

# 월쉬-블럭펄스 함수와 최적 LMS 알고리즘을 이용한 적응 등화기의 설계

## A Design of Adaptive Equalizer using the Walsh-Block Pulse Functions and the Optimal LMS Algorithms

安斗守\* · 金鐘夫\*\*  
(Doo-Soo Ahn · Jong-Boo Kim)

*Abstract* - In this paper, we introduce a Walsh network and an LMS algorithm, and show how these can be realized as an adaptive equalizer. The Walsh network is built from a set of Walsh and Block pulse functions. In the LMS algorithm, the convergence factor is an important design parameter because it governs stability and convergence speed, which depend on the proper choice of the convergence factor. The conventional adaptation techniques use a fixed time constant convergence factor by the method of trial and error. In this paper, we propose an optimal method in the choice of the convergence factor. The proposed algorithm depends on the received signal and the output of the Walsh network in real time.

**Key Words** : Adaptive Equalizer(적응 등화기), Transversal Filter(횡단형 필터), Convergence Factor(수렴 인자), Adaptation Algorithms(적응 알고리즘), Optimal Method(최적화법), Walsh Network(월쉬 회로망)

### 1. 서 론

최근 컴퓨터와 통신의 결합은 정보화 사회로의

큰 발전을 가능하게 하고 있으며, 음성, 화상, 데이터의 전송이 가능한 종합 시스템(Integrated System)의 개발로 이어지고 있다[1, 2]. 그러나, 통신에 장애가 되는 잡음 등은 신속, 정확한 정보 전송에 지장을 주고 있는데, 통신규약(Protocol)의 개발에 의하여 에러 등의 문제는 Software적으로도 처리가 가능해졌으나, 채널의 왜곡등은 등화

\*正 會 員 : 成均館大 工大 電氣工學科 教授 · 工博

\*\*正 會 員 : 仁德專門大學 電子科 專任 講師

接受日字 : 1992年 1月 16日

1次修正 : 1992年 4月 30日

2次修正 : 1992年 6月 13日

기(Equalizer)를 거침으로써, 좀 더 신속, 정확한 정보 전송이 가능하다[3]. 등화기는 1960년대 Lucky에 의해서 통신 채널에 도입된 이래 안정도 및 실행속도의 향상측면에서 연구가 계속되고 있다[4, 5].

등화기는 크게 수신신호를 샘플링하는 횡단형 필터(Transversal Filter)부분과 샘플링 데이터를 처리하는 적응처리 부분으로 나눌 수 있다[6]. 이 논문에서는 채널의 수신신호를 월쉬-블럭 펄스함수로 직교변환하여[7], 월쉬(Walsh) 회로망을 구성함으로써, 공분산 행렬의 구성을 간단히 하여, 필터링의 효율을 증대하고, 시뮬레이션에 의해 현재 가장 많이 사용되고 있는 TDL(Tapped-Delay Line) 방식[3, 4]보다 월쉬 회로망이 우수하다는 것을 입증하고자 한다. 적응 처리 부분에서는 기존에 사용하던 직접법이나 Steepest Descent 방법[4, 8]을 사용할 때 채널의 왜곡 때문에 흔히 발생하는 안정도 및 실행 속도가 저하되는 문제점을 개선하기 위하여, 실시간 반복 처리가 가능한 LMS (Least Mean Square) 법[5]을 도입하여 등화기의 안정도 및 실행속도를 향상시키고자 한다. 이때 LMS 방법에서 수렴인자를 결정할 때에는 시행 착오법을 써야하므로[8, 9], 이 연구에서는 이를 해결하기 위해서 수렴인자의 최적화방법을 제시하고자 한다. 이상에서 제시한 설계 방법은 등화기의 안정도 및 실행속도를 향상시켜, 향후 모뎀, DSU 등 통신 시스템분야에서 적응 월쉬등화기의 실용 가능성을 제시할 것으로 본다.

## 2. 횡단형 월쉬 회로망의 구성

송신신호  $S(t)$ 가  $1/T_s$ (symbols/sec)의 전송 속도로 통신 채널을 통하여 PAM방식[2]으로 전송된다고 하자. 이 때  $S(t)$ 는 전송되는 과정에서 채널 왜곡이나 잡음 성분 등의 부가로 인해 채널에서 수신한 신호  $r(t)$ 와는 차이가 날 수 있다. 이 때 등화기는 수신신호  $r(t)$ 와 전송 매체에 대한 일반적인 정보를 토대로 송신 신호  $S(t)$ 의 본래 형태를 추정한다. 적응 등화기의 출력 신호는

$$h(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i r_i(t) \quad (2.1)$$

$c_i$ : 탭의 이득 가중치(Tap gain weights)로 표현된다[3]. 적응 등화기는 가중치  $c_i$ 를 자동적으로 조정하여 평균 제곱 오차가 최소가 되도록 수신 신호를 보정한다. 그러면, 등화기의 횡단형 필터 부분을 월쉬-블럭 펄스 함수로 구성하여 보

자.

