

대형제품의 조립라인 밸런싱을 위한 0-1 정수계획모형

金汝根* · 權善姬*

0-1 Programming Formulations for Assembly Line Balancing of Large-Sized Product

Y. G. Kim* and S. H. Kwon*

Abstract

There are tasks performed on only one side(right side or left side) of the assembly line, and task groups in which the tasks are more related to one another like a subassembly. In the Assembly Line Balancing(ALB) of the large-sized product such as bus and truck, the side on which tasks are performed and the related task groups should be considered to improve work methods and to appropriately lay out parts and facilities in the line.

In this paper, presented are the 0-1 programming formulations for the ALB with the constraints of assigning the same side tasks to the station. The objective of minimizing the number of stations is combined with the objective that the total number of the related task groups handled by all the stations is minimized. Also, proposed are the methods of reducing the number of variables and constraints, and of determining the station to which subassembly tasks are assigned.

1. 서 론

조립라인에서 합리적 작업편성의 필요는 (1) 신설 라인에 작업을 편성하는 경우, (2) 새로운 모델을 기존 라인에서 생산하려는 경우,

(3) 생산성 향상을 위해 기존 작업편성을 검토 분석하는 경우, (4) 생산량의 변화에 따라 사이클 타임의 조정이 요구되는 경우, (5) 기존 라인길이의 확장, 제품의 설계(사양) 변경, 설비·치공구의 개선시 작업 방법과 작업시간의

* 전남대학교 공과대학 산업공학과

변경이 있는 경우 등에 있어서 수시로 요구된다.

이러한 합리적 작업편성을 위한 조립라인 밸런싱(Assembly Line Balancing)의 문제는 선행 제약을 만족하고 원하는 효율의 척도를 최적화-사이클 타임을 최소로 하거나 작업장 수를 최소화-하기 위해 작업을 할당하는 것이다. 위의 목적을 위해 많은 발견적(Heuristic) 기법과 최적화(Optimizing) 기법이 제안되어 왔다. Baybars[2]는 단일 모델(Single Model)이고 작업시간이 확정된 조립라인 밸런싱 문제의 연구 현황을 조사하였고, Exact Solution을 구하는 모형에는 선형계획법, 정수계획법, 동적계획법, 목표계획법, Network 이론 등의 여러 기법이 사용되고 있다[2,4]. 한편 Talbot et al.[8]은 기존의 효율적인 발견적 기법들을 평가하였다.

조립라인 편성에서는 작업의 선후관계와 작업시간에 의해 균형효율(Balance Efficiency)만을 최대로 하는 목적이외에 고려하여야 할 몇 가지 요인이 있다. 특히 대형제품(예 : 트럭, 대형버스 등)의 조립라인[10,11]은 그 조립대상물이 커서 전자제품의 조립라인과는 달리 설비와 공간의 제약에 의해 한 작업장에 한 작업자를 할당하지 않고, 콘베이어 상의 한 작업장(일정구간)을 여러 작업자가 공유하면서 작업을 하게 된다. 그리고 사이클 타임이 길어 한 작업자에게 할당된 단위작업이 많으므로, 작업편성시 작업방법의 향상과 작업의 책임감을 높이기 위해서는 작업의 책임감을 높이기 위해서는 작업의 상호 관련성을 고려하여 주어야 한다. 이러한 작업의 상호관련성을 고려하기 위한 방법으로 관련작업그룹이 우선적으로 할당되도록 하고자 한다. 여기서 관련작업그룹이란 라인에서 행하여지는 작업을 크게 그룹으로 나눌때, 그룹내에 포함된 단위 작업과 Subassem-

bly의 단위 작업등을 의미한다. 즉, 트럭 조립라인의 연료탱크, 공기탱크, 엔진장착 등의 작업그룹에서 한 작업자에게 가능한 한 관련작업그룹을 적게 할당함으로써 작업자간의 작업의 존도를 줄이고 설비의 효율을 높일 수 있을 것이다.

