

〈論 文〉

섭동계의 강인한 제어기 설계와 흡인형 자기부상계 제어

김상봉* · 김환성** · 정남수**

(1991년 7월 29일 접수)

Robust Controller Design for Perturbed Systems and Control of an Attractive Type Magnetic Levitation System

Sang Bong Kim, Hoan Seong Kim and Nam Su Jeong

Key Words : Magnetic Levitation System(자기흡인계), Optimal Control(최적제어), Robust Control(강인한 제어), Perturbed System(섭동계)

Abstract

This paper is concerned with the robust control of LQ state feedback regulators with poles in a specified region in the presence of system uncertainty. The robust stability results for the constant and nonlinear time varying perturbations are derived in terms of bounds of the perturbed system matrices and the weighting matrices in the performance index of LQ problem. The theoretical results are applied to the gap control problem of an attractive-type-magnetic levitation system and the effectiveness is proved by the implementation of digital control using 16 bits microcomputer.

1. 서 론

자기 흡인 부상계(Magnetic levitation system)의 제어방식으로서, 페루프 피이드백 제어를 실시함으로써 불안정한 계를 안정화 하는 방식이 일반적으로 채택되어 오고 있다. 이 제어방법은 변위, 속도, 전류를 상태변수로 취하여, 이들 모두에 적당한 피이드백 이득을 곱하여 그 합을 제어입력으로 하여 설계사양에 맞는 과도특성을 얻도록 하는 것이다. 그러나 자기부상 차량에 있어서 승객의 승하차 및 화물을 싣고 내릴 때 일어나는 외란이나 전자석 파라미터들의 섭동(Perturbation)하에서도 레일과 지지전자석 사이를 수10mm 정도의 간격을 유지하면서 200km/h이상의 속력으로 운행해야 하므로 그 제어에 대한 어려움은 크다고 할 수 있다.

직류전자석에 의한 흡인 부상방식이 고속 전철에 응용된다고 알려져 있지만, 그 본질적인 문제인 불안정성 때문에 제어계의 구성 그 자체가 중요한 문제로 되어 많은 연구가 행해져 왔다⁽¹⁻⁸⁾. 특히, 제어계설계에 있어 山村^(1,4)등은 최적제어 문제로 다루었지만, 이 경우 정수적인 외란이 있을때 offset을 발생하기 때문에, 이것을 제거하기 위해 正田⁽⁵⁾등은 서보계를 제어계로서 이용했다. 近田⁽⁶⁾등은 2개이상의 전자석을 이용한 자기 흡인 부상계에 있어, 각 전자석으로 인한 간섭을 없애기 위해 전체의 시스템에 대해 최적 서어보계를 구성하고, 이때의 페루프계의 극을 움직이지 못하게 하는 비간섭 제어계를 구성함으로써 전체의 특성이 바람직하게 되는 제어계를 전자계산기를 이용하여 실현했다. 屋野⁽⁸⁾등은 상태변수 중 변위와 전류의 2변수만을 검출하고 다른 2변수인 속도와 하중의 변화를 연산 증폭기로서 구성되는 전자회로에 의해 관측하는 상태관측기를 이용하여 제어를 행했으며, 森下

*정회원, 부산수산대학교 기계공학과

**부산수산대학교 기계공학과

와 井出⁽⁷⁾는 상태관측기를 이용하지 않고, 부상계에 가해지는 외란의 定常성분이 검출 가능하다는 것을 이용하여 외란에 의해 일어나는 gap의 변위에 대한 정상편차를 없애는 제어계 구성법을 연구했다.

Kim등⁽¹¹⁾은 선형분수변환이 가지고 있는 등각성과 선형성을 이용하여 주어진 시스템이 연속 또는 이산일 경우라고 하더라도, 그 개개의 시스템에 대한 설계는 그 시스템 자체에 구속됨이 없이 설계가 가능한 다변수 제어계의 설계법을 제안했다. 이와 같은 방법을 이용하여 김등은^(12~14) 서보 시스템의 과도응답 특성을 개선할 뿐만 아니라 외란에 대해 강인하게 되는 서보계 설계 알고리즘을 제안하고 그 구체적인 설계 예로서 R/C 헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터 제어⁽¹²⁾, 카트의 위치제어⁽¹³⁾ 및 이동 크레인의 제어⁽¹⁴⁾에 관한 논문을 통해 그 유효성을 입증했다. 제어계 설계는 수식 모델에 기초하여 행해지지만, 이 모델에는 피할 수 없는 모델오차가 포함되게 된다. 제어대상의 동특성이 동작 중에 다소 변동하더라도 제어계로서의 기본적인 특성이 그들의 영향으로 인해 변하지 않는 강인한 제어계의 설계가 필요하며, 특히 고속전철의 경우 전자석 파라미터의 섭동을 받게되어 시스템의 파라미터 변동이 일어나 불안정한 계로 되므로 강인한 제어를 행해야 할 필요성은 크다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 선형분수 변환법을 이용하여 설계된 지정된 영역내에 극을 가진 최적 제어 시스템이 2가지 형태의 파라미터변동 즉, 정수적 섭동과 비선형 섭동형태에 대해 페루프 시스템이 내부 안정하게 될 수 있는 강인한 제어계 구성 조건을 보이고, 자기파라미터 변동및 외란에 대해 강인한 자기 흡인 부상계의 제어실험을 위한 그 기초적 연구로서, 모형을 제작하여 제안된 설계법의 응용을 통해 그 실용성을 확인했다.