$N=2^m$ 의 항을 가지는 이산 월쉬 함수의 일반적인 표현은 다음과 같다[7].

$$\begin{aligned} \text{WAL}(i_{m-1}, i_{m-2}, \dots, i_0; t_{m-1}, t_{m-2}, \dots, t_0) \\ = \prod_{r=0}^{m-1} (-1)^{i_{m-1-r}(t_r+t_{r+1})} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$i, t$ : 2진 기수법으로 표현된 변수

$i=0, 1, \dots, 2^m-1$

그리고 이 함수는 다음과 같은 특성을 가지므로

$$\begin{cases} \text{WAL}(i, t)=0, & t < 0, i=0, 1, \dots, 2^m-1 \\ \int_0^T \text{WAL}^2(i, t) dt = T \end{cases} \quad (2.3)$$

이 함수를 샘플링과 선형 필터의 기저함수로 쓸 수 있다[4, 9]. 실제에서 선형 필터를 구성하고, 특정 클럭(Clock)에서만 샘플링 값을 갖게 하기 위해서 다음과 같은 블럭 펄스 함수  $b_i(T/2^m, t)$ 를 도입하자.

$$\begin{aligned} b_i(T/2^m, t) = \begin{cases} 1, & \frac{iT}{2^m} \leq T < \frac{(i+1)T}{2^m} \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases} \quad (2.4) \\ i=0, 1, \dots, 2^m-1 \end{aligned}$$

등화기의 출력신호  $h(t)$ 를 월쉬와 블럭 펄스 함수로 나타내면

$$\begin{aligned} h(t) &= \sum_{i=0}^{2^m-1} c_i \text{WAL}(i, t) \\ &= \prod_{r=0}^{m-1} \sum_{i_r=0}^{2^{m-1-r}} \sum_{t_r=0}^{2^{m-1-r}} C_{(i_{m-1}, \dots, i_0)} \cdot (-1)^{i_{m-1-r}(t_r+t_{r+1})} \\ &\quad \cdot b_{i_r}\left(\frac{T}{2^m}, t\right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

와 같다. 식(2.5)는 등화기의 출력으로서 블럭 펄스를 사용한 적응 월쉬 회로망의 출력 특성을 나타낸다.

## 3. 적응 월쉬 필터의 설계

월쉬-블럭 펄스 함수를 이용한 회로망은 채널의 ISI(Intersymbol Interference)를 능동적으로 보상하여 좀더 신속, 정확한 정보전송을 가능하게 하는 적응 등화기의 설계에 이용된다. 여기서 이용된 채널은 Nyquist속도의 전송 속도를 가지며, 다음과 같은 Raised-cosine형태의 주파수 응답 특성을 갖는다.

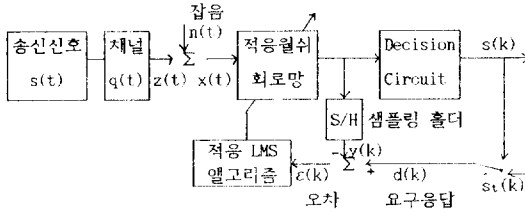


그림 3.1 LMS에 의한 적응 월쉬 등화기  
 Fig. 3.1 Adaptive Walsh Equalizer by the LMS Algorithms

$$Q(f) = \begin{cases} T_s, & 0 \leq |f| \leq (i-\beta) \leq \frac{(1-\beta)}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left[ 1 - \sin \left\{ \frac{\pi T_s}{\beta} \left( f - \frac{1}{2T_s} \right) \right\} \right], & (3.1) \\ \frac{(1-\beta)}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{(1+\beta)}{2T_s} \end{cases}$$

여기서  $\beta$ 는 두번째 이상의 Lobe에 영향을 주는 Roll off매개 변수이다. 이러한 Spectrum을 가지는 신호의 임펄스 응답은 다음과 같다.

