건의 기준 척도로 정규화된 스칼라적(normalized scalar product)을 퍼지수로 변환시킨 기준치를 제시하였다.

그러나 이 기법 또한 의사결정자의 효용함수가 구축되어야만 사용할 수 있다는 제한을 가지고 있다. 이러한 제한을 해결하기 위하여 Lee등 [10]은 의사결정자의 MRS를 평가할 때 다섯종류의 구성함수(membership function)를 사용한 수정된 퍼지 축차 대용 최적화기법을 제시했다.

최근에 Sakawa 등은 대화형접근과 α-절단(α-cut), 이분법(bisection method), 최대최소(minimax)개념에 기초를 두고 의사결정자가 모호한 목표를 가지고 의사결정분석자가 모수에 대하여 모호한 가능값을 가질때 DM의 만족해를 결정하는 대화형 선형분수계획법[13], 퍼지모수를 가지는 대화형 다목적 선형분수계획법[19], 퍼지모수를 가지는 대화형 다목적 선형계획법[18], 대화형 다목적 비선형계획법[15]들을 제시하였다.

그는 이들 논문에서 전통적인 퍼지 접근에서 사용하는 최소연산자는 의사결정자가 최소연산자가 적당하고 느낄때 만이 선호될 수 있다는

한정과 의사결정자의 퍼지 선호를 잘 나타내는 적당한 총괄함수(aggregation function)를 현실적으로 확인하기 어렵기 때문에 대안적으로 대화적 접근을 사용한다는 점을 강조하였고 의사결정자가 α와 희망구성값(reference membership value) 또는 희망목표값을 명시하면 (확장된) 최대최소 문제를 해결하여 의사결정자의 만족해를 결정한다고 언급했다.

만족해 결정 과정에서 의사결정자에게 목적함수값 사이의 상반율(trade-off rate)과 α와 목적함수값 사이의 상반율, 그리고 M-α-pareto 최적해를 제공함으로써 현재의 해의 만족정도를 의사결정자가 쉽게 결정할 수 있도록 하였다.

그러나 이 논문들은 의사결정자가 각 반복마다 새로운 α값 또는 목적함수값을 계속적으로 제공해야 한다는 점과 실제 의사결정자가 각 상반율의 의미를 정확하게 파악하기 어렵다는 문제, 그리고 각각의 목적함수 또는 구성함수에 대한 선호구성함수를 선택한 후 전체적으로 혼합하지 못함으로서 의사결정자가 목적함수들에 대하여 느끼는 전체정보를 반영하지 못한다는 단점을 가진다.

이에 본 연구에서는 이러한 단점을 개선, 보완하기 위하여 각 목적함수들에 대한 목표들을 의사결정자가 "거의 얼마이면 좋겠다"라고 하는 것과 같은 퍼지언어변수(fuzzy linguistic variable)로만 나타내면 목표에 관한 정보를 취할 수 있도록 하여 의사결정자와 대화를 쉽게 할 수 있도록 하고 목표들에 대한 각 목적함수들의 구성함수를 이전에 Sakawa [14]가 제시한 5가지 구성함수, 즉 선형(linear)구성함수, 지수(exponential)구성함수, 쌍곡선(hyperbolic)구성함수, 역쌍곡선(hyperbolic inverse) 구성함수, 부분선형(piecewise linear)구성함수 외에 sin곡선형태(type of sin curve)로 확장하여 의사결정자가 보다 큰 선택의 폭에서 목표에 대한 자신의 구성증가율(rate of increase of membership)을 고려한 구성함수를 선택할 수 있도록 한다. 또한 해의 유도를 위한 기초정보원인 파레토 최적해들은 ε-제약법(ε-constrain method)을 사용하여 구하고 의사결정자의 전반적인 선호정보를 충분히 반영하는 만족해를 이끌어 내기 위하여 의사결정자가 각 목적함수에 대하여 선정한 구성함수들을 동시에 조합하여 최대의 구성정도(degree of membership)를 반영한 λ 최대법[11]을 적용해서 Fiacco와 Mccormick[6]이 개발한 SUMT (Sequential Unconstrainted Minimization Technique)를 퍼지 형태로 수정한 프로그램으로 해결하는 새로운 대화형 퍼지 다목적 의사결정법의 알고리즘이 제시된다. 제시된 새로운 의사결정법은 의사결정자가 자신의 목표에 대한 구성함수와 퍼지언어변수로 표현된 목표, 그리고 편차범위만 지정하면 의사결정자의 모호한 목표를 잘 반영하고 파레토 최적성이 보장되는 만족변수값(satisficing variable value)과 목적함수값이 결정될 수 있고 선형과 비선형 다목적 계획문제에 공히 적용될 수 있다는 장점이 있다.