2. 섭동계의 제어기 설계

2.1 문제설정

섭동을 받는 실제 시스템의 공칭모델(nominal model)은 다음과 같은 m입력, p출력, n차원 선형 시불변 시스템으로 표현된다고 한다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad x_0 = x(0) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

공칭모델 식(1), (2)에 대해 다음과 같은 형태의 섭동이 주어질 경우를 생각한다.

(1) 정수적인 섭동(constant perturbation)

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A + BG)x(t) + BEu(t) \quad (3)$$

단, G와 E는 각각 $m \times n$ 정수행렬 및 $m \times m$ 정칙행렬 이다. 즉 파라미터 섭동행렬 G와 E는 matching 조건⁽¹⁶⁾($\Delta A = BG, \Delta B = B(E - I)$)을 만족할 경우이다.

(2) 비선형 섭동(nonlinear perturbation)

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + f[x(t), u(t)] \quad (4)$$

단, f는 비선형 벡터함수이다.

시스템이 섭동을 받지않을 경우, 즉 공칭모델 식(1), (2)에 대해 다음과 같은 평가함수를 고려한 최적제어 문제를 생각한다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + 2x^T W u + u^T R u) dt \quad (5)$$

단, Q : Semi-positive definite, R : Positive definite이며, W는 임의의 적당한 차원을 가진 행렬 이다.

본 논문에서 고려되어야할 문제로서 식(5)를 최소가 되도록 하는 제어칙 :

$$u(t) = -Fx(t) \\ = -R^{-1}(B^T P + W^T) x(t) \quad (6)$$

$$0 = A^T P + PA + Q \\ - (PB + W) R^{-1} (B^T P + W^T) \quad (7)$$

을 이용하여 페루프계가 구성되었을 경우, 그 모든 극이 중심은 $-\alpha_1 (= -(a+r))$ 이고 반경이 r인 디스크 내부에 배치되게 하는 최적 제어문제를 생각

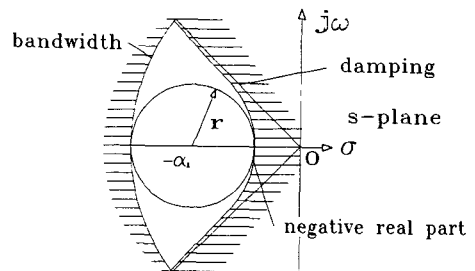


Fig. 1 Pole region

한다. (Fig. 1 참고) 이때 섭동의 형태 식(3)과 (4)에 대해 강인한 조건(robust condition)을 보이도록 한다.

2.2 섭동에 강인한 최적제어계

본 절에서는 식 (3) 및 (4)와 같은 형태의 섭동 하에서 페루프 시스템이 강인할 뿐만 아니라 지정된 영역내에 극을 가지는 최적 레귤레이터 구성이 되도록 하는 설계문제를 생각한다.

[보조 정리 2.1]⁽¹¹⁾

시스템 (1), (2)에 대해 제어칙 :

$$\begin{aligned} u(t) &= -F_D x(t) \\ &= -(r^2 R_D + B^T S B)^{-1} B^T S (A \\ &\quad + (\alpha + r) I) x(t) \quad (8) \end{aligned}$$

은 식(1), (2)의 페루프계의 모든 극을 영역 D (중심 $-(\alpha+r)$, 반경 r) 내부로 배치한다. 단, S 는 다음과 같은 리카치방정식의 해이다.

$$S = \Psi^T S \Psi + Q_D - \Psi^T S \Gamma (R_D + \Gamma^T S \Gamma)^{-1} \Gamma^T S \Psi \quad (9)$$

$$\text{단, } \Psi = \frac{A + (\alpha + r) I}{r}, \quad \Gamma = \frac{B}{r}$$

여기서, $Q_D \geq 0$, $R_D > 0$ 이다.

[보조 정리 2.2]⁽¹¹⁾

[보조 정리 2.1]이 만족되고 다음과 같은 행렬들이 식(5)의 하중행렬로 주어진다 하고 한다.

$$Q = \frac{1}{\alpha + r} A^T S A + \frac{r^2}{\alpha + r} Q_D + \frac{\alpha^2 + 2\alpha r}{\alpha + r} S \quad (10)$$

$$R = \frac{1}{\alpha + r} (r^2 R_D + B^T S B) \quad (11)$$

$$W = \frac{1}{\alpha + r} A^T S B \quad (12)$$

이때, 다음이 만족된다.

(1) 시스템 (1), (2)의 제어칙이 식(7)의 해를 이용하여

$$\begin{aligned} u(t) &= -F x(t) \\ &= -R^{-1} (B^T P + W^T) x(t) \quad (13) \end{aligned}$$

와 같이 주어진다 하고 하면, 식(13)은 평가함수 식(5)를 최소화 하고 그 페루프계의 모든 극을 지정된 영역 내로 배치한다.

(2) 식(9)의 해 S 와 식(7)의 해 P 는 $S = P$ 의 관계를 만족하고, 또 피이드백칙 F 와 F_D 는 $F = F_D$ 의 관계를 만족한다.