$$q(t) = \frac{\sin\left(\frac{nt}{T_s}\right) \cos\left(\beta \frac{nt}{T_s}\right)}{\frac{nt}{T_s} \left(1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T_s^2}\right)} \quad (3.2)$$

이상과 같은 특성을 가지는 채널의 출력신호  $x(t)$ 는  $T/2^m$ 의 Tap을 가지고 Tap 사이의 지연이  $T/2^m$ 인 월쉬 회로망의 입력 신호가 된다. 이러한 신호에 대한 월쉬 회로망의  $i$ 번째 출력은

$$y(i, t) = x(t) * \text{WAL}(i, t) \\ = (z(t) + n(t)) * \prod_{r=0}^{m-1} \sum_{\tau=0}^{2^r-1} (-1)^{i\tau} (-1)^{r(\tau+1)} \\ \cdot b_r\left(\frac{T}{2^m}, t\right) \quad (3.3)$$

와 같다. 식(3.3)에서 \*는 Convolution을 나타내며, 채널의 출력  $x(t)$ 를 구성하는  $z(t)$ 와 평균이 0인 정규 잡음  $n(t)$ 는 Ergodic하고 서로 상관 관계가 없다고 가정한다. 월쉬 회로망의 출력 형태를 이용하여 적응 월쉬 필터의 출력 신호를 표현하면 다음과 같다.

$$y(t) = \sum_{i=0}^M c_i y(i, t) \quad (3.4)$$

등화기의 요구응답은 Tracking mode에서는 적응 월쉬 필터의 출력 신호를 샘플링 주기  $T_s$ 로 샘플링하여 검출된 데이터를 사용하고, Training mode에서는 시험 데이터를 이용하여 등화기를 초

기화 한다. 샘플링주기  $T_s$ 는  $T/2^m$ 와 같게 선택한다. ISI를 최소화하기 위해서 채널 신호는 Nyquist조건을 만족시켜야 하며 이를 위해 사용된 식(3.2)는 Roll off매개변수가 증가할수록 대역폭이 커진다는 단점이 있다. 이러한 점을 개선하고 채널의 왜곡으로 인하여 발생한 신호의 ISI를 제거하며, 통신채널을 원하는 응답으로 유지하기 위해서, Training Mode에서는 Duobinary신호를, 또 Tracking Mode에서는 검출된 수신 데이터를 요구응답으로 사용한다. ISI를 줄이기 위해 도입된 Duobinary신호의 대역폭은 Sinc함수와 같으면서 두 개의 Sinc함수가 중첩된 형태이고, 전송 속도도 Nyquist속도로 전송이 가능하며 ISI는 0이 되는 신호이다. Duobinary 형태의 요구응답의 주파수 특성과 임펄스응답은 다음과 같다.

$$d(\omega) = \begin{cases} 2T_s \cos(\omega T_s/2), & |\omega| \leq \pi/T_s \\ 0, & \text{그 외 구간} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$d(t) = \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{\pi t}{T_s}}{1 - \frac{4t^2}{T_s^2}} \quad (3.6)$$

월쉬 필터의 출력과 요구 응답에 대한  $k$ 번째 시간의 오차 함수는

$$\epsilon(k) = d(k) - y(k), \quad k \equiv kT_s + \tau \\ = d(k) - C^T Y(k) \quad (3.7) \\ \tau : \text{시간오차 (Timing error)}$$

와 같다. 식(3.7)에서  $C$ 는 탭의 이득 가중치이고,  $Y(k)$ 는 월쉬 회로망의 출력값을 나타낸다. 평균 제곱 오차 함수는

$$\epsilon_{\text{MSF}} = E[\epsilon^2(k)] \\ = E[d^2(k)] - 2E[d(k)Y^T(k)]C \\ + C^T E(Y(k)Y^T(k))C \\ = E[d^2(k)] - 2P^T C + C^T R C \quad (3.8)$$

와 같이 된다. 식(3.8)에서 월쉬 필터의 출력과 요구응답 사이의 Crosscorrelation을 나타내는  $P$ 는 다음과 같다.

$$P = E[d(k)Y(k)] \quad (3.9)$$

또한 월쉬 회로망의 출력 사이의 공분산 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$R = E[Y(k)Y^T(k)] \quad (3.10)$$

