

〈論 文〉

내부 발열유체를 가진 정사각 밀폐공간에서의 난류자연대류

이재현* · 김석현** · 정종화*** · 박만흥****

(1991년 8월 11일 접수)

Turbulent Natural Convection in a Square Enclosure Containing Internal Heat Generating Fluid

Jae-Heon Lee, Suk-Hyun Kim, Jong-Hwa Jeong and Man-Heung Park

Key Words : Turbulent Natural Convection(난류자연대류), $k-\epsilon$ Model($k-\epsilon$ 모델), Heat Generating Fluid(발열유체), Enclosure(밀폐공간)

Abstract

A numerical analysis was carried out to study two-dimensional turbulent natural convection in a square enclosure containing fluid of Prandtl number 6.05 within internal energy sources. The square enclosure was bounded by four rigid planes of constant equal temperature. Inclination angles of 0, 15, 30 and 45 deg. from the horizon for Rayleigh numbers from 1×10^6 to 1×10^9 were studied. Local and average Nusselt numbers are obtained on all four walls. If inclination angle exists, the average Nusselt number appears in increasing order at bottom, left, right and top wall.

기 호 설 명

<p>C_1, C_2, C_3, C_μ : 난류모델상수</p> <p>G : 전단응력에 의한 난류운동에너지의 생성항</p> <p>g : 중력가속도</p> <p>k : 난류운동에너지</p> <p>k_f : 열전도계수</p> <p>L : 밀폐공간의 길이</p> <p>Nu : Nusselt 수</p> <p>Nu^+ : 수정된 Nusselt 수</p> <p>p : 압력</p> <p>p' : 등가압력</p> <p>Pr : Prandtl 수</p>	<p>\dot{Q} : 단위체적당 열발생률</p> <p>$Q_{2D, cond}$: 2차원 열전도에서의 열전달률</p> <p>Q_{conv} : 자연대류에서의 열전달률</p> <p>Ra : Rayleigh 수</p> <p>S : 생성항</p> <p>T : 온도</p> <p>u, v : 속도</p> <p>x, y : 직각좌표계</p> <p>α : 열확산계수</p> <p>β : 열팽창계수</p> <p>Γ : 교환계수</p> <p>Δ_1 : 벽면으로부터의 첫번째 격자점 거리</p> <p>ϵ : 난류운동에너지의 소산률</p> <p>θ : 경사각도</p> <p>χ : Von Karman 수</p> <p>l : 난류특성길이</p> <p>μ : 분자점성계수</p>
--	--

*정회원, 한양대학교 기계공학과

**정회원, 국민대학교 기계공학과

***정회원, 금성사 가전연구소 4실

****정회원, 한국전력기술주식회사

- μ_t : 난류점성계수
- ν : 동점성계수
- ρ : 밀도
- σ_k : 난류운동에너지의 Prandtl-Schmidt수
- σ_T : 난류 Prandtl수
- σ_c : 난류운동에너지 소산률의 Prandtl-Schmidt수
- ϕ : 일반적인 독립변수
- ψ : 유동함수

하첨자

- B* : 아랫면
- eff* : 등가치
- L* : 왼쪽면
- max : 최대값
- min : 최소값
- o* : 기준값
- R* : 오른쪽면
- T* : 윗면

상첨자

- ^{*} : 유차원 값
- : 평균값

1. 서 론

내부 발열유체에서의 자연대류는 원자로의 안전 설계^(1,2), 천체물리학⁽³⁾ 및 지구 물리학⁽⁴⁾등에서 나타나며, 여러가지 화학공정과 마이크로웨이브 가열에서도 이 현상을 볼 수 있다. 이 분야의 초기 연구⁽⁵⁾는 수평으로 펼쳐진 유체층을 그 대상으로 하였으며 최근에는 난류유동영역⁽⁶⁾에까지 그 연구가 확장되었으나 무한히 펼쳐진 수평면에서의 유체층으로 가정하였기 때문에 유체층의 수평면에 수직한 양 벽면의 영향을 고려하지 않은 연구이었다. 이에 반하여 내부발열유체가 모든 벽면의 영향을 무시할 수 없는 임의의 형태를 갖는 밀폐공간에 존재할때 내부발열유체의 거동에 관하여서는 좀 늦게 연구가 시작되었으며, Jahn and Reinke⁽⁷⁾, Bergholz⁽⁸⁾, Shaaban and Özisik⁽⁹⁾, Acharya and Goldstein⁽¹⁰⁾, Lee and Park⁽¹¹⁾ 등의 연구 결과가 보고되었다. 이들의 이론적 연구에서는 층류유동을 가정하였으며 높은 Rayleigh수의 경우를 포함하는 난류유동이 사각형 공간내에 발생하는 경우의 연구결과는

드물다. Kawara등⁽¹²⁾이 LDV를 이용하여 실험적으로 온도와 속도의 난류요동성분을 측정한 바 있으나 열전달이나 유동특성에 관한 상세한 결과는 보고하지 않았다.

경사진 밀폐공간에서의 자연대류에 관한 연구는 많은 연구자들이 참여하고 있다. 초기의 조직적인 연구는 Hart⁽¹³⁾에 의하여 시도되었으며, Ozoe와 Churchill이 이 분야에 관하여 많은 연구를 수행한 바 있다. Ozoe등⁽¹⁴⁾은 종횡비가 7인 사각형 공간에서 경사각도에 따른 유동특성 변화를 보고 하였다. Lee and Park⁽¹⁵⁾는 외부적으로 가열되고 냉각되는 경사진 정사각형 밀폐공간내에서 발생하는 난류자연대류를 수치적인 방법으로 연구하였다.

