

〈論 文〉

수직원관 주위에서 밀도차와 자연대류를 고려한 응고과정 해석

김무근* · 노승탁**

(1991년 10월 4일 접수)

**Analysis of Solidification Process Around a Vertical Tube
Considering Density Change and Natural Convection**

Moo Geun Kim and Sung Tack Ro

Key Words : Phase Change(상변화), Natural Convection(자연대류), Density Difference(밀도차), Ice Storage(빙축열)

Abstract

Numerical analysis is performed for the unsteady axisymmetric two dimensional phase change problem of freezing of water around a vertical tube. Heat conduction in the tube wall and solid phase, natural convection in liquid phase and volume expansion caused by density difference between solid and liquid phases are included in the numerical analysis. Existing correlation is used for estimating density-temperature relation of water, and the effect of volume expansion is reflected as fluid velocity at the interface and the free surface. As pure water has maximum density at 4°C, it is found that there exists an initial temperature at which the flow direction reverses near the interface and by this effect the slope of interface becomes reversed depending on the initial temperature of water. By considering natural convection and solid-liquid density difference in the calculation, their effects on phase change process are studied and the effects of various parameters are also studied quantitatively.

———— 기 호 설 명 ————	질량[kg]
AR : 실험단면의 종횡비, $AR=H/r'_c$	Nu_b : 상경계면의 국부 Nusselt 수, $Nu_b = \frac{h_b r'_c}{k_l}$
Bi : Biot 수, $Bi = hr'_c/k_w$	$= \frac{\sqrt{\gamma}}{J} \frac{\theta_n}{\theta_b}$
g : 중력가속도	$\overline{Nu_b}$: 상경계면의 평균 Nusselt 수,
h : 열전달계수 [$\text{kJ}/\text{m}^2\text{s}^\circ\text{C}$]	$\overline{Nu_b} = \frac{1}{l_b} \int \frac{h_b r'_c}{k_l} d\Gamma_{11} = \frac{1}{\int \sqrt{\gamma} d\xi} \int \left(\frac{\gamma}{J} \frac{\theta_n}{\theta_b} \right) d\xi$
J : 변환 자코비안	Pr : Prandtl 수, $\frac{\nu}{\alpha}$
k : 열전도율 [$\text{kJ}/\text{ms}^\circ\text{C}$]	r', z' : 반경방향과 축방향 좌표
l_b : 상경계면 길이	r'_c : 실험단면의 폭
L : 상변화 잠열 [kJ/kg]	r_{f1}, r_{f2} : 응고질량비
m_{fz} : 응고질량[kg]	Ra : Rayleigh 수, $Ra = g\beta_r(T_{10} - T_f)^2 r'_c / \alpha \nu$
M : 상변화 물질의 전체 질량[kg]	St : Stanton 수, $St = h / (\rho c_p)_c \bar{u}_c$
M' : 수직 원관 체적에 해당하는 상변화 물질	

*정회원, 서울대학교 대학원 기계공학과

**정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

- Ste : Stefan 수, $Ste_s = (c_p)_s (T_f - T_{ci}) / L$,
 $Ste_l = (c_p)_l (T_{lo} - T_f) / L$
- t : 시간[s]
- T : 온도[°C]
- u_{free} : 자유수면 상승속도
- \vec{V} : 속도벡터
- α : 열확산계수[m²/s]
- α° : 고상과 액상의 열확산계수비, $\alpha^\circ = \alpha_s / \alpha_l$
- β_T : 열팽창계수[1/°C^q]
- ρ : 밀도[kg/m³]
- ρ° : 고상과 액상의 밀도비, $\rho^\circ = \rho_s / \rho_{lm}$
- θ : 액상의 무차원온도
- $\bar{\theta}$: 2차냉매의 무차원온도
- Θ : 고상의 무차원온도
- $\bar{\Theta}$: 관벽의 무차원온도
- τ : 무차원 시간
- ν : 액체의 점도[m²/s]

하첨자

- b : 체적평균
- c : 2차냉매
- ci : 2차냉매 입구
- f : 상변화
- l : 액상
- lm : 액상의 최대밀도점
- lo : 초기액상
- s : 고상
- w : 관벽
- δ : 상경계면
- z, r, ξ, η : 각 좌표에 대한 편미분

1. 서 론

물의 상변화 현상을 이용한 빙축열 시스템은 축열밀도가 매우 커서 축열공간의 축소가 가능하며, 특히 하절기 전력부하 평준화와 저렴한 심야전력 이용의 측면에서 효과적인 방법으로 주목받고 있다⁽¹⁾.

상변화 문제는 상경계면이 이동하는 이동경계 문제로서 이동경계 조건과 관련한 비선형성 때문에 수학적인 완전해는 구하기 어렵지만, 상변화 문제의 특성인 경계에서의 온도도약조건이나 초기조건에 대해 적절한 조건을 도입하면 제한된 경우에 대하여 수학적으로 완전해를 구할 수 있다⁽²⁾.

지금까지의 상변화 연구는 대부분 액상의 자연대류효과만을 고려하였으나, 실제로 모든 상변화 물

질은 상변화할 때 자연대류 및 밀도변화를 나타낸다. 응고, 용해과정에 대한 밀도차 효과는 자연대류 효과와 과냉 효과에 비해 알려진 바가 적으며, 실험적으로 Ho와 Viskanta⁽³⁾는 사각용기내의 용해과정에서 초기에 발생하는 유체유동을 상변화에 수반하는 밀도차에 의한 것으로 보았으며, Prusa⁽⁴⁾는 가열된 수평원관 주위에서의 용해과정에 고액밀도 차이를 해석모델에 포함시켰으며, Yoo⁽⁵⁾는 등온 가열 벽면을 갖는 2차원 사각용기내의 용해과정에서 고액밀도 차이와 자연대류를 고려한 수치해석 방법을 사용하여 용해 질량비와 무차원수 사이의 상관 관계식을 제시하였다.

원관 주위에서의 얼음형성에 관한 상변화 문제는 실질적인 응용면에서 자연대류 또는 강제대류, 최대 밀도점, 과냉, 기하학적 형상, 외부유동, 내부유동 등 여러가지 효과가 문제가 된다. 본 연구에서 상변화 물질로 다루는 물은 4°C 근처에서 최대 밀도를 나타내므로, 온도, 밀도관계를 단조증가 함수로 표시하는 Boussinesq 근사가 적용되지 않는다. 자연대류에 관한 최대 밀도 효과는 Merk⁽⁶⁾, Vanier와 Tien⁽⁷⁾ 등에 의해 연구되었으며, Saitoh⁽⁸⁾는 수치적, 실험적 연구를 통해 최대 밀도 때문에 유동이 뒤바뀌는 영역에서 최소 Nusselt수가 나타남을 보였다. Saitoh와 Hirose⁽⁹⁾는 등온으로 냉각된 수평원관 주위에서 물이 얼 때 자연대류 효과를 수치적으로 연구하였으며, Ho와 Chen⁽¹⁰⁾은 수평원관 주위에서 얼음이 용해하는 문제를 수치해석하였는데 해석모델에 물의 밀도와 온도의 비선형적 관계를 도입하여 자연대류를 계산하였다. 또한 Cheng과 Sabhapathy⁽¹¹⁾는 등온으로 냉각된 수직원관 주위의 얼음형성에 관하여 실험적으로 연구를 수행하였으며, Yeoh⁽¹²⁾ 등은 사각용기내에서 3차원적 물의 응고과정을 수치해석한 바 있다.

본 연구에서는 실제 빙축열 시스템의 해석을 위한 기초 모델로서 수직원관 주위의 응고과정에 대하여 밀도차와 자연대류 효과 및 최대 밀도점을 나타내는 밀도-온도 관계식을 도입한 수치해석과 실험을 통하여 여러가지 매개변수들이 상변화에 미치는 영향을 알아 보았다.