대형트럭 조립라인에서는 부품의 조립위치에 따라 라인의 오른쪽 작업(Battery, Air Tank, 소음기 장착 등), 왼쪽작업(Fuel Tank, Air Cleaner, Tool Box 장착 등)으로 뚜렷이 구별되는 작업과 라인의 오른쪽과 왼쪽 중 어느 방향에서나 할 수 있는, 즉 방향에 제약이 없는 작업(Axle, Propeller Shaft, Radiator 장착 등)으로 나누어 볼 수 있다. 조립대상물이 큰 경우 대부분 작업자는 컨베이어를 따라 이동(대형트럭라인의 경우 약 10~15m)하면서 작업하게 되므로 작업자의 이동을 줄이기 위해 가능한 작업자가 한쪽 방향(왼쪽 또는 오른쪽)에서 작업할 수 있도록 작업을 할당하여야 한다. 또한 대형제품 조립라인에서는 부품과 설비의 부피가 크고, 중량이 무거운 것이 많으므로 부품과 설비의 합리적 배치를 위해서도 작업을 할당할 때 작업방향이 고려되어야 한다.

본 연구에서는 작업의 관련성, 작업방향, Subassembly를 고려하는 조립라인 밸런싱의 수리모형을 개발하고자 한다. 조립라인 밸런싱의 수리모형은 변수와 제약식이 많은 대형 수리 문제이다. 따라서 모형개발에 있어서 변수와 제약식을 줄이는 방법을 제시하고자 한다.

작업의 관련성과 작업방향에 관해서는 Agrawal[1], Johnson[5], Shtub와 Dar-El[7]의 연구가 있다. Agrawal[1]은 직전 선행 작업과 후행 작업이 가능한 한 동일 작업자에게 할당되는 발견적 기법을 제시하였다. Johnson[5]은 작업의 숙련도, 작업의 방향, 작업의 분리, 혼

합모델, 병렬작업 등을 해결할 수 있는 방법을 제시하고 있으나 모형의 유연성이 약하여 현실 적용에는 한계가 있다. 유희시간과 모든 작업장에 할당된 Subassembly의 총수를 최소로 하는 다목적 모형을 제시한 Shtub와 Dar-El[7]의 연구는 컨베이어 상에서 이루어지는 작업보다 Subassembly가 상대적으로 많은 경우를 다루고 있다. 본인의 연구[12]에서는 대형제품의 조립라인 밸런싱을 위하여 관련작업그룹, 작업방향, 조작업이 고려된 Heuristic 기법을 개발하였다.

0-1 정수계획 모형에 관한 연구는 Bowman [3], Thangavelu와 Shetty[9], Patterson과 Albracht[6]등이 있으며, Patterson과 Albracht [6]는 많은 변수로 인한 계산의 어려움을 줄이기 위해 변수와 제약식을 줄이는 방법을 제시하였다.

본 연구의 목적은 대형제품의 조립라인 밸런싱을 위하여 각 작업장에 같은 방향(방향제약 없는 작업 포함)을 갖는 작업들을 할당한다는 제약하에서 작업장 수와 모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수를 최소로 하는 다목적의 0-1 정수계획모형을 개발하는 데 있다. 또한 Subassembly의 작업위치를 라인의 상황에 맞게 조정하는 방법과 변수와 제약식을 제거하는 방법을 제시하고자 한다.

본 논문의 구성은 1장은 서론으로 연구의 필요성과 연구현황, 연구내용을 기술하고, 2,3장은 모형에 앞서 기호와 변수 및 변수의 제거등을 설명한다. 4장은 조립라인 밸런싱을 위해 작업의 방향과 관련작업그룹을 고려하여 모형화하고, 5장은 예제를 통하여 제안된 모형을 적용한 후 분석하며, 6장은 결론으로 이루어진다.

2. 기호 및 변수

본 연구의 수리적 모델 전개에 필요한 기호 및 변수는 아래와 같이 정의한다.

I : 작업의 집합($I = \{1, 2, \dots, i, \dots, m\}$)

J : 관련작업그룹의 집합($J = \{1, 2, \dots, j, \dots, r\}$)

관련작업그룹이란 작업의 특성에 따라 묶어진 작업의 집합을 의미하며 관리자에 의해 결정된다.

K : 작업장 집합($K = \{1, 2, \dots, k, \dots, n\}$)

n 은 이용 가능한 작업장 수의 상한으로 $n \leq m$ 을 만족시킨다.