본 논문에서는 상기 연구⁽¹⁵⁾의 연장으로서 Prandtl수가 6.05인 내부발열유체가 경사진 정사각형 밀폐공간내에 있을때에 발생할 수 있는 2차원 난류자연대류유동, 온도분포 및 열전달량의 분포를 수치적인 방법으로 예측하였다. 벽면 길이의 1/2를 특성길이로 하는 Rayleigh수의 범위는 $1 \times 10^6 \sim 1 \times 10^9$ 으로 선택하였으며 경사각도는 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ 및 45° 로 선택하였다.

2. 기본방정식과 수치계산방법

Fig. 1에는 본 연구에서 선택한 수치계산 모델을 보여준다. 경사각이 θ 인 경사진 공간내부의 유체는 단위 체적당 \dot{Q} 의 열량을 발생하고 있으며 이 열량은 T_0° 의 온도로 균일하게 유지하고 있는 4개의 벽면을 통하여 방출한다.

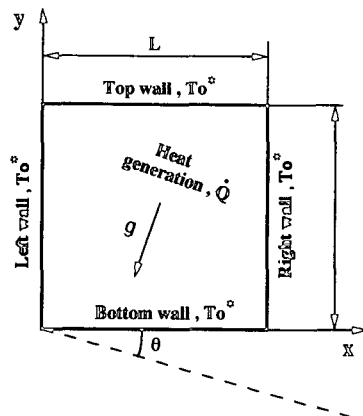


Fig. 1 Schematic of numerical model

무차원 방정식을 얻기 위한 무차원 변수들을 다음과 같이 정의한다.

$$P' = P^* + \rho_o \cdot g \cdot (y^* \cdot \cos \theta + x^* \cdot \sin \theta) + \frac{2}{3} \rho_o \cdot k^* \quad (1)$$

$$T = \frac{T^* - T_o^*}{Q \cdot L^2 / 8k_f}, \quad x = \frac{x^*}{L/2}, \quad y = \frac{y^*}{L/2}, \quad (2)$$

$$u = \frac{u^*(L/2)}{\nu}, \quad v = \frac{v^*(L/2)}{\nu} \quad (2)$$

$$k = \frac{k^*(L/2)^2}{\nu^2}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon^*(L/2)^4}{\nu^3}, \quad p = \frac{p'(L/2)^2}{\rho_o \cdot \nu^2}, \quad (3)$$

$$\mu_t = \mu_t^* / \mu^* \quad (3)$$

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (L/2)^3 \cdot Q \cdot L^2}{\alpha \cdot \nu \cdot 8k_f}, \quad Pr = \frac{\nu}{a} \quad (4)$$

상기 무차원 변수를 이용한 정상상태 2차원 난류 자연대류 유동에 대한 Boussinesq approximation을 이용한 시간평균된 무차원방정식들은 다음과 같다. Fraikin⁽¹⁶⁾, Ozoe⁽¹⁷⁾ 및 Farouk⁽¹⁸⁾이 도입했던 2차원 k - ε 난류모델을 본 연구에 적용하였다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial y} \right] + Su \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(v^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \right] + Sv \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_{\tau,eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{\tau,eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right] + S_T \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(uk) + \frac{\partial}{\partial y}(vk) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{k,eff} \frac{\partial k}{\partial y} \right] + S_k \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(u\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial y}(v\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\Gamma_{\varepsilon,eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\Gamma_{\varepsilon,eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + S_\varepsilon \quad (10)$$

여기서

$$\mu_{eff} = \mu_t + 1 \quad (11)$$

$$\mu_t = C_\mu \cdot k^2 / \varepsilon \quad (12)$$

$$\Gamma_{\tau,eff} = (\mu_t / \sigma_\tau) + (1 / Pr) \quad (13)$$

$$\Gamma_{k,eff} = (\mu_t / \sigma_k) + 1 \quad (14)$$

$$\Gamma_{\varepsilon,eff} = (\mu_t / \sigma_\varepsilon) + 1 \quad (15)$$

$$S_u = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{Ra}{Pr} T \cdot \sin \theta \quad (16)$$

$$S_v = \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{Ra}{Pr} T \cdot \cos \theta \quad (17)$$

$$S_T = \frac{2}{Pr} \quad (18)$$

$$S_k = G - \varepsilon - \frac{Ra}{Pr} \frac{\mu_t}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial T}{\partial x} \sin \theta \right] \quad (19)$$

$$S_\varepsilon = C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} - C_3 \frac{\varepsilon}{k} \frac{Ra}{Pr} \frac{\mu_t}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial T}{\partial x} \sin \theta \right] \quad (20)$$

$$G = \mu_t \cdot \left[2 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]^2 + 2 \left[\frac{\partial v}{\partial y} \right]^2 + \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]^2 \right] \quad (21)$$

Rodi⁽¹⁹⁾는 여러가지 난류유동에서 C_μ 는 상수로 간주할 수 있다고 보고하였다. C_μ , C_1 , C_2 , σ_τ , σ_k , 및 σ_ε 의 상수값은 Launder and Spalding⁽²⁰⁾이 제안한 값을 기준값으로 취하였다. 강제난류유동에서 나타나지 않는 부력항의 상수 C_3 는 Fraikin⁽¹⁶⁾ 및 Ozoe⁽¹⁷⁾이 채택한 값을 기준값으로 선택하였다. 본 연구에서 적용된 난류상수의 기준값은 Table 1에 나타내었다.

