韓國經營科學會誌
第17巻 第2號
1992年 8月

支配關係를 利用한 順位化法

박상규* · 정규련**

Fuzzy Ranking Method using Dominance Relations

Sang-Gyu Park* and Kyu-Ryun Chung**

Abstract

In this paper fuzzy ranking method using dominance relation is suggested. This method is compared to the existing fuzzy number comparing methods. All ten methods with the suggested method are evaluated using six examples based on four criteria.

1. 서 론

퍼지環境(fuzzy environment)下에서 意思決定問題를 해결하기 위하여 퍼지集合論을 意思決定模型에 도입할 경우 目的函數, 期待效用 또는 代案의 成果尺度들은 퍼지집합 또는 퍼지數字(fuzzy number)로 나타내 진다[3]. 이 사실로 부터 퍼지意思決定問題에서 여러 代案들의 比較는 곧 그에 해당하는 퍼지集合 또는 퍼지數字의 比較를 意味하고 있음을 알 수 있다. 즉, 퍼지 比較過程 또는 順位化는 여러 代案들의 選好度에 따른 順位를 導出해 내는 過程으로 檢討될 수 있다[8].

전체적으로 順位化된 集合을 생성하기 위하여 퍼지數字를 比較하는 일은 대단히 어렵다. 여러 순위화법들은 自明한 것에서부터 複雜 것까지 모두 포함하고 있으나 그 結果들은 서로 一致하지 않거나 어떤 境遇에는 直觀과도 背馳되고 있다. 그러므로 여러 가지의 順位化法을 어떻게 比較 및 評價하는 가가 중요한 문제가 되고 있다.

本 硏究에서는 旣存의 퍼지數字의 順位化法을 살펴보고 새로운 順位化法을 제시하며, 6가지 例를 利用하여 旣存의 方法과 比較 및 評價하고자 한다.

2. 順位化法의 檢討

* 대유공업전문대학 공업경영과
** 숭실대학교 산업공학과

2.1 Yager의 F1 指數

Yager[9]의 F1 指數는 퍼지數字의 加重平均으로 考慮될 수 있는데 그 指數는 다음과 같다.

$$F1(A_i) = \frac{\int_0^1 g(x)\mu_{A_i}(x)dx}{\int_0^1 \mu_{A_i}(x)dx} \quad (1)$$

여기서 g(x)는 x값의 중요도를 나타내는 加重値 函數이다. g(x)=x이면 指數는 A_i의 幾何中心으로 고려될 수 있다.

意思決定規則은 指數가 클수록 퍼지數字의 順位는 높아진다. 式(1)에서 퍼지數字 A_i가 三角퍼지數字(triangular fuzzy numbers) $[a_1, a_2, a_3]$라고 하고 g(x)=x이면 $F1(A_i)$는 다음과 같이 된다.

$$F1(A_i) = (a_1 + a_2 + a_3)/3 \quad (2)$$

단 $a_1 = \inf S_{A_i}$, $\mu_{A_i}(a_2) = 1$ 및 $a_3 = \sup S_{A_i}$이다

Yager의 F1 指數는 平均値의 尺度이기 때문에 퍼지數字의 모우드(mode)가 같고 흩어짐이 대칭일 경우에는 順位의 區別을 할 수 없을 위험이 있다.

2.2 Yager의 F3 指數

Yager[10]의 F3 指數는 모우드에서 原點까지 所屬函數(membership function)의 아래부분의 면적을 나타낸 것이다. 數理的 表現은 다음과 같다.

$$F3(A_i) = \int_0^{\alpha_{max}} M(A_i^{\alpha})d\alpha \quad (3)$$

단, $\alpha_{max} = \sup \mu_{A_i}(x)$이고 $M(A_i^{\alpha})$는 적어도 소속도가 α인 원소들의 평균치를 나타낸다.