T_i : 작업 $i \in I$ 의 작업시간

C : 사이클 타임

$P(i)$: 작업 i 의 직전 선행작업의 집합

$P_a(i)$: 작업 i 의 모든 선행작업의 집합

$S(i)$: 작업 i 의 직후 후행작업의 집합

$S_a(i)$: 작업 i 의 모든 후행작업의 집합

$F = \{i \in I \mid S(i) = \emptyset\}$ (즉, 어떤 후행작업도 갖지 않는 작업의 집합)

E_i : 사이클 타임과 선행 제약하에서 작업 i 가 할당될 수 있는 가장 앞 작업장

L_i : 사이클 타임과 선행 제약하에서 작업 i 가 할당될 수 있는 가장 뒤 작업장

U_j : 사이클 타임과 선행 제약하에서 관련작업 그룹 j 가 할당될 수 있는 가장 앞 작업장

V_j : 사이클 타임과 선행 제약하에서 관련작업 그룹 j 가 할당될 수 있는 가장 뒤 작업장

$G(j)$: 관련작업그룹 j 에 속한 작업의 집합 ($G(j) \subset I, j \in J$)

$G_k(j) = \{i \mid i \in G(j), E_i \leq k \leq L_i\}$: 관련작업그룹 j 에 속하고 k 작업장에 할당가능한 작업의 집합

A : 작업방향이 오른쪽인 작업의 집합($A \subset I$)

B : 작업방향이 왼쪽인 작업의 집합($B \subset I$)

$I_k = \{i \mid E_i \leq k \leq L_i\}$: 작업장 k에 할당 가능한 작업의 집합

$A_k = \{i \mid i \in A, E_i \leq k \leq L_i\}$: 작업방향이 오른쪽이고 k작업장에 할당가능한 작업의 집합

$B_k = \{i \mid i \in B, E_i \leq k \leq L_i\}$: 작업방향이 왼쪽이고 k 작업장에 할당가능한 작업의 집합

w_1, w_2 : 목적의 주관적 가중치

결정변수

$$X_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{작업 } i \text{가 작업장 } k \text{에 할당되면,} \\ 0 & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

$$Z_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{관련작업그룹 } j \text{에 속한 작업이 작업장 } k \text{에 할당되면,} \\ 0 & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

$$Y_{1k} = \begin{cases} 1 & \text{오른쪽 작업이 작업장 } k \text{에 할당되면,} \\ 0 & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

$$Y_{2k} = \begin{cases} 1 & \text{왼쪽 작업이 작업장 } k \text{에 할당되면,} \\ 0 & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

3. 변수의 제거

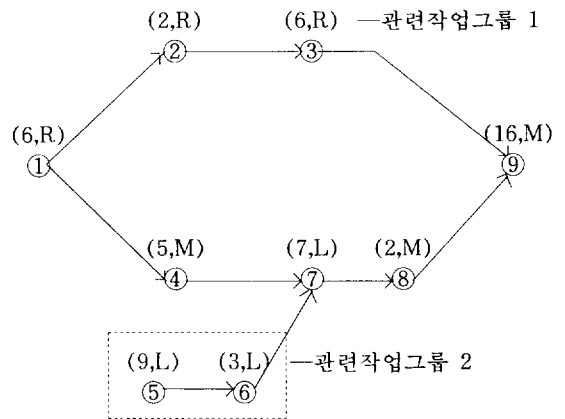
E_i 와 L_i

작업 i의 할당가능 작업장의 범위를 구하여 불필요한 변수를 제거하고자 한다. 선후행관계에 의해 작업 $i(i=1,2,\dots,m)$ 가 할당 가능한 가장 앞 작업장 E_i 와 가장 뒤 작업장 L_i 까지의 범위를 고려해 줌으로써 작업 i의 할당이 불가능한 작업장에 대한 변수를 제거할 수 있다. 이러한 E_i 와 L_i 는 아래와 같이 정의한다[6].

$$E_i = \begin{cases} 1, & (T_i + \sum_{h \in P_i(i)} T_h) = 0 \text{이면,} \\ \lceil (T_i + \sum_{h \in P_i(i)} T_h) / C \rceil, & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

$$L_i = \begin{cases} n, & (T_i + \sum_{h \in S_i(i)} T_h) = 0 \text{이면,} \\ n + 1 - \lceil (T_i + \sum_{h \in S_i(i)} T_h) / C \rceil, & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

여기서 $\lceil k \rceil^+$ 는 k보다 크거나 같은 가장 작은 정수를 의미한다. [그림 1]에서, $E_2 = \lceil (8/20) \rceil^+ = 1$ 이고 $L_2 = 4 + 1 - \lceil (24/20) \rceil^+ = 3$ 이다. 그래서 작업 2의 4작업장에 대한 변수는 제거된다.