2. 해 석

2.1 문제 설정

본 연구에서 고려하는 문제는 Fig. 1에 나타난

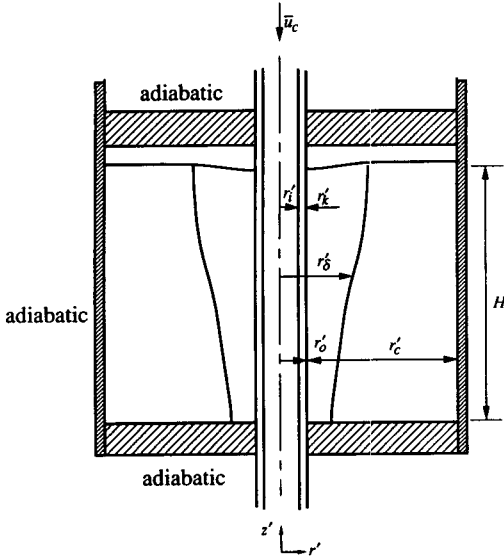


Fig. 1 Physical model of the present study

바와 같이 유한한 길이의 수직원관 주위에 채워진 물의 응고과정을 해석하는 것으로 물을 담고있는 용기의 상하면과 용기바깥면은 단열 상태이고 응고하면서 생기는 체적팽창을 허용하기 위해 상부 단열재와 자유 수면 사이에 적당한 간격을 준다.

초기에 물과 수직원관벽은 모두 물의 초기온도 T_{i0} 로 유지되어 있다가 원관의 상부 입구로부터 저온 냉매가 흐르면서 원관내벽 온도가 떨어지기 시작하고 물과 접한 원관외벽 온도가 융점 이하로 되면 물은 얼기 시작한다. 냉각된 원관 주위로 응고층이 성장하면서 체적이 팽창하게 되어, 자유 수면은 점점 상승하고, 초기 수온이 융점 이상인 경우에는 자연 대류가 발생하게 되어 다루는 문제는 비정상 축대칭 2차원 문제가 된다.

2.2 지배 방정식

본 연구에서 상변화 물질로 고려하는 물은 일정한 온도 T_f 에서 상변화가 일어나며, 액체는 비압축성 뉴우톤 유체로서, 부력항의 밀도를 제외한 나머지 물성치는 상수로 본다. 또한 에너지 방정식에서 점성소산을 무시하고 자연대류에 의한 액체의 유동을 층류로 가정하면 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\cdot \text{관벽 } \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_w \left(\frac{\partial^2 T_w}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial T_w}{\partial r'} + \frac{\partial^2 T_w}{\partial r'^2} \right) \quad (1)$$

$$\cdot \text{고상 } \frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial T_s}{\partial r'} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial r'^2} \right) \quad (2)$$

$$\cdot \text{액상 } \frac{\partial u'}{\partial z'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r'v') = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial z'} + v' \frac{\partial u'}{\partial r'} = - \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'}{\partial z'} - g + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial u'}{\partial r'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial r'^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial z'} + v' \frac{\partial v'}{\partial r'} = \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'}{\partial r'} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial v'}{\partial r'} + \frac{\partial^2 v'}{\partial r'^2} - \frac{v'}{r'^2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} + u' \frac{\partial T_l}{\partial z'} + v' \frac{\partial T_l}{\partial r'} = \alpha_l \left(\frac{\partial^2 T_l}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial T_l}{\partial r'} + \frac{\partial^2 T_l}{\partial r'^2} \right) \quad (6)$$

윗식에서 r', z', u', v' 는 각각 반경, 축방향의 좌표와 이에 대응하는 속도성분을 뜻하며 나머지 기호는 기호설명에 표시되어있다. 물의 밀도-온도 상관관계식은 비교적 넓은 온도 범위에서 정확하고 형태가 간단한 다음 식을 사용한다⁽¹³⁾.

$$\rho_l = \rho_{lm} [1 - \beta_T |T_l - T_{lm}|^q] \quad (7)$$

여기서,

$$\rho_{lm} = 999.9720 \text{ kg/m}^3, \quad \beta_T = 9.2971 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-q}, \quad (8a,b)$$

$$T_{lm} = 4.0293 \text{ } ^\circ\text{C}, \quad q = 1.8949 \quad (8c,d)$$

이다. 운동량 방정식의 압력 p' 를 수력학적 압력과 유체유동에 의한 압력 p'_d 의 합으로 표시하고 여기에 식 (7)을 대입한 후, 부력항에 나오는 밀도를 제외하고 모든 물성치가 일정하다는 가정으로부터 $\rho_l = \rho_{lm}$ 으로 놓으면 액상의 운동량 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial z'} + v' \frac{\partial u'}{\partial r'} = \frac{1}{\rho_{lm}} \frac{\partial p'_d}{\partial z'} + \beta_T g |T_l - T_m|^q - \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial u'}{\partial r'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial r'^2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial v'}{\partial z'} + v' \frac{\partial v'}{\partial r'} = \frac{1}{\rho_{lm}} \frac{\partial p'_d}{\partial r'} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial z'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial v'}{\partial r'} + \frac{\partial^2 v'}{\partial r'^2} - \frac{v'}{r'^2} \right) \quad (10)$$

2.3 무차원화

(1) 무차원 변수

시스템에 지배적으로 영향을 미치는 매개 변수들이 고찰하기 위하여 다음과 같이 무차원 변수를 도

입한다.

$$(z, r) = \left(\frac{z'}{r'_c}, \frac{r' - r'_i}{r'_c} \right) \text{ 관벽의 경우} \quad (11a)$$

$$(z, r) = \left(\frac{z'}{r'_c}, \frac{r' - r'_c}{r'_c} \right) \text{ 고상 및 액상의 경우} \quad (11b)$$

$$\tau_s = \frac{a_s t}{r'_c{}^2} Ste_s, \quad \tau_l = \frac{a_l t}{r'_c{}^2} Ste_l, \quad (11c, d)$$

$$(u, v) = \left(\frac{r'_c}{a_l} u', \frac{r'_c}{a_l} v' \right) \quad (11e)$$

$$\Theta = \frac{T_s - T_{ci}}{T_f - T_{ci}}, \quad \theta = \frac{T_l - T_f}{T_{io} - T_f},$$

$$\bar{\Theta} = \frac{T_w - T_{ci}}{T_f - T_{ci}}, \quad (11f, g)$$

$$\bar{\theta} = \frac{T_c - T_{ci}}{T_f - T_{ci}} \quad (11h, i)$$

$$Ste_s = \frac{(c_p)_s (T_f - T_{ci})}{L}, \quad Ste_l = \frac{(c_p)_l (T_{io} - T_f)}{L},$$

$$Pr = \frac{\nu}{a_l} \quad (11j, k, l)$$

$$p = \left(\frac{r'_c}{a_l} \right)^2 p' \frac{1}{\rho_m}, \quad Ra = \frac{g \beta_T (T_{io} - T_f) \rho' r'_c{}^3}{a_l \nu} \quad (11m.n)$$

위의 식중 Ste, Pr, Ra는 Stefan수, Prandtl수, Rayleigh수를 뜻하며, 식에 사용된 기호는 기호설명명과 Fig.1에 표시되어있다.

(2) 무차원화된 지배방정식

앞에서 정의한 무차원 변수를 사용하여 각 영역에 대한 지배방정식을 무차원화 시키면 다음과 같다.

· 관벽 $Ste_s \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial \tau_s} = \nabla^2 \bar{\Theta}$ (12)

· 고상 $Ste_s \frac{\partial \Theta}{\partial \tau_s} = \nabla^2 \Theta$ (13)

· 액상 $\nabla \cdot \vec{V} = 0$ (14)

$$Ste_l \frac{\partial u}{\partial \tau_l} + \nabla \cdot (\vec{V}u) = -\frac{\partial p}{\partial z} + Pr \nabla^2 u + S_u \quad (15)$$

$$Ste_l \frac{\partial v}{\partial \tau_l} + \nabla \cdot (\vec{V}v) = -\frac{\partial p}{\partial r} + Pr \nabla^2 v + S_v \quad (16)$$

$$Ste_l \frac{\partial \theta}{\partial \tau_l} + \nabla \cdot (\vec{V}\theta) = \nabla^2 \theta \quad (17)$$

여기서,

$$\vec{V} = (u, v), \quad S_u = Pr \cdot Ra |\theta - \theta_m|^q, \quad S_v = -Pr \frac{v}{r^2} \quad (18a,b,c)$$

이다.