무차원 수에 의한 무차원 경계조건은 다음과 같다.

$$T = u = v = k = 0 \quad \text{at } x = y = 0, \quad x = y = 2 \quad (22)$$

시간평균 난류유동에너지 소산률 ε 는 $k^{3/2}/l$ 에 비례한다. 벽면에서는 k 와 l 이 0에 접근하므로 ε 에 관한 경계조건은 정의되지 않는다. ε 방정식은 벽을 제외한 나머지 영역에서만 계산을 한다. 본 연구에서는 벽 근처에서의 값은 기존 연구자들^(16,17,18)과 동일한 방법으로 정의하였다.

$$\varepsilon_1 = (C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}) / (x \cdot \Delta_1) \quad (23)$$

여기서 하첨자 1은 벽에서 가장 가까운 점을 나타낸다. x 는 0.42의 값을 가지는 Von Karman 상수이며 Δ_1 는 벽에서 첫번째 격자점까지의 크기이다.

Table 1 The standard constants of the turbulent model

C_μ	C_1	C_2	C_3	σ_k	σ_ε	σ_τ
0.09	1.44	1.92	0.7	1.0	1.3	1.0

지배방정식은 control-volume formulation⁽²¹⁾ 방법으로 차분화 하였다. 이 방법은 하나의 작은 제어체적에 관하여 기본방정식 (5)~(10)을 차분화시키므로 본 연구의 목적에 적합하다. 최종 차분화된 방정식은 격자점 P에서 다음과 같이 일반화 할 수 있다.

$$A_p \phi_p = \sum A_{nb} \phi_{nb} + B \quad (24)$$

여기서 $\phi = u, v, T, k$ 및 ϵ 를 나타내며 첨자 nb는 P의 이웃하는 격자점을 나타낸다. \sum 는 모든 이웃하는 격자점의 합을 의미한다. 본 연구에서는 2차원 유동으로 가정하였기 때문에 4개의 이웃하고 있는 점이 있다. 차분방정식은 SIMPLE(semi implicit method for pressure linked equation) 알고리즘에 의해 해가 구하여진다. 격자점의 배열은 42×42를 사용하였으며 벽면 근처에는 내부 중심부 분보다 5배 조밀하게 선택하여 정밀한 해를 얻었다. 실제 수치계산에서는 반복횟수가 800회 정도에서 수렴되었으며 밀폐공간내의 열균형(heat balance)이 0.1%이내이고 각 계산값들이 10회이상 반복하는 동안 유효 4자리 안에서 변하지 않을 때를 수렴값으로 얻었다. 본 연구에서 높은 Rayleigh 수 경우에 필요한 계산 초기값은 이미 구한 낮은 Rayleigh 수에서의 수렴값을 이용하였다.

3. 결과 및 검토

본 수치 연구에서 사용한 유체의 Prandtl수는 6.05이며 Rayleigh 수는 1.0×10^6 , 5.0×10^6 , 1.0×10^7 , 1.0×10^8 , 5.0×10^8 및 1.0×10^9 이며 각

Rayleigh수의 경우에 경사각도는 0°, 15°, 30° 및 45°로써 각 경우에 대하여 등온선 분포, 속도벡터 분포, 난류운동에너지 분포, 난류에너지소산을 분포, 유선 분포, 난류우위영역($\mu_t > 1$) 구분선, 국소 Nusselt수 및 평균 Nusselt 수 등을 구하였다.

본 연구에서 선택된 모델과 동일한 실험장치로부터의 층류유동 실험결과⁽²²⁾에 의하면 Rayleigh수가 1.5×10^5 이상 일때 공간내의 일부 영역에서 난류유동이 관찰된 바 있으므로 본 수치적 연구에서 선택된 상기 Rayleigh수에 해당되는 조건의 공간내의 일부 영역에서라도 난류유동이 형성될 것임을 예측할 수 있다.

3.1 유동특성

Fig. 2에는 공간내의 전반적인 유동형태를 설명하는 유선분포를 대표적으로 $Ra = 5.0 \times 10^8$ 인 경우에 계산된 모든 경사각도에 대하여 나타내었다. 내부발열에 의한 부력은 공간 중앙부의 유체를 상승시키며 상승유동을 방해하는 벽에서 상승된 유체는 양분되어서 낮은 온도로 유지되는 벽면을 따라 하강한다. 공간내의 재순환 유동은 어느 경우에서나 두개의 roll 유동에 속하며 어느 경사각도에서나 Rayleigh수의 증가에 따라서 roll의 중심은 공간 하부쪽으로 이동된다. 이는 내부발열이 존재하지 않고 좌우벽이 가열 혹은 냉각되어 생성되는 자연대류유동에서 Rayleigh수의 증가에도 불구하고 좌우 대칭적인 온도 경계조건 때문에 roll의 중심이 공간의 기하학적 중앙 위치에서 거의 이동하지 않는 현상⁽²³⁾과는 구별된다. 아래와 같이 정의되는 유동함수 Ψ 값의 비교는 공간내의 유동강도를 비교하는 척도가 된다.

