

〈論 文〉

2차원 익렬유동의 Navier-Stokes 해석

정희택* · 백제현**

(1991년 7월 2일 접수)

Navier-Stokes Analysis of Two Dimensional Cascade Flow

Hee-Taeg Chung and Je-Hyun Baek

Key Words : Cascade(익렬), Transonic Flow(천음속 유동), Navier-Stokes Equations(나비에 스톱스 방정식), Turbomachinery(유체기계) Viscous Flow Fields(점성유동장)

Abstract

Two-dimensional Navier-Stokes code has been developed for analysis of turbomachinery blade rows and other internal flows. The Navier-Stokes equations are written in a cartesian coordinate system, then mapped into a generalized body-fitted coordinate system. All direction of viscous terms are incorporated and turbulent effects are modeled using the Baldwin-Lomax algebraic model. Equation are discretized using finite difference method on the C-type grids and solved using implicit LU-ADI decomposition scheme. Calculations are made at a VKI turbine cascade flow in a transonic wind-tunnel and compared to experimental data. Present numerical scheme is shown to be in good agreement with the previous experimental results and simulates the two-dimensional viscous flow phenomena.

1. 서 론

유체기계 익렬유동의 해석은 유체기계의 성능과 효율을 예측하고 향상시키는 데 필수적이다. 내부 유동의 해석은 전산응용설계(CAD)의 기본단계이며 기존의 실험 및 설계자료의 평가와 설계효과의 검토 등에 빈번하게 이용되고 있다. 특히, 항공기의 터보 팬 엔진의 경우 아음속과 초음속 유동이 공존하는 상태로 운전되고 있고 단위중량당의 출력을 극대화하기 위해 허브비(hub ratio)가 작다. 따라서, 일반적인 유체기계의 설계와 성능예측에는 압축성 천음속 점성 유동의 해석이 필요하다.

이와 같은 유체기계 내부의 유동을 해석하기 위한 방법으로는 크게 나누어 비점성해석법과 점성해석법이 있으며, 비점성해석법에는 potential 방정식 해석법, stream function 방정식 해석법, 그리고 Euler 방정식 해석법이 있으며, 점성해석법에는 partially parabolic method, parabolic method 그리고 elliptic method가 있다. 위와 같은 수치해석에 많이 사용되는 것이 시간전진법인데 이에는 내재적 방법 와외재적 방법이 있는데, 외재적 방법은 간단하고 코드 작성이 쉬운 반면에 안정성 때문에 CFL 수의 제한이 주어진다. 여기에서 가장 많이 쓰이는 방법이 MacCormack⁽¹⁾이며 Thompkins⁽²⁾에 의해서 3차원 천음속 압축기 회전차에 응용된 것을 비롯하여 여러 방법이 개발되었다. 이와는 대조적으로 1970년대 중반기부터는 시간에 대해서 후방차분화가 이용된 내재적 방법이 나타나 Briley

*정희원, 포항공과대학교 대학원

**정희원, 포항공과대학교 기계공학과

and McDonald, (3,4) Beam과 Warming(5)에 의해서 많은 연구가 있었으며, 일반좌표계에 적용될 수 있는 Beam-Warming method가 Steger(6)에 의해서 개발되었다.

유체기계 내부의 점성유동은 Navier-Stokes 방정식에 의해서 좌우되는데 이들의 해석에는 많은 문제점을 안고 있다. 즉 충격파 또는 경계층 등과 같은 특성길이를 구하는 문제, 각 격자에서의 많은 물리량과 비점성유동에서 안고 있는 문제점이 그대로 적용된다는 것 등이다. 여기에 난류항을 포함할 경우, 이때 증가되는 방정식의 수와 변수의 증가가 점성방정식의 해를 구하는데 더욱 어려움을 준다. 근대 전산기의 발달과 더불어 비점성 유동해석에 많은 연구가 진행되어, 그중 Shang et. al.(7)은 3차원 MacComack의 explicit scheme을 vector computer에 맞게 수정하였으며 Steger(8)는 Beam-Warming방법을 2차원 점성 곡선좌표계에 적용하였는데 그중 유체기계에 적용한 예도 있다. 그러나 아직까지 점성유동해석방법은 비점성유동해석만큼 발달되지 못한 실정이다.

본 연구에서는, 2차원 압축성 유동해석 program을 실제 익렬유동에 적용하여 유동해석하고, 기존 알고리즘을 내부유동해석에 적합하도록 개선하고자 한다. 압축성 Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해, Beam-Warming(5,6) 방법을 기본으로 여기에 flux-vector 분해법(9)을 이용하여 Obayashi등(10,11)이 개발한 LU-ADI 알고리즘을 적용하였다. 난류유동해석을 위하여 Baldwin과 Lomax(12)의 박층대수모델을 사용하였고, 계산 격자점은 표면밀착과 수직성이 첨가된 GRAPE algorithm(13)을 이용하여 형성하였다. 수치계산에 대한 적용대상으로 VKI 터빈 익렬유동의 Navier-Stokes방정식의 수치해를 구하여 Kiock 등(14)의 실험결과와 비교하고, 2차원 천음속 점성 유동장 특성을 분석하였다.

2. 지배방정식 및 수치기법

2.1 지배방정식

2차원 Navier-Stokes 방정식은 직교 좌표계에서 아래와 같이 보존형으로 나타낼 수 있다.

$$U_t + E_x + F_y = R_x + S_y \tag{1}$$

여기서,

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ v(e+p) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{yx} \\ + \mu Pr^{-1}(\gamma-1)(a^2)_x \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} \\ + \mu Pr^{-1}(\gamma-1)(a^2)_y \end{bmatrix}$$

지배방정식의 보존성을 유지하면서 경계조건의 처리가 용이하도록 물리영역 (x, y) 에서 계산영역 (ξ, η) 으로 좌표를 변환하면 식(1)은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\hat{U}_t + \hat{E}_\xi + \hat{F}_\eta = (\hat{R}_\xi + \hat{S}_\eta) / Re_a \tag{3}$$

여기서, Re_a 는 익렬 입구의 음속으로 무차원화된 레이놀즈 수이고, flux vector $\hat{U}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{R}, \hat{S}$ 는 아래와 같다.

$$\hat{U} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}$$

$$\hat{E} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ (e + P) U - \xi_1 P \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = J^{-1} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ (e + P) V - \eta_1 P \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\hat{R} = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x (u \tau_{xx} + v \tau_{xy}) + \xi_y (u \tau_{xy} + v \tau_{yy}) + \mu Pr^{-1} (\gamma - 1)^{-1} (\xi_x^2 + \xi_y^2) (a^2)_\xi \end{bmatrix}$$

$$\hat{S} = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x (u \tau_{xx} + v \tau_{xy}) + \eta_y (u \tau_{xy} + v \tau_{yy}) + \mu Pr^{-1} (\gamma - 1)^{-1} (\eta_x^2 + \eta_y^2) (a^2)_\eta \end{bmatrix}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 4/3\mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) - 2/3 (\eta_y v_\xi + \eta_x v_\eta) \\ \tau_{xy} &= \mu (\xi_y u_\xi + \eta_y u_\eta) + \mu (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta) \\ \tau_{yy} &= 4/3\mu (\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta) - 2/3\mu (\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, u, v 는 직교좌표계에서의 속도성분이며, 변환된 좌표계에서 반변속도 성분(contravariant velocity) U, V 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v \end{aligned} \quad (6)$$

이상기체 상태방정식으로부터 압력, 밀도, 속도의 관계는,

$$p = (\gamma - 1) [e - 0.5\rho(u^2 + v^2)] \quad (7)$$

으로 표시되고, 좌표변환 관계는,

$$\begin{aligned} \xi_x &= J y_\eta & \xi_y &= -J x_\eta & \xi_t &= -x_t \xi_x - y_t \xi_y \\ \eta_x &= -J y_\xi & \eta_y &= J x_\xi & \eta_t &= -x_t \eta_x - y_t \eta_y \\ J^{-1} &= x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{aligned} \quad (8)$$

으로 표시된다.

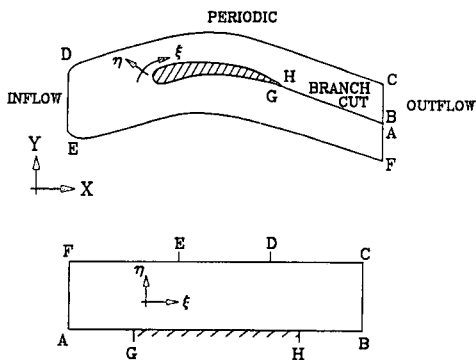


Fig. 1 Coordinate system of cascade

난류유동 해석을 위하여 Baldwin과 Lomax 모델⁽¹²⁾을 적용하였다. 이 난류모델은 기존의 Cebeci-Smith 모델에 와도개념을 도입하여, 경계층의 외부경계를 찾아낼 필요가 없도록 수정, 보완한 것이다. 경계층을 2층으로 나누어, 내부영역은 Prandtl-Van Driest 공식을 사용하고, 외부영역은 Klebanoff간헐함수를 이용한 Clauser 공식을 사용한 것이다. 유효점성계수 μ_{eff} 는,

$$\mu_{eff} = \mu_1 + \mu_t \quad (9)$$

로 표시된다.

2.2 경계조건

Fig. 1과 같이 정의되는 2차원 익렬 유동장에서는 4가지 경계조건이 적용된다. 익렬입구(D-E)에서의 유입류 조건, 날개표면(G-H)에서의 벽면조건, 출구(B-C, A-F)에서의 유출류 조건과 주기조건(D-C, E-F)으로 주어진다.

유입면은 비점성 영역이므로 Euler 방정식과 같이 유동 특성공선법을 이용한다. 즉, 총 엔탈피, 엔트로피 및 입구 유동각이 주어지고, 내부의 Riemann Invariant를 사용하면 된다. 이를 수식으로 표시하면,

$$\begin{aligned} \frac{q^2}{2} + \frac{c^2}{\gamma - 1} &= H_1 \\ q_n - \frac{2c}{\gamma - 1} &= q_{n,e} - \frac{2c_e}{\gamma - 1} \\ q_{t,\beta} &= q_n \tan \beta_1 \\ \rho &= \left(\frac{c^2}{\gamma s_1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \end{aligned} \quad (10)$$

여기에서 첨자 1은 주어진 값, 첨자 e는 내부값이며, $s = p/\rho^\gamma$ 로 정의된다.

유출면에서는 이상출구 Mach 수로 부터 출구정압이 정해진다. Riemann invariant가 일정하지 않으므로 나머지 유동변수는 선형 interpolation으로 구하였다.

익렬표면에는 no-flux 조건이 적용된다. 또한, 점성유동인 경우, no-slip 조건을 이용한다. 이로부터 수직 운동량 방정식을 구하여 표면압력을 계산할 수 있다.

2.3 수치기법

내재적 기법을 사용하면, 표면 부근의 점성 영역에서 발생하는 stiffness문제를 제거할 수 있다. 대부분의 내재적 기법은 delta형태로 표시되고, 정상상태의 수치해는 좌변항과 무관하다. 따라서, 유변항에 영향을 주지 않고, 좌변의 연산자를 인수분해하면 좌변 metric의 계산용량을 절약할 수 있다. LU-ADI방법에서는, 각 ADI연산자를 lower 및 upper bidiagonal matrix로 분해하여, 좌변의 block tridiagonal inversion의 계산시간을 단축시킬 수 있다. 우변의 explicit항은 Beam-Warming 방법과 같이 중앙차분한다.

식 (3)에 Beam-Warming-Steger의 방법을 적용하여 차별화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (I + h\delta_\epsilon \tilde{A} - h\delta_\epsilon \tilde{M}/Re - \epsilon_j J^{-1} \nabla_\epsilon \Delta_\epsilon J) \\ & \times (I + h\delta_\eta \tilde{B} - h\delta_\eta \tilde{N}/Re - \epsilon_j J^{-1} \nabla_\eta \Delta_\eta J) \Delta \tilde{U}^n \\ & = -h(\delta_\epsilon (\tilde{E}^n - \tilde{R}^n/Re) + \delta_\eta (\tilde{F}^n - \tilde{S}^n/Re)) \\ & - \epsilon_\alpha J^{-1} ((\nabla_\epsilon \Delta_\epsilon)^2 + (\nabla_\eta \Delta_\eta)^2) J U^n \end{aligned} \quad (11)$$

Beam-Warming scheme의 내재 연산자인 Jacobian matrix \tilde{A} 를 positive와 negative eigenvalue를 갖는 matrix로 분해하면,

$$\tilde{A} = \tilde{A}^+ + \tilde{A}^- \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \tilde{A}^+ &= T_\epsilon \tilde{D}_A^+ T_\epsilon^{-1} \\ \tilde{A}^- &= T_\epsilon \tilde{D}_A^- T_\epsilon^{-1} \\ D_A &= \text{diag}(U, U, U, U + ar_\epsilon, U - ar_\epsilon). \\ r_\epsilon^2 &= \xi_x^2 + \xi_z^2 \end{aligned}$$

따라서 각 ADI 연산자는 두개의 일방(one-sided) 연산자의 곱으로 LU분해 될 수 있다. 예를 들어 방향으로는 다음과 같이 된다.

$$(I + h\delta_\epsilon \tilde{a}) = (I + h\Delta_\epsilon \tilde{A}^+) (I + h\Delta_\epsilon \tilde{A}^-) \quad (13)$$

앞의 결과를 식 (11)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} & (I + h\Delta_\epsilon \tilde{A}^+ + \epsilon_j J^{-1} \nabla_\epsilon J) \\ & (I + h\Delta_\epsilon \tilde{A}^- - \epsilon_j J^{-1} \Delta_\epsilon J) \\ & (I + h\Delta_\eta \tilde{B}^+ + \epsilon_j J^{-1} \nabla_\eta J) \\ & (I + h\Delta_\eta \tilde{B}^- - J^{-1} \Delta_\eta J) \Delta \tilde{U} \\ & = \text{식 (11)의 우변} \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)은 식(11)의 좌변인 block bidiagonal inversion matrix가 scalar형태로 변형 되었으므로, 기억용량이 감소되어 3차원 유동해석까지 Navier-Stokes방정식으로 풀 수 있고, 계산시간도 Beam-Warming-Steger방법보다 반으로 단축 된다고 보고되었다.⁽¹¹⁾

2.4 인공점성 모델

유동변화가 큰 충격과 부근의 수치적 불안정성을 제거하기 위해 인공점성항을 추가하여야 한다. 본 연구에서는 아래와 같이 정의되는 flux-limiter 사용하여 외재항에는 2차와 4차항을 추가하고, 내재항에는 4차항만을 사용하였다.

Flux limiter ϕ 는,

$$\phi = \frac{r_i + |r_i|}{1 + |r_i|} \quad (15)$$

$$r_i = (q_i - q_{i-1}) / (q_{i+1} - q_i) \text{ for } q_i > 0$$

$$r_i = (q_{i+1} - q_i) / (q_i - q_{i-1}) \text{ for } q_i < 0$$

여기서 q_i 는 물리적 영역에서의 유동변수이다.

인공점성항은,

$$\begin{aligned} D_\epsilon &= \nabla_\epsilon (\sigma J_{i+1/2}^{-1}) [(I - \Phi_{i+1/2}) \epsilon_2 \Delta_\epsilon U \\ & - \Phi_{i+1/2} \epsilon_4 \Delta_\epsilon \nabla_\epsilon \Delta_\epsilon U] \end{aligned} \quad (16)$$

로 표시되고, 인공점성계수 ϵ_2, ϵ_4 는 유동에 맞는 적절한 값을 찾아낸다. 대체로 안정적인 값은 ϵ_2/ϵ_4 가 약 4이고, ϵ_4 가 0.02에서 0.08 정도이었다.

2.5 수렴 가속 방법

정상상태로의 진행을 가속시키기 위해 Jacobian 행렬식의 값을 이용하여 다음과 같이 간단한 형태의 국부가변시간간격법(locally variable time steps)을 채택하였다.

$$\Delta t_{local} = \frac{\Delta t_{ref}}{1 + J^N} \quad (17)$$

여기서 Δt_{ref} 는 $O(1)$ 의 적당한 값을 취한다. 지수 N 은 2차원인 경우 0.5, 3차원인 경우 0.25가

최적의 값으로, 최대 CFL값 또는 수치해의 안정성과 밀접한 관계가 있다.

2.6 계산 격자점 형성

임의의 형상을 지닌 물체의 유동해석을 위한 격자계 형성법에는 복소함수법(conformal mapping)과 대수격자형성법(algebraic grid generation), 미분방정식을 이용한 격자형성법의 3가지로 나누어진다.

이들 방법중 Poisson 방정식을 이용한 격자계 형성법은 물리영역에서의 계산격자점들이 Poisson 방정식으로 이루어진 격자형서의 해로서 구해지는 방법인데, 다른 방법에 비하여 계산시간은 다소 많이 걸리지만, 이 방법에 의해 형성된 격자계가 가지는 강한 완만성(smoothness)과 표면 격자의 불연속이 내부로 전파되지 않다는 장점으로 인하여 현재 널리 사용되고 있다. Steger와 Sorenson이

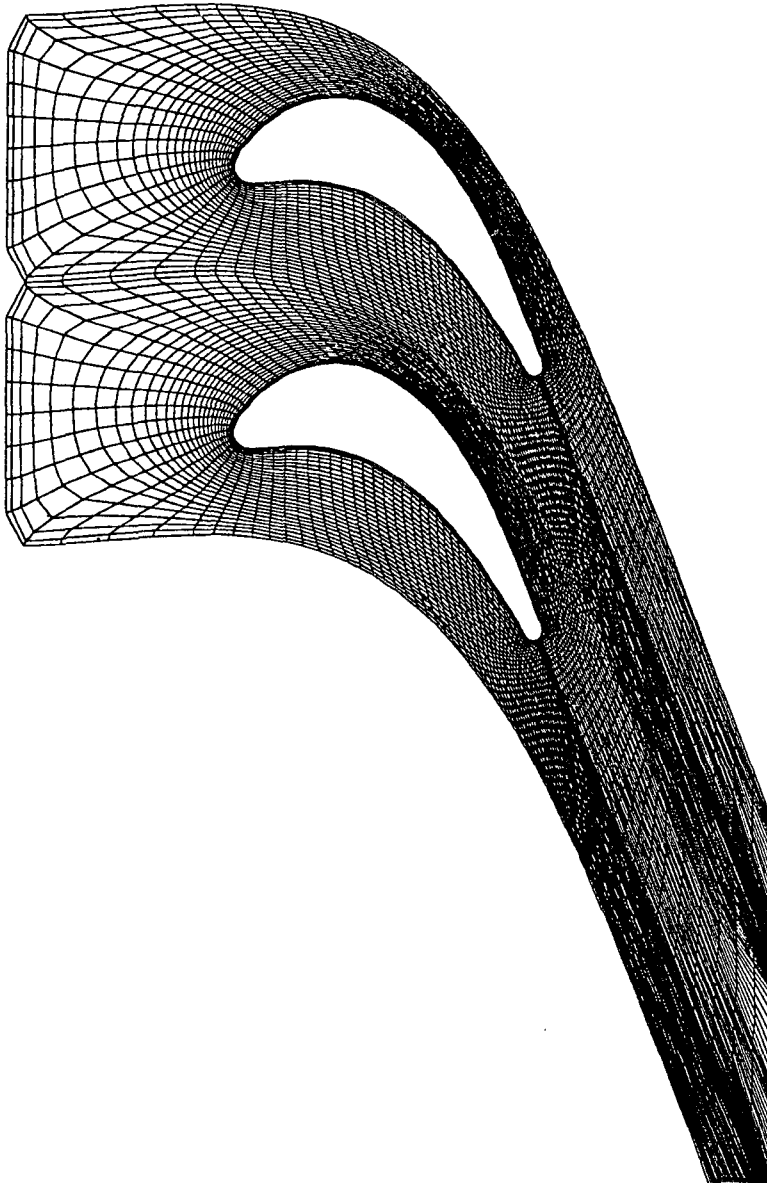


Fig. 2 Computational grid for VKI turbine cascade (Coarse grid : 161×33)

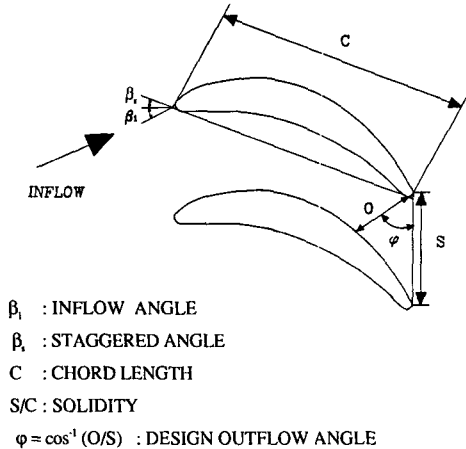


Fig. 3 Definition of cascade flow

개발한 GRAPE algorithm⁽¹³⁾은 미분방정식 방법으로, Poisson 방정식에 경계조건으로 표면수직조건과 길이를 첨가하여 생성항을 자동적으로 구할 수 있다. 본 연구에서는 GRAPE coole을 익렬유동장에 적합하게 수정하여, Fig. 3와 같이 C-형 격자계를 형성하였다.

3. 수치해석결과

본 연구에서 채택한 계산방법의 타당성을 검토하고, 기존의 실험결과와 비교하기 위해서 캠버각이 큰 2차원 터빈익렬 내부의 유동 현상을 수치해석하고자 한다. 수치계산의 모델은 Kiock⁽¹⁵⁾ 등이 유럽의 4개 풍동에서 공동연구 한 VKI선형 익렬인데, 각각의 풍동실험결과는 풍동 시험부의 운전조건과 블레이드 형상에 따라 약간씩 차이를 보인다. 본 연구에서는 DFVLR Braunschweig (BS)와 Oxford (OX) 대학의 실험자료를 참고로 하였다. 익렬의 형상 및 기호는 Fig. 3 및 Table 1과 같고, 유동조건은 Table 2에 나타난 바와 같이 입구 Mach수가 0.268, 입구 Reynolds 수가 3.33×10^5 이며, isentropic 출구 Mach수가 1.001인 천음속 영역이다.

유동해석은 크게 2가지 관점에서 분석하였다. 천음속 점성유동의 경우 버먼 경계층 뿐만 아니라 압축성에 의한 주류방향의 유동변화가 크므로 ξ 방향의 격자 조밀성이 수치해에 미치는 영향을 검토하고자 한다. 두번째로, 난류항의 첨가에 의한 수치결과의 정확성을 층류해석인 경우와 간단한 대수모

Table 1 Cascade data

Solidity (c/s)	1.41
Stagger Angle (β_s)	33.3°
$\cos^{-1}(o/s)$	67.8°

Table 2 Flow conditions

Inflow Angle (β_1)	30°
Inlet Mach no. (M_1)	0.268
Inlet Reynolds no. (Re_1)	3.33×10^5
Isentropic exit Mach no. ($M_{2,is}$)	1.001

델의 경우를 비교하고자 한다.

3.1 수치해의 수렴 및 안정성

수치해의 수렴 및 안정성에 영향을 미치는 주요 소로는 격자의 형태, 유동장 특성 및 인공점성모델 등이 있다. 본 계산모델과 같이 유동변화가 크고 점성효과가 벽면 및 후류에 미치며, 익렬 표면의 경계층과 후류의 점성 유동장이 꼬리의 충격파와 상호작용하는 복잡한 천음속 점성 익렬 유동장의 경우는 단순한 비점성 평판 경사 충격파 유동이나, 익렬형상이 단순하고 유동변화각이 작은 압축기 익렬 유동보다 해의 수렴속도가 느리고, 안정성도 떨어진다. 또한 주기경계조건을 만족 시키고, 표면에

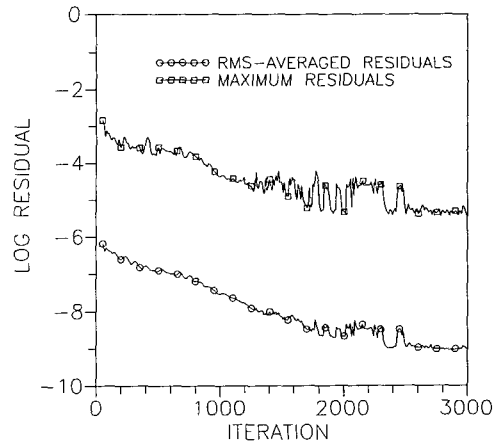
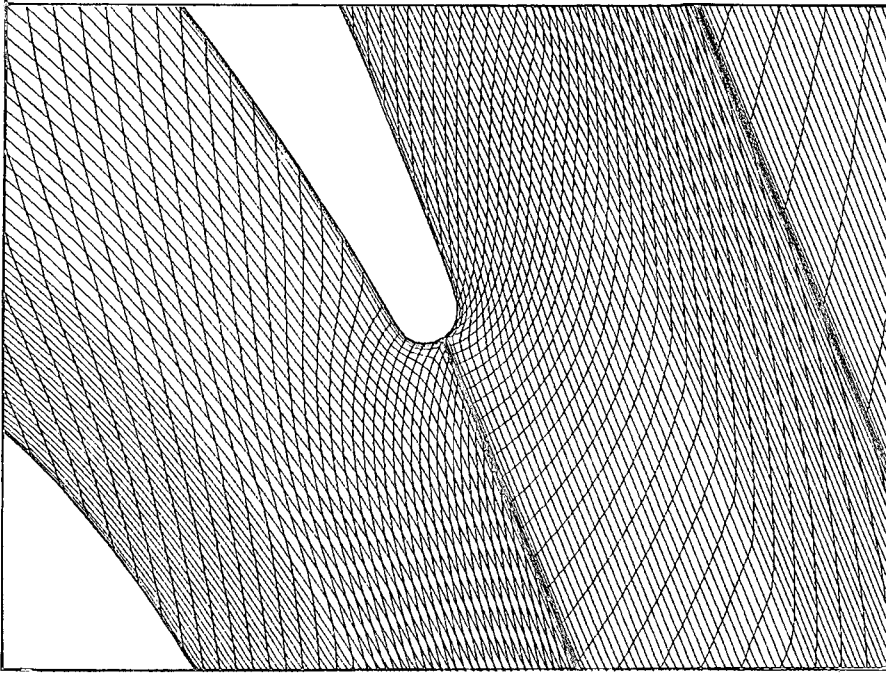
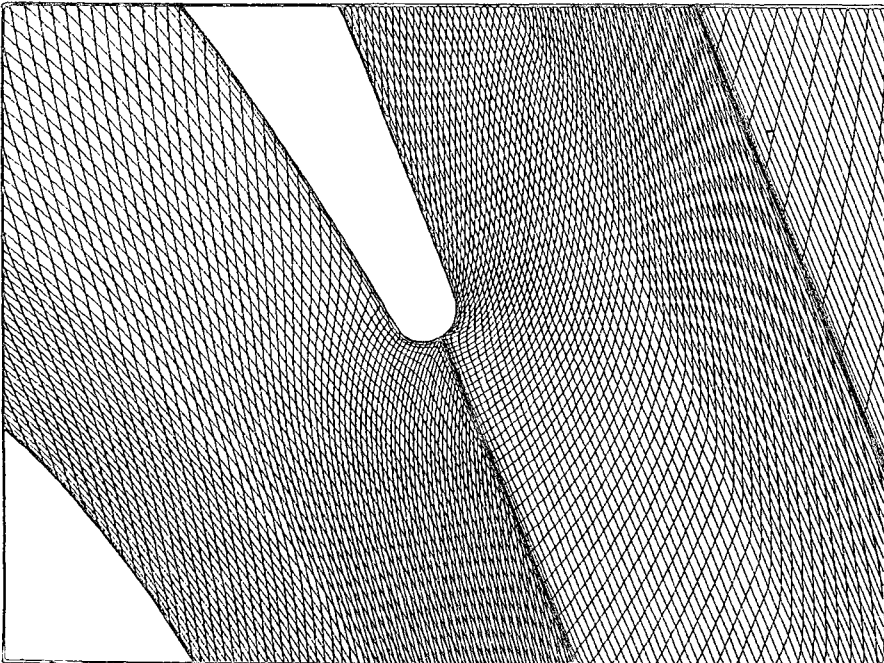


Fig. 4 Convergency history for turbulent case and fine grid



(a) Coarse grid (161×33)



(b) Fine grid in ξ direction (321×33)

Fig. 5 Grid blow-up near blade trailing edge

격자를 밀집시켜야 하며, 둥근 꼬리 끝단 부근에는 상대적으로 많은 격자를 분포해야 하므로 전계산영역에서 격자의 skewness가 심해진다. 이러한 이유로, Jacobian 값이 커지고 최대 CFL수가 낮아지므로, 정상상태에 도달하기까지 반복회수가 많아야 한다. 수렴의 판정은 일반적으로 평균제곱근오차(L2 residual)의 값으로 한다. 본 유동장과 같이 복잡한 유동장의 경우는 최대오차의 변화를 살펴볼 필요가 있다. Fig. 4의 수렴 이력에 나타난 바와 같이, $\Delta t_{res}=1.0$, $N=0.5$ 의 국부가변시간간격법을 사용하여 약 3000번의 반복계산후 평균제곱근오차가 10^{-9} 까지 떨어졌으며, 이때의 최대 CFL수는 약 30이었다. 최대오차는 비슷한 경향을 보이거나 불안정한 수렴경향을 보인다. 정상상태로 간주한 3000번 반복 후 물리영역의 변수 변화는 유효수자 3자리 즉 $O(10^{-3})$ 이었다.

3.2 격자조밀성 효과

2종류의 격자형태를 사용하여, 격자조밀성이 수치해에 미치는 영향을 검토하고자 한다. 첫번째 격자계(coarse grid)는 표면에 96개의 격자점을 분포시키고, 후류를 포함하여 $161(\xi) \times 33(\eta)$ 의 계산격자점을 C-형으로 분포시켰다. (Fig. 2 또는 Fig. 5a) 두번째 격자계(fine grid)는 cubic interpolation 방법을 이용하여 첫번째 격자계를 유동 방향

으로 격자의 수를 2배로 증가 시켰다(Fig. 5b).

조밀격자계의 경우 2차인공점성계수 $\epsilon_2=0.08$, 4차인공점성계수 $\epsilon_4=0.02$ 이고, 계산에 의한 출구 Mach 수 및 Reynolds수는 0.94, 8.4×10^6 이고, 출구유동각은 66.4° 인데, 성김격자계도 거의 같은 값을 나타내었다.

표면 Mach수 분포가 Fig. 6에 실험결과와 비교되어 있다. 실험결과에 의하면, 부압면의 유동은 익면의 60%까지 가속되고, 이후는 감속된다. 익면의 65% 지점에서 0.98의 유속감소와 기압면 꼬리에서 발생된 충격파가 상호작용하여 경계층 유동에

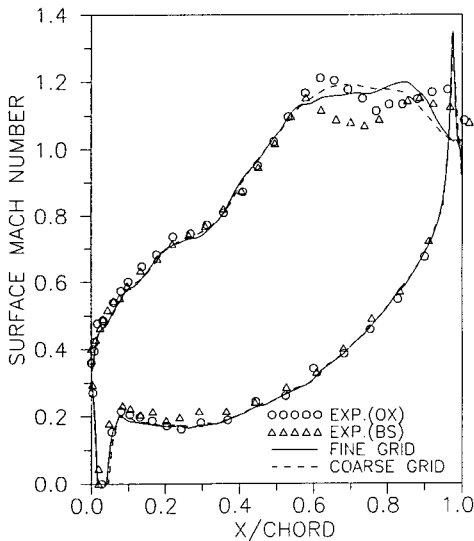
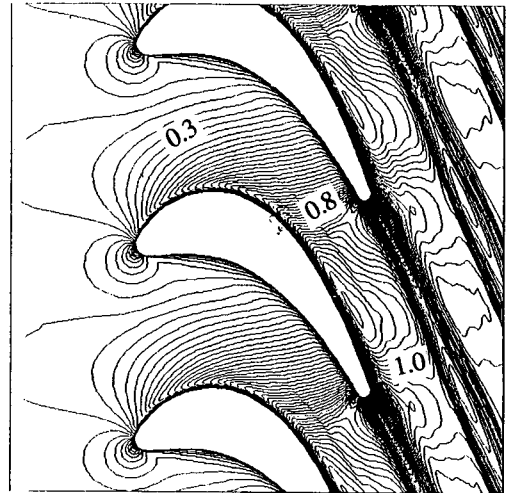
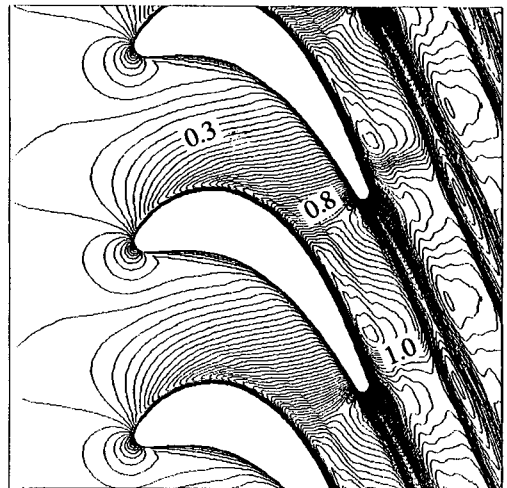


Fig. 6 Surface Mach number distribution for turbulent flow



(a) Coarse grid (161x33)



(b) Fine grid (321x33)

Fig. 7 Mach number contours

박리현상이 부압면 후반에 나타난다. 충격파가 발생하는 익렬 꼬리 근처와 경계층과 충격파가 상호작용하는 부압면 후반부를 제외하면, 수치해석결과는 격자계와 무관하게 실험과 잘 일치한다. 실험결과에는 표면 Mach수의 극대점이 부압면에서 충격파 발생지역(꼬리지점 : $x/c=1.0$)과 경계층과 충격파가 상호작용 하는 지점($x/c=0.6$)의 두군데에서 일어나지만, 성검격자계에서는 뚜렷하지 못하고, 조밀격자계에서는 꼬리 앞부분($x/c=0.9$)에만 뚜렷이 나타난다. 터빈익렬과 같이 꼬리가 뚱뚱한 경우 블레이드 끝단에서 발생하는 충격파 유동 현상을 정확히 예측하기 위해서는, 이 부근에 ξ 방향으로 격자를 충격파 크기로 조밀하게 하여야 하며, 재순환 영역이 크고, 레이놀즈 수가 커서, 점성 영향이 큰 근접 후류에 적합한 난류 모델을 사용하여야 한다. 본 연구에서 사용한 격자 크기와 난류 모델로는 충격파가 발생하는 익렬 꼬리 근처의 유동을 정확히 예측하기 힘들며, 또한 이 영향으로 충격파가 인접 익렬의 부압면에 반사되는 현상을 뚜렷이 보여주지 못함을 알 수 있다.

익렬 내부의 등마하수 곡선이 Fig. 7에 나타나 있다. 격자가 조밀할수록 부압면 꼬리의 충격파가 후류로 발산되는 현상과 부압면의 충격파 반사 현상이 잘 나타난다. 점성 영향으로 복잡한 후류의 발생영역이 발달됨을 볼 수 있다.

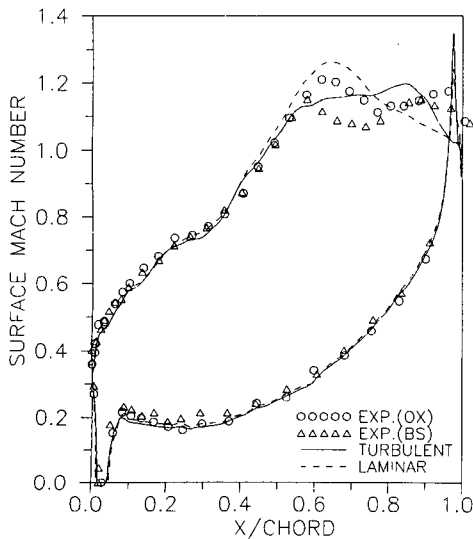
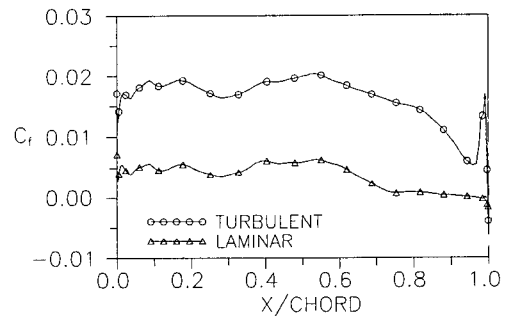


Fig. 8 Surface mach number distribution by fine grid

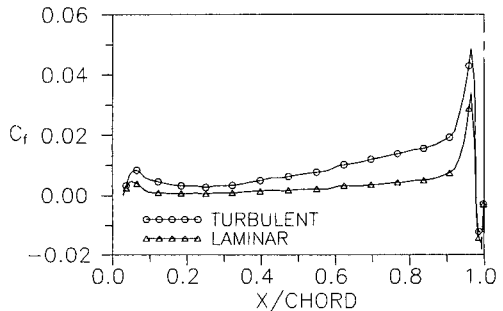
3.3 난류항 영향

조밀격자계에서, 난류항의 고려가 수치해에 의한 유동 특성에 미치는 영향을 검토하고자 한다. 층류모델의 경우 경계층에서의 점성 영향이 난류인 경우보다 작으므로 안정한 수렴 해를 얻기 위해서는 2차인공점성계수 $\epsilon_2=0.32$, 4차인공점성계수 $\epsilon_4=0.08$ 로 난류보다 큰 값이 요구되었다. 실험 결과에서는 출구에서 마하수와 유동각이 0.97, 67.3° (BS), 0.99, 67.8°(OX)으로 나타났으나, 층류모델의 수치 결과는, 출구 Mach수 0.96이고, 출구 유동각은 66.8°인데, 실험보다 점성 영향이 크게 예측되었으나, 난류보다 실험결과에 근접한다.

표면 Mach수 분포가 Fig. 8에 실험결과와 비교되어 있다. 익렬 꼬리 근처와 부압면 후반부를 제외하면, 수치해석결과는 격자계와 무관하게 실험과 잘 일치한다. 층류모델의 경우, 경계층과 충격파가 상호작용하는 지점($x/c=0.6$)에서의 압력 강하가 크고 블레이드 끝단의 압력이 회복되지 않아 경계층에서 충격파와 점성 영향이 과장되어 작용한다. Fig. 9에는 부압면과 압력면에서의 표면 마찰계수 분포가 도시되어 있다. 압력면에서는 수치차이가



(a) blade suction side



(b) blade pressure side

Fig. 9 Skin-friction distribution by fine grid

별로 없으나 부압면의 경우 2에서 3배 정도의 차이를 나타내며, 꼬리 부근의 변화가 심하다. 이상의 결과로부터, 압력면에는 층류 가정으로 충분하며, 유동의 가속이 빠르고, 충격파와 경계층의 상호작용이 심한 부압면과 꼬리 부근에서는 유동 특성에 적합한 난류 모델을 고려해야 한다.

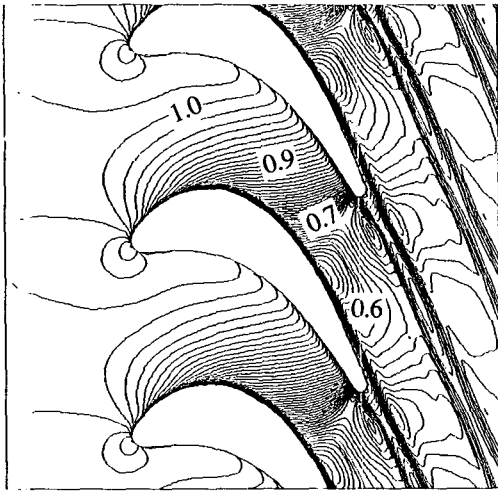
익셀 내부의 등밀도 분포가 Fig. 10가 나타나 있다. Fig. 9의 결과에서 유추할 수 있듯이, 층류모델에서는 부압면의 충격파 반사 현상이 잘 나타나

있으나, 부압면 꼬리의 충격파가 후류로 발산되는 현상은 명확하지 않다. 층류의 경우 후류의 점성영역이 난류보다 강함을 알 수 있다.

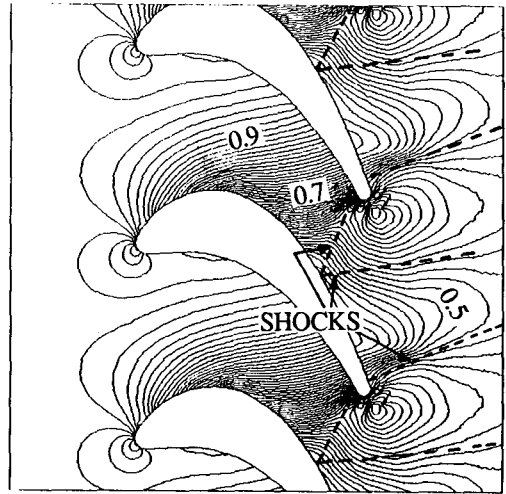
3.4 유동 특성

두번째 격자계(fine grid)를 사용하여, 난류모델에서의 유동특성을 검토하고자 한다.

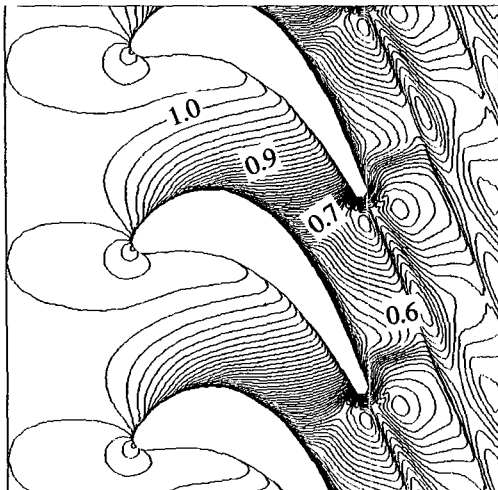
천음속 익셀유동장의 충격파 현상을 관찰하기 위해서, Fig. 11에 수치해에 의한 등정압곡선 분포



(a) Laminar case



(a)



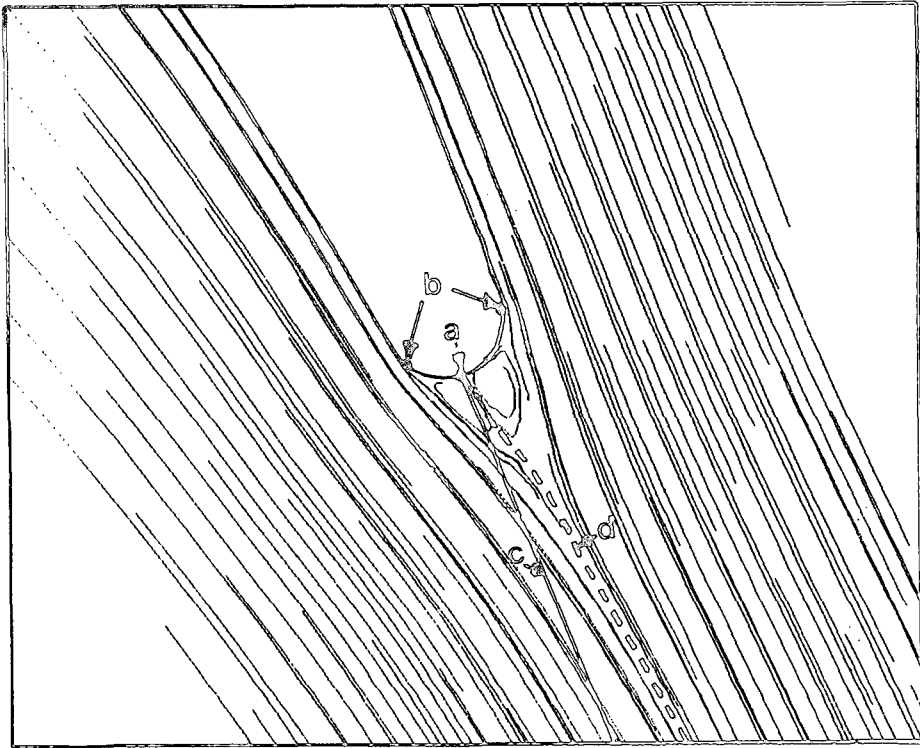
(b) Turbulent case



(b)

Fig. 10 Density contours by fine grid

Fig. 11 (a) Static pressure contours
(b) Schlieren picture



(a) stagnation point (b) separation point (c) design wake centerline (d) real wake centerline

Fig. 12 Instantaneous streamline near the blade trailing edge

(Fig. 11a)와 실험결과에 의한 Schlieren사진(Fig. 11b)을 비교하였다. 실험결과와 같이 수치결과에는, 익렬의 목(throat) 부근의 유동현상이 실험과 유사하고, 부압면 꼬리의 충격파가 후류로 발산되는 현상은 잘 나타나 있다. 꼬리에서 발생한 충격파가 인접 익렬의 부압면에 반사되는 현상은 실험결과와 유사하나 선명한 결과를 보여 주지 못한다.

익렬 꼬리 부근의 순간유선이 Fig. 12에 도시되어 있다. 유동의 흐름특성은 격자 및 유동 가정에 의한 차이를 보여 주지 않았으며, 꼬리의 바로 후면을 제외하고는 유동은 주류와 같은 방향이었다. 아음속 익렬유동에서는 부압면 후반에는 경계층 박리현상이 나타나는데, 본 연구의 천음속유동에서는 경계층과 충격파가 상호작용되지만 이 현상이 나타나지 않았다. 꼬리형상이 원형이므로 블레이드 끝단 부근에서는 블레이드 표면에서 후류로 유동이 박리되고(b점), 복잡한 재순환 영역이 발생한다. 압력면과 부압면의 압력차이로 비대칭적인 후류가 발달된다(c, d점).

4. 결론

내부유동과 실제 익렬유동의 수치해석을 위하여, 비정상 압축성 Navier-Stokes 방정식의 해를 내재적 LU-ADI 기법을 이용하여 구하는 2차원 압축성 점성유동 코드를 개발하고, 이를 선형 축류터빈 익렬에 적용하여 기존의 실험결과와 비교하고 유동 특성을 연구하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 내재적 LU-ADI 기법은 2차원 압축성 익렬 유동의 수치해석에 적합하다.

(2) 수치에 의한 표면 마하수는 부압면 후반부를 제외하면, 격자수 및 유동모델에 무관하게 실험 결과와 잘 일치한다.

(3) 부압면 후반부와 익렬 꼬리 부근은 충격파와 벽면의 상호작용으로 수치해는 격자 수와 유동모델에 민감한 영향을 보인다. 보다 정확한 유동 해석을 하기 위해서는, 이 부근의 유동 특성에 맞는 적절한 난류 모델의 선정과 계산 격자가 형성되어야

한다.

이상의 결과로부터, 본 연구의 수치해석 코드는 유체기계 익렬 내부의 2차원 압축성 점성유동 해석에 적합함이 입증되었고, 3차원 점성 유동해석의 기본이 될 것이다.

후 기

본 연구는 산업과학기술연구의 기초연구의 일부로 수행되었으며, 이에 심심한 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- (1) MacCormack, R.W., 1969, "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering," AIAA pp. 69-345.
- (2) Thompkins, W.T., 1982, "A FORTRAN Program for Calculating Three-Dimensional, Inviscid, Rotational Flow with Shock Waves in Axial Compressor Blade Rows. 1- User's Manual," NASA CR 3560.
- (3) Briley, W.R., and McDonald, H., 1975, "Solution of the Three-Dimensional Compressible Navier-Stokes Equations By Impollicit Techniques," Proceedings 4th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Boulder, Splinger-Verlag.
- (4) Briley, W.R., and McDonald, H., 1977, "Solution of the Multidimensional Compressible Navier-Stokes Equations by a Generalized Implicit Methods," J. Computational Physics, Vol.24, pp. 372~381.
- (5) Beam, R. M., and Warming, R.F., 1976, "An Implicit Finite-Difference Algorithm for Hyperbolic System in Conservation-Law Forms," Journal of Computational Physics, Vol.22, pp.87~110.
- (6) Steger, J. L., 1978, "Implicit Finite-Difference Simulation of Flow About Arbitrary Two-Dimensional Geometries," AIAA J., Vol.16, pp. 679~686.
- (7) Shang, J. S., Buning, P. G., Hankeey, W. L., and Wirth, M. C., 1980, "Performance of a Vectorized Three-Dimensional Navier-Stokes Code on the CRAY-1 computer," AIAA J., Vol.18, No.9, pp.1073~1079.
- (8) Steger, J. L., Pullim, T. H., and Chima, R. V., 1980, "An Implicit Finite-Difference Code for Inviscid and Viscous Cascade Flow," AIAA Paper 80-1427, AIAA 13th Fluid and Plansma Dynamics Conference, Snowmass
- (9) Steger, J. L., and Warming, R. F., 1981, "Flux Vector Splitting of the Inviscid Dynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods," J. Computational Physics, Vol.40, pp. 263~293.
- (10) Obayashi, S. and Kuwahara, K., 1984, "LU Factorization of an Implicit Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA Paper 84-1670, Snowmass, Colorado.
- (11) Obayashi, S., Matsushima, K., Fujii, K., and Kuwahara, K., 1986, "Improvements in Efficiency and Reliability for Navier-Stokes Computations Using the LU-ADI Factorization Algorithm," AIAA 86-O338, Reno, Nevada.
- (12) Baldwin, B.S. and Lomax, H., 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow," AIAA 16th Aero. Sci. Meeting, Paper 78-275
- (13) Steger, J.L. and Sorenson, R.L., 1979 "Automatic Mesh point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Differential Equations," J. of Compt. Physics, Vol.33, pp. 405~410.
- (14) Kiock. R., Lehthaus, F., Baines, N.C., Sieverding, C.H., 1986, "The Transonic Flow through a Plane Turbine Cascade as Measured in Four European Wind Tunnels," J. Eng. for Gas Turbines and Power, Trans. of ASME, Vol.108, pp. 277~284.