意思決定規則은 指數가 클수록 퍼지數字의 順位는 높아지며, 이 지수도 F1 지수와 마찬가지로 모우드가 한 개이고 흩어짐이 對稱인 퍼지數字는 區別할 수 없는 것이 短點이다.

2.3 Yager의 F4 指數

Yager[11]의 F4 指數는 $\mu_{true}(x) = x$로 定義된 퍼지 "true"값에 퍼지 數字가 어느 程度近接하는가를 해밍 距離(Hamming distance)에 의해서 測定되는 方法이다.

$$F4(A_i) = \int |x - \mu_{A_i}(x)| dx \quad (4)$$

意思決定規則은 指數가 작을수록 퍼지數字의 順位는 높아진다. F1과 F3와는 다르게 모우드가 하나이며 흩어짐이 대칭인 경우에도 순위를 구별할 수 있다.

2.4 Chang의 方法

Chang[4]은 Yager의 F1 指數와 類似한 指數를 다음과 같이 提案하였다.

$$C(A_i) = \int S_{A_i} x \, \mu_{A_i}(x)dx \quad (5)$$

식 (5)에서 A_i가 三角퍼지數字이면 다음과 같이 된다.

$$C(A_i) = (a_2 - a_1)(a_1 + a_2 + a_3)/6 \quad (6)$$

이는 F1의 분자가 $g(x)=x$일 때의 결과와 같으며 F1의 指數처럼 이 指數도 큰 값일수록 퍼지數字의 順位도 높게된다. 이 方法은 흩어짐이 큰 퍼지數字에 適用하면 좋다.

2.5 Kerre의 方法

Kerre[5]는 퍼지數字 A_i와 미리 선정한 목표인 퍼지最大(fuzzy maximum)와의 Hamming 距離를 最小化하는 概念을 適用하였는데 指數는 다음과 같이 계산된다.

$$K(A_i)=\int_{S_{Ai}}|\mu_{Ai}(x)-\mu_{max}(x)|dx \qquad (7)$$

단, S_{Ai}는 A_i의 支持(support)이다.

이 지수가 작을수록 퍼지數字 A_i의 순위는 높아지며, F1과 같은 區別力을 가진다.

2.6 Adamo의 方法

Adamo[2]의 방법은 α수준집합(α-cut)의 개념을 이용한 것으로 그 지수를 다음과 같이 제시하였다.

$$F_\alpha(A_i)=\mathrm{Sup}\{x|\mu_{Ai}(x)\geq\alpha\},\ \alpha\in[0,1] \qquad (8)$$

이 지수가 클수록 퍼지數字 A_i의 순위는 높아진다.

2.7 Murakami의 方法

Murakami[7]의 방법은 三角 및 사다리꼴퍼지數字에 대한 順位化法으로 α水準集合과 中心法(centroid method)이 그것인데 α水準集合을 利用한 方法은 Adamo의 방법과 같다. 중심법에서는 퍼지數字 A_i의 中心(x_o, y_o)이 다음과 같이 계산된다.

$$x_o = \frac{\int_0^1 x\mu_{Ai}(x)dx}{\int \mu_{Ai}(x)dx} \qquad (9)$$

$$y_o = \frac{\int_0^1 x\mu_{Ai}(x)A_i(x)d\mu}{\int_0^1 x\mu_{Ai}(x)d\mu} \qquad (10)$$

퍼지數字의 順位는 x_o와 y_o이 클수록 높게 평가된다.