식(13)이 식(3) 및 (4)에 가해졌을 때 그 각각의 페루프계 :

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A + BQ - BEF)x(t) \quad (14)$$

와

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A - BF)x(t) + f[x(t), u(t)] \quad (15)$$

가 안정하게 되는 조건 즉, 섭동에 대해 강인성(robustness)을 분명히 하는 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

[정리 2.1]

섭동을 받는 시스템 (3)에서 섭동행렬 G 와 E 가 다음을 만족한다고 하자.

$$\begin{aligned} \sigma(Q) &\geq \bar{\sigma}(L) \\ M &= BG - BEF \\ L &= F^T R F + M^T P + P M \end{aligned} \quad (16)$$

단, p 는 [보조정리 2.2]의 하중행렬 식(10)~(12)로 주어지는 리카치방정식 (7)의 해이며 F 는 (13)과 같다.

이때, 페루프 시스템 (14)는 점근안정하게 된다.

단, $\bar{\sigma}(U)$ 와 $\sigma(U)$ 는 각각 다음과 같이 정의되는 행렬 U 의 최소 및 최대 특이치(singular value)이다⁽¹⁵⁾.

$$\bar{\sigma}(U) = \max_{\|x\|_2 \neq 0} \frac{\|Ux\|_2}{\|x\|_2} = \|U\|_2 \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma(U) &= \min_{\|x\|_2 \neq 0} \frac{\|Ux\|_2}{\|x\|_2} \\ &= \begin{cases} \|U^{-1}\|_2^{-1} & \text{if } \det U \neq 0 \\ 0 & \text{if } \det U = 0 \end{cases} \quad (18) \end{aligned}$$

[증명]

식 (7)은 식(14)의 행렬을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$0 = (A + M)^T P + P(A + M) + Q - L \quad (19)$$

식(15)에서 그 페루프 행렬 $(A + M)$ 의 고유치를 $\lambda_i (i=1, 2, \dots, n)$ 라고 하고 그에 대응하는 고유벡터를 v_i 라고 할 때 다음이 만족된다.

$$(A + M) v_i = \lambda_i v_i \quad (20)$$

$$v_i^* (A + M) = \bar{\lambda}_i v_i^* \quad (21)$$

단, $*$ 는 공액정치(conjugate transpose)를 의미하고, $\bar{\lambda}_i$ 는 λ_i 의 공액복소수를 의미한다.

식 (19)의 양변에 식 (20), (21)의 관계를 이용하여 정리하면

$$-(\lambda_i + \bar{\lambda}_i) v_i^* P v_i = v_i^* [Q - L] v_i \quad (22)$$

와 같이 된다. 이때 식 (14)가 점근 안정하려고 하면 $(\lambda_i + \bar{\lambda}_i) < 0$, $P > 0$ 의 관계가 성립되고 우변은 다음을 만족하여야 한다.

$$v_i^* Q v_i > v_i^* L v_i \quad (23)$$

식 (23)의 좌변과 우변에 대해 다음과 같은 관계가 만족된다고 하면

$$|v_i^* Q v_i| > |v_i^* L v_i| \quad (24)$$

즉,

$$|v_i^* Q v_i| \leq \|Q\|_2 \|v_i\|_2^2 = \bar{\sigma}(Q) \|v_i\|_2^2$$

$$\underline{\sigma}(Q) \leq \bar{\sigma}(Q)$$

$$|v_i^* L v_i| \leq \|L\|_2 \|v_i\|_2^2 = \bar{\sigma}(L) \|v_i\|_2^2$$

이 성립하므로

$$\underline{\sigma}(Q) \|v_i\|_2^2 \geq \bar{\sigma}(L) \|v_i\|_2^2$$

이 성립하므로

$$\underline{\sigma}(Q) \|v_i\|_2^2 \geq \bar{\sigma}(L) \|v_i\|_2^2 \quad (25)$$

의 관계가 만족되면 그 부등호는 성립됨을 알 수 있고, 또

$$\underline{\sigma}(Q) \geq \bar{\sigma}(L) \quad (26)$$

이 만족되면 결과적으로 섭동을 받는 시스템 (14)가 점근안정하게 됨을 알 수 있다(증명끝).

[정리 2.2]

비선형 함수 $f(x(t), u(t))$ 가

$$\frac{\|f(x, u)\|_2}{\|x\|_2} \leq \frac{1}{2} \left[\frac{\min \lambda(H)}{\max \lambda(P)} + \left(\frac{\alpha^2 + 2ar}{a+r} \right) \frac{\min \lambda(P)}{\max \lambda(P)} \right] \quad (27)$$

를 만족한다고 하면, 이때 페루프시스템 (15)는 안정하게 된다.

단, P 는 [보조정리 2.2]의 하중행렬로 주어지는 식 (7)의 해이며

$$H \Delta \frac{1}{a+r} [r^2 Q_D + (A - BF_D)^T P (A - BF_D) + r^2 F_D^T R_D F_D] \quad (28)$$

이고, $\max \lambda(W)$ 와 $\min \lambda(W)$ 는 각각 행렬 W 의 최대 및 최소 고유치를 의미한다.