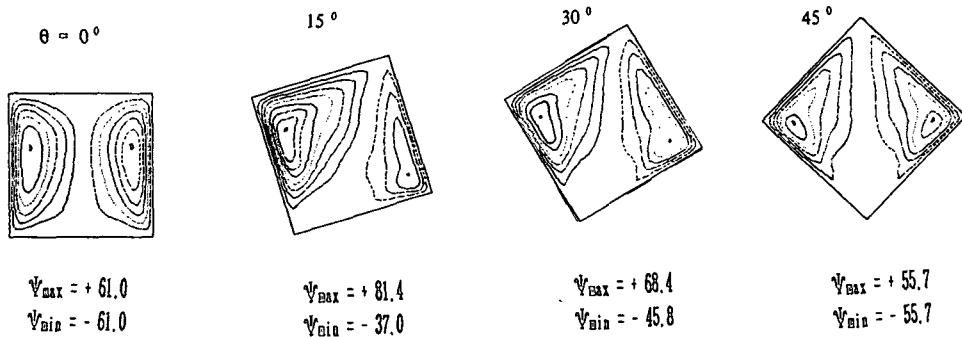


Fig. 2 Numerical streamlines, $Ra = 5 \times 10^8$

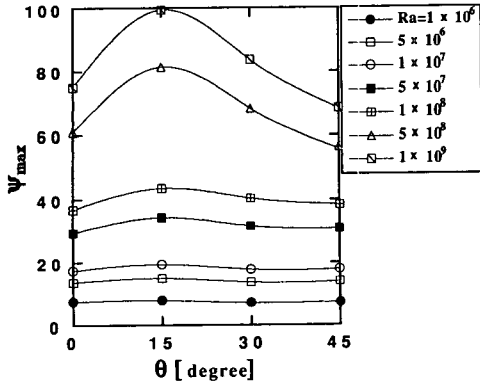


Fig. 3 Influence of Ra and inclined angle on maximum stream function

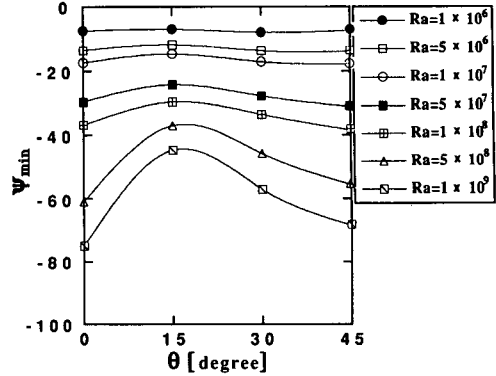


Fig. 4 Influence of Ra and inclined angle on minimum stream function

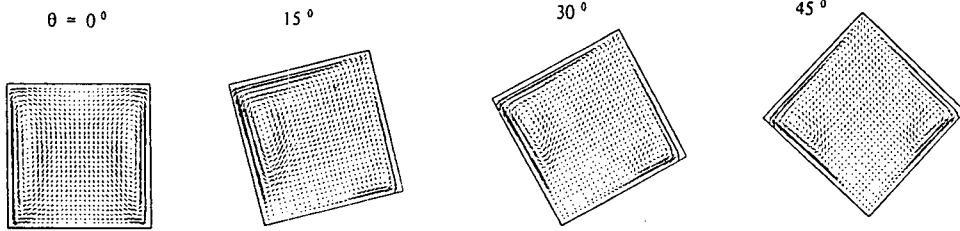


Fig. 5 Numerical velocity vectors, $Ra=1 \times 10^8$

$$\Psi = \int_0^y u dy \quad (25)$$

여러가지 공간내에서의 최대 유동함수, Ψ_{max} , 및 최소 유동함수, Ψ_{min} 을 검토하여 각각 반시계방향 roll의 유동강도 및 시계방향 roll의 유동강도를 비교할 수 있다. Fig. 3 및 Fig. 4에는 계산된 모든 공간에서의 경사각도 변화에 따른 Ψ_{max} 및 Ψ_{min} 를 도시하였다. Rayleigh수가 커질 수록 15° 및 30°의 경사각도에서는 반시계방향 roll의 세기가 시계방향의 그것보다 강하여 진다. 이는 15° ≤ θ ≤ 30° 때 두개의 roll중에 상대적으로 윗쪽에 위치하는 반시계방향 roll이 아래쪽의 roll보다 더 크며 이 현상은 Rayleigh 수가 증가되면 더욱 뚜렷하여 진다.

공간내부에서의 속도분포를 살펴보면 경사각도가 15° ≤ θ ≤ 30°일 때 좌측 상부 코너 부근에서 가장 빠르게 나타나며 대표적으로 $Ra=1.0 \times 10^8$ 인 경우에 대한 속도벡터 분포를 Fig. 5에 나타내었다. 공간내부에서 최대 속도값은 경사각도에 따라서는 큰 변화가 없으며 여러개의 Rayleigh수 경우에서 θ = 45° 때의 무차원 V방향 절대속도의 최대값 (V_{max})

을 Table 2에 나타내었다. 여기서 살펴보면 V_{max} 값은 개략적으로 Rayleigh수 대수값의 제곱근에 비례하여 증가함을 알 수 있다.

공간내부의 무차원 난류점성계수, μ_{eff} 의 분포를 대표적으로 $Ra=1.0 \times 10^8$ 인 경우에 대하여 Fig. 6에 나타내었다. 계산된 어느 경우에서나 상승유동이 시작되는 영역에서의 값이 가장 작다. 또한 이 값은 대칭유동이 나타나는 θ = 0° 및 θ = 45° 때는 공간 중앙의 상승유동이 끝나는 영역에서 가장 크며 θ = 15° 및 θ = 30°에서는 좌측벽의 상부 코너와 우측벽의 하부 코너 부근에서 가장 크다. 공간내부에는 명확한 구분선은 없지만 층류유동, 천이유동 및 난류유동 영역이 공존한다. $\mu_{eff}=2$ 의 뜻은

Table 2 Dimensionless value of the maximum V-velocity (V_{max}) at 45° inclined angle