2.8 Nakamura의 選好指數

Nakamura[8]는 퍼지數字의 각 順序雙(A_i, A_j)에 대하여 $\alpha\in[0,1]$를 갖는 퍼지 選好關係 P를 다음과 같이 定義하였다.

$$\mu_P(A_i, A_j)=\begin{cases}[\alpha\ D(\underline{A_i}, \underline{A_i}\wedge \underline{A_j})+(1-\alpha)D \\ (\overline{A_i}, \overline{A_i}\wedge\overline{A_j})]/\Delta_\alpha,\ \Delta_\alpha\neq 0 \\ 1/2 \qquad\qquad ,\ \Delta_\alpha=0\end{cases} \qquad (11)$$

단, $\Delta_\alpha=\alpha\,[D(\underline{A_i},\underline{A_i}\wedge\underline{A_j})+D(A_j,A_i\wedge A_j)]+(1-\alpha)[D(\overline{A_i},\overline{A_i}\wedge\overline{A_j})+D(\overline{A_j},\overline{A_i}\wedge\overline{A_j})]$

여기서 $\underline{A}$와 $\overline{A}$는 다음과 같이 정의되는 A의 최대하한(greatest lower)집합과 최대상한(greatest upper) 집합이다.

$$\mu_{\overline{A}}(y) = \sup_{x:x\geq y} \mu_A(x),\ \forall y\in U$$

$$\mu_{\underline{A}}(y) = \sup_{x:x\leq y} \mu_A(x),\ \forall y\in U$$

$A_i \wedge A_j$는 다음과 같이 정의되는 확장된 최대이다.

$$\mu_{A_i \wedge A_j}(Z) = \sup_{x,\ y: x \wedge y = z} [\mu_{A_i}(x) \wedge \mu_{A_j}(y)],\ \forall y \in U$$

그리고 $D(A_i, A_j)$는 Hamming距離이며 α는 槪念的으로 意思決定者의 危險에 대한 性向을 나타낸다.

$\mu_P(A_i, A_j)$의 소속정도는 A_i와 A_j의 加重結合의 합에서 最惡의 狀態와 最善의 狀態에 대한 A_i의 加重結合比를 의미하고 있다.

Nakamura는 $\mu_P(A_i, A_j)$이 相反的(reciprocal)이고 移行的(transitive)임을 證明하였는데 이 사실은 퍼지選好關係가 퍼지全順序化(fuzzy total ordering)가 된다는 것을 의미한다. 한편, 이 方法은 두 代案이 最善 또는 最惡인 狀態만 비교하기 때문에 겹치지 않은(nonoverlapping) 경우에는 區別力이 떨어지는 脆弱点을 가지고 있다.

2.9 McCahon-Lee의 最適比法

McCahon-Lee[6]의 最適比法을 正規化된 퍼지數字가 퍼지最大와 퍼지最小와의 一致性에 根據를 두고 3단계로 분류하여 각 단계마다 意思決定規則을 마련한 方法이다.

첫 단계에서는 퍼지최대와 퍼지최소를 형성하기 위하여 퍼지數字의 비율을 결정하는 단계로 다음의 식으로 계산하였다.

$$MP(A_i) = \frac{\int_{S_{A_i}} [\mu_{\max[A_i, A_j]}(x) \wedge \mu_{A_i}(x)] dx}{\int_{S_{A_i}} \mu_{A_i}(x)\, dx} \quad (12)$$

$$mp(A_i) = \frac{\int_{S_{A_i}} [\mu_{\min[A_i, A_j]}(x) \wedge \mu_{A_i}(x)] dx}{\int_{S_{A_i}} \mu_{A_i}(x)\, dx} \quad (13)$$

두 번째 段階는 첫 段階에서 順位가 決定되지 않을 境遇에 퍼지最大와 퍼지最小의 合成比를 利用하는 段階로 다음 식을 사용하였다.

$$CMP(A_i) = \frac{MP(A_i)}{MP(A_i) + mp(A_i)} = 1 - cmp(A_i) \quad (14)$$

$$cmp(A_i) = \frac{mp(A_i)}{MP(A_i) + mp(A_i)} = 1 - CMP(A_i) \quad (15)$$

세 번째 단계는 두 번째 단계에서도 順位가 決定되지 않을 境遇에 意思決定者가 CMP의 分子를 利用하여 順位를 決定는 最終選定段階이다.