제시된 방법에 기초를 두고 대화형 의사결정에 대한 수치예가 수행결과와 함께 주어진다.

2. 대화형 퍼지 다목적 의사결정기법

다목적 비선형계획문제(multiobjective nonlinear programming problem : MONLP)는 다음의 벡터 최소화문제와 같이 정식화 된다.

$$\min_{x} f(x) \triangleq (f_1(x), f_2(x), \cdots, f_p(x)) \quad (1)$$

subject to

$$x \in X = \{x \mid x \in E^n, g_j(x) \le 0, j=1, \cdots, m\} \quad (2)$$

여기서 x : n차원의 의사결정변수 벡터

$f_1(x), \cdots, f_p(x)$: 결정변수벡터 x의 p개의 목적함수

$g_1(x), \cdots, g_m(x)$: m개의 부등제약식

X : 제약조건집합의 실행가능한 해

모든 $f_k(x)$, $k=1, \cdots, p$는 미분가능이고 볼록(convex)이며 X 또한 볼록이라 가정된다.

다목적 비선형계획목적의 근본은 비열등해(non-inferior solution)로 알려진 파레토(pareto) 최적 개념이다. 정성적으로 다목적 비선형계획문제의 파레토 최적해는 하나의 목적함수값의 개선은 단지 다른 목적함수값의 손실에 의해서만 얻어질 수 있는 것이다. 일반적으로 파레토 최적해는 무한점으로 구성되어 있고 의사결정자는 파레토 최적해 중에서 그가 선호하는 해를 선택해야만 한다. 수학적으로 다목적 비선형계획문제에 대한 파레토 최적해의 이론적인 정의는 다음과 같다.

[정의 1] 만약 최소한 하나의 i에 대하여 $f_i(x) \le f_i(x^*)$가 성립되는 $x \in X$가 존재하지 않는다면 $x^* \in X$는 다목적 비선형계획문제의 파레토 최적해라 한다.

각 목적함수 $f_k(x)$에 대하여 의사결정자로 부터 구성함수(membership function) $\mu(f_k(x))$의 상·하한값을 이끌어 내기 위하여 먼저 주어진 제약조건 하에서 다목적 비선형계획문제의 최적해를 얻는 하나의 방법인 ε-제약문제로서 각 목적함수 $f_k(x)$의 최소값 f_k^{min}과 최대값 f_k^{max}를 계산한다.

$$P_k(\varepsilon) \quad (3)$$

$$\min_{x \in X} f_k(x)$$

subject to

$$f_j(x) \le \varepsilon_j,\ j=1, \cdots, p,\ j \ne k \quad (4)$$

주어진 점 x^*(비열등해)에 대하여 $P_k(\varepsilon)$를 표현하기 위해 $P_k(\varepsilon^*)$를 이용한다.

즉, $\varepsilon_j = \varepsilon_j^* = f_j(x^*)$

계산된 각 목적함수의 최대, 최소값을 고려하여 의사결정자는 각 목적함수에 대하여 $f_k(x)$는 "a_k 근처에 있어야 한다." 또는 "거의 a_k값이면 좋겠다."라고 하는 것과 같은 퍼지언어변수로 표현된 목표들과 편차범위를 지정할 수 있다. 결국 퍼지언어변수로 표현된 목표 a_k는 퍼지수(fuzzy number) $\tilde{a}_k$로 설명될 수 있다. 퍼지수들은 Dubois와 Prade[4]에 의하여 도입되는 퍼지수로 특성지워진다고 가정한다.