Ra	1×10^6	5×10^6	1×10^7	5×10^7	1×10^8	5×10^8	1×10^9
V_{max}	30.5	63.0	84.4	164.5	217.8	406.8	520.6

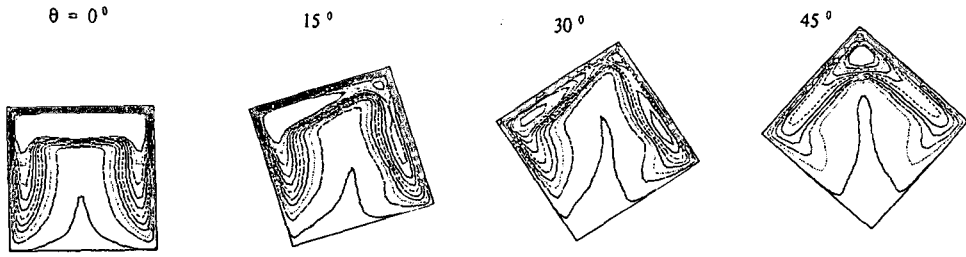


Fig. 6 Numerical contour maps for turbulent viscosity, $Ra=1 \times 10^8$

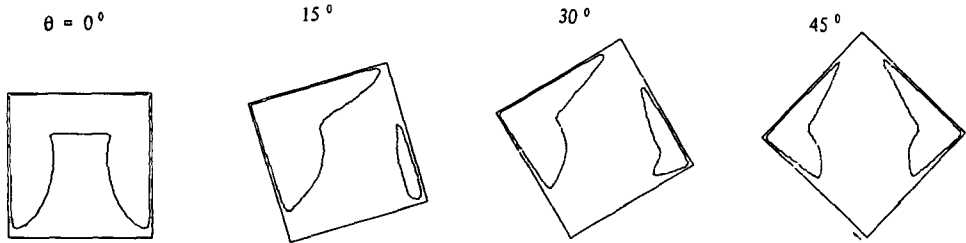


Fig. 7 Numerical contour maps at $\mu_t=2$, $Ra=5 \times 10^8$

$\mu_t=1$ 즉 난류점성계수와 분자점성계수의 크기가 동일하다는 뜻이며 따라서 $\mu_{eff} > 2$ 인 영역을 난류우세영역으로, $\mu_{eff} \leq 2$ 인 영역을 준 층류영역으로 정의하였다. 대표적으로 $Ra=5.0 \times 10^8$ 인 경우에 대한 $\mu_{eff}=2$ 인 위치를 연결한 내부폐곡선을 Fig. 7에 나타내었으며 이 폐곡선의 내부는 난류우세영역으로, 그 외부는 준 층류유동영역으로 볼 수 있다. 이 폐곡선의 내부 즉 난류우세유동영역의 크기는 동일한 경사각도에서 Rayleigh수의 증가에 따라 대체로 증가되나 $\theta \geq 15^\circ$ 이며 $Ra \geq 5 \times 10^8$ 인 경우에는 중앙에서 강하게 상승되는 유동이 하나의 곡선으로 연결된 난류우세 유동영역을 침범하여 2개로 분리 시키므로 오히려 감소됨을 볼 수 있다. 경사각도와 Rayleigh수 변화에 따라 난류강도의 변화를 알아 보기 위하여 Table 3에는 계산된 각 경우

에서의 최대 난류점성계수, $\mu_{t,max}$ 를 나타내었다.

$1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ 의 범위에서는 45° 경사각도 때의 값이 가장 크지만 $Ra \geq 5 \times 10^8$ 에서는 오히려 0° 의 경사각도 때의 값이 가장 크다. 이는 $\mu_{eff}=2$ 인 폐곡선이 Fig. 7과 같이 강한 상승유동의 작용으로 2개로 분리되는 현상과 관계가 있으며 밀폐공간내의 유동속도가 증가 되더라도 오히려 난류강도가 감소 될 수 있는 복잡한 특성을 가진다고 할 수 있다.

3.2 온도분포 및 열전달계수

각 공간내에서 형성되는 무차원 최대온도값 (T_{max})과 $T=0$ 인 벽면온도값 사이에 10개의 등온선을 분포시켜서 대표적으로 $Ra=1.0 \times 10^7$ 인 경우에 대한 온도분포를 Fig. 8에 나타내었다. 4개 벽면이 모두 낮은 온도로 유지되므로 최대온도는 공간의 중앙근처에 나타나며 동일한 경사각도에서는 Rayleigh수의 증가에 따라 그 위치는 약간씩 상승되고 있다. 본 연구의 선택된 Rayleigh수 범위에서는 모든 경사각도의 밀폐공간내에서 자연대류 영향이 강하게 나타나는 부근의 상하 또는 좌우위치에서 온도분포가 뒤바뀌어 나타나는 현상인 온도반전이 강하게 나타난다. $1.0 \times 10^6 \leq Ra \leq 1.5 \times 10^8$ 의 범위에서 층류유동 가정에 의하여 연구된 기존결과

Table 3 Comparison of maximum turbulent viscosity, $\mu_{t, max}$

θRa	1×10^6	5×10^6	1×10^7	5×10^7	1×10^8	5×10^8	1×10^9
0°	1.54	2.79	3.54	6.03	7.47	12.7	17.0
15°	1.38	2.42	3.04	5.03	6.22	9.88	11.4
30°	1.61	2.17	2.44	3.47	4.30	6.32	7.57
45°	3.49	5.42	6.25	8.65	9.66	4.19	5.15