(3) 냉매 온도에 관한 식

2차냉매의 축방향에 따른 온도분포를 구하기 위하여 원관내의 검사체적에 대한 열평형식을 세워서 무차원화 시키면 다음과 같다.

$$2(\bar{\Theta} - \bar{\theta}) = \frac{(\rho c_p)_c Ste_s k_w}{(\rho c_p)_s Bi k_s} r_i \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \tau_s} - \frac{r_i}{St} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \omega \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \tau_s} - \frac{r_i}{St} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (19)$$

여기서,

$$Bi = \frac{h r'_c}{k_w}, \quad St = \frac{h}{(\rho c_p)_c \bar{u}_c}, \quad \omega = \frac{(\rho c_p)_c Ste_s k_w}{(\rho c_p)_s Bi k_s} r_i \quad (20a,b,c)$$

이다. 또한, 원관벽에서 열평형식을 무차원화 시키면 다음과 같으며, 이 식은 관벽에 대한 경계조건으로 사용된다.

$$Bi(\bar{\Theta} - \bar{\theta}) = \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial r} \quad (21)$$

2.4 경계조건

Fig. 2에 표시한 각 영역에 대하여 종속변수의 경계조건은 다음과 같으며 식중의 ρ^* 와 α^* 는 각각 액상에 대한 고상의 밀도비와 열확산계수의 비를 뜻한다. 그림에서 관벽의 경계는 Γ_w , 고상과 액상의 경계는 각각 Γ_s 와 Γ_l 로 표시하였다.

(a) 관벽

$$\Gamma_{w1} : \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial r} = Bi(\bar{\Theta} - \bar{\theta}) \quad r = r_i, \tau_s \geq 0 \quad (22a)$$

$$\Gamma_{w2}, \Gamma_{w4} : \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z} = 0 \quad z = 0, AR, \tau_s \geq 0 \quad (22b)$$

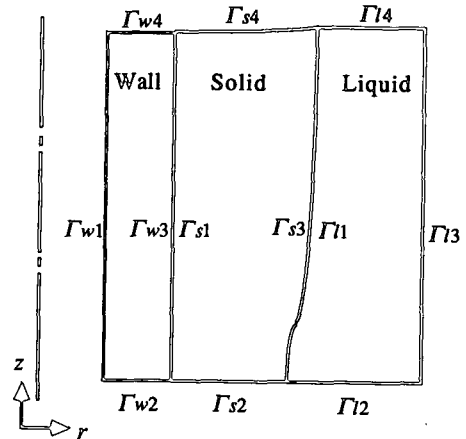


Fig. 2 Notation for boundaries of each region

$$\Gamma_{w3} : \text{Ste}_s \alpha^* \rho^* \frac{k_w}{k_s} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} = \text{Ste}_r \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad r = r_o, \quad \tau_s = 0 \quad (22c)$$

$$k_w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} = k_s \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad r = r_o, \quad \tau_s > 0 \quad (22d)$$

(b) 고상

$$\Gamma_{s1} : k_s \frac{\partial \theta}{\partial r} = k_w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} \quad r = r_o, \quad \tau_s \geq 0 \quad (23a)$$

$$\Gamma_{s2}, \Gamma_{s4} : \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad z = 0, \quad AR, \quad \tau_s \geq 0 \quad (23b)$$

$$\Gamma_{s3} : \theta = 1 \quad r = r_s(z), \quad \tau_s > 0 \quad (23c)$$

(c) 액상

$$\Gamma_{l1} : \text{Ste}_r \frac{\partial \theta}{\partial r} = \text{Ste}_s \alpha^* \rho^* \frac{k_w}{k_s} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} \quad r = r_o, \quad \tau_l > 0 \quad (24a)$$

$$\theta = 0 \quad r = r_s(z), \quad \tau_l > 0 \quad (24b)$$

$$\vec{V} = (1 - \rho^*) \left(\text{Ste}_s \alpha^* \nabla \theta - \text{Ste}_r \frac{1}{\rho^*} \nabla \theta \right) \quad r = r_s(z), \quad \tau_l \geq 0 \quad (24c)$$

$$\Gamma_{l2} : \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad u = v = 0 \quad z = 0, \quad \tau_l \geq 0 \quad (24d,e)$$

$$\Gamma_{l3} : \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad u = v = 0 \quad r = r_o + r_c, \quad \tau_l \geq 0 \quad (24f,g)$$

$$\Gamma_{l4} : \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad u = u_{free} \quad z = AR, \quad \tau_l \geq 0 \quad (24h,i,j)$$

3. 좌표변환

3.1 경계고착좌표

경계고착좌표는 임의의 형상을 갖는 경계면을 용이하게 처리하기 위하여 많이 이용되며 실제 영역의 모든 경계면이 특정 좌표면과 일치하는 곡면좌표계이다. 이 좌표계에 의한 격자생성으로 좌표변환 관계식을 얻으며 이에 따라 지배방정식과 경계조건을 변환시켜 수치계산을 행한다.

3.2 격자 생성

격자 생성문제는 실제영역에서 균일한 계산영역으로 격자의 사상(mapping)을 결정하는 것으로, 여기서 사용하는 격자생성식은 다음과 같은 poisson식 형태이며, P,Q는 내부의 격자점 분포를 조절하는 조절함수이다⁽¹⁴⁾.

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta), \quad \nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta) \quad (25, 26)$$

여기서,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (27)$$

이다. 식 (25)와 (26)에서 독립변수와 종속변수를 바꾸면 실제 영역의 격자점에 관한 다음 형태의 준선형 타원형 미분 방정식을 얻는다.

$$\alpha z_{\xi\xi} - 2\beta z_{\xi\eta} + \gamma z_{\eta\eta} = -J^2(Pz_\xi + Qz_\eta) \quad (28)$$

$$\alpha r_{\xi\xi} - 2\beta r_{\xi\eta} + \gamma r_{\eta\eta} = -J^2\left(Pr_\xi + Qr_\eta - \frac{1}{r}\right) \quad (29)$$

여기서,

$$\alpha = z_\eta^2 + r_\eta^2, \quad \beta = z_\xi z_\eta + r_\xi r_\eta, \quad \gamma = z_\xi^2 + r_\xi^2 \quad (30a,b,c)$$

이다. 본 연구에서는 Thomas와 Middlecoff⁽¹⁵⁾가 제안한 방법을 수정하여, 조절함수 P, Q를 다음처럼 표시한다.

$$P = \phi(\xi, \eta) (\xi^2 + \eta^2) = \phi \frac{\alpha}{J^2} \quad (31)$$

$$Q = \psi(\xi, \eta) (\eta_z^2 + \eta_r^2) + \frac{1}{rr_\eta} = \psi \frac{\gamma}{J^2} + \frac{1}{rr_\eta} \quad (32)$$

3.3 지배 방정식의 변환

시간에 대한 물리량의 도함수는 일반적으로 격자 이동속도와 관련된 항이 포함되며 이 항들은 형상 보존법칙과 결합하여 보존식 형태의 항들로 표시된다. 또한 시간 의존 경계고착좌표계를 사용하면 경계의 이동속도가 종속변수의 분포에 미치는 영향을 격자점의 이동속도를 통하여 지배방정식에 포함시킬 수 있으므로 각 시간단계마다 해당격자점의 불일치로 인한 종속변수의 보간이 필요 없게 된다⁽¹⁶⁾.