[증명]

Lyapunov함수

$$V(x) = x^T P x \quad (29)$$

를 생각한다. 단, [보조정리 2.2]의 하중행렬로 주어지는 결과를 이용하여 식 (9)를 변형하면

$$(A - BF_D)^T P + P(A - BF_D) = -H - \frac{1}{a+r} (\alpha^2 + 2ar) P \quad (30)$$

로 되며, 식 (30)을 $V(x)$ 에 대해 미분하여 정리한 식:

$$\frac{dV(x)}{dt} = x^T (Ac^T P + PAc) x + 2f^T(x, u) P x \quad (31)$$

$$Ac = A - BF_D$$

에 대입하여

$$\frac{dV(x)}{dt} = -x^T H x - x^T \frac{\alpha^2 + 2ar}{a+r} P x + 2f^T(x, u) P x \quad (32)$$

를 얻는다. 만일 식 (32)에서 $f(x, u)$ 가

$$2f^T(x, u) P x < x^T H x + x^T \frac{\alpha^2 + 2ar}{a+r} P x \quad (33)$$

를 만족한다고 하면 부등식 $\frac{dV}{dt} < 0$ 가 성립된다.

즉, 다음 식

$$\begin{aligned} 2|f^T P x| &\leq 2\|f\|_2 \|P\|_2 \|x\|_2 \\ &\leq 2\|f\|_2 (\max \lambda(P)) \|x\|_2 \\ &\leq [\min \lambda(H) + \delta \min \lambda(P)] \|x\|_2^2 \\ &\leq x^T H x + \delta x^T P x = x^T (H + \delta P) x \end{aligned}$$

단, $\delta = \frac{\alpha^2 + 2ar}{a+r}$, $H > 0$, $\delta > 0$, $a, r > 0$, $P > 0$

이 만족된다고 하면, 이때, 식 (33)은 모든 x 에 대해 만족된다. 따라서 섭동을 받는 페루프시스템은 안정하다(증명끝).

3. 흡인형 자기부상제어

3.1 실험장치

실제적인 자기흡인부상계를 사용하여 실험을 행하는 데는 많은 어려움이 있어 본 연구에서는 Fig. 2와 같은 모형을 만들어 실험을 행하도록 한다.

전자석은 단면적이 $A[0.017\text{m}^2]$ 이고 길이가 $l[0.096\text{m}]$ 인 iron bar에 권수가 $n[965 \text{turn}]$ 이 되도록 동선을 감고, 외부전원(+15V)을 가한다. 운

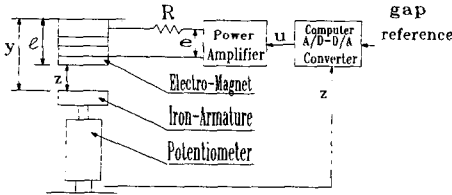


Fig. 2 Electromagnetic levitation system

동부는 질량 m 인 iron bar와 여기에 연결된 linear potentiometer(cp 50F, $\pm 0.1\%$, $1k\Omega$, MIDORI)로 구성이 되었으며 A-D/D-A 변환기는 PCL-812를, 제어용 컴퓨터는 16비트 퍼스널 컴퓨터를 사용했고 제어용 프로그램은 C 언어로 작성 했다. 그리고 파워 증폭기는 D/A 변환기 출력 $0\sim 5V$ 를 입력하여 운동부의 상하 운동이 가능하도록 IC 모듈을 사용하여 구성했으며, 제어부는 plant의 출력을 A/D 변환시켜 제어회로의 계산을 행하여 플랜트의 입력을 D/A 변환기를 통해서 출력하는 부분으로 구성된다.

3.2 시스템 모델링

Fig. 2에서 보인 자기흡인부상계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = mg - f_m \tag{34}$$

$$f_m = \alpha \left(\frac{i}{z}\right)^2 \tag{35}$$

$$e = Ri + \frac{d}{dt}(L(z)i) \tag{36}$$

$$e = -k_0 u \tag{37}$$

- 단, m : 철편과 포텐쇼메터 운동부의 질량
- f_m : 자기 흡인력
- α : coil 전류와 발생자기 흡인력의 교환계수
- k_0 : 프리앰프의 게인
- e : 코일 전압
- u : 전력 증폭기 제어 입력
- $L(z)$: 자기(自己) 인덕턴스

여기서, 자기 인덕턴스 $L(z)$ 는 다음 식으로 표시된다.⁽⁶⁾

$$L(z) = L_a + \frac{L_b}{z} \tag{38}$$

식(34)~(38)을 평형점($z=z_0, i=i_0$) 근방에서 선형화하고 각 변수의 미소 변분 $\Delta y, \Delta z, \Delta i, \Delta f_m$ 를 다시 그 자신의 변수기호 y, z, i, f_m 으로 나타

내면 다음과 같은 선형화된 방정식을 얻을 수 있다.