적응 등화기에서 공분산 행렬  $R$ 의 선택은 수렴과 안정성에 지대한 영향을 주게는데, 시간평균(Time Average)으로 공분산 행렬을 채널과 월쉬 회로망의 출력신호로 표시하면

$$R_{ij} = \overline{y(i, kT_s + \tau)y(j, kT_s + \tau)} \quad (3.11)$$

$$= \frac{[\{z(kT_s + \tau) + n(kT_s + \tau)\} * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)]}{\cdot [\{z(kT_s + \tau) + n(kT_s + \tau)\} * \text{WAL}(j, kT_s + \tau)]}$$

와 같이 쓸 수 있다. 이것을 채널 입력신호와 잡음 성분으로 각각 표시하면 다음과 같다.

$$K_{ij} = \frac{[z(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)] [z(kT_s + \tau) * \text{WAL}(j, kT_s + \tau)]}{+ [n(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)] [n(kT_s + \tau) * \text{WAL}(j, kT_s + \tau)]}$$

$$+ \frac{[\{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\} \{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(j, kT_s + \tau)\}]}{+ \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\} \{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(j, kT_s + \tau)\}]}$$

(3.12)

제한된 대역의 채널을 통과한 출력과 잡음 신호가 Nyquist 속도로 전송되며 Ergodic하고 서로 상관관계가 없다면, 윌쉬필터에서의 공분산 행렬은 실대칭 행렬(Real Symmetric Matrix)이며, Positive Definite한 다음과 같은 특성을 가진다.

$$R_{ij} = \begin{cases} 0, & (i+j)\text{odd} \\ R_{ji}, & (i+j)\text{even} \end{cases} \quad i, j = 0, 1, \dots, 2^m - 1$$

(3.13)

이와 같은 특성은 적응 윌쉬 등화기의 성능을 개선하는데 중요한 역할을 하며, 식(3.8)의 평균제곱오차 함수에 직접적으로 이용된다. 평균제곱오차 평가함수는 식(3.14)와 같이 가중치의 이차함수 형태(Quadratic Form)이므로 블록한 형태를 가진다.

$$C^T R C = \sum_{j=0}^M [\langle \{C_i \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\} * z(kT_s + \tau) \rangle^2 + \langle \{C_i \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\} * n(kT_s + \tau) \rangle^2] \geq 0$$

(3.14)

적응 등화기는 탭 이득 가중치를 연속적으로 조정하여 평균제곱오차 함수가 최소가 되도록 함으로써 ISI를 줄일 수 있다. 이 논문에서는 Wiener-Hopf Solution인 직접법과 LMS방법을 도입하고자 한다.

### 4. 적응 알고리즘(Adaptation Algorithms)

#### 4.1 직접법(Direct Method)

최적 가중치  $C^*$ 는 아래 식에서 얻을 수 있다 [10].

$$\nabla_{\epsilon_{MSE}} = \frac{\partial \epsilon_{MSE}}{\partial C} = -2P + 2RC = 0 \quad (4.1)$$

최소의  $\epsilon_{MSE}$ 는 (4.1)과 (3.8)에서

$$\epsilon_{MIN} = E[d_j^2] - P^T C^* \quad (4.2)$$

와 같이 되고, (4.2)과 (3.8)에서

$$\epsilon_{MSE} = \epsilon_{MIN} + (C - C^*)^T R (C - C^*) \quad (4.3)$$

와 같이  $\epsilon_{MSE}$ 는 이차함수 형태로 나타나므로  $C$ 에 대해 블록함수임을 알 수 있다. 그러므로  $\epsilon_{MSE}$ 가 최소가 되는  $C^*$ 을 Wiener-Hopf Solution에 의하여 구할 수 있다.

#### 4.2 LMS 알고리즘

직접법은 식이 간단하고, 반복법에 비하여 오차가 적어 이상적인 방법이나, 탭이 많아지면 역행렬을 얻어야하므로 처리 속도가 너무 느리고, 채널의 왜곡이 심하면 수렴에 문제점이 발생하여 등화를 하는데 부적합한 경우가 발생한다.

이 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 실시간 반복처리가 가능한 LMS 방법을 도입하여 등화기를 설계하고자 한다. LMS방법을 쓰면 수렴 인자를  $trR$ 로 쉽게 구하므로써, 수렴 속도와 안정도를 향상시킬 수 있다.