변환 관계식을 무차원화된 지배방정식에 적용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\cdot \text{관벽} \{ \text{Ste}_s r J \bar{\theta} \}_{rs} = \left\{ \frac{r\alpha}{J} \theta_\xi \right\}_\xi + \left\{ \frac{r\gamma}{J} \bar{\theta}_\eta \right\}_\eta + S_\theta \quad (33)$$

$$\cdot \text{고상} \{ \text{Ste}_s r J \theta \}_{rs} = \left\{ \frac{r\alpha}{J} \theta_\xi \right\}_\xi + \left\{ \frac{r\gamma}{J} \theta_\eta \right\}_\eta + S_\theta \quad (34)$$

$$\cdot \text{액상} \{ \text{Ste}_l r J \}_{rl} + (r\bar{u})_\xi + (r\bar{v})_\eta = 0 \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \{ \text{Ste}_l r J u \}_{rl} + \{ r\bar{u}u - \text{Pr} \frac{r\alpha}{J} u_\xi \}_\xi \\ & + \{ r\bar{v}u - \text{Pr} \frac{r\gamma}{J} u_\eta \}_\eta \\ & = -r(r_\eta p_\xi - r_\xi p_\eta) + S_u \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \{ \text{Ste}_l r J v \}_{rl} + \{ r\bar{u}v - \text{Pr} \frac{r\alpha}{J} v_\xi \}_\xi + \{ r\bar{v}v \\ & - \text{Pr} \frac{r\gamma}{J} v_\eta \}_\eta = -r(-z_\eta p_\xi + z_\xi p_\eta) + S_v \end{aligned} \quad (37)$$

$$\{ \text{Ste}_l r J \theta \}_{rl} + \{ r\bar{u}\theta - \frac{r\alpha}{J} \theta_\xi \}_\xi + \{ r\bar{v}\theta$$

$$-\frac{r\gamma}{f}\theta_n = S_o \quad (38)$$

위의 식에서 사용한 관계식은 각각 다음과 같다.

$$S_o = -\left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_\epsilon\right\}_n - \left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_n\right\}_\epsilon + \left\{r\overline{\theta}u\right\}_\epsilon + \left\{r\overline{\theta}v\right\}_n \quad (39a)$$

$$S_o = -\left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_n\right\}_n - \left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_\epsilon\right\}_\epsilon + \left\{r\overline{\theta}u\right\}_\epsilon + \left\{r\overline{\theta}v\right\}_n \quad (39b)$$

$$S_u = -\left\{\text{Pr}\frac{r\beta}{f}u_\epsilon\right\}_n - \left\{\text{Pr}\frac{r\beta}{f}u_n\right\}_\epsilon + \text{Pr}\cdot\text{Ra}|\theta - \theta_m|^q r\gamma \quad (39c)$$

$$S_v = -\left\{\text{Pr}\frac{r\beta}{f}v_\epsilon\right\}_n - \left\{\text{Pr}\frac{r\beta}{f}v_n\right\}_\epsilon - \text{Pr}\frac{vJ}{r} \quad (39d)$$

$$S_\theta = -\left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_\epsilon\right\}_n - \left\{\frac{r\beta}{f}\overline{\theta}_n\right\}_\epsilon \quad (39e)$$

$$\overline{u} = \text{Ste}_s(r_n z_{rs} - z_n r_{rs}), \quad \overline{v} = \text{Ste}_s(-r_\epsilon z_{rs} - z_\epsilon r_{rs}) \quad (39f,g)$$

$$\overline{u} = \text{Ste}_s(r_n z_{rs} - z_n r_{rs}), \quad \overline{v} = \text{Ste}_s(r_\epsilon z_{rs} - z_\epsilon r_{rs}) \quad (39h,i)$$

$$\overline{u} = r_n(u - \text{Ste}_i z_n) - z_n(v - \text{Ste}_i r_n) \quad (39j)$$

$$\overline{v} = z_\epsilon(v - \text{Ste}_i r_n) - r_\epsilon(u - \text{Ste}_i z_n) \quad (39k)$$

3.4 수치계산

변환된 식에 검사체적법을 적용하여 선형화된 수치근사식을 얻은 후에, 이식을 ξ 와 η 방향으로 계산을 왕복 수행함으로써 수렴된 해를 얻는다⁽¹⁷⁾. 또한 관내부의 냉매 온도에 관한 식은 Thomas 알고리즘을 사용하여 해를 구하며⁽¹⁸⁾, 냉매, 관벽, 고상에서 경계 조건에 사용되는 온도는 최근에 구한 값을 사용하여 수렴을 빠르게 하였다. 계산 과정은 크게 응고층이 형성되기 이전과 형성된 이후로 나눌 수 있으며, 전자의 경우는 해석영역이 냉매, 관벽과 액상이며, 후자는 전자의 해석 영역에 고상이 추가된다. 실제 계산에서 관벽 온도가 T_f 까지 떨어지는데 걸리는 시간이 극히 짧으므로 편의상 응고층이 형성된 때를 $\tau=0$ 으로 하여 계산하였다. 계산에 사용된 격자제는 비균일 격자제로 고상과 액상영역은 25×25 크기의 격자를 사용하였고, 관벽은 25×7 크기의 격자를 사용하였다.

4. 실험

4.1 실험장치

본 연구에 사용된 실험장치는 Fig. 3과 같이 수

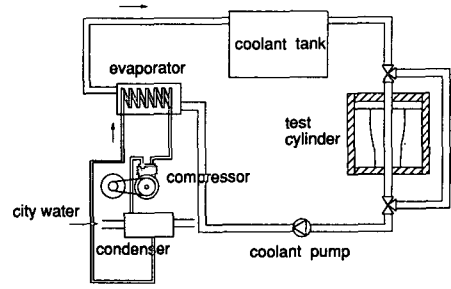


Fig. 3 Schematic diagram of the experimental apparatus

직원관과 원통 아크릴로 이루어진 실험단면과, 수직원관에 저온의 2차 냉매를 공급하기 위한 냉동장치 및 기타 측정 장치로 구성되어 있다. 2차 냉매를 원하는 온도로 맞추기 위하여 컨트롤러에 설정된 온도에 따라 압축기를 on-off 조절함으로써 2차 냉매 온도를 설정온도의 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 까지 조절할 수 있었다.

실험단면의 수직원관은 직경 2cm, 두께 0.9mm의 동관이며, 수직원관과 동심으로 설치한 아크릴 원통 용기는 두께 2.5mm, 내부직경 22cm, 높이 40cm이고, 실험단면의 상하부는 두께 약 3cm의 스티로폼으로 단열 처리하였고, 아크릴통 주위는 두께 9mm의 단열재를 부착시켰다.

실험 기간중 물의 온도를 측정하기 위하여 30 gauge 크기의 T타입 열전대를 외부 직경 1.3mm의 스테인레스 세관내로 통과시켜 정확한 측정점에 위치하도록 하였으며, 열전대를 설정한 측정점으로 이송하기 위하여 스텝모터를 사용하였다.

4.2 실험방법

수직원관 입구의 2차 냉매온도를 원하는 온도로 맞추기 위하여 충분한 시간동안 2차 냉매를 냉동기로 순환시켜 정상상태에 도달하게 한 후 물과 냉매의 온도가 설정된 온도로 맞추어지면 2차냉매 배관상에 있는 밸브를 조작하여 2차냉매가 수직원관내로 흐르도록 하여 실험을 시작한다.

Table 1 Experimental cases in the present study

Aspect Ratio	Initial Liquid Temperature, T_{l0} ($^\circ\text{C}$)	Coolant Inlet Temperature, T_{ci} ($^\circ\text{C}$)
2,3	4,10,15	-10, -20

상변화면의 모양과 두께는 사진에 의해 측정하였으며, 실제자료를 관반경 방향으로 설치하여 촬영함으로써 이것을 측정기준으로 사용하였다.

실험 수행시간은 80-90분이며 증회비 AR와 초기수온 T_{i0} , 2차냉매 입구온도 T_{ci} 에 따라 Table 1과 같이 행하였다.

5. 결과 및 검토

5.1 실험과 계산결과의 비교

본 연구에서 사용한 수치해석 방법과 프로그램의 타당성을 알아보기 위하여 물을 응고시켜 얻은 실험결과와 본 수치해석 방법에 의한 결과를 비교 검토해 보았다. 시간에 따른 상변화면의 모양과 비교는 Fig. 4와 5에 있으며, 이 그림과 앞으로 제시되는 그림에서 τ_s 는 식(11c)에 정의한 바와 같이 고체물성에 기준한 무차원 시간이다. Ste_i 수가 작은 Fig. 4의 경우에는 상부와 하부에 가까운 영역을 제외하면 경계면의 기울기와 두께가 비교적 잘 일

치하고 있으나 Ste_i 수가 크게 되면 Fig. 5에서 보듯이 상하부의 기울기와 응고층의 두께는 시간이 지나면서 차이를 나타낸다. 그림에서 상하부의 얼음면과 경계면이 이루는 각도를 비교하여보면 상부의 단열상태가 하부에 비해 좋지 않음을 알 수 있다. 응고질량의 비율은 초기의 전체질량 M 에 대해 응