이들은 이러한 일련의 順位決定은 規則表를 만들어 使用하였다.

2.10 Yufei Yuan의 方法

Yufei Yuan[12]의 방법은 두 퍼지數字 A_i와 A_j의 差異의 槪念을 利用하여 퍼지 選好關係를 다음과 같이 定義하여 Nakamura의 方法을 補完한 順位化法이다.

$$\mu_Q(A_i, A_j) = \begin{cases} (S_1 + S_2)/S, & S > 0 \\ 1/2, & S = 0 \end{cases} \quad (16)$$

단, $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$$S_1 = \int_{\{\beta : \rho_{A_i - A_j}(\beta) > 0\}} \rho_{A_i - A_j}(\beta) d\beta$$

$$S_2 = \int_{\{\beta : \rho_{A_i - A_j}(\beta) > 0\}} \varphi_{A_i - A_j}(\beta) d\beta$$

$$S_3 = \int_{\{\beta : \rho_{A_i - A_j}(\beta) < 0\}} \rho_{A_i - A_j}(\beta) d\beta$$

$$S_4 = \int_{\{\beta : \rho_{A_i - A_j}(\beta) < 0\}} \varphi_{A_i - A_j}(\beta) d\beta$$

및 $\rho_{A_i - A_j}(\beta) = \sup_{\mu(A_i, A_j)(z) \geq \beta} (z)$ 과 $\varphi_{A_i - A_j}(\beta) = \inf_{\mu(A_i, A_j)(z) \leq \beta} (z)$ 이다

따라서 $\mu_Q(A_i, A_j)=(S_1+S_2)/S$는 A_i가 A_j보다 選好되는 정도를 意味한다.

3. 支配關係를 利用한 順位化法의 開發

正規이고 볼록인 두 三角퍼지數字를 $T_i(a_1, a_2, a_3)$과 $T_j=(b_1,b_2,b_3)$라고 하자. 퍼지最大와 퍼지最小를 利用하여 T_i과 T_j사이의 支配概念을 나타내면 다음과 같다.

우선 T_i과 T_j사이의 퍼지最小에서 T_i가 T_j를 支配하는 部分은 T_j에 속한 부분으로 [그림 1]에서 (a)의 빗금친 부분에 해당하고, T_i과 T_j사이의 퍼지 最大에서 T_i가 T_j를 支配하는 部分은 T_i에 속한 부분으로 [그림 1]에서 (b)의 빗금친 부분에 해당한다. 따라서 T_i가 T_j를 지배하는 정확한 부분은 퍼지最小와 퍼지最大가 겹치는 部分을 제외한 [그림 1]에서 (c)의 빗금친 部分에 해당한다.

이상의 T_i가 T_j를 支配하는 關係를 $P(T_i, T_j)$로 놓으면 그 정도는 다음과 같이 所屬函數(membership function)로 定義될 수 있다.

$$\mu_{P(T_i, T_j)}=\frac{S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi}}{S_{Ti}+S_{Tj}} \tag{17}$$