LMS알고리즘은 다음과 같다.

$$C^{j+1} = C^j + \mu(-\hat{\nabla}_j) \quad (4.4)$$

$\hat{\nabla}_j$ : 실제 Gradient의 추정치

식(4.4)에서 Gradient의 추정치는

$$\hat{\nabla}_j = \frac{\partial \epsilon_j^2}{\partial C} = -2\epsilon_j Y^j \quad (4.5)$$

( $\epsilon_j$ :  $j$ 번째 반복에서의 오차 값  
 $Y^j$ :  $j$ 번째 반복에서의 윌쉬 회로망의 출력 값

와 같다. 그래서 식(4.4)는 다음과 같이 표현된다.

$$C^{j+1} = C^j + 2\mu\epsilon_j Y^j \quad (4.6)$$

식(4.6)식에서  $\mu$ 는

$$0 < \mu < \frac{1}{trR} < \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (4.7)$$

얻을 수 있다. 그러나, 식(4.7)에서  $\mu$ 의 범위가 클 경우는 최적값을 얻기 위해 많은 시행 착오법을 거쳐야 하기 때문에 등화기의 성능이 떨어진 다.

#### 4.3 수렴인자의 최적화법

최적 수렴 인자를 구하기 위해서는  $j+1$ 번째 오차  $\epsilon_{j+1}$ 를 최소로하는  $j$ 번째의 수렴인자를 구해야 한다.  $j$ 번째의 수렴인자를 구하기 위해서는,  $\epsilon_{j+1}$

를  $j$ 번째 오차  $\epsilon_j$ 항으로 표현하여야 한다.  $\epsilon_{j+1}$ 는 모든  $j+1$ 번째 탭 계수  $C^{j+1}$ 에 대해서 해석적이다 [10]. 곧 모든 차수의 도함수가 존재한다. 따라서,  $\epsilon_{j-1}$ 의 Taylor급수 전개는

$$\epsilon_{j+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_j^{(n)}(C_i^j)}{n!} (C_i^{j+1} - C_i^j)^n \quad (4.8)$$

$C_i^j$ :  $j$ 번째 반복의  $i$ 번째 가중치값  
 $\epsilon_j^{(n)}$ :  $\epsilon_j$ 의  $n$ 차 도함수

와 같다. 식(4.8)에서  $\epsilon_j^{(n)}(C_i^j)$ 는  $C_i^j$ 에 대한  $n$ 계 편도함수이다.  $C_i^{j+1} - C_i^j$ 를  $\Delta C_i$ 로 놓으면 (4.8)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{j+1} = & \epsilon_j + \sum_{i=0}^m \frac{\partial \epsilon_j}{\partial C_i^j} \Delta C_i \\ & + \frac{1}{2!} \sum_{i=0}^m \sum_{k=0}^m \frac{\partial^2 \epsilon_j}{\partial C_i^j \partial C_k^j} \Delta C_i \Delta C_k + \dots \end{aligned} \quad (4.9)$$

여기서  $\Delta C_i$ 는 식(4.4), (4.5)로부터  $-2\mu_i^j \epsilon_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial C_i^j}$ 와 같이 구해진다.

또한 식(4.9)에서  $\epsilon_j$ 는 식(3.7)과 같이 필터계수들에 대하여 신행중속이므로 2차 도함수 이상의 고차항은 0이 된다. 식(4.9)에  $\Delta C_i$ 를 대입하여 제공하면 다음과 같다.

$$\epsilon_{j+1}^2 = \epsilon_j^2 \left\{ 1 - 2 \sum_{i=0}^m \mu_i^j \left[ \frac{\partial \epsilon_j}{\partial C_i^j} \right]^2 \right\} \quad (4.10)$$

식(4.10)을  $\mu_i^j$ 에 대해 편미분하여 0으로 두면

$$\sum_{i=0}^m \mu_i^j \left[ \frac{\partial \epsilon_j}{\partial C_i^j} \right]^2 = \frac{1}{2} \quad (4.11)$$

의 관계가 성립해야 한다. 식(4.11)은 최적 수렴인자의 제한조건을 나타낸다. 식(4.11)에서  $\mu_i^j$ 는 각 탭 이득에 대하여 같다고 가정하고[11], 구한  $\mu_i^j$ 를 최적 수렴인자  $\mu^{*j}$ 로 놓으면

$$\mu^{*j} = \frac{1}{2 \sum_{i=0}^m \left[ \frac{\partial \epsilon_j}{\partial C_i^j} \right]^2} \quad (4.12)$$

와 같이 구할 수 있다. 식(3.7)에서  $\partial \epsilon_j / \partial C_i^j$ 를 구해 식(4.12)에 대입하여 시간평균 형태로 표현하면

$$\begin{aligned} \mu^{*j} &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^m y^2(i, kT_s + \tau)} \quad (4.13) \\ &= \frac{1}{2 \sum_{i=0}^m \{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\}^2} \\ &= \frac{1}{\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^m \frac{2}{2m+1} \sum_{k=-m}^m \{x(kT_s + \tau) * \text{WAL}(i, kT_s + \tau)\}^2} \end{aligned}$$