각 목표에 대한 좌, 우 구성함수를 결정함에 있어서 의사결정자는 다음과 같은 6가지 구성함수 형태로 부터 의사결정자가 만족하는 구성의 증가율을 고려하여 주관적인 방법에서 자신의 구성함수 $\mu_k(f_k(x))$를 선택할 수 있다. 여기서 쌍곡선 구성함수를 제외한 다른 모든 구성함수는 만일 $f_k(x) < f_k^L$, $f_k(x) > f_k^R$ (f_k^L : 목적함수 $f_k(x)$의 목표에 대한 목표를 받아들일 수 있는 최소수준, f_k^R : 목적함수 $f_k(x)$의 목표에 대한 목표를 받아들일 수 있는 최대 수준)이면 $\mu_k(f_k(x))=0$이고 $f_k(x)=f_k^1$ (f_k^1 : 목적함수 $f_k(x)$의 목표에 대하여 최대만족수준)이면 $\mu_k(f_k(x))=1$이다. 그리고 f_k^a는 구성함수 $\mu_k(f_k(x))$의 값이 $a(0 \le a \le 1)$인 $f_k(x)$의 값이다.

• 선형 구성함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x)) = (f_k(x) - f_k^L) / (f_k^1 - f_k^L) \quad (5)$

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x))=(f_k^R-f_{k(x)})/(f_k^R-f_k^1)$ (6)

의사결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}값 내에서 f_k^L, f_k^R의 값을 명시한다.

● 지수 구성함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x))=a_k[1-\exp\{-b_k(f_k(x)-f_k^L)/(f_k^1-f_k^L)\}]$ (7)

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x))=a_k[1-\exp\{-b_k(f_k^R-f_k(x))/(f_k^R-f_k^1)\}]$ (8)

단, $a_k>0$, $b_k>0$ 또는 $a_k<0$, $b_k<0$

의사결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}값 내에서 f_k^L, f_k^R, $f_k^{0.5}$, f_k^1의 값을 명시한다.

○ 쌍곡선 구성함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x))=1/2\ \tanh((f_k(x)-b_k)\alpha_k)+1/2$ (단, $\alpha_k>0$) (9)

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x))=1/2\ \tanh((f_k(x)-b_k)\alpha_k)+1/2$ (단, $\alpha_k<0$) (10)

의사결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}값 내에서 $f_k^{0.25}$, $f_k^{0.5}$의 값을 명시한다.

○ 역쌍곡선 구성함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x))=a_k\ \tanh^{-1}((f_k(x)-b_k)\alpha_k)+1/2$ (단, $a_k>0$, $\alpha_k>0$) (11)

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x))=a_k\ \tanh^{-1}((f_k(x)-b_k)\alpha_k)+1/2$ (단, $a_k>0$, $\alpha_k<0$) (12)

여기서 $|(f_k(x)-b_k)\alpha_k|<1$

의사결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}값 내에서 f_k^L, f_k^R, $f_k^{0.25}$, $f_k^{0.5}$의 값을 명시한다.

○ 부분선형 구성 함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x))=t_{kr}f_k(x)+S_{kr}$, $g_{kr-1}\le f(x)\le g_{kr}$ (단, $t_{kr}>0$) (13)

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x))=t_{kr}f_k(x)+S_{kr}$, $g_{kr-1}\le f(x)\le g_{kr}$ (단, $t_{kr}<0$) (14)

여기서 t_{kr}은 기울기이고 S_{kr}은 시점 g_{kr-1}과 g_{kr}의 곡선을 두점으로 나누는 역할을 한다. 그리고 의사 결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}내에서 몇 개의 f_k^a을 명시한다.

○ sin형태 구성함수

왼 쪽 : $\mu_k(f_k(x))=1/2+1/2\ \sin(\pi/f_k^L-f_k^1)(x+((f_k^1+f_k^L)/2))$ (단, $f_k^L\le x\le f_k^1$) (15)

오른쪽 : $\mu_k(f_k(x)=1/2-1/2\ \sin(\pi/f_k^R-f_k^1)(x-((f_k^1+f_k^R)/2))$(단, $f_k^1\le x\le_k^R$) (16)

의사결정자는 f_k^{max}와 f_k^{min}값 내에서 f_k^L, f_k^R값을 명시한다.

의사결정자가 원하는 확신정도의 증가율에 따라 각 목적함수 $f_k(x)$, $k=1, \cdots, p$에 대하여 구성함수 $\mu_k(f_k(x))$값을 유도해 낸다.