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = -f_m \tag{39}$$

$$f_m = \beta(i - \gamma z) \tag{40}$$

$$e = Ri + L_o \frac{di}{dt} - (L_o - L_a) \gamma \frac{dz}{dt} \tag{41}$$

$$e = -k_0 u \tag{42}$$

단, $\gamma = \frac{i_0}{z_0}$

$$\beta = \frac{2f_{m0}}{i_0}$$

$$f_{m0} = mg$$

$$L_o = L(z_0) = L_a + \frac{L_b}{z_0}$$

식 (39)~(42)를 하나의 미분방정식으로 표현하면

$$\frac{d^3z}{dt^3} = \frac{-R}{L_o} \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{2L_a g}{L_o z_0} \frac{dz}{dt} + \frac{2Rg}{L_o z_0} z - \frac{2g}{L_o i_0} e \tag{43}$$

와 같이 되고, 식 (43)을 상태방정식으로 나타내면 다음 식과 같이 주어진다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \tag{44}$$

$$y(t) = Cx(t) \tag{45}$$

단, $u(t) = e(t)$

$$x = \begin{bmatrix} z \\ \frac{dz}{dt} \\ \frac{d^2z}{dt^2} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{2gR}{L_o z_0} & \frac{2L_a g}{L_o z_0} & -\frac{R}{L_o} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2gk_0}{L_o i_0} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]$$

본 실험 장치의 시스템 파라미터는 Table 1과 같다.

3.3 실험

실험은 전자석의 자장이 강자성체인 iron bar의

Table 1 Parameters of experimental apparatus

Symbols	Description	Measured values and units
m	mass of iron amature and potentiometer core	0.085[Kg]
R	resistance	3[Ω]
z_o	gap position at equilibrium point	0.4[cm]
i_o	current at equilibrium point	1.05[A]
l	length of magnetic iron bar	9.6[cm]
L_a	coefficient of $L(z)$	0.00112[H]
L_b	coefficient of $L(z)$	0.193[H·cm]
L_o	self inductance at equilibrium point	0.483[H]
k_o	gain of pre-amplifier	2.94

내부로 침투하여 흡인력 (y 축운동)을 발생시키는데 대해 2절에서 보여진 설계법을 이용하여 制御側을 구하여 16비트 퍼스날 컴퓨터를 이용하여 A/D 및 D/A 변환기에 의해 실시간 제어를 행했다. 실험을 간단하게 하기 위해 목표입력은 계단형태로 하고, 페루프극은 중심 $-a_1 = -40$ 이고, 반경 $r = 39.9$ 인 경우와 중심이 $-a_1 = -100$, 반경이 $r = 99.9$ 인 원판으로 하였다. 2절에서 보인 섭동계에 강인한 설계 알고리즘을 이용하여 구한 피드백치는 다음과 같다.

(1) 최적제어계 구성

(가) 공칭모델

평형점 ($z_o = 0.4$ [Cm], $i_o = 1.05$ [A]) 근방에서 상태방정식 (44), (45)은 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 30434.8 & 12.2 & -6.211 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 67333.5 \end{bmatrix} u \quad (46)$$

(나) 파라미터 섭동

본 실험장치에서 식(38)의 자기 인덕턴스 $L(z)$ 는 평형점 근방에서 $L(z) = 0.483$ 이지만, gap의 변화에 대해 다음과 같은 크기로 변화 한다.

$$0.2288 (z = 0.885 \text{Cm}) \leq L(z) \leq 0.9742 (z = 0.2 \text{Cm}) \quad (47)$$

이때 공칭모델 (46)에 대해 식(3)의 섭동형태로 표시하면 다음과 같다.

(a) ($z = 0.9742 (z = 0.2 \text{Cm})$)일 경우

$$G = [-0.0381 \quad 0.00142 \quad -0.001024] \\ E = 0.8366 \quad (48)$$

(b) $L(z) = 0.2288 (z = 0.885 \text{cm})$ 일 경우

$$G = [-0.20732 \quad -0.0007743 \quad -0.001] \\ E = 3.5622 \quad (49)$$

(다) 디스크 I : 중심 -40 , 반경 39.9 일 경우
(a) 평가함수(5)의 하중행렬

$$G = \begin{bmatrix} 2.52137D+07 & 1.41087D+04 \\ -2.34381D+03 & \\ 1.41087D+04 & 9.47790D+01 \\ 4.5780D+00 & \\ -2.34381D+03 & 4.57807D+00 \\ 4.37701D+01 & \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$R = [1.23420D+06] \quad (51)$$

$$W = \begin{bmatrix} 5.57833D+06 \\ 3.11157D+03 \\ -5.18784D+02 \end{bmatrix} \quad (52)$$

단, $Q_D = I, R_D = I$

$$P = \begin{bmatrix} 6.81213D+02 & 2.23612D+02 \\ 5.20064D+00 & \\ 2.23612D+02 & 1.53815D+02 \\ 3.68080D+00 & \\ 5.20064D+00 & 3.68080D+00 \\ 1.08881D+00 & \end{bmatrix}$$

(b) 식 (6)의 피이드백칙

$$F = R^{-1}(B^T P + W^T) = [4.54813D+00 \quad 2.26025D-02 \quad 5.51991D-03] \quad (53)$$

(c) 페루프극

$$\lambda_i(A-BF) : [-1.69060 \pm j1.376159 - 39.99815] \quad (54)$$

(라) 디스크 II : 중심 -100, 반경 99.9일 경우

(a) 평가함수(5)의 하중행렬

$$Q = \begin{bmatrix} 9.58629D+06 & 5.50487D+04 \\ -8.84334D+02 & 1.90526D+02 \\ 5.50487D+03 & 1.90526D+02 \\ 5.24742D+00 & \\ -8.84334D+02 & 5.24742D+00 \\ 1.03549D+02 & \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$R = [4.65315D+05] \quad (56)$$

$$W = \begin{bmatrix} 2.12081D+06 \\ 1.19484D+03 \\ -1.95879D+02 \end{bmatrix} \quad (57)$$