이 된다. 그러므로 최적 수렴인자  $\mu^{*j}$ 를 식(4.6)에 대입하면 시변 최적 수렴인자를 갖는 LMS 알고리즘이 다음과 같이 유도된다.

$$C^{j+1} = C^j + 2\mu^{*j} \epsilon_j Y^j \quad (4.14)$$

### 5. 시뮬레이션

이 논문에서 제안한 최적 수렴인자를 갖는 LMS

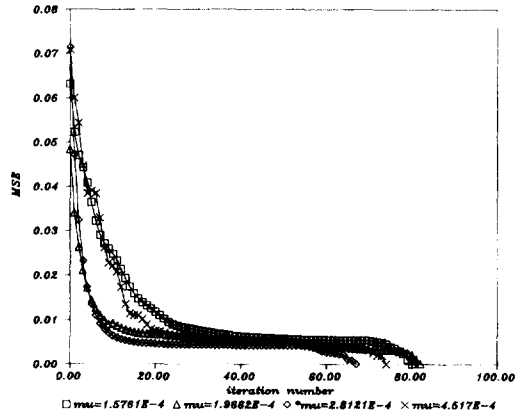


그림 1 시행착오법과 최적화법에 의한 학습곡선 (잡음 없음때)

Fig. 1 Learning Curves by the Trial and Error Method and the Optimal Method (Noise Free)

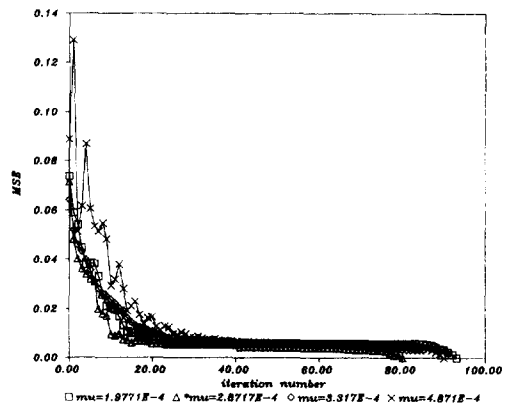


그림 2 시행착오법과 최적화법에 의한 학습곡선 (잡음 있을때)

Fig. 2 Learning Curve by the Trial and Error Method and the Optimal Method (With Noise)

엘고리즘을 이용하여 현재 가장 많이 이용되고 있는 TDL등화기와 이 연구에서 제시한 적응 윌쉬 등화기의 몇가지 특성을 시뮬레이션으로 비교해 보고자 한다.

시뮬레이션에 이용된 통신 채널의 응답은 식(3.1), 식(3.2)와 같으며 요구응답은 식(3.5), 식(3.6)과 같다. 이때, Roll off매개변수는 0.75를 사용하였다. 시뮬레이션에서는 탭의 수가 비슷하여 탭 수가 성능에 영향이 거의 없는 16탭의 윌쉬 등화기와 15탭의 TDL등화기의 특성을 비교하였다. 각각의 경우 잡음이 있는 경우와 없는 경우에

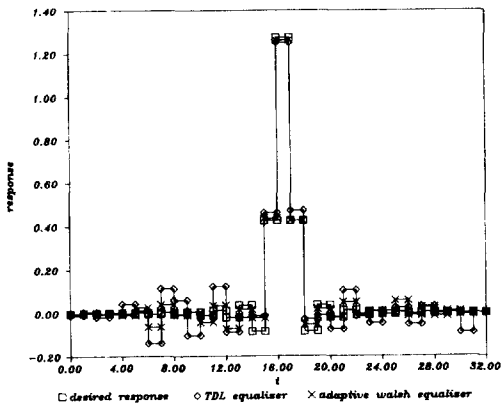


그림 3 직접법에 의한 응답특성 비교(잡음 있을 때)

Fig. 3 A Comparison of Response Characteristics by the Direct Method(With Noise)

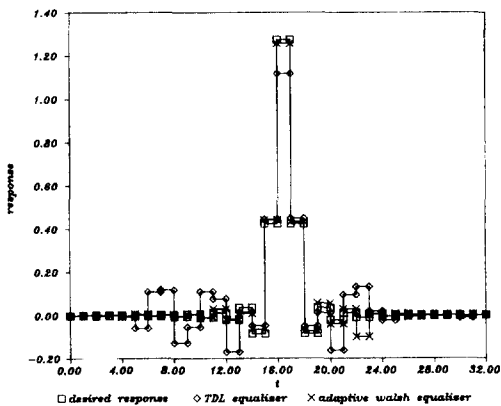


그림 4 LMS법에 의한 응답특성 비교(잡음 있을 때)

Fig. 4 A Comparison of Response Characteristics by the LMS Method(With Noise)

대해서 시뮬레이션을 수행하였으며, 잡음이 있는 경우는 잡음의 표준편차를 0.1로 하였다.