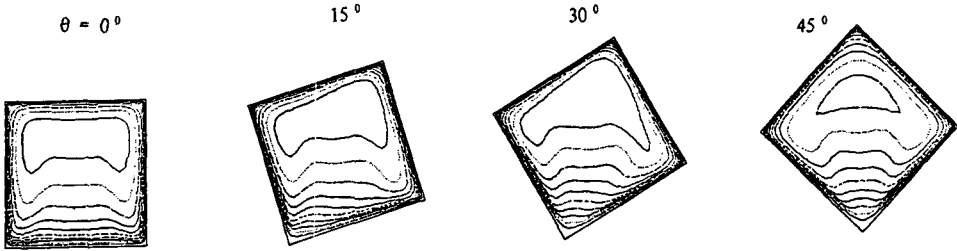


Fig. 8 Numerical isotherms, $Ra=1 \times 10^7$

(11)와의 비교에 의하면 난류유동을 포함하는 본 연구의 결과에서는 이러한 온도 반전현상이 좀 더 벽면에 인접된 등온선에서 부터 나타나고 있음을 알 수 있다. 경사각도 0° 인 경우에는 온도분포의 대칭성 때문에 항상 2개의 최대온도 위치가 존재하며 경사각도가 증가함에 따라 이 2개 위치가 점차적으로 근접되고 경사각도 45° 에서는 1개 위치로 합쳐진다.

주어진 기하학적 형태의 밀폐공간에서 내부발열량의 증가에 따르는 공간내부에 형성되는 최대온도값의 변화에도 관심의 대상이 된다. 따라서 Prandtl수가 6.05인 물이 들어있는 45° 경사각도의 밀폐공간의 한변의 길이를 13cm로 정하였을때 Rayleigh수 증가에 따른 최대온도값의 변화를 Table 4에 나타내었다.

여기서 보면, $1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ 의 범위에서는 최대온도값은 Rayleigh수의 대수값에 거의 비례하며 $Ra > 5 \times 10^8$ 의 경우에는 급격하게 증가한다. 벽면을 통하여 빠져나가는 열전달량을 알기 위하여 국소 Nusselt수 및 평균 Nusselt수를 특성길이 $L/2$ 와 특성온도 $\dot{Q} \cdot L^2 / (8 \cdot k_f)$ 를 이용하여 아래와 같이 정의한다. 여기서 특성온도는 길이 L 인 1차원 전도 발열유체층에 생길 수 있는 최대온도에 해당된다.

$$Nu = \frac{|\partial T / \partial x|_{\max} \cdot (L/2)}{\dot{Q} \cdot L^2 / (8 \cdot k_f)} \tag{26}$$

$$\bar{Nu} = (1/L) \int_0^L Nu dx \tag{27}$$

Table 4 Dimensional maximum temperature at $45^\circ [^\circ\text{C}]$

Ra	1×10^6	5×10^6	1×10^7	5×10^7	1×10^8	5×10^8	1×10^9
T^*_{\max}	0.019	0.067	0.116	0.406	0.703	2.29	5.13

만약 자연대류가 발생되지 않는다면 본 수치계산 모델에서의 2차원 열전달률은 해석적으로 구하여질 수 있다. 따라서 열전달률에 관한 자연대류의 영향을 알기 위하여서는 아래와 같이 정의되는 수정 국소 Nusselt수 (Nu^*)를 정의하는 것이 필요하다.

$$Nu^* = Q_{conv} / Q_{2D, cond} = Nu \cdot \pi^2 / [16 \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sin((2n+1)\pi/2) \cdot \tanh(2n+1)\pi/2 / (2n+1)^2 \}] \tag{28}$$

여기서 Q_{conv} 은 자연대류가 발생되고 있을때 벽면을 통하는 열전달량이며 $Q_{2D, cond}$ 은 자연대류를 무시하였을때의 열전달량이다. 따라서 $Nu^*_+ = 1$ 은 자연대류의 영향이 전혀 없음을 뜻한다. 수정 평균 Nusselt수 (\bar{Nu}^*)는 아래와 같이 정의되며 그 값은 식 (27)의 \bar{Nu} 값과 동일하다.

$$\bar{Nu}^* = (\int_0^L Q_{conv} dx) / (\int_0^L Q_{2D, cond} dx) \tag{29}$$

식 (29)의 정의에 의하면 하나의 밀폐공간 4개 벽면에서의 \bar{Nu}^* 의 합은 4가 되어야 한다. 이 조건은 수치 계산시 해의 적합성 여부를 판단할때 이용된다. 계산이 수행된 모든 경우에 Nu^* 값의 분포가 얻어졌으며 $Ra=1 \times 10^7$ 인 경우에 좌우벽 및 상하벽의 Nu^* 의 분포를 각각 Fig. 9 및 Fig. 10에 나타내었다. 여기서 Nu^* 의 크기는 곧 열전달량의 크기가 아니라 순수 열전도에 의한 열전달량과의 비교를 나타내는 것이다. 좌측벽에서 값은 경사각도의 증가에 따라 감소되며 벽 길이의 약 2/3되는 영역에서 1보다 작은 값을 가진다. 즉, 이 영역에서는 자연대류의 존재가 오히려 열전달률을 감소시키고 있음을 나타낸다. 우측벽에서는 경사각도의 증가에 따라 Nu^* 값이 증가되며 $y=1$ 인 중앙부근에서 국소값을 갖는다. 하부벽에서는 경사각도가 증가함에 따라 $0.4 \leq x \leq 2$ 구간에서 Nu^* 값이 증가되