단, $Q_D = I, R_D = I$

$$P = \begin{bmatrix} 1.63727D+02 & 5.21691D+02 \\ 5.11924D+00 & \\ 5.21691D+02 & 3.58002D+02 \\ 3.51861D+00 & \\ 5.11924D+00 & 3.51861D+00 \\ 1.03488D+00 & \end{bmatrix}$$

(b) 식 (6)의 피이드백칙

$$F = R^{-1}(B^T P + W^T) = [4.59239D+00 \quad 5.3029D-02 \quad 1.44305D-02] \quad (58)$$

(c) 페루프극

$$\lambda_i(A-BF) : [-1.70031 \pm j1.41098 - 99.97872] \quad (59)$$

이때 피이드백칙 식(53)과 (58)은 위에서 보인 파라미터 섭동 G, E 에 대한 식 (48)과 (49)에 대해 [정리 2.1]의 조건 식(16)를 만족하므로, 전자석에 의해서 발생하는 파라미터 섭동에 대해서는 강인한

제어계의 구성이 됨을 알 수 있다. 또 각 하중행렬 식 (50), (51), (52) 및 (55), (56), (57)을 이용하여 구한 피드백칙 식(53)과 (58)은 식(54) 및 (59)에서 보인 것과 같이 주어진 설계영역내, 즉 디스크 I 과 II 내에 배치되게 하는 최적 제어칙임을 알 수 있다.

(2) 관측기의 설계

본 시뮬레이터의 경우 1개의 출력, 즉 전자석의 자장에 대한 거리만을 포텐쇼메타를 사용하여 측정하고 있으므로, 나머지의 상태를 관측하기 위해 계산시간을 단축할 수 있는 최소차원 관측기를 다음과 같이 설계했다.

$$\frac{dm(t)}{dt} = \hat{A}m(t) + \hat{B}y(t) + \hat{J}u(t) \quad (60)$$

$$\hat{x}(t) = \hat{C}m(t) + \hat{D}y(t) \quad (61)$$

여기서,

(a) 극(pole)이 $-35 \pm j5$ 일 경우

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -63.789 & 1 \\ -853.806521 & -6.211 \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} -3203.03 \\ -29407.4307 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 63.789 \\ 866.006521 \end{bmatrix} \quad \hat{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6733.5 \end{bmatrix}$$

(b) 극(pole)이 $-30 \pm j10$ 일 경우

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -53.789 & 1 \\ -665.916521 & -6.211 \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} -2215.14 \\ -9595.96546 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 53.789 \\ 678.116521 \end{bmatrix} \quad \hat{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6733.5 \end{bmatrix}$$

실시간 제어를 위해 관측기 식(60), (61)을 5ms의 샘플링 시간으로 다음과 같이 이산화 하였다.

$$m(k+1) = \hat{A}_D m(k) + \hat{B}_D y(k) + \hat{J}_D u(k) \quad (62)$$

$$\hat{x}(k) = \hat{C}_D m(k) + \hat{D}_D y(k) \quad (63)$$

여기서

(c) 극(pole)이 $-35 \pm j5$ 일 경우

$$\hat{A}_D = \begin{bmatrix} 0.7183 & 0.00419 \\ -3.5832 & 0.96001 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_D = \begin{bmatrix} -13.99147 \\ -113.8568 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_D = \begin{bmatrix} 1 \\ 63.789 \\ 866.0065 \end{bmatrix}, \quad \hat{J}_D = \begin{bmatrix} 0.07496 \\ 33.0411 \end{bmatrix}$$

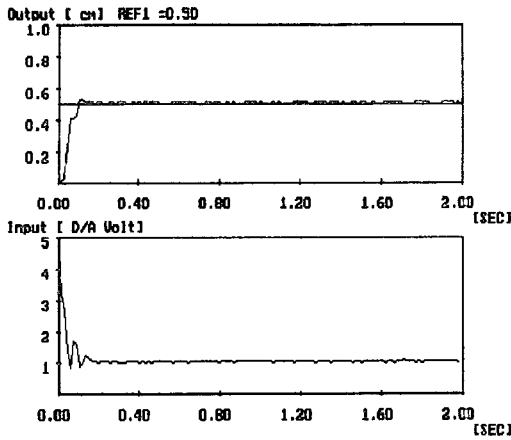
$$\hat{C}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_D = \begin{bmatrix} 1 \\ 53.789 \\ 678.1165 \end{bmatrix}, \quad \hat{J}_D = \begin{bmatrix} 0.07619 \\ 33.0640 \end{bmatrix}$$