이 연구에서 제안한 수렴인자의 최적화 법이 기존에 사용하던 시행착오법에 비하여 성능이 우수함을 보이하고자 그림1과 그림2와 같이 학습곡선(Learning Curve)을 비교하여 보았다. 그림1과 그림2에서 \*표시가 있는  $\mu$ 는 최적화법에 의해 결정된 것이며, 나머지는 시행착오법으로 48회를 수행하여 그 중 결과가 좋았던 것을 나타낸 것이다. MSE가  $10^{-4}$ 일때 최적화법으로 구한 수렴 인자가 가장 빨리 수렴함을 알 수 있다. 그림3은 4는 직접법과 LMS법으로 비교하여 본 적응 윌쉬 등화기와 TDL등화기의 응답특성을 잡음이 있는 경우에 대해서 나타내었다. 이때 적응 윌쉬 등화기가 TDL보다 응답특성이 우수함을 알 수 있다. 그림

표 1 평균 제곱 오차와 평균 신호 왜곡의 비교

Table 1 A Comparison of MSE and Mean Pulse Distortion

	수렴 조건 (MSE)	적응 윌쉬 등화기		TDL 등화기	
		잡음 無	잡음 有	잡음 無	잡음 有
평균제곱오차 (MSE)	$10^{-2}$	6회	9회	17회	19회
	$10^{-4}$	67회	79회	87회	153회
평균신호왜곡 ( $\Delta$ )	$10^{-2}$	0.0156	0.0462	0.0715	0.839
	$10^{-4}$	7.565E-3	1.532E-2	2.312E-2	2.830E-1

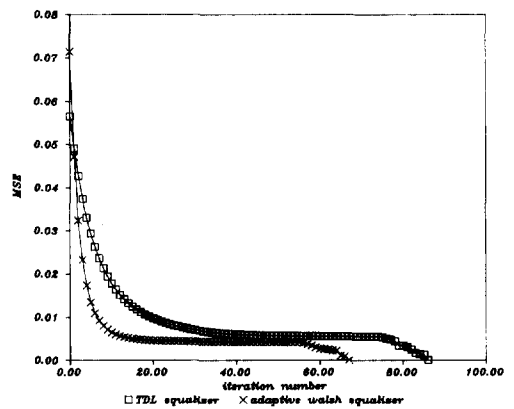


그림 5 LMS법에 의한 학습특성 비교(잡음 없을 때)

Fig. 5 A Comparison of Learning Characteristics by the LMS Method(Noise Free)

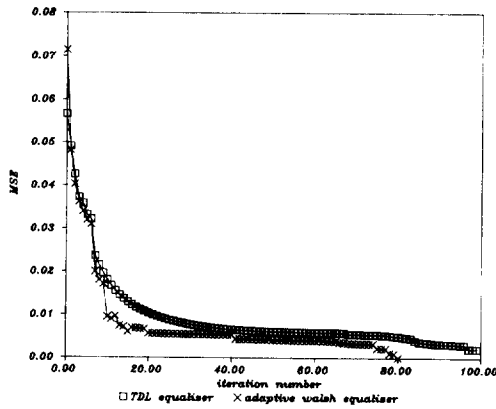


그림 6 LMS법에 의한 학습특성 비교 (잡음 없을 때)

Fig. 6 A Comparison of Learning Characteristics by the LMS Method (With Noise)

5과 그림6에는 잡음의 유·무에 따른 적응 윌쉬 등화기와 TDL 등화기의 학습 특성을 비교하였다. 그림 5, 6에서 보면 적응 윌쉬 등화기가 TDL 등화기보다 우수함을 알 수 있다. 평균제곱오차가  $10^{-2}$ 과  $10^{-4}$ 까지의 특성 비교는 표1에 나타내었다. 표1은 평균 제곱오차와 식(5.1)에 의한 평균 신호 왜곡(Mean Pulse Distortion)을 잡음의 유·무에 따라 나타낸 것이다. 표1에서 보면 적응 윌쉬 등화기가 TDL 등화기 보다 외란의 영향에 의한 왜곡이 적음을 알 수 있다.