이상에서 선택된 구성함수 $\mu_k(f_k(x))$는 목적함수 각각에 대한 목표만을 만족하는 확신정도(grade of credibility)이므로 선택된 각 목적함수에 대한 구성함수 $\mu_k(f_k(x))$를 기초로 하여 각 목적함수들의 목표를 모두 다 만족하여 주는 최대구성정도(highest degree of membership)를 구하기 위하여 다음과 같은 퍼지 다목적 비선형 의사결정문제를 해결하여 최대 구성정도를 구한다.

$$\max_{x\in X} \lambda \tag{17}$$

subject to

$$\lambda\le\mu_k(f_k(x)),\ k=1,\ \cdots,\ p \tag{18}$$

λ-max를 해결하여 얻어진 x^*가 유일해인지를 검정하기 위하여 목적함수 대신에 구성함수

에 따라 정의되는 λ-pareto 최적해의 개념을 도입한다.

[정의 2] 만약 최소한 하나의 k에 대하여 $k(f_k(x)) \geq \mu_k(f_k(x^*))$가 성립되는 $x \in X$가 존재하지 않는다면 x^*는 식(17), (18)의 λ-pareto 최적해라 한다.

x^*에 대한 λ-pareto 최적성검정은 다음의 문제를 해결함으로써 수행될 수 있다.

$$\max_{x \in X} \{\textstyle\sum_{k=1}^{p} \delta_k\} \tag{19}$$

subject to

$$\mu(f_k(x)) - \delta_k = \mu(f_k(x^*)) \tag{20}$$

$$\delta_k \geq 0,\ k=1,\ \cdots,\ p$$

만약 모두 $\delta_k=0$이면 x^*는 λ-pareto 최적해이고 적어도 하나의 $\delta_k>0$이면, 문제(19)-(20)의 최적해인 $\bar{x}$가 λ-pareto 최적해가 된다.

이상의 설명을 기초로 하여 각 목적함수들의 목표가 모호할 때의 비선형 다목적문제를 해결하는 대화형 퍼지 비선형 다목적 의사결정방법 알고리즘의 제단계는 다음과 같다.

단계1) 목적함수와 제약식을 정식화 한다.

단계2) ε제약방법으로 비열등해(non-inferior solution)를 산출하여 정확한 목표들의 편차범위를 지정한다.

① 기준이 되는 목적함수(primary objective function)를 제외한 다른 목적함수들의 최대값 f_k^{max}와 최소값 f_k^{min}을 산출한다.

$$f_k^{max} = \max_{x \in X} f_k(x)$$

$$f_k^{min} = \min_{x \in X} f_k(x)$$

② $f_k^{min} \leq \varepsilon_k \leq f_k^{max}$인 ε_k의 값을 다음의 방법으로 산출한다.

$$\varepsilon_k = f_k^{min} + [t/(r-1)](f_k^{max} - f_k^{min})$$

$$(t=1,\ \cdots,\ r-1,\ r: \text{반복수})$$

③ ε_k의 가능한 조합값에 대하여 비열등해를 산출한다.

단계3) 산출된 비열등해를 기초로 각 목적함수의 최대값 f_k^*와 최소값 f_{k*}를 산출한다. 이 값들은 의사결정자에게 제공되는 중요한 정보원으로서 목표값의 편차범위를 제공한다.

단계4) 위 정보를 이용하여 의사결정자가 희망하는 목표값을 퍼지언어변수로서 표현한다.

단계5) 각 목적함수의 최대, 최소값과 의사결정자가 만족하는 구성정도의 증가율을 고려하여 의사결정자는 왼쪽과 오른쪽 각각의 구성함수 형태와 그에 대응하는 평가치를 설정한다.

단계6) 의사결정자에 의해서 결정된 구성함수 형태와 평가치에 대한 각 목적함수의 구성함수를 정식화 한다.

단계7) 각 목적함수에 대한 구성함수를 조합(combine of membership function)하여 최대구성정도를 구하고 파레토 최적성검정을 행한 후 의사결정자에게 만족 변수값과 목적함수값을 제공한다.

단계8) 의사결정자가 현재의 만족 변수값과 목적함수값을 만족하면 끝내고 그렇지 않으면 단계4로 간다.