(d) 극(pole)이 $-30 \pm j10$ 일 경우

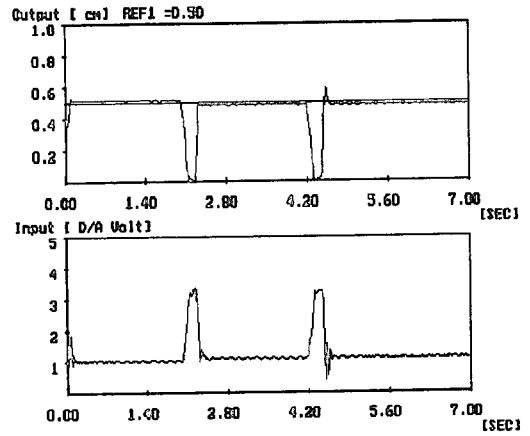
$$\hat{A}_D = \begin{bmatrix} 0.7572980 & 0.004301 \\ -2.86460 & 0.961966 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_D = \begin{bmatrix} \rho U \\ -9.793230 \\ -30.42873 \end{bmatrix}$$

이산화된 서보 보상기와 관측기를 제어 프로그램으로 실현시켜 다음과 같이 제어를 행했다. 제어타스크를 스타트시키면 A/D 변환기입력 및 D/A 변환기 출력, 관측기 계산등의 처리가 샘플링시간 내에서 행해진다. 샘플링시간은 5ms이며, 제어프로그램은 C-언어로 작성되었다.

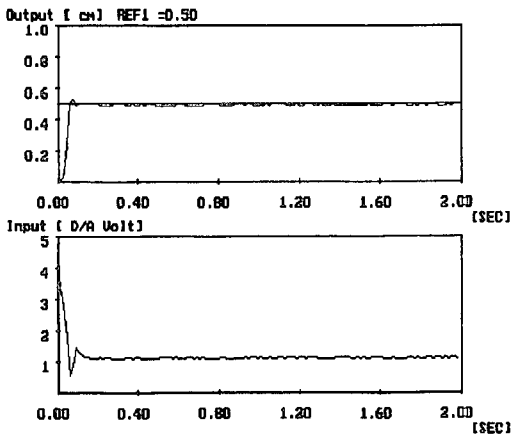
주어진 알고리즘의 결과(Fig. 3~Fig. 6)에서 알 수 있듯이 페루프극의 배치 영역, 즉 디스크 I과



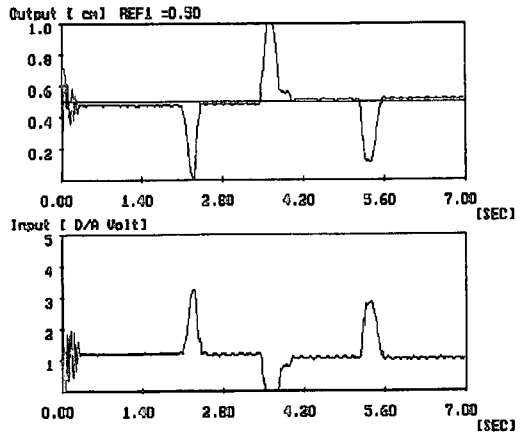
(a) Observer pole : $(-30 \pm j10)$



(a) Observer pole : $(-30 \pm j10)$



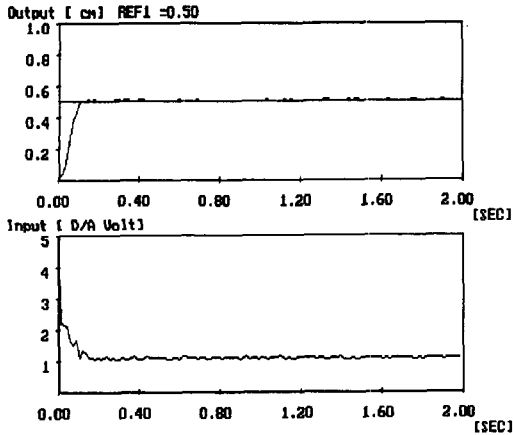
(b) Observer pole : $(-35 \pm j5)$



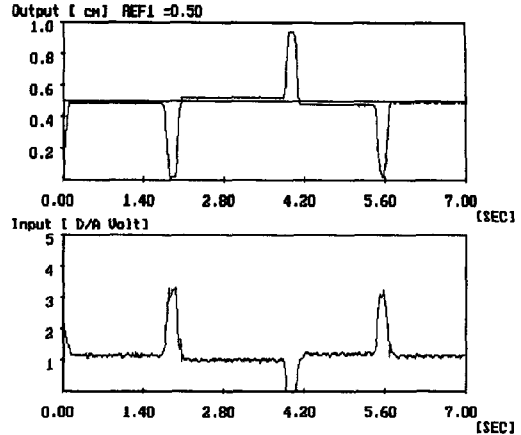
(b) Observer pole : $(-35 \pm j5)$

Fig. 3 Experimental results for step reference
(Feed back law : 4.54813D+00 2.26025D-02 5.51991D-03)

Fig. 4 Experimental results for disturbance
(Feed back law : 4.54813D+00 2.26025D-02 5.51991D-03)

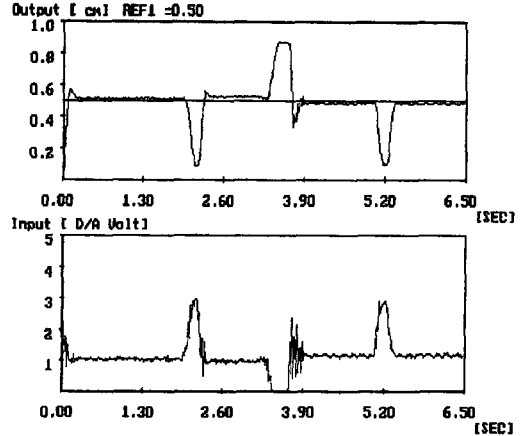


(a) Observer pole : $(-35 \pm j5)$



(b) Observer pole : $(-30 \pm j10)$

Fig. 5 Experimental results for step reference
(Feed back law : $4.59239D+00 \ 5.30292D-02$
 $1.44305D-02$)