Cycle Time=20, n=4

(a,b) : a는 작업시간, b는 작업방향

L : 왼쪽방향, R : 오른쪽 방향, M : 제약없음

[그림 1] 선행 공정도

U_j 와 V_j

관련작업그룹에 대해서도 그룹내의 모든 작업이 할당가능한 작업장의 범위를 구하여 변수와 제약식을 제거하고자 한다. 선후행관계와 사이클 타임 제약하에 관련작업그룹 j가 할당될 수 있는 가장 앞 작업장과 가장 뒤 작업장을 각각 U_j, V_j 로 둔다. 이 때 관련작업그룹의 j의 U_j 는 그룹내의 작업중에 가장 먼저 행해져야 하는 작업 g가 할당될 수 있는 가장 앞 작업장, E_g 가 되고, V_j 는 그룹내의 작업중에서 가장 늦게 행해져야 하는 작업 t가 할당

될 수 있는 가장 뒤 작업장, L_i 가 된다. [그림 1]에서 U_1 은 작업 1의 E_1 인 1 작업장이 되고 V_1 은 작업 3의 L_3 인 3작업장이 된다. 그래서 관련작업그룹 1의 4 작업장에 대한 변수는 제거된다.

한편, 라인 밖에서 작업이 가능한 각 Subassembly도 관련작업그룹으로 볼 수 있다. Subassembly의 작업장 위치는 선행작업이 없으므로 첫 작업장에서 부터 Subassembly가 조립되는 라인작업의 작업장 사이에 놓이면 된다. 그러나 Subassembly 작업장은 가능하면 라인작업의 작업장 가까이에 위치하는 것이 좋다. 관련작업그룹 j 가 Subassembly 작업인 경우, U_j 는 아래와 같이 수정하여 사용할 수 있다. U_j 는

$$1 \leq U_j \leq ((\sum_{h \in P(i)} T_h - \sum_{i \in G(i)} T_i + T_g) / C)^+$$

을 만족하는 정수이다. 여기서 작업 q 는 Subassembly가 조립되는 라인상의 작업이고, 작업 g 는 Subassembly의 작업중에서 가장 먼저 행해져야 하는 작업을 나타낸다. U_j 의 상한값은 Subassembly의 작업을 제외한 작업 q 의 모든 선행작업을 먼저 할당하고 나서, Subassembly 작업이 할당되는 경우의 작업장을 의미한다.

Subassembly에 속한 작업중 $E_i < U_j$ 인 작업 i 가 존재하면, E_i 는 U_j 와 같게 변경한다. [그림 1]에서 관련작업그룹 2를 Subassembly라고 하자. 그리하면 U_2 는 $1 \leq U_2 \leq [(33-12+9)/20]^+$ 로 작업장 1, 2가 되며 작업 7 가까이에서 Subassembly 작업을 행하고자 하면 U_2 는 작업장 2로 한다. 또한 Subassembly에 속한 작업 5, 6의 $E_5, E_6 < U_2$ 이므로 $E_5, E_6 = 2$ 로 변경된다.

4. 0-1 정수계획모형

사이클 타임계약과 선행계약은 물론 각 작업장에 같은 방향을 갖는 작업을 할당한다는 계약을 갖는 0-1 정수계획 모형을 제시한다. 목적함수에서는 각 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수와 작업장의 수를 동시에 고려하고 있다.

모형 1.

$$\text{Min. } w_1 \sum_{j \in J} \sum_{k=U_j}^{V_j} Z_{jk} + w_2 \sum_{k \in K} k X_{dk} \quad (1)$$

$$\text{S.T. } \sum_{k \in K} X_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} T_i X_{ik} \leq C \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{g \in E_k} g X_{hg} \leq \sum_{k \in K} k X_{ik} \quad \forall i \in I, \forall h \in P(i), L_h \geq E_i \quad (4)$$

$$\mu Z_{jk} \geq \sum_{i \in G(i,j)} X_{ik} \quad \forall j \in J, U_j \leq k \leq V_j \quad (5)$$

$$\sum_{i \in A_k} X_{ik} - \mu Y_{1k} \leq 0 \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in B_k} X_{ik} - \mu Y_{2k} \leq 0 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$Y_{1k} + Y_{2k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$Y_{1k}, Y_{2k} = 0, 1 \quad \forall k \in K \quad (9)$$

$$X_{ik}, Z_{jk} = 0, 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (10)$$

μ 는 아주 큰 양의 정수

목적함수(Objective Function)

모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수와 작업장의 수를 최소로 하는 작업활동을 목적으로 한다.

$$\text{Min. } w_1 \sum_{j \in J} \sum_{k \in U_j}^{V_j} Z_{jk} + w_2 \sum_{k \in K} k X_{dk} \quad (1)$$

여기서 w_1, w_2 는 주관적 가중치로서 원하는 목적수준에 따라 값이 정해지며 값이 0일 경우는 그 목적은 제외된다. 첫째항은 모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수에 가중치(w_1)를 곱한 것이고 둘째항은 작업장의 수에 가중치(w_2)를 곱한 것이다. 둘째항에서 작업 d 는 T_d

=0이고 $P(d)=F$ 인 가상최종작업(Dummy Last Task)이다. $X_{dk}=1$ 이면, 작업장 수가 k 개임을 의미한다.

할당제약(Occurrence Constraints)과 사이클 타임 제약(Cycle Time Constraints)

각 작업이 하나의 작업장에 반드시 할당되도록 하는 제약은

$$\sum_{k \in E_i} X_{i,k} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

로 표현되고, 각 작업장에 할당된 작업들의 작업시간의 합은 사이클 타임 보다 크지 않아야 하는 사이클 타임 제약은

$$\sum_{i \in I} T_i X_{i,k} \leq C \quad \forall k \in K \quad (3)$$

로 표현된다. 식(2)에서 변수 $X_{i,k}$ 는 작업 i 가 할당가능한 작업장(E_i 부터 L_i 까지)에 대해서만 변수를 가지면 되고, 식(3)에서는 작업장 k 에 대해, k 작업장에 할당가능한 작업의 집합, I_k 에 대해서만 조사하면 된다. 이와같이 함으로써 불필요한 변수를 제거할 수 있다.

선행제약(Precedence constraints)

작업 i 의 직전 선행 작업 $h \in P(i)$ 은 작업 i 보다 먼저 할당되어야 하는 선행제약은

$$\sum_{g \in E_i} g X_{i,g} \leq \sum_{k \in E_h} k X_{h,k} \quad \forall i \in I, \forall h \in P(i), L_h \geq E_i \quad (4)$$

로 표현된다. 식(4)는 작업 i 의 직전선행작업 h 의 작업장은 작업 i 의 작업장과 같거나 앞 작업장임을 나타내고 있다. 만약 L_h 가 E_i 보다 적다면 위식은 항상 만족되므로 L_h 가 E_i 보다 크거나 같은 경우만을 고려하여 제약식을 줄일 수 있다.

작업 그룹 제약(Task Group Constraints)

작업장에 할당된 관련작업그룹들은

$$\mu Z_{j,k} \geq \sum_{i \in G_i(j)} X_{i,k}, \quad \forall i \in J, U_j \leq k \leq V_j,$$

μ 는 아주 큰 양의 정수 (5)로 표현된다. 관련작업그룹 j 에 속한 작업중 하나라도 작업장 k 에 할당되면 $Z_{j,k}=1$ 로 된다. 반면에 관련작업그룹 j 에 속한 작업들이 작업장 k 에 하나도 할당되지 않으면 $Z_{j,k}=0$ 이 된다. 이때 $U_j \leq k \leq V_j$ 를 벗어난 작업장 k 를 제거함으로써 제약식을 줄일 수 있다.

방향제약(Right Side or Left Side Constraints)

각 작업장에 같은 방향이나 방향의 제약이 없는 작업만이 할당되도록 하는 제약은

$$\sum_{i \in A_k} X_{i,k} - \mu Y_{1k} \leq 0 \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in B_k} X_{i,k} - \mu Y_{2k} \leq 0 \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$Y_{1k} + Y_{2k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$Y_{1k}, Y_{2k} = 0, 1 \quad \forall k \in K \quad (9)$$

μ 는 아주 큰 양의 정수

와 같이 표현된다. $Y_{1k}=1$ 이면, k 작업장에는 왼쪽작업이 할당되지 않고, $Y_{2k}=1$ 이면 k 작업장에 오른쪽 작업이 할당되지 않는다.