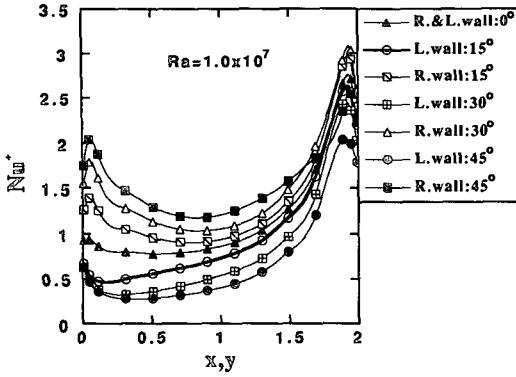


Fig. 9 Modified local Nusselt number at left and right walls, $Ra=1 \times 10^7$

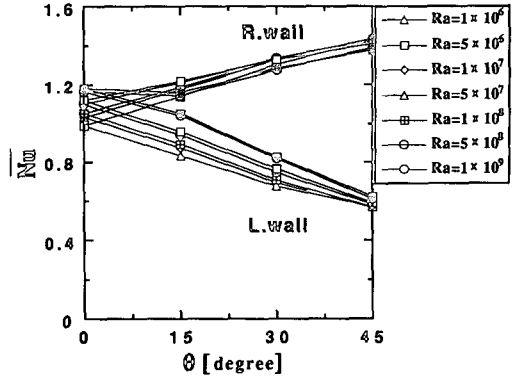


Fig. 11 Average Nusselt number at left and right walls

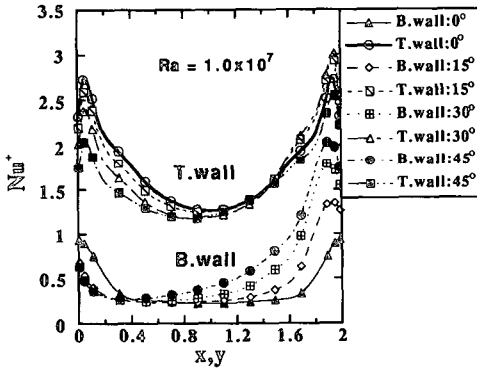


Fig. 10 Modified local Nusselt number at bottom and top walls, $Ra=1 \times 10^7$

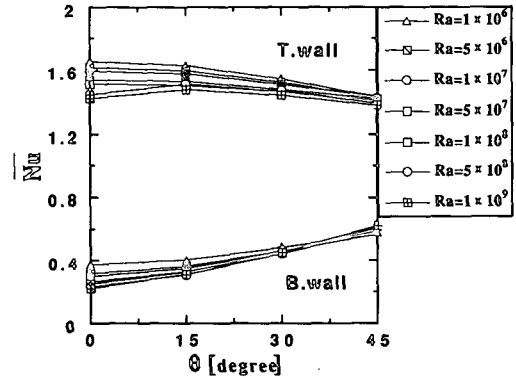


Fig. 12 Average Nusselt number at bottom and top walls

며 경사각도가 0°에서는 어느 x 위치에서도 1보다 작은 값을 가진다. 대체로 하부벽에서는 공간내부의 자연대류 발생에 의하여 높은 온도의 유체가 상부로 상승하기 때문에 순수 열전도인 경우보다 열전달률이 감소된다. 상부벽에서는 $0 \leq x \leq 1.5$ 구간에서 경사각도의 증가는 Nu^+ 의 감소를 가져 온다. 모든 경사각도의 $0.8 \leq x \leq 1.2$ 구간에서 Nu^+ 값이 최소로 되는 이유는 이 구간에서의 순수 열전도만에 의한 열전달률이 크기 때문이다.

제산된 모든 경우의 좌우벽 및 상하벽의 \overline{Nu} 의 분포를 각각 Fig. 11 및 Fig. 12에 나타내었다. 모든 경사각도에서 좌측벽의 \overline{Nu} 값은 Rayleigh수의 증가에 따라 증가하나 그 외의 벽에서는 경사각도에 따라 변화가 있다. 이는 밀폐공간내의 유동현상 및 열전달현상이 Rayleigh 수 혹은 경사각도로써만 설명하기 어려울 정도로 복잡적이라는 것을 알

수 있다. 그러나 모든 Rayleigh수 범위에서 \overline{Nu} 값은 경사각도의 증가에 따라 대체로 상부벽과 좌측벽에서는 감소하며 우측벽과 하부벽에서는 증가한다고 할 수 있으며 따라서 좌측과 우측벽면에서의 \overline{Nu} 차이는 증가하며 상부와 하부벽에서의 차이는 감소된다. 유동의 대칭성 때문에 경사각도가 0°일때 좌우측 벽면의 \overline{Nu} 값이 동일한 것을 제외하고는 어느 경사각도에서나 하부벽 → 좌측벽 → 우측벽 → 상부벽의 순서로 \overline{Nu} 값이 증가되게 나타난다.

4. 결론

내부발열 유체를 가진 정사각 밀폐공간에 난류자연대류가 발생될때 유동, 온도 및 열전달 특성을 수치적으로 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 공간내의 재순환유동은 2-roll유동이며 어느 경사각에서도 Rayleigh수 증가에 따라서 roll의 중심은 공간 하부쪽을 이동한다.

(2) 비대칭 유동인 15° 및 30°의 경사각도에서는 상대적으로 위에 위치하는 반시계방향 roll의 세기가 시계방향 roll의 세기보다 강하며 Rayleigh수 증가에 따라서 더욱 강하여진다.

(3) 공간내의 최대속도는 Rayleigh수 대수값의 제곱근에 비례하여 증가한다.