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} (d(t) - y(t))^2 dt} \quad (5.1)$$

### 6. 결 론

통신 속도와 잡음 성분의 증가로 성능이 우수한 등화기의 필요성은 더욱 커지고 있다. 그동안 등화기는 안정도와 실행 속도의 향상 측면에서 실시간 알고리즘에 대한 연구가 계속되어 왔다. 이 논문에서는 횡단형 필터에 윌쉬-블록펄스 함수의 직교변환 특성을 이용하여, 공분산 행렬의 고유치 사이의 편차와 행렬의 차수를 줄임으로써, 왜곡이 심할때에도 안정도를 향상시키고 계산량을 줄여 필터링 효율을 증대시켰으며, 시뮬레이션을 통해 기존의 TDL보다 안정도 및 수렴 속도가 우수함을 보였다. 등화기에 윌쉬-블록펄스 회로망을 도입하면 하드웨어(Hardware)적으로도 구현하기 쉬우려라 사료된다. 또한 적응처리 부분에서는, 기존의

직접법이나 Steepest Descent 방법이 채널 왜곡이 심할때 안정도와 수렴속도가 떨어지는 문제점이 있으므로, 반복적이고 실시간 처리가 가능한 LMS법을 도입하여 적응처리 성능을 높였다. 그러나, LMS 방법은 수렴인자를 결정할때 시행 착오법을 써야 하므로, 성능을 떨어뜨리는 원인이 된다.

따라서 이 논문에서는 이를 해결하기 위해서, 최적 수렴인자를 능동적으로 결정하는 수렴인자 최적화법을 제안하였다. 윌쉬 회로망과 최적수렴인자 알고리즘은 앞으로 실시간 등화기의 설계에 기여 할 수 있으리라 기대된다.

### 참 고 문 헌

- [1] J.R. Davey, "Modems," Proc. IEEE, Vol. 60, No. 11, pp. 1284~1292, November 1972
- [2] G. Ungerboeck, "Fractional Tap-Spacing Equalizer and Consequences for Clock Recovery in Data Modems," IEEE Trans., COM-24, No. 8, pp. 856~864, August 1976.
- [3] K.M. Wong et. al., "Adaptive Walsh Equaliser for Data Transmission," IEE Proc., Vol. 130, No. 2, pp. 153~160, March 1983
- [4] B. Widrow and S.D. Stearns, "ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985
- [5] S. Haykin, "ADAPTIVE FILTER THEORY," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991
- [6] B. Widrow and R. Winter, "Neural Nets for Adaptive Filtering and Adaptive Pattern Recognition," IEEE Computer Magazine, Vol. 18, No. 3, pp. 25~39, March 1988
- [7] K.G. Beuchamp, "APPLICATIONS OF WALSH AND RELATED FUNCTIONS," ACADEMIC PRESS, London, 1984
- [8] B. Widrow, et. al., "Stationary and Non-stationary Learning Characteristics of the LMS Adaptive Filter," Proc. IEEE, Vol. 64, No. 8, pp. 1151~1162, August 1976
- [9] G. peceli and B. Feher, "Digital Filters Based on Recursive Walsh-Hadamard Transformation," IEEE Trans., Vol. CAS-37, No. 1, pp. 150~152, January 1990
- [10] W.B. Mikhael, et. al., "Adaptive Filters with Individual Adaptation of Parameters," IEEE

Trans., Vol. CAS-33, No. 7, pp. 677~685,  
July 1986

[11] F.F. Yassa, "Optimality in the Choice of the

Convergence Factor for Gradient-Based  
Adaptive Algorithms," IEEE Trans., Vol.  
ASSP-35, No. 1, pp. 48~59, January 1987

## 저 자 소개



**안두수(安斗守)**

1937년 6월 9일생. 1960년 서울  
대 공대 전기공학과 졸업. 현재  
성균관대 공대 전기공학과 교수  
(공박). 당학회 부회장.



**김종부(金鍾夫)**

1962년 5월 5일생. 1985년 성균  
관대 공대 전기공학과 졸업.  
1988년 동대학원 전기공학과 졸  
업(석사). 1991년 동대학원 박사  
과정 수료. 현재 인덕전문대학 전자과 전임강  
사.