모형 1에서 생산량의 변화에 따른 작업장의 수와 관련작업그룹의 할당에 관하여 분석하고자 할때는 사이클 타임을 변화시키면서 해를 구하면 된다. 모형 1에서 $w_2=0$ 이면 작업장 수에는 상관없이 모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수를 최소로 하는 모형이 된다. 그러나 기존 라인에서 라인에 배치될 수 있는 작업자 수의 상한이 N 으로 한정되어 있고 사이클 타임이 C 로 주어졌을 때, 작업의 관련성을 고려하여 작업편성을 하려고 한다고 하자. 이때는 작업장의 수가 제약이 되고, 모든 작업장에 할당되는 관련작업그룹의 총 수를 최소로 하는 목적이 되어 아래 모형 2와 같이 된다.

모형 2.

$$\text{Min. } \sum_{j \in J} \sum_{k \in U_j} Z_{j,k} \quad (11)$$

제약식은 모형 1.의 모든 제약식에 식(12)을

$$\sum_{k \in E_i} kX_{i,k} \leq N \quad (12)$$

추가한 것이 된다. 이 모형 2.에서는 작업장 수의 상한 N과 사이클타임 C에 의해 불가해(Infeasible Solution)가 얻어질 수 있다. 이때는 생산량을 줄이는 경우와 작업자 수를 늘리는 경우를 생각해 볼 수 있다. 첫째 경우는 사이클타임 C를 증가시켜 가능해(Feasible Solution)를 찾을 수 있고 둘째 경우는 작업장 수의 상한 N을 증가시켜 가능해를 찾을 수 있다.

5. 모형 적용

제안된 모형의 적용을 위해서 [그림 1]의 조립라인 밸런싱 문제를 사용한다. [그림 1]의 원의 내부는 작업을 의미하고 작업시간, 작업방향, 관련작업그룹은 원의 외부에 기록되어 있다. 이때 관련작업그룹 2는 Subassembly로 보고 라인작업의 가장 가까이에서 행해져야 한다고 하자. 그러면 $U_2=2$ 가 되고 E_5 와 E_6 은 1에서 2로 된다. 모형화에 필요한 각 작업의 E_i , L_i 와 관련작업 그룹의 U_j , V_j 는 <표 1>과 같고, 각 작업장의 I_k , $G_k(j)$, A_k , B_k 는 <표 1>에 의해 <표 2>와 같이 구해진다.

<표 1> 각 작업의 E_i , L_i 및 관련작업그룹의 U_j , V_j

		작업									관련작업그룹		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	
E_i		1	1	1	1	2	2	2	2	3	U_j	1	2
L_i		2	3	3	3	3	3	3	4	4	V_j	3	3

cycle time : 20分, 최대 작업장수 : 4

<표 2> 각 작업장의 I_k , $G_k(j)$, A_k , B_k

K		I_k	$G_k(1)$	$G_k(2)$	A_k	B_k
작업장	1	1,2,3,4	1,2,3	-	1,2,3	-
	2	1,2,3,4,5,6,7,8	1,2,3	5,6	1,2,3	5,6,7
	3	2,3,4,5,6,7,8,9	2,3	5,6	2,3	5,6,7
	4	8,9	-	-	-	-

위의 자료를 기초로 하여 예제를 모형화하면
아래와 같이 된다.

목적함수

MIN.Z11+Z12+Z13+Z22+Z23+3X103+4X104

할당제약

$$\begin{aligned} X11+X12 &= 1 \\ X21+X22+X23 &= 1 \\ X31+X32+X33 &= 1 \\ X41+X42+X43 &= 1 \\ X52+X53 &= 1 \\ X62+X63 &= 1 \\ X72+X73 &= 1 \\ X82+X83+X84 &= 1 \\ X93+X94 &= 1 \\ X103+X104 &= 1 \end{aligned}$$

사이클 타임 제약

$$\begin{aligned} 6X11+2X21+6X31+5X41 &\leq 20 \\ 6X12+2X22+6X32+5X42+9X52+3X62 \\ +7X72+2X82 &\leq 20 \\ 2X23+6X33+5X43+9X53+3X63 \\ +7X73+2X83+16X93 &\leq 20 \\ 2X84+16X94 &\leq 20 \end{aligned}$$

선행제약

X11+2X12-X21-2X22-3X23 <=0

X21+2X22+3X23-X31-2X32-3X33 <=0

X11+2X12-X41-2X42-3X43 <=0

2X52+3X53-2X62-3X63 <=0

X41+2X42+3X43-2X72-3X73 <=0

2X62+3X63-2X72-3X73 <=0

2X72+3X73-2X82-3X83-4X84 <=0

X31+2X32+3X33 -3X93-4X94 <=0

2X82+3X83+4X84-3X93-4X94 <=0

3X93+4X94-3X103-4X104 <=0

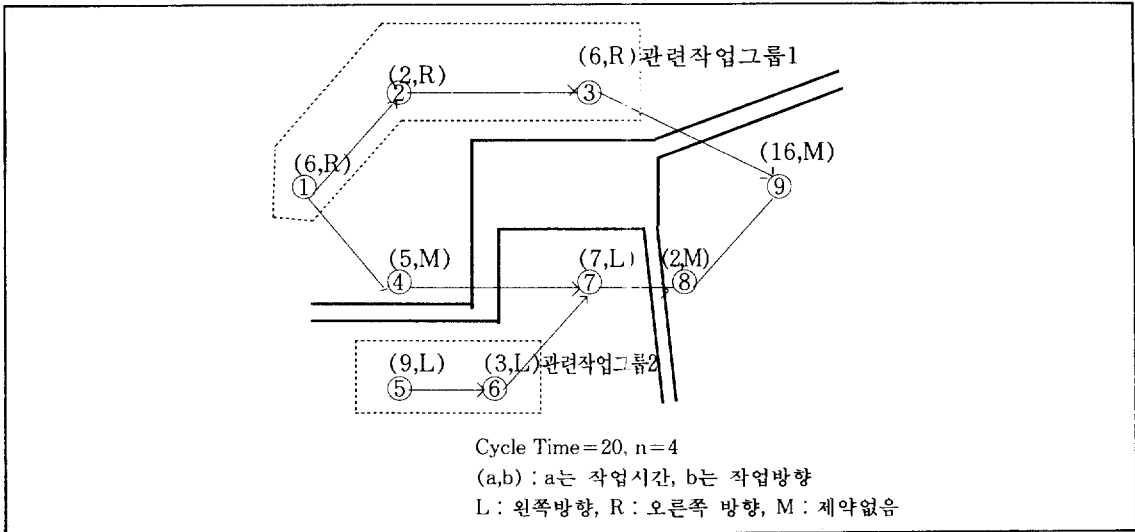
작업 그룹 제약

$$\begin{aligned} 1000Z11-X11-X21-X31 &>= 0 \\ 1000Z12-X12-X22-X32 &>= 0 \\ 1000Z13 -X23-X33 &>= 0 \\ 1000Z22-X52-X62 &>= 0 \\ 1000Z23-X53-X63 &>= 0 \end{aligned}$$

방향 제약

$$\begin{aligned} X11+X21+X31-1000Y11 &\leq 0 \\ X12+X22+X32-1000Y12 &\leq 0 \\ X23+X33-1000Y13 &\leq 0 \\ X52+X62+X72-1000Y22 &\leq 0 \\ X53+X63+X73-1000Y23 &\leq 0 \\ Y11+Y21 &= 1 \\ Y12+Y22 &= 1 \\ Y13+Y23 &= 1 \end{aligned}$$

END



[그림 2] 선행 공정도

$w_1 = w_2 = 1$ 로 두고, LINDO 패키지를 이용하여 해를 구하면 작업장의 수는 3이고, 모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수는 2로 목적함수의 값은 5이다. [그림 2]와 같이 작업장 1,2,3에 각각 작업 {1,2,3,4}, {5,6,7}, {8,9}가 할당되고 $Y_{11} = Y_{22} = 1$ 로써 작업장 1은 오른쪽, 작업장 2는 왼쪽 작업장이 되고, 작업장 3은 방향에 제약이 없다. 제안된 모형과의 비교를 위하여 Ranked Positional Weight(RPW)법에 의해 해를 구해보면, 작업장의 수는 3이고 모든 작업장에 할당된 관련작업그룹의 총수는 4이다. 작업장 1,2,3에 각각 작업 {1,4,5}, {2,3,6,7}, {8,9}가 할당되고, 작업장 1,2에 서로 다

른 방향의 작업이 할당되었다. 제안된 모형은 자동차 라인처럼 조립대상물이 커서 작업의 방향이 할당에 중요한 요인이 되고, 작업의 특성상 관련성이 요구되는 대형제품 조립라인에 적용될 수 있을 것으로 기대된다. 제약의 추가로 인한 균형효율의 감소는 제약의 필요여부와 작업할당에 미치는 영향에 따라 상쇄될 수 있을 것이다.