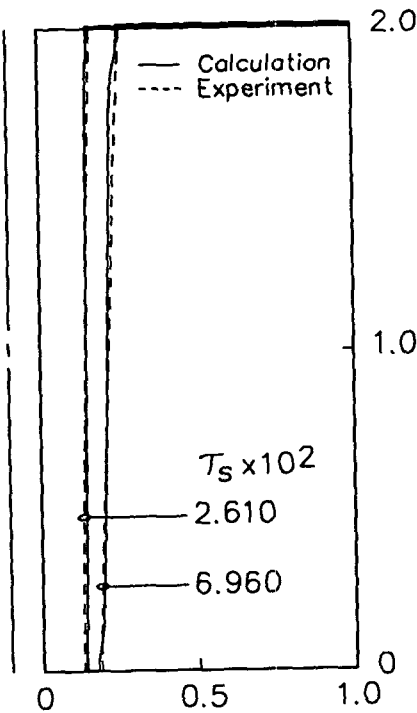


Fig. 4 Comparison between experimental and numerical interface profiles in the case of $Ste_i = 0.0508$, $Ste_s = 0.1227$, $Bi = 1.4566$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

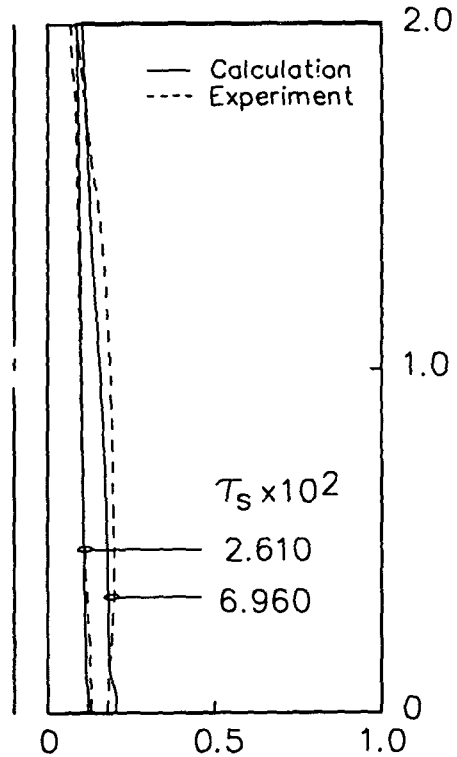


Fig. 5 Comparison between experimental and numerical interface profiles in the case of $Ste_i = 0.1271$, $Ste_s = 0.1227$, $Bi = 1.4566$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

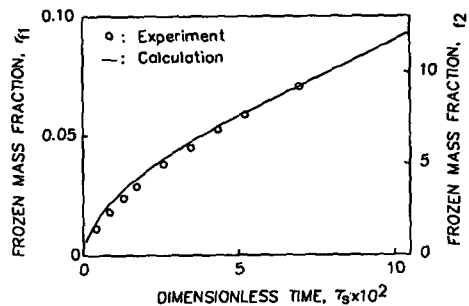


Fig. 6 Comparison between experimental and numerical frozen mass fraction in the case of $Ste_i = 0.0508$, $Ste_s = 0.1227$, $Bi = 1.4566$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

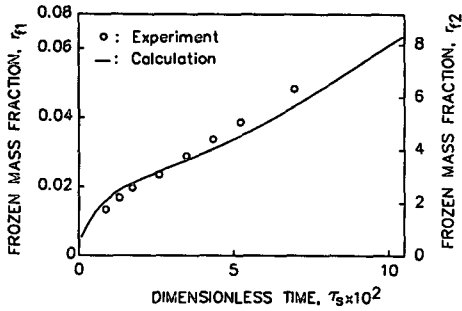


Fig. 7 Comparison between experimental and numerical frozen mass fraction in the case of $Ste_l=0.1271$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$ and $r_o=0.1$

고된 질량 m_{fz} 의 비, r_{f1} 과 원관의 체적에 해당하는 질량 M' 에 대한 응고된 질량의 비, r_{f2} 로

$$r_{f1} = \frac{m_{fz}}{M}, \quad r_{f2} = \frac{m_{fz}}{M'} \quad (40a,b)$$

와 같이 정의하였다.

Fig. 6은 Ste_l 수가 낮은 경우의 응고 질량비를 나타내며 초기에 계산결과가 실험결과보다 약간 크게 나타나다가 시간이 지남에 따라 실험결과가 계산결과보다 점점 크게 나타나고 있으며, Ste_l 수가 큰

경우의 응고질량비의 비교를 나타내는 Fig. 7의 경향도 전자의 경우와 비슷하나 실험결과와 계산결과와의 상대오차가 전자보다 크게 나타나고 있다.

5.2 유동장 및 온도장

시간과 온도에 따른 액상 영역의 온도장과 유동장은 Fig. 8과 Fig. 9에 나타나 있다. Fig. 8은 초기 물온도가 물의 최대 밀도점보다 낮은 경우로서 상경계면을 따라 온도 경계층이 발달하고, 경계층 밖에서는 온도가 성층화되고 있음을 알 수 있다. 상경계면 근처의 유동은 윗방향으로 일어나고 있으며, 초기에 유선은 하나의 커다란 셀을 형성하다가 시간이 경과하면서 상부에 반시계방향의 작은 셀이 형성됨을 보이고 있다. Fig. 9는 초기 물온도가 물의 최대 밀도점보다 높은 경우의 온도장과 유동장을 보이고 있다. Fig. 9a에서 보면 상경계면 근처의 유동방향은 앞의 경우와 반대로 아래 방향이며 초기에는 하나의 셀을 형성하고 있다가 시간이 어느 정도 경과하면서 액상의 평균온도가 최대 밀도점보다 낮아지면 Fig. 9b처럼 상경계면에서의 유동방향이 초기와 반대로 위로 향하게 되며 최대 밀도점을 나타내는 $\theta=0.4$ 를 경계로 반대방향으로 회전하는 두개의 셀이 존재한다.

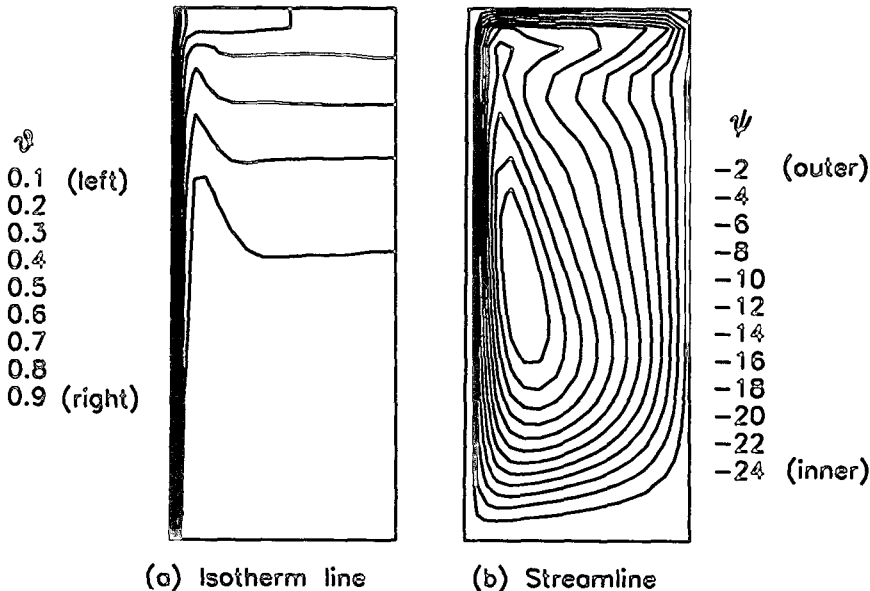


Fig. 8 (a) Temperature distribution and streamline pattern in the case of $Ste_l=0.0508$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$, $r_o=0.1$ and $\tau_s=2.610 \times 10^{-2}$