3. 수치예

각 목적 함수와 제약식들이 다음과 같이 정식화 된다고 가정하자.

$$\min\ f_1(X) = X_1^2 + (X_2+5)^2 + (X_3-60)^2$$

$\min\ f_2(X) = (X_1+20)^2 + (X_2-55)^2 + (X_3+20)^2$

$\min\ f_3(X) = (X_1-20)^2 + (X_2+10)^2 + (X_3+20)^2$

subject to

$10 \le X_i \le 50 \qquad (i=1,2,3)$

$1000 \le X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \le 5000$

먼저 의사결정자가 목표값과 편차범위를 결정하는데 유용한 정보원인 비열등해 조합을 구하기 위하여 $f_2(X)$, $f_3(X)$의 최대값과 최소값을 구한다.

$f_2^{min} = 1825 \qquad f_2^{max} = 11684.7981$

$f_3^{min} = 1368.6291 \qquad f_3^{max} = 8479.7958$

ε_k의 범위를 구하기 위하여 본 논문에서는 r=25를 사용했다. 이에 따른 산출된 비열등해 조합은 <표 1>과 같다.

<표 1> 비열등해 조합

번호	목적함수 값			의사결정 변수값		
	$f_1(X)$	$f_2(X)$	$f_3(X)$	x_1	x_2	x_3
1	3546.3540	3057.4702	2979.8782	14.9543	25.5492	11.1178
2	2775.3411	3468.2969	3400.8188	12.6201	23.2318	17.3498
3	2169.5779	3879.1299	3799.8916	10.0000	20.7384	22.4885
4	1845.4109	4289.9511	4174.8560	10.0000	19.8575	26.4215
5	1570.6873	4700.7793	4403.3604	10.0000	18.0091	29.3199
6	1332.2290	5111.6050	4612.9009	10.0000	16.0612	31.9170
7	1124.7388	5522.4307	4831.9976	10.0000	14.2059	34.3900
8	944.1698	5933.2500	5059.5532	10.0000	12.4322	36.7559
9	787.2808	6344.0732	5294.3184	10.0000	10.7286	39.0264
10	653.1097	6754.9019	5667.6260	10.0000	10.0000	41.8862
11	546.3906	7165.7183	6143.1338	10.0000	10.0000	45.1208
12	464.1857	7576.5537	6615.5996	10.0000	10.0000	48.2023
13	425.0000	7825.0000	6900.0000	10.0000	10.0000	50.0000

<표 1>에서 나타나는 비열등해 조합은 24가지가 서로 상충되어야 하지만 14번째 부터는 13번째와 같은 비열등해들이 계속 산출되기 때문에 13가지가 산출된 비열등해 조합으로 선택된다. 이들 비열등해를 기초로 각 목적 함수의 상·하한값을 구하면 <표 2>와 같다.

<표 2> 목적함수들의 상·하한값

	f_1	f_2	f_3
f^*	3546.5040	7825.0000	6900.0000
f_*	425.0000	3057.4702	2979.8782

〈표 2〉의 정보로부터 의사결정자는 각 목적 함수의 희망 목표값, 편차범위, 구성함수 그리고 구성함수의 평가치를 〈표 3〉과 같이 선택했다고 가정한다.

〈표 3〉에서 좌측 편차범위는 $(f_k^1-f_k^L)$이고 우측 편차범위는 $(f_k^R-f_k^1)$이 된다. 이 정보를 구성함수 형태로 재 정식화하면 다음과 같이 된다.

식(21), (22), (23)에서 주어진 구성함수에서 의사 결정자의 만족값은 의사결정집합의 가장 높은 구성정도를 가지는 조합을 찾는 것이다. 구성함수의 좌, 우측 형태가 다르기 때문에 이 문제는 8가지의 조합된 문제를 비선형 계획문제로 해결하는 것과 동일하다. 이들 각 조합의 계산결과가 〈표 4〉에 나타나 있다.