[그림 1]을 예제로 하여 Bowman[3], Shtub와 Dar-El[7], Patterson과 Albracht[6]의 모형과 제안된 모형의 변수와 제약식을 비교해보면 <표 3>과 같이 되었다.

<표 3> 예제모형의 변수와 제약식의 수

문제의 크기 \ 모형	Bowmans	Shtub & Dar-El	Patterson & Albracht	제안된 모형
변수의 수	52	56	42	35
제약식의 수	69	105	43	37

〈표 3〉은 Bowman, Patterson과 Albracht의 모형에 그들이 각각 사용한 기호와 부호로써 작업그룹제약과 방향제약을 첨가하여 구하고, Shtub와 Dar-El의 모형에서도 같은 방법으로 방향 제약을 추가하여 구한 것이다.

6. 결 론

본 논문에서는 작업의 방향, 관련작업그룹을 고려하여 대형제품의 조립라인 밸런싱 문제를 0-1정수 계획법으로 모형화 하였다. 또한 모형화에 있어서 상당수의 변수와 제약식의 수를 줄임으로써 계산에 효율을 기했다. 본 편성결과의 효과는 작업 편성자에게 편성의 유연성을 제공하여, 동일 작업장에서 복수 작업자의 작업을 가능하게 하고, 이는 라인 길이를 줄일 수 있어 공간의 효율적 활용을 가능토록 하며, 작업자간의 간섭을 배제하고, 둘 이상의 작업자가 동일설비·치공구를 사용할 수 있도록 하여 작업할당의 효율성을 높일 수 있다. 이러한 편성효과는 제약의 추가로 인한 균형효율의 감소를 보상할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Agrawal, P.K., "The Related Activity Concept in Assembly Line Balancing," *Int. J. Prod. Res.*, 23(1985), pp. 403-421.
- [2] Baybars I., "A Survey of Exact Algorithms for The Simple Assembly Line Balancing Problem," *Management Sci.*, 32(1986), pp. 909-932.
- [3] Bowman, E. M., "Assembly Line Balancing by Linear Programming," *Oper. Res.*, 8(1960), pp. 385-389.
- [4] Ghosh, S. and R. J. Gargan, "A Comprehensive Literature Review and Analysis of the Design, Balancing and Scheduling of Assembly Systems," *Int. J. Prod. Res.*, 27(1989), pp. 637-670.
- [5] Johnson, R.V., "A Branch and Bound Algorithm for Assembly Line Balancing Problems with Formulation Irregularities," *Management Sci.*, 29(1983), pp. 1309-1323.
- [6] Patterson, J.H. and J. J. Albracht, "Assembly Line Balancing : 0-1 Programming with Fibonacci Search," *Oper. Res.*, 23(1975), pp. 166-174.
- [7] Shtub, A. and E. M. Dar-El, "An Assembly Chart Oriented Assembly Line Balancing Approach," *Int. J. Prod. Res.*, 28(1990), pp. 1137-1151.
- [8] Talbot, F. B., J. H. Patterson, and W. L. Gehrlein, "A Comparative Evaluation of Heuristic Line Balancing Techniques," *Management Sci.*, 32(1986), pp. 430-454.
- [9] Thangavelu, S.R. and C. M. Shetty, "Assembly Line Balancing by Zero-One Integer Programming," *AIIE Trans.*, 3(1971), pp. 61-68.

[10] 김여근, 전태준, “대형차체라인의 공정개선과 대형버스의 생산 일정계획에 관한 연구,” 아시아 자동차 공업(주), 1988년 2월, pp. 210.

[11] 김여근 외 5인, “대형트럭라인의 생산성

향상에 관한 연구,” 아시아 자동차 공업(주), 1990년 7월, pp. 222.

[12] 김여근, 권선희, 조명래, “대형제품의 조립라인 밸런싱을 위한 Heuristic기법,” (대한산업공학회지에 제출).