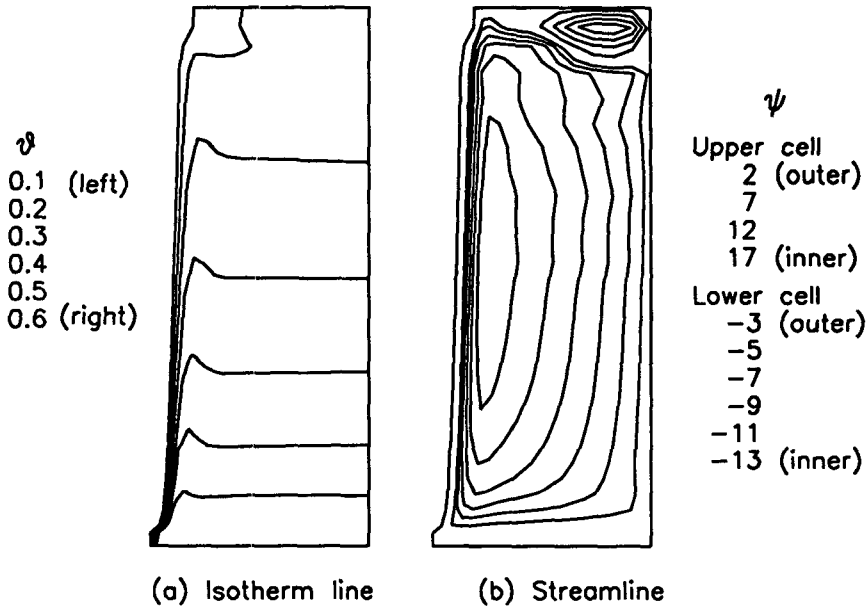


Fig. 8 (b) Temperature distribution and streamline pattern in the case of $Ste_r=0.0508$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$, $r_o=0.1$ and $\tau_s=1.044 \times 10^{-1}$

5.3 자연대류의 영향

물이 응고할 때 응고층 표면에서 온도경계층이 발달하므로 자연대류 열전달에 의한 열이동이 응고 형상을 결정하게 된다. Fig. 10, 11에서 보듯이 응

고층 표면에서의 국부 Nusselt수가 큰 경우, 즉 열 전달율이 큰 경우에는 응고층 성장속도가 느리지만 반대로 국부 Nusselt수가 작은 경우에는 응고층의 성장속도가 빠르게 되며 여기서 국부 Nusselt수는

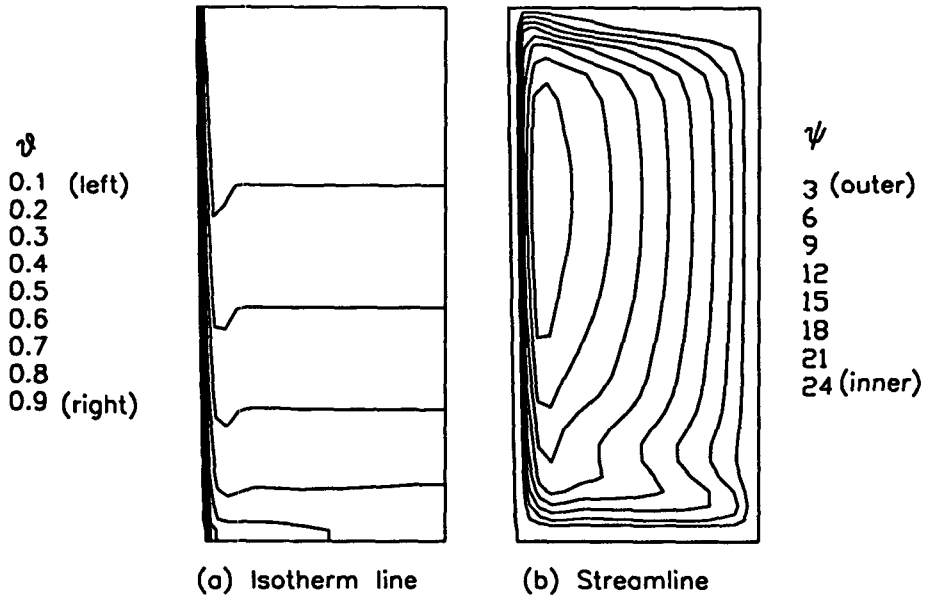


Fig. 9 (a) Temperature distribution and streamline pattern in the case of $Ste_r=0.1271$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$, $r_o=0.1$ and $\tau_s=2.610 \times 10^{-2}$

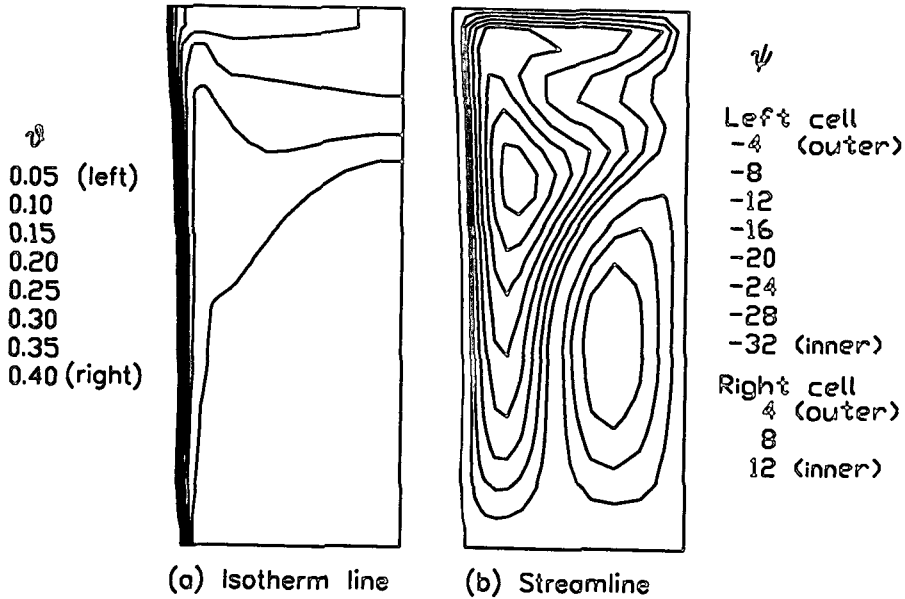


Fig. 9 (b) Temperature distribution and streamline pattern in the case of $Ste_l=0.1271$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$, $r_o=0.1$ and $\tau_s=1.044 \times 10^{-1}$

$$Nu_s = \frac{h_s r'_c}{k_t} = \frac{\sqrt{\gamma} \theta_n}{J \theta_b} \quad (41)$$

처럼 정의된다. Fig. 10은 초기 물온도가 최대밀도점보다 낮은 경우의 상경계면 모양과 이면에서의 국부 Nusselt수를 나타낸다. 하부의 물온도가 상부보다 높으므로 응고층 표면에서의 열전달율이 하부에서 상부로 감소하게되고 따라서 하부에 비해 상부응고층의 성장속도가 빠르게 된다. Fig. 11은 초기 물온도가 최대밀도점보다 높은 경우로 초기에는 하부의 물온도가 상부보다 높으므로 응고층 표면에

서의 열전달율이 하부에서 상부로 감소하므로, 경계면을 따라 국부 Nusselt수가 증가하지만 어느정도 시간이 경과하면 최대 밀도점으로 인해 유동이 뒤바뀌는 근처에서 최소 Nusselt수가 나타나며 충분히 시간이 경과하여 물의 체적평균온도가 최대밀도점 이하로 떨어지면 Fig. 10의 경우처럼 국부 Nusselt수는 감소하는 모양을 나타낸다.