단, $S_{mi}=\int[\mu_{Tj}(x)\ \wedge\ \mu_{min(Ti,Tj)}(x)]dx$

$S_{Mi}=\int[\mu_{Ti}(x)\ \wedge\ \mu_{max(Ti,Tj)}(x)]dx$

$S_{Mmi}=\int\mu_{min(Ti,Tj)}\ \wedge\ {}_{max(Ti,Tj)}(x)dx$

$S_{Ti}=\int\mu_{Ti}(x)dx$

$S_{Tj}=\int\mu_{Tj}(x)dx$

[定理 1] 支配關係 $P(T_i,T_j)$는 相反的(reciprocal)이다. 즉,

$\mu_{P(Ti,Tj)}+\mu_{p(Tj,Ti)}=1$

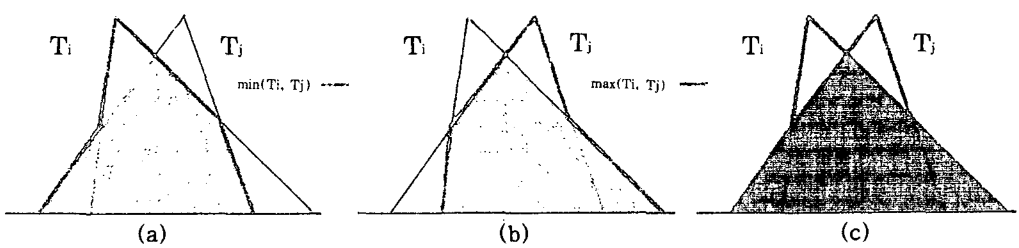
證明 :

$\mu_{P(Ti,Tj)}+\mu_{p(Tj,Ti)}$

$$=\frac{S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi}}{S_{Ti}+S_{Tj}}+\frac{S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj}}{S_{Tj}+S_{Ti}}$$

$$=\frac{S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi}+S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj}}{S_{Ti}+S_{Tj}}$$

그런데 $S_{Ti}=S_{mj}+S_{Mi}-S_{Mmj}$, $S_{Tj}=S_{mi}+S_{Mj}-S_{Mmi}$이므로 $\mu_{P(Ti,Tj)}+\mu_{P(Ti,Tj)}=1$인 관계가 성립한다.■



[그림 1] T_i가 T_j를 支配하는 部分

[定理 2] 支配關係 $P(T_i,T_j)$는 移行的(transitive)이다. 즉,

$\mu_{p(T_i,T_j)} \geq 1/2$ 이고 $\mu_{p(T_j,T_k)} \geq 1/2$ 이면 $\mu_{p(T_i,T_k)} \geq 1/2$ 이다.

證明 :

$\mu_{p(T_i,T_j)} \geq 1/2$ 이므로 [定理 1]에 의해서 $\mu_{p(T_j,T_i)} \leq 1/2$이 성립한다.

$\mu_{p(T_i,T_j)} - \mu_{P(T_j,T_i)} =$

$$\frac{(S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi})-(S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj})}{S_{Ti}+S_{Tj}} \geq 0$$

따라서

$$(S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi}) \geq (S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj}) \qquad (18)$$

이다. 또한 $\mu_{p(T_j,T_k)} \geq 1/2$ 이므로 [定理 1]에 의해서 $\mu_{p(T_k,T_j)} \leq 1/2$이 성립하므로

$\mu_{P(T_i,T_k)} - \mu_{P(T_k,T_j)} =$

$$\frac{(S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj})-(S_{mk}+S_{Mk}-S_{Mmk})}{S_{Tj}+S_{Tk}} \geq 0$$

이 되어

$$(S_{mj}+S_{Mj}-S_{Mmj}) \geq (S_{mk}+S_{Mk}-S_{Mmk}) \qquad (19)$$

이 성립하므로 식 (18)과 (19)로 부터 다음의 관계가 성립됨을 알 수 있다.

$$(S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi}) \geq (S_{mk}+S_{Mk}-S_{Mmk}) \qquad (20)$$

한편,

$\mu_{P(T_i,T_k)} - \mu_{P(T_k,T_i)} =$

$$\frac{(S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi})-(S_{mk}+S_{Mk}-S_{Mmk})}{S_{Ti}+S_{Tk}}$$

에서 分子는 식(20)에 의해 $[(S_{mi}+S_{Mi}-S_{Mmi})-(S_{mk}+S_{Mk}-S_{Mmk})] \geq 0$인 관계가 항상 성립하므로 $\mu_{P(T_i,T_k)} - \mu_{P(T_k,T_i)} \geq 0$임을 알 수 있다. 따라서 $\mu_{P(T_i,T_k)} \geq 1/2$이 성립한다.■

일반적으로 n개의 三角퍼지數字 $T_i=(i=2,\cdots,n)$를 順位化하는 方法은 다음의 節次를 따르면 된다.

(1) 모든 $i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,n$에 대하여 $\mu_{P(T_i,T_j)}$를 (n x n)行列로 계산한다. [定理 1]에서 $1/2 n(n-1)$개의 값만 計算된다.

(2) $\{T_1, T_2,\cdots,T_n\}$를 $\mu_{(T_{Ri},T_{Rj})} \geq 1/2$ $(i<j)$인 것에 대하여 $\{T_{R1}, T_{R2},\cdots, T_{Rn}\}$으로 나열한다. 이러한 順位化는 [定理 2]에 의해 保障된다. 따라서 T_{R1}이 가장 選好되는 퍼지數字이고 그 다음은 T_{R2} 등의 順序로 選好된다.

4. 比較 및 評價

퍼지順位化法을 比較및 評價하는 原理로 Yufei Yuan[12]은 퍼지選好의 表現法(fuzzy preference presentation), 퍼지 順序化의 合理性(rationality), 區別力(distinguishability) 및 鈍減性(robustness)을 提示하였다. 이 原理를 基準으로 본 論文에서 提示한 順位化法을 比較 및 評價하면 다음과 같다.

4.1 퍼지선호의 표현법

이 原理는 "A가 B를 支配한다. 또는 A는 B보다 약간 좋다."라는 퍼지選好關係를 選好度로 表現할 수 있어야 함을 意味한다. 즉 所屬函數로 定義가 될 수 있어야 한다. 所屬函數化하는 接近 方法은 普通關係(crisp)를 利用한 順位函數化 하는 方法과 각 퍼지數字들의 雙에 대하여 퍼지關係를 利用한 方法으로 大別되는데 본 論文에서는 支配關係를 이용한 後者의 接近法을 利用하여 所屬函數를 構築하였다.

4.2 퍼지順序化의 合理性

이 原理는 餘集合의 基本公理(axiomatic skeleton)인 경계조건(boundary condition)과 非增加性(monotonic nonincreasing)을 滿足시키는 性質[1]을 意味한다. 경제조건은 어느 원소가 퍼지집합 A에 1 또는 0의 가능성으로 소속되어 있으며 여집합 $\bar{A}$에는 각각 0 또는 1로 소속되어 있어야 한다는 공리이다.

먼저 새로이 정의된 식(17)에서 $S_{mi}=0, S_{Mi}=0$ 및 $S_{Mmi}=0$일 때 소속함수의 소속도는 $\mu_{P(Ti,Tj)}(x)=0$이 된다. 이 때 S_{mj}, S_{Mj} 및 S_{Mmj}의 합은 $S_{Ti}+S_{Tj}$로 되어 $\mu_{P(Tj,Ti)}(x)=1$이 되므로 경계조건을 만족시키고 있음을 알 수 있다.

다음에 非增加性은 퍼지집합 A에서 x의 所屬函數의 값이 增加하면 $\bar{A}$에서는 x의 소속함수의 값이 증가하지 말아야 한다는 公理이다.

새로이 정의된 식(17)에서 S_{mi}, S_{Mi} 또는 S_{Mmi}가 증가하면 $\mu_{P(Ti,Tj)}(x)$는 증가한다. 이 때 S_{mj}, S_{Mj} 또는 S_{Mmj}는 감소하게 되어 $\mu_{P(Tj,Ti)}(x)$는 감소하므로 非增加性을 滿足시킴을 알 수 있다.

4.3 區別力

퍼지數字에 의해 表現되는 選好度의 差異를 區別하는 能力을 意味하는 것으로 수리적 형태로는 표현될 수 없으나 여러 發生 可能한 狀況을 利用한 例를 이용하여 순위화법의 구별력을 비교하고 있다. 支配關係를 利用한 順位化法의 구별력을 旣存에 提示된 여러 順位化法과 比較하기 위하여 [그림 2]의 6가지 例를 이용하는데 이 例들은 McCahon-Lee[6]가 사용한 例에다가 겹치지 않은 경우 (nonoverlapping)를 追加한 것이다.