〈표 3〉 선택된 좌, 우측 구성함수와 평가치

구성함수 / 목적함수	형태		평가치	
	좌측	우측	좌측	우측
$f_1(x)$	선형	지수형	$(f_1^L, f_1^1)=(600, 1800)$	$(f_1^R, f_1^{0.5}, f_1^1)=(3000, 2500, 1800)$
$f_2(x)$	지수형	선형	$(f_2^L, f_2^{0.5}, f_2^1)=(3100, 4200, 5000)$	$(f_2^R, f_2^1)=(6000, 5000)$
$f_3(x)$	지수형	쌍곡선형	$(f_3^L, f_3^{0.5}, f_3^1)=(3000, 4000, 4500)$	$(f_3^R, f_3^{0.25}, f_3^{0.5})=(6000, 5400, 5000)$

$$\mu(f_1(X))\begin{cases}0 & \text{만약 } f_1(X)\le 600\\ (f_1(X)-600)/1200 & \text{만약 } 600\le f_1(X)\le 1800\\ -1.0282(1-EXP(0.6793((3000-f_1(X))/1200))) & \text{만약 } 1800\le f_1(x)\le 3000\\ 0 & \text{만약 } f_1(X)\ge 3000\end{cases} \tag{21}$$

$$\mu(f_2(X))\begin{cases}0 & \text{만약 } f_2(X)\le 3100\\ -1.11(1-EXP(0.6423((f_2(X)-3100)/1900))) & \text{만약 } 3100\le f_2(x)\le 5000\\ (6000-f_2(X))/1000 & \text{만약 } 5000\le f_2(x)\le 6000\\ 0 & \text{만약 } f_2(X)\ge 6000\end{cases} \tag{22}$$

$$\mu(f_3(X))\begin{cases}0 & \text{만약 } f_3(X)\le 3000\\ -0.3091(1-EXP(1.4435(f_3(X)-3000)/1500))) & \text{만약 } 3000\le f_3(x)\le 4500\\ 1/2\ \tanh((f_3(X)*0.001)+0.5 & \text{만약 } 4500\le f_3(X)\le 6000\\ 0 & \text{만약 } f_3(X)\ge 6000\end{cases} \tag{23}$$

〈표 4〉 조합된 정식화와 계산결과

조합 1	Max λ $(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2-600)/1200 \geq \lambda$ $-1.11(1-\exp(0.6423(((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2-3100)/1900))) \geq \lambda$ $-0.3091(1-\exp(1.4435(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-3000)/1500))) \geq \lambda$ $600 \leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2 \leq 1800$ $3100 \leq (x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2 \leq 5000$ $3000 \leq (x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2 \leq 4500$ $10 \leq x_i \leq 50\ (i=1,2,3)$ $1000 \leq x_1^2+x_2^2+x_3^2 \leq 5000$ $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ 0 \leq \lambda \leq 1$
	solution : $\lambda=0.99994$ $x_1=13.5114$ $x_2=26.9676$ $x_3=35.5983$
조합 2	Max λ $(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2-600)/1200 \geq \lambda$ $-1.11(1-\exp(0.6423(((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2-3100)/1900))) \geq \lambda$ $1/2\ \tanh(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-5500)\ast 0.001+0.5 \geq \lambda$ $600 \leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2 \leq 1800$ $3100 \leq (x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2 \leq 5000$ $4500 \leq (x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2 \leq 6000$ $10 \leq x_i \leq 50\ (i=1,2,3)$ $1000 \leq x_1^2+x_2^2+x_3^2 \leq 5000$ $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ 0 \leq \lambda \leq 1$
	solution : $\lambda=0.7311$ $x_1=10.8097$ $x_2=25.3060$ $x_3=36.2941$
조합 3	Max λ $(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2-600)/1200 \geq \lambda$ $(6000-((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2))/1000 \geq \lambda$ $-0.3091(1-\exp(1.4435(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-3000)/1500))) \geq \lambda$ $600 \leq x_1^2+(x_2+5)^2+((x_3-60)^2 \leq 1800$ $5000 \leq (x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2 \leq 6000$ $3000 \leq (x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2 \leq 4500$ $10 \leq x_i \leq 50\ (i=1,2,3)$ $1000 \leq x_1^2+x_2^2+x_3^2 \leq 5000$ $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ 0 \leq \lambda \leq 1$
	solution : $\lambda=1.00000$ $x_1=13.5118$ $x_2=26.9688$ $x_3=35.5986$
조합 4	Max λ $(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2-600)/1200 \geq \lambda$ $(6000-((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2))/1000 \geq \lambda$ $1/2\ \tanh(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-5000)\ast 0.001+0.5 \geq \lambda$ $600 \leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2 \leq 1800$ $5000 \leq (x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2 \leq 6000$ $4500 \leq (x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2 \leq 6000$ $10 \leq x_i \leq 50\ (i=1,2,3)$ $1000 \leq x_1^2+x_2^2+x_3^2 \leq 5000$ $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ 0 \leq \lambda \leq 1$
	solution : $\lambda=0.73106$ $x_1=11.6860$ $x_2=23.7764$ $x_3=37.3588$