5.4 밀도차의 영향

Eckert⁽¹⁹⁾는 밀도차를 고려한 물의 1차원 응고문

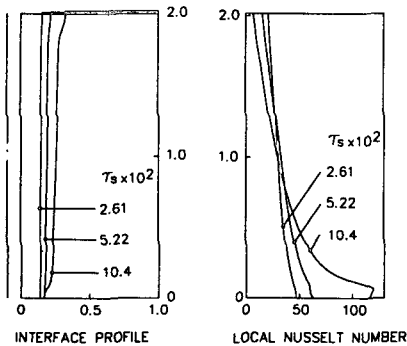


Fig. 10 Interface profile and Nusselt number along interface in the case of $Ste_l=0.0508$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$ and $r_o=0.1$

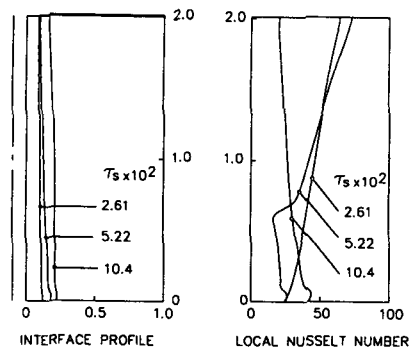


Fig. 11 Interface profile and Nusselt number along interface in the case of $Ste_l=0.1271$, $Ste_s=0.1227$, $Bi=1.4566$, $AR=2$ and $r_o=0.1$

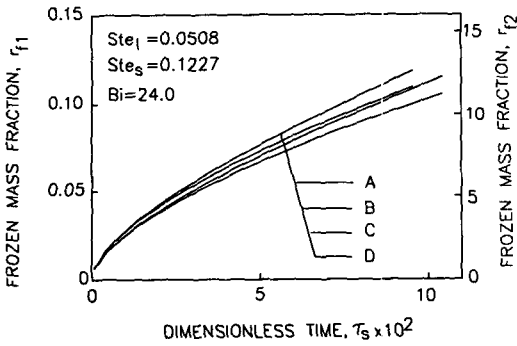


Fig. 12 Effect of density difference on frozen mass fraction
 (A : pure conduction, $\rho^*=1$, B : convection, $\rho^*=1$)
 (C : pure conduction, $\rho^*=0.917$, D : convection, $\rho^*=0.917$)

제에 대하여 물의 초기온도와 냉각 벽면 온도가 융점근처인 제한조건에서 얼음 두께에 대한 식을 구했으며, 이 식에 의하면 밀도차를 고려한 경우가 고려하지 않은 경우보다 응고시간이 더 느리게 계산되었다. Fig. 12를 살펴보면 순수전도와 자연대류의 두가지 경우에 대하여 모두 밀도차를 고려한 경우의 응고율이 고려하지 않은 경우보다 작게 나왔으며, 특히 밀도차의 영향은 초기에는 자연대류 영향보다 큰 영향을 미치지만 시간이 지나면서 그 영향이 감소함을 알 수 있다. 그림에서 ρ^* 는 고체의 밀도 ρ_s 와 액체의 최대밀도 ρ_{lm} 의 비를 뜻한다.

5.5 Stefan 수의 영향

Fig. 13에서 보면 상경계면의 평균 Nusselt수는 Ste_l 값에 따라 완전히 다른 경향을 나타내며 특히 Fig. 13b에서 Ste_l 이 0.1271인 경우는 시간이 경과함에 따라 평균 Nusselt수가 감소하다가 다시 증가하면서 최소 Nusselt수를 나타내는데 이 때의 액체의 체적평균온도를 살펴보면 최대 밀도점 근처로서 유동이 뒤바뀌는 시기임을 알 수 있다. 상경계면에서의 평균 Nusselt 수는 국부 Nusselt수를 상경계면의 길이방향으로 적분하여 상경계면 길이로 나눈 값으로 표시할 수 있다.

$$Nu_s = \frac{\int \frac{h_s r'_c}{k_l} d\Gamma_{11}}{l_s(\tau)} = \frac{\int \left(\frac{\gamma}{\int \frac{\theta_n}{\theta b}} \right) d\xi}{\int \sqrt{\gamma} d\xi} \quad (42)$$

응고과정동안 물로부터 냉매로 전달된 전체에너지 E_{tot} 는 응고과정에서 발생하는 잠열 E_{lat} 와 초

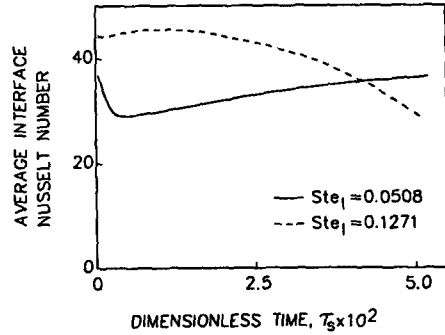


Fig. 13(a) Effect of Stefan number of liquid on average interface Nusselt number in the case of $Ste_s=0.0613$, $Bi=0.48$, $AR=2$ and $r_o=0.1$

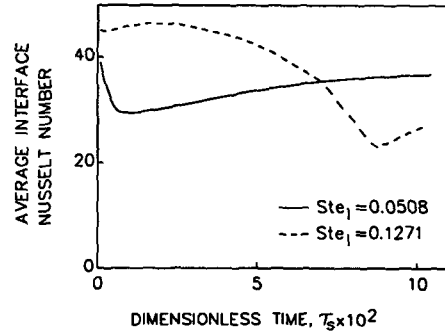


Fig. 13(b) Effect of Stefan number of liquid on average interface Nusselt number in the case of $Ste_s=0.1227$, $Bi=0.48$, $AR=2$ and $r_o=0.1$

기온도가 융점이상인 경우에 초기온도를 융점까지 낮추면서 추출하는 에너지 E_{lo} , 액상에서 현열로 추출하는 에너지 E_{ll} , 고상에서 현열로 추출하는 에너지 E_{so} 의 합으로 볼 수 있다. 각 영역에서 현열로 추출되는 에너지는 각 영역의 체적평균온도로부터 계산되며, 전체추출에너지를 현열 및 잠열로 구분하고 전체질량이 상변화되었을 때 발생하는 잠열로 무차원화하여 나타낸 것이 Fig. 14이다. Fig. 14의 전체 추출 에너지를 비교해 보면 Ste_l 값이 큰 경우가 작은 경우에 비하여 전체 추출에너지는 많지만 잠열 에너지가 차지하는 비중이 현열 에너지가 차지하는 비중에 비해 작으므로 실제의 빙축열 시스템 관점에서 보면 Ste_l 값이 작은 경우가 더 바람직하다고 하겠다.

5.6 Biot수의 영향

Biot수는 특성길이를 r'_c 로 택하여 식 (20a)와 같

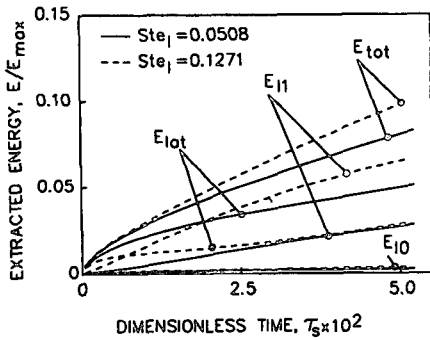


Fig. 14(a) Effect of Stefan number of liquid on extracted energy in the case of $Ste_s = 0.0613$, $Bi = 0.48$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

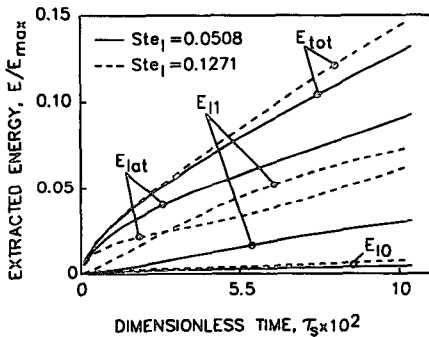


Fig. 14(b) Effect of Stefan number of liquid on extracted energy in the case of $Ste_s = 0.1227$, $Bi = 0.48$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

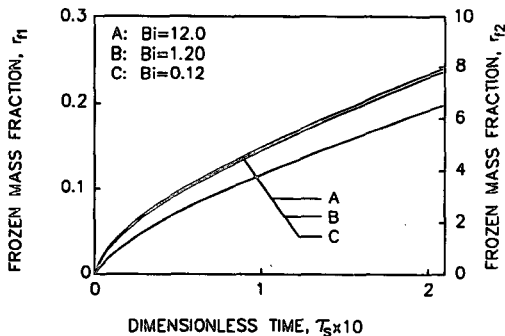


Fig. 15 Effect of Biot number on frozen mass fraction in the case of $Ste_l = 0.0508$, $Ste_s = 0.1227$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

이 정의하였으며, Fig. 15로부터 Biot 수가 1.2보다 큰 경우에 응고질량비는 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있으며, Fig. 16으로부터 상경계면의 평균 Nusselt수도 Biot수에 따라 초기에 약간 차이를 보이지만 시간이 경과하면서 곧 그 영향이 무시됨