두 三角퍼지數字間의 選好順位의 結果는 〈表 1〉에 정리하였다.

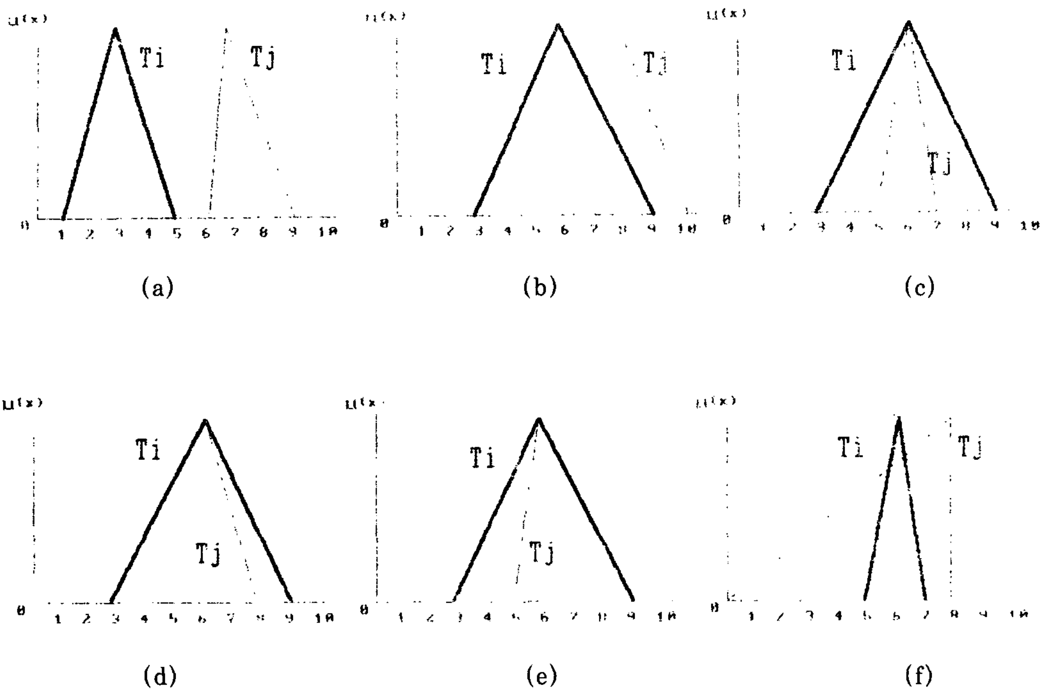
直觀的으로 判斷이 可能한 境遇인 (a)와 (b)에서는 順位函數를 利用한 方法과 퍼지關係를 利用한 方法 모두 順位는 같게 나타나고 있으나 그 以外 境遇의 순위는 다르게 나타나고 있다. 그러나 퍼지관계를 이용한 방법과 본 論文에서 제시한 방법의 結果는 差異가 없게 나타나고 있다. 따라서 支配關係를 利用한 새로운 순위화법의 區別力도 다른 方法의 그것에 떨어지지 않음을 알 수 있다.

4.4 鈍感性

이 원리는 퍼지 數字의 變化가 적게 發生하더라도 퍼지數字間의 順位가 急擊히 變化되지 않는 것을 意味한다. 6가지 例 중에서 (c)의 경우 Yager의 F1, F3, Kerre, Murakami 및 Nakamura(α=0.5)의 순위화법은 같은 모우드(mode)이고 대칭인 퍼지數字에 대해서는 區別할 수 없음을 알 수 있다. 따라서 Yager의 F4, Chang, Adamo, McCahon-Lee, Yufei Yuan 및 새로운 方法이 鈍感性에 있어서 좋음을 알 수 있다.