(4) 난류점성계수가 1보다 큰 난류우세유동 영역은 경사각도 15°도 이상에서 Rayleigh수 5×10^8 이상인 경우에 더 작은 Rayleigh수의 경우에서 보다 작아진다.

(5) 동일한 기하학적 공간에서 최대 온도값은 Rayleigh수가 증가함에 따라 Rayleigh수가 5×10^8 보다 커지면 급격히 증가한다.

(6) 평균 Nusselt수는 경사각도가 0°일때는 유동의 대칭성 때문에 좌우측 벽에서 동일하게 나타나지만 밀폐공간에 경사각도가 존재하면 하부벽 → 좌측벽 → 우측벽 → 상부벽의 순서로 증가되게 나타난다.

참고문헌

- (1) Baker, L. Jr., Faw.R.E. and Kulacki.R.A., 1976, "Postaccidental Heat Removal-Part I: Heat Transfer within an Internally Heated Nonboiling Liquid Layer", Nuc. Sci. & Engng., Vol.66, pp.233~230.
- (2) Baker, L. Jr. and Faw, R.E., 1976, "Postaccidental Heat Removal-Part II: Heat Transfer from an Internally Heated Liquid to a Melting Solid", Nuc. Sci. & Engng., Vol.66, pp.231~238.
- (3) Bethe, H.A., 1968, "Energy Production in Stars", Science, Vol.161, pp.541~547.
- (4) Runcorn, S.K., 1962, "Convection Current in the Earth's Mantle", Nature, Vol.195, pp. 1248~1249.
- (5) Kulacki, F.A. and Goldstein, R. J., 1972, "Thermal Convection in a Horizontal Fluid Layer with Uniform Volumetric Energy Source", J. of Fluid Mech., Vol.55, pp. 271~287.
- (6) Afzal, N., 1985, "Turbulent Natural Convection in a Horizontal Fluid Layer with Volumetric Energy Source: An Intermediate Layer", Int. J. Heat Mass Trans., Vol.28, No.1, pp.291~300.
- (7) Jahn, M. and Reinke, H.H., 1974, "Free Convection Heat Transfer with Internal Heat Sources Calculations and Measurements", Proc. 5th Int. Heat Trans. Conf., Tokyo, Japan, Paper No. NC.8, pp.74~78.
- (8) Bergholz, R.F., 1980, "Natural Convection of a Heat Generating Fluid in a Closed Cavity", ASME J. of Heat Transfer, Vol.102, pp.242~247.
- (9) Shaaban, A.H. and Özisik, M.N., 1985, "Thermal Stability of a Vertical Fluid Layer with Volumetric Energy Source", ASME J. of Heat Transfer, Vol.107, pp. 589~595.
- (10) Acharya, S. and Goldstein, R. J., 1985, "Natural Convection in an Externally Heated Vertical or Inclined Square Box Containing Internal Energy Source", ASME J. Heat Transfer, Vol. 107, pp.855~866.
- (11) Lee, J.H. and Park, M.H., 1984, "Natural Convection Flow and Heat Transfer in an Inclined Square Containing Internal Energy Sources", Trans. of KSME, Vol.8, No.2, pp.171~177.
- (12) Kawara, Z., Morishima, N., Kikuchi, Y. and Michiyoshi, I., 1984, "Turbulent Natural Convection in a Horizontal Fluid Layer with Internal Heat Generations", Proc. 21st Nat. Heat Trans. Symp., Japan, pp.355~357.
- (13) Hart, J.E., 1971, "Stability of the Flow in a Differentially Heated Inclined Box", J. of Fluid Mech., Vol.47, pp.547~576.
- (14) Ozoe, H., Fujii, K., Lior N. and Churchill, S. W., 1983, "Long Rolls Generated by Natural Convection in an Inclined Rectangular Enclosure", Int. J. Heat Mass Trans., Vol.26, No.10, pp.1427~1438.
- (15) Lee, J.H. and Park, M.H., 1985, "Effect of Inclined Angle in Turbulent Natural Convection Flow and Heat Transfer in a Square Enclosure", Int. Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements, Univ. of Iowa, Paper B34.

- (16) Fraikin, M. P., Protier, J. J. and Fraikin, C. J., 1980, "Application of a $k-\epsilon$ Turbulence Model to an Enclosed Buoyancy Driven Recirculating Flow", ASME Paper 80-HT-68, pp.1~12.
- (17) Ozoe, H., Nouri, A., Ohmuro, M., Churchill, S. W. and Lior, N., 1985, "Numerical Calculations of Laminar and Turbulent Natural Convection in Rectangular Channels Heated and Cooled Isothermally on the Opposing Vertical Walls", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.28, No.1, pp.125~138.
- (18) Farouk, B., 1981, "Laminar and Turbulent Natural Convection Heat Transfer from Horizontal Cylinders", Ph.D thesis, Univ. of Delaware.
- (19) Rodi, W., 1975, "A Note on the Empirical Constant in the Kolmogorov-Prandtl Eddy-Viscosity Expression", ASME, J. of Fluid Eng., Vol.97, Sep., pp.386~389.
- (20) Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mech. and Eng., Vol.3, pp. 269~289.
- (21) Patankar, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw Hill, New York.
- (22) Lee, J. H. and Goldstein, R. J., 1988, "An Experimental Study on Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Square Enclosure Containing Internal Energy Sources", ASME J. of Heat Transfer, Vol.110, pp.345~349.
- (23) Oosthuizen, P.H. and Paul, J. T., 1986, "Natural Convection Heat Transfer across a Liquid-Filled Cavity", Proc. of the 8th Int. Heat Transfer Conference, Vol.4, pp.1527~1532.