조합 5	Max λ $-1.0282(1-\exp(0.6793((3000-(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2))/1200)))\geq\lambda$ $-1.11(1-\exp(0.6423(((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2-3100)/1900)))\geq\lambda$ $-0.3091(1-\exp(1.4435(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-3000)/1500)))\geq\lambda$ $1800\leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2\leq 3000$ $3100\leq(x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2\leq 5000$ $3000\leq(x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2\leq 4500$ $10\leq x_i\leq 50\ \ (i=1,2,3)$ $1000\leq x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq 5000$ $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0,\ x_4\geq 0,\ 0\leq\lambda\leq 1$
	solution : $\lambda=0.99992$ $x_1=13.5116$ $x_2=26.9689$ $x_3=35.5986$
조합 6	Max λ $-1.0282(1-\exp(0.6793((3000-(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60^2))/1200)))\geq\lambda$ $-1.11(1-\exp(0.6423(((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2-3100)/1900)))\geq\lambda$ $1/2\ \tanh(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-5000)*0.001+0.5\geq\lambda$ $1800\leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2\leq 3000$ $3100\leq(x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2\leq 5000$ $4500\leq(x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2\leq 6000$ $10\leq x_i\leq 50\ \ (i=1,2,3)$ $1000\leq x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq 5000$ $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0,\ x_4\geq 0,\ 0\leq\lambda\leq 1$
	solution : $\lambda=0.73106$ $x_1=12.2904$ $x_2=27.2144$ $x_3=35.2780$
조합 7	Max λ $-1.0282(1-\exp(0.6793((3000-(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60^2))/1200)))\geq\lambda$ $(6000-((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2))/1000\geq\lambda$ $-0.3091(1-\exp(1.4435(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-3000)/1500))\geq\lambda$ $1800\leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2\leq 3000$ $5000\leq(x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2\leq 6000$ $3000\leq(x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2\leq 4500$ $10\leq x_i\leq 50\ \ (i=1,2,3)$ $1000\leq x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq 5000$ $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0,\ x_4\geq 0,\ 0\leq\lambda\leq 1$
	solution : no feasible solution
조합 8	Max λ $-1.0282(1-\exp(0.6793((3000-(x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2))/1200\geq\lambda$ $(6000-((x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2))/1000\geq\lambda$ $1/2\ \tanh(((x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2-5000)*0.001+0.5\geq\lambda$ $1800\leq x_1^2+(x_2+5)^2+(x_3-60)^2\leq 3000$ $5000\leq(x_1+20)^2+(x_2-55)^2+(x_3+20)^2\leq 6000$ $4500\leq(x_1-20)^2+(x_2+10)^2+(x_3+20)^2\leq 6000$ $10\leq x_i\leq 50\ \ (i=1,2,3)$ $1000\leq x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq 5000$ $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0,\ x_4\geq 0,\ 0\leq\lambda\leq 1$
	solution : no feasible solution

<표 4>에서 보는바와 같이 최대의 구성함수 값은 조합 3의 $\lambda=1$이므로 그때의 목적함수값 $f_1(x)=1799.9964$, $f_2(x)=5000.0044$, $f_3(x)=4500.0044$와 의사결정 변수값 $X_1=13.5118$, $X_2=26.9688$, $X_3=35.5987$이 만족값이 된다. 의사결정자의 목표값이 변하든지 목적함수가 추가될 경우 해결해야 되는 가능한 조합수는 더욱 늘어나지만 프로그램의 간단한 수정으로 쉽게 해결할 수 있다.

4. 결 론

다목적 비선형 계획문제에서는 목적들이 본래 상충되기 때문에 최적해는 존재하지 않는다. 결국 의사결정자의 만족해를 찾기 위하여 의사결정자의 가치판단 분석이 선행되어야 하고 이것이 만족해 산출과정에 충분히 반영되어야 한다. 본 논문에서는 대화형 다목적 의사결정문제에서 의사결정자의 목표가 모호할 경우 이를 퍼지 언어변수로 처리하여 의사결정자에게 만족해를 제공하는 새로운 대화형 퍼지 다목적 의사결정 기법을 제시하였다.