5. 結論

本 論文에서는 퍼지 意思決定問題에서 發生하는 여러 代案을 比較하기 위한 방법으로 많이 사용되는 퍼지數字間의 順位化法에 대하여 旣存의 方法들을 살펴보고 支配關係를 利用한 새로운 順位化法을 提示하였다. 提示한 順位化法에 대하여 6가지 例를 利用하여 퍼지 選好의



[그림 2] T_i와 T_j간의 比較用 6가지 例

〈表 1〉 6가지 比較例의 順位 結果

順位化法\例	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Yager's F1	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i = T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
Yager's F3	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i = T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$
Yager's F4	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$
Chang's	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$
Kerre's	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i = T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
Adamo's α=0.9	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i = T_j$	$T_i < T_j$
Murakami's	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i = T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
Nakamura's α=.5	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i = T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
McCahon−Lee's	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$ or $T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
Yufei Yuan's	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$
새로운 방법	$T_i < T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$	$T_i > T_j$	$T_i < T_j$	$T_i > T_j$

表現法, 퍼지순서화의 合理性, 區別力 및 鈍感性의 基準을 根據로 既存의 方法과 比較 및 評價를 하였다. 그 結果 기존의 방법과 차이가 없음이 밝혀졌으며 특히 利用側面에 있어서는 既存의 방법들(Nakamura, McCahon-Lee 및 Yufei Yuan의 방법)보다 계산이 간편하고, 직관적으로 쉽게 더 선호되는 代案을 選定할 수 있는점이 우수하게 나타났다.

제안된 순위화법에 대한 결과를 간편한 大小關係로 나타낼 수 있도록 하는 부분이 앞으로 관심대상이 될 것이다.

參考文獻

[1] 이광형, 오길록, 「퍼지 이론 및 응용-1」, 홍릉과학출판사, 1991.

[2] Adamo, J.M, "Fuzzy Decision Trees," *Fuzzy Sets and Systems*, 4(1980), pp. 207-219.

[3] Bellman, R.E. and L.A. Zadeh, "Decision Making in A Fuzzy Environment," *Management Sci.*,17(1970),pp.141-163

[4] Chang, W., "Ranking of Fuzzy Utilities with Triangular Membership Functions," *Proceedings of the International Conference on Policy Analysis and Information Systems*(1981),pp.263-272.

[5] Kerre, E. E., "The Use of Fuzzy Sets Theory in Electrodiological Diagnostics," in Approximate Reasoning in Decision Analysis, Gupta, M.M and Sanchez, E., Eds., North Holland, New York(1982),pp. 277-282.

[6] McCahon, C.S. and E.S. Lee, "Comparing Fuzzy Numbers : The Proportion of the Optimum Method,"*International Journal of Approximate Reasoning*, 4(1990),pp. 159-181.

[7] Murakami, S., H. Maeda and S. Imamura, "Fuzzy Decision Analysis on the Development of Centralized Regional Energy Control Systems," Preprints of the JFAC Conference on Fuzzy Information, Knowledge Reperesentation and Decision Analysis(1983),pp.353-358.

[8] Nakamura, K., "Preference Relations on A Sets of Fuzzy Utilities as a Basis for Decision Making," *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1986),pp.147-162.

[9] Yager, R.R., "Ranking Fuzzy Subsets over The Unit Interval," *Proceedings of the 1978CDC*(1978),pp.4435-4437.

[10] Yager, R.R., "On Choosing between Fuzzy Subsets," *Kybernetes*, 9(1980),pp. 151-154.

[11] Yager, R.R., "A Procedure for Ordering Fuzzy Subsets of The Unit Interval," *Inf. Sci.*, 24(1981),pp.143-161.

[12] Yufei Yuan, "Criteria for Evaluating Fuzzy Ranking Methods," *Fuzzy Sets and Systems*, 44(1991),pp.139-157.