(a) Observer pole : $(-35 \pm j5)$

Fig. 6 Experimental results for disturbance
(Feed back law : $4.59239D+00 \ 5.30292D-02$
 $1.44305D-02$)

II에 대해 구한 피드백 칩으로 구성된 자기 흡인계 모두 빠른 시간에 주어진 목표치에 도달함을 나타내며, 어느 일정한 목표치에서 임의의 외란을 가한다고 하더라도 빠른 시간내에 목표치에 추종하는 강인성을 가진 제어계 구성이 되고 있음을 알 수 있다. 또 관측기의 극을 다소 변경시키더라도 그 응답 특성에는 큰 변화를 볼 수 없었다.

4. 결론

본 논문에서는 지정된 영역내에 극을 가진 최적 제어시스템이 2가지 형태의 파라미터 변동 즉, 정수적 섭동과 비선형 섭동 형태에 대해 강인하게 될

수 있는 제어계 구성 알고리즘을 제안했다. 磁氣파라미터 변동 및 외란에 대해 강인한 磁氣 흡인 부상계의 제어실험을 위한 그 기초적 연구로서 모형을 제작하고, 제안된 설계법을 적용하여 실험을 행한 결과, 목표치에 대해 빠른 시간내에 (약 0.2sec) 추종하고 있고, 임의로 가해진 외란으로 인한 시스템 파라미터 변동에 대해서도 강인함을 보이고 있으므로 그 실용성을 확인할 수 있었다. 따라서, 우리나라의 고속전철 현실화를 위한 기초적 연구의 한분야로 되게 될 운전의 자동화라는 측면에서 보면, 그 기초적 자료로서의 기대효과는 매우 크다고 할 수 있다.

후기

본 연구는 1991년도 한국과학재단의 기초 연구비 지원(지원과제번호: 911-0912-021-1)으로 수행되었으며, 관계제위에게 감사드린다.

참고문헌

- (1) 山村, 大西, 正田, 1979, “吸引力形常電導磁氣浮上台車の制御系理論”, 電氣學會誌, 54-B91, 752/759.
- (2) 山村, 呵部, 1974, “吸引磁氣浮上車の制御と走行特性”, 電氣學會誌, 94-B, 225/262
- (3) 大西, 山村, 林, 1978, “吸引電磁石形磁氣浮上方式の最適制御”, 電氣學會誌, 98-B, 387/394
- (4) 山村, 呵部, 林, 1974, “車輪の吸引電子石形磁氣浮上方式について”, 電氣學會論文誌 B.94-5, 255/262.
- (5) 正田, 木林, 1978, “Robust 制御の磁氣浮上台車への應用”, 電氣學會システム制御研究會資料 SC-78-21.
- (6) 近田, 古典, 1981, “磁氣吸引浮上系の 計算機制御, 計測自動制御 學會”, 17-7, 713/720
- (7) 森下, 井出, 1983, “吸引形磁氣浮上のギャップ長一定制御に 關する一考察”, 電氣學會 論文誌 -B, 103-6, 403/410
- (8) 星野, 佐藤, 1979, “吸引形磁氣浮上制御に狀態觀測器の適用 についてに一考察”, 電氣學會 論文誌-B, 99-8, 549/556
- (9) Davison, E.J., 1972, “The Output Control of Linear Time Invariant Multivariable System with Unmeasurable Arbitrary Disturbances,” IEEE Trans. on Automatic Control, AC-17, 623/629
- (10) Furuta, K and Kim, S.B., 1987, “Pole Assignment in a Specified Disk,” IEEE Trans. Auto. Control, AC-32, No.5, pp. 423~427
- (11) Kim, S.B and furuta, K., 1988, “Regulator Design with Poles in a Specified Region,” Int. J. Control, Vol.47, No.1 pp.143~160
- (12) 김상봉, 박순실, 1991, “강인한 서보계설계와 R/C 헬리콥터 트레이닝 시뮬레이터 제어에의 응용”, 대한기계학회 논문집 제15권 제2호, pp. 497~506
- (13) 김상봉, 오세준, 정용길, 김환성, 1991, “서보계 설계에 대한 쌍선형변환법의 응용 및 카트의 위치제어”, 대한전기학회 논문집 39(1), pp. 290~298
- (14) 김상봉, 신민생, 김환성, 정용길, 1991, “이동 Crane의 제어에 관한 연구”, 한국정밀공학회 지 제8권 제2호, pp. 47~56
- (15) Lehtomaki N.A, Sandell N.R. and Athans, M. 1981, “Robustness Results in Linear-Quadratic Gaussian Based Multivariable Control Designs” IEEE Trans. Auto. Control AC-26, No. 1, pp. 75-92
- (16) G.Leitmann, 1979, “Guaranteed Asymptotic Stability for Some Linear Systems with Bounded Uncertainties”, ASME, J. of Dynamic Systems, Meas. and Control, Vol. 101, pp. 212-216