본 논문에서 개발된 알고리즘은 의사결정자가 보다 큰 선택의 폭에서 목표에 대한 자신의 구성 증가율을 고려한 구성함수를 선택할 수 있도록 하였고 각 구성함수들을 동시에 조합함으로서 의사결정자의 전반적인 선호정보를 충분히 반영하는 만족해를 이끌어 낼 수 있다. 또한 선형과 비선형 다목적 계획문제에 공히 적용될 수 있고 대화과정이 간단하며 목적함수와 제약조건 그리고 구성함수가 바뀔 경우 프로프램 수정을 유연성있게 할 수 있기 때문에 다목적을 가지는 현실의 제반 시스템에 폭 넓은 응용이 가능하리라 기대된다. 향후 의사결정자의 선호정보를 정확히 반영할 수 있는 구성함수의 개발과 의사결정 분석자의 모호성을 포함하는 연구가 요구된다.

참 고 문 헌

[1] 김성희, 「의사결정론」, 영지문화사, 1988.

[2] Bellman, R. and L.A., Zadeh, "Decision Making in a Fuzzy Environment," *Management Science*, Vol.17, No.4(1970), pp. 141-164.

[3] Chankong, V. and Y.Y., Haimes, *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*, North-Holland, New York, 1983.

[4] Dubois, D. and H., Prade, "Operations on Fuzzy Numbers," *International Journal of Systems Science*, Vol.9 (1978), pp.327-348.

[5] Dubois, D. and H., Prade, *Fuzzy Sets and Systems*, Academic Press, New York, 1979.

[6] James, L. and H. M., Joe, *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill, New York, 1973, pp.412-463.

[7] Haimes, Y.Y., *Hierarchical Analysis of Water Resources Systems*, McGraw-Hill, New York, 1977.

[8] Kaufmann, A., *Theory of Fuzzy Subsets*, Academic Press, New York, 1975.

[9] Keeney, R.L. and H., Raiffa, *Decision*

Analysis with Multiple Conflicting Objectives : Preference and Value Trade-offs, Wiley, New York, 1976.

[10] Lee, S.W. and J.R., Kim, "Interactive Multiobjective Decision Making under Fuzzy Environment," *Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering*, Vol.13, No.22 (1990), pp.51−57.

[11] Narasimhan, R., "Goal Programming in a Fuzzy Environment," *Decision Sciences*, Vol.11(1980), pp.325−336.

[12] Oppenheimer, K.R., "A Proxy Approach to Multiattribute Decision Making," *Management Science*, Vol, 24, No.6 (1978), pp.675−689.

[13] Sakawa, M., "An Interactive Fuzzy Satisficing Method For Multiobjective Linear Fractional Programming Problems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.28(1988), pp.129−144.

[14] Sakawa, M., "Interactive Computer Programs for Fuzzy Linear Programming with Multiple Objectives," *International J. Man-Machine Stud.*, Vol. 18, No.5(1983), pp.489−503.

[15] Sakawa, M. H. Yano, "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.29(1989), pp.315−326.

[16] Sakawa, M., "Interactive Multiobjective Decision Making by the Sequential Proxy Optimization Technique : SPOT," *European Journal of Operational Research*, Vol.9(1982), pp.386−396.

[17] Sakawa, M., "Interactive Multiobjective Decision Making by the Sequential Proxy Optimization Technique," *Times/studies in the Management*, Vol.20(1984), pp.241−260.

[18] Yano, H. and M. Sakawa, "An Interactive Fuzzy Satisficing Method For Generalized Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.35(1990), pp.125−142.

[19] Yano, H. and M. Sakawa, "Interactive Fuzzy Decision Making For Generalized Multiobjective Linear Fractional Programming Problems with Fuzzy Parameters," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 32(1989), pp.245−261.

[20] Zadeh, L.A., "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning−I," *Information Science*, Vol.8(1975), pp. 199−249.

[21] Zimmerman, H.J., "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.1, No.1(1978), pp.45−55.

[22] Zimmerman, H.J., "Using Fuzzy Sets in Operational Research," *European Journal of Operational Research*, Vol. 13, No. 3(1983), pp.201−216.