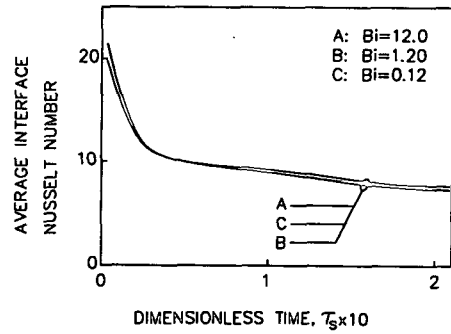


Fig. 16 Effect of Biot number on average interface Nusselt number in the case of $Ste_l = 0.0508$, $Ste_s = 0.1227$, $AR = 2$ and $r_o = 0.1$

Table 2 Thermal properties of various tube materials

material	Specific Heat c_p (kJ/kg°C)	Density ρ (kg/m ³)	Thermal Conductivity k (kJ/m°C) $\times 10^3$
Copper	0.370	8300	372
PVC	1.26	1280	0.156

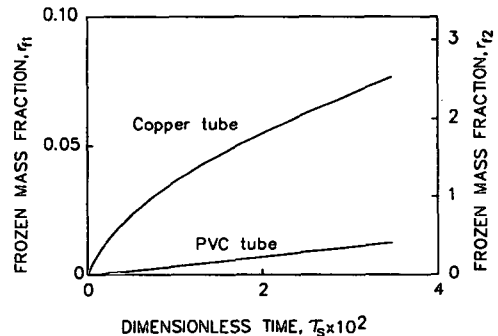


Fig. 17 Effect of wall property on frozen mass fraction in the case of $Ste_l = 0.0508$, $Ste_s = 0.1227$, $AR = 1$ and $r_o = 0.2$

을 알 수 있다.

5.7 관벽의 영향

본 연구에서 사용한 관은 동관으로 우수한 열전도성 때문에 관의 두께방향으로 온도구배는 거의

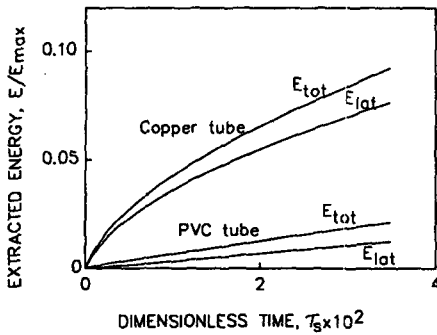


Fig. 18 Effect of wall property on extracted energy in the case of $Ste_1=0.0508$, $Ste_2=0.0613$, $AR=1$ and $r_0=0.2$

없었다. 응고과정에서 관벽의 물성치가 미치는 영향을 알아보기 위하여 동관과 매우 다른 물성치를 갖는 PVC관을 사용하여 응고과정을 계산하였으며 계산에 사용된 물성치가 Table 2에 있다. Fig. 17에서 응고질량비를 비교해 보면 초기에 응고질량형성이 PVC 경우에 지연되며 응고율이 시간에 대해 완만한 증가형태를 나타내고 있다. Fig. 18에서 2차냉매가 추출한 에너지를 고찰해보면, 동관의 경우는 추출 에너지의 대부분이 잠열인 반면 PVC관은 약 반정도만이 추출 에너지이고, 추출량 또한 매우 큰 차이를 보이고 있다. 이 결과로부터 실제 빙축열 시스템에서 사용되는 관재질의 물성에 대한 고려가 필요함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 상변화 과정의 해석에서 고상과 액상사이의 밀도차 효과와 자연대류 효과를 고려한 수치 해석 방법을 사용하여 상변화 특성에 대한 여러 가지 매개변수의 영향을 정성적, 정량적으로 살펴보았다.

수직원관 주위에서 물을 응고시킨 실험과 계산을 비교한 결과 응고량은 비교적 좋은 일치를 보였으며, 상변화 과정을 순수전도와 자연대류를 고려하여 해석한 경우를 비교해 본 결과 전자의 경우에 응고율이 더 크게 나타났는데, 이 사실은 용해과정에서 자연대류가 상변화 과정을 촉진시키는 결과와 반대되는 것으로, 응고과정에서는 일정한 시간범위 내에서 자연대류가 상변화 과정을 저해함을 알 수 있었다.

고상과 액상의 밀도차 효과를 유동장의 경계조건에 포함시켜 계산을 수행하였고, 응고율에 대한 계산결과로부터 상변화 과정 초기에는 밀도차가 자연대류 효과 만큼의 영향을 미치지 않지만 시간이 지나면 온도장과 열전달량에 미치는 영향이 거의 없음을 알았다.

상경계면은 물의 최대밀도점을 경계로 액상초기 온도에 따라 상경계면의 구배가 뒤바뀌었으며, Stefan수의 변화를 통하여 초기액상온도와 냉매온도에 따라 응고속도가 크게 영향을 받으며, 추출 에너지의 각 성분이 차지하는 비중도 달라짐을 알 수 있었다. 원관내의 Biot수를 변화시켜 계산을 수행한 결과 Biot수가 증가함에 따라 응고율이 증가하지만 어느 값보다 커지면 응고율에 거의 영향이 없었으며, 관재질의 물성도 상변화에 큰 영향을 미침을 알았다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원에 의하여 이루어졌다.

참 고 문 헌

- (1) 노승탁, 1991, "저온 축열에 의한 에너지의 합리적 이용", 공기조화 냉동공학회지, Vol. 20, No. 2, pp. 98~103.
- (2) Carslaw, H.S. and Jaeger J.C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, Oxford Univ. Press, 2nd Ed.
- (3) Ho, C.J. and Viskanta, R., 1982, "Experimental Study of Melting in a Rectangular Cavity", *Proceedings of the 7th Int. Heat Transfer Conference*, Vol. 2, pp. 369~374.
- (4) Prusa, J. and Yao, L. S., 1984, "Effects of Density Change and Subcooling on the Melting of a Solid Around a Horizontal Heated Cylinder", *ASME paper*, No. 84-HT-3.
- (5) Yoo, H. and Ro, S.T., 1988, "Melting with Solid-Liquid Density Change and Natural Convection in a Rectangular Cavity", *The First KSME—JSME Thermal and Fluids Engineering Conference*.
- (6) Merk, H. J., 1953, "The Influence of Melting and Anomalous Expansion on the Thermal Convection in *Laminar Boundary Layer*", *Applied Scientific Research*, Vol. 4, pp. 435~452.
- (7) Vanier, C.R. and Tien, C., 1967, "Further Work on

- Free Convection in Water at 4°C" Chem. Eng. Sci., Vol. 22, pp. 1747~1751.
- (8) Saitoh, T., 1976, "Natural Convection Heat Transfer from a Horizontal Ice Cylinder" Applied Scientific Research, Vol. 32, pp. 429~451.
- (9) Saitoh, T. and Hirose, K., 1980, "Numerical Method for the Two-dimensional Freezing Problem Around a Horizontal Cylinder Encompassing a Density Inversion Point, J. Heat Transfer, Vol. 102, pp. 261~267.
- (10) Ho, C. J. and Chen, S., 1986, "Numerical Simulation of Melting of Ice Around a Horizontal Cylinder", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, No. 9, pp. 1359~1369.
- (11) Cheng, K.C. and Sabahapathy, P., 1985, "an Experimental Investigation of Ice Formation over an Isothermally Cooled Vertical Circular Cylinder in Natural Convection", ASME Paper, 85-HT-1.
- (12) Yeoh, G.H. Behnia, M. G.De Vahl Davis and E. Leonard, 1990, "A Numerical Study of Three-Dimensional Natural Convection During Freezing of Water, Int. J. for Num. Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 1~16.
- (13) Gebhart, B. and Mollendorf, J. C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water", Deep Sea Res., Vol. 24, pp. 831~848.
- (14) Thompson J.F. and Warsi, Z.U.A. 1982, Boundary Fitted Coordinate Systems for Numerical Solution of Partial Differential Equations, Journal of Computational Physics, Vol. 47, pp. 1~108.
- (15) Thomas, P.D. and Middlecoff, J.F., 1980, "Direct Control of the Grid Point Distribution in Meshes Generated by Elliptic Equations", AIAA Journal., Vol. 18, pp. 652~656.
- (16) Thomas, P.D. and C.K.Lombard, 1979, "Geometric Conservation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids", AIAA Journal, Vol. 17, No. 10, pp. 1030~1037.
- (17) Patankar, S.V.1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill.
- (18) Anderson D. A. et al., 1984, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, McGrawHill.
- (19) Eckert, E.R.G.and Drake, R.M.Jr., 1972, Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill.