

〈論 文〉

## 보강원통셀의 최소중량화설계 연구

원 종 진\*

(1991년 9월 4일 접수)

### A Study on the Minimum Weight Design of Stiffened Cylindrical Shells

Chong Jin Won

**Key Words:** Stiffened Cylindrical Shell(보강원통셀), Buckling Mode(좌굴모드), Minimum Weight Design(최소중량화설계), Objective Function(목적함수)

#### Abstract

The minimum weight design for simply-supported isotropic or symmetrically laminated stiffened cylindrical shells subjected to various loads (axial compression or combined loads) is studied by a nonlinear mathematical search algorithm. The minimum weight design is accomplished with the CONMIN optimizer by Vanderplaats. Several types of buckling modes with maximum allowable stresses and strains are included as constraints in the minimum weight design process, such as general buckling, panel buckling with either stringers or rings smeared out, local skin buckling, local crippling of stiffener segments, and general, panel and local skin buckling including stiffener rolling. The approach allows the consideration of various shapes of stiffening members. Rectangular, I, or T type stringers and rectangular rings are used for stiffened cylindrical shells. Several design examples are analyzed and compared with those in the previous literatures. The unstiffened glass/epoxy, graphite/epoxy (T300/5208), and graphite/epoxy aluminum honeycomb cylindrical shells and stiffened graphite/epoxy cylindrical shells under axial compression are analyzed through the present approach.

#### 1. 서 론

보강셀(stiffened shell)은 비보강의 경우보다 더 큰 강도와 강성을 가지고 있으므로 잠수함의 압력선체 그리고 항공기 등에 널리 사용되고 있다.

축압축하중을 받고 있는 보강셀의 최적화에 관한 연구는 대부분 항공기 등의 최소중량화설계를 위하여 시작되었으며 잠수함의 압력선체 등의 설계에도 응용되어 왔다. 최근 항공기 등에서 복합재(com-

posite materials)의 사용이 증대됨에 따라 복합적 층구조물의 최적화를 위한 컴퓨터 프로그램의 연구개발이 본격화되고 있으며 특히, 잠수함 압력선체의 설계에서는 비선형재료의 성질까지도 포함시키고 있다.

여러가지 하중조건을 갖고 있는 보강원통셀의 최소중량화 설계방법은 크게 두가지로 구분된다. 한 방법은 전체좌굴모드에 관한 변수를 검토하고 몇 가지 변수를 고정한 상태에서 여러가지 변수가 보강원통셀의 무게에 미치는 영향을 검토하는 것으로 각종 형태의 파손모드들이 동시에 발생한다는 조건 하에서 최적설계변수가 결정된다<sup>(1~5)</sup>. 이 방법은

\*정회원, 국민대학교 기계설계학과

다음 두번째 방법에 의한 연구들로부터 그 불합리성이 지적되었으며, 특히, Thompson 등<sup>(6)</sup>의 결과로부터 가능한 모든 파손모드가 동시 발생시에 설계된 구조물은 기하학적 결함에 극히 민감한 것으로 판명되었다. 두번째 방법은 설계공간에서 목적 함수(objective function)의 최소치를 구하기 위하여 개발된 선형 또는 비선형 프로그래밍기법들을 사용하여 최적설계변수 등을 구하는 방법으로 보강원통셀의 무게로 정의되는 목적함수는 벌칙함수(penalty function)로서 모든 구속조건들을 포함하고 있으며 이를 함수는 모두 설계변수로 표시된다<sup>(7~11)</sup>. 이 방법은 목적함수에 주어지는 성질제한조건(behavior constraints) 때문에 의도적으로 각종 파손모드의 동시 발생을 피할 수 없고 이에 따른 최적구조물의 기하학적 결함에 대한 민감성이 문제가 되고 있으며, 설계의 완전자동화에 따라 설계자가 본질적으로 설계과정으로부터 격리되는 등의 단점이 있으나 그 효율성 때문에 각종 구조물의 최적설계에 광범위하게 사용되고 있다.

Simitses 등<sup>(12,13)</sup>은 변화된 Simplex기법을 사용하여 조합하중이 작용하고 있는 보강원통셀의 최소중량화설계를 수행하였으며, Pappas 등<sup>(9,11)</sup>은 잠수함 압력선체의 최소중량화 설계문제를 해석하였다. Anderson 등<sup>(14)</sup>은 항공기구조물의 최적화를 위하여 좌굴에 대한 구조용 프로그램인 VIPASA와 비선형최적화기법인 CONMIN<sup>(15,16)</sup>의 조합된 컴퓨터 프로그램 PASCO를 개발하였으며, 이는 단축보강복합적층(laminated composite) 평판 및 원통형판넬(cylindrical panel)의 최소중량화설계에 널리 사용되고 있다. Agarwal 등<sup>(17)</sup>은 비선형수학적기법을 사용하여 축압축하중이 작용하는 Graphite/epoxy의 복합적층원통셀의 최적화를 수행하였으며, Dickson 등<sup>(18,19)</sup>은 CONMIN을 사용하고, Qiu<sup>(20)</sup>은 David-Flectcher-Powell기법을 각각 사용하여 보강된 복합적층판넬과 원통셀의 최적설계문제들을 후좌굴영역까지 확장 해석하였다.

본 연구에서는 여러가지 하중조건 하에서 단순지지된 보강원통셀의 최소중량화 설계문제를 CONMIN을 사용하여 해석하고, 일반적인 대칭적층[0/ $\pm\theta/90$ ]<sub>s</sub>의 복합적층원통셀, 복합적층 honeycomb sandwich원통셀, 그리고 보강된 복합적층원통셀의 최소중량화 설계문제에도 확장 적용한다. 설계변수(design variable)로는 등방성재료인 경우와 복합적층인 경우 최대 9개, 부등제한조건으로는 전체좌

굴(general buckling), 준전체좌굴(panel buckling), 판 및 보강재의 국부좌굴(local crippling), 롤링모드(rolling mode), 그리고 응력과 변형률제한 등의 성질제한조건(behavior constraints)과 설계변수의 상, 하한을 나타내는 기하학적 제한(side constraints) 등 최대 32개를 설정한다. 본 최소중량화 설계예에서는 보강재의 최적단면형상을 검토하기 위하여 직사각형(R형), I형, 그리고 T형 단면 등의 보강재들을 사용한다.

## 2. 전좌굴(prebuckling) 및 좌굴(buckling)해석

Fig. 1과 2는 최소중량화설계 해석대상인 보강원통셀의 기하학적 형상과 작용면내하중 및 복합적층인 경우의 구조형상을 각각 나타내고 있다. 여기서 보강재는 길이방향 보강재(stringer)와 원주방향보강재(ring)를 가질 수 있으며, 원통셀의 내부 또

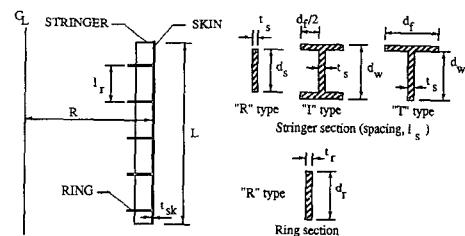
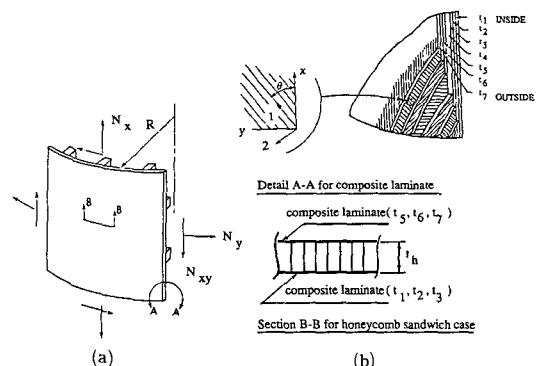


Fig. 1 Stiffened cylindrical shell with R, I or T type stringer and R type ring



(a) Coordinates, in-plane loads  
(b) Wall construction

Fig. 2 Coordinates, in-plane loads, and wall construction of stiffened laminated composite cylindrical shell and laminated composite honeycomb sandwich cylindrical shell

는 외부에 각각 부착될 수 있고 보강재의 단면형상은 직사각형 외에 I형, T형 등의 경우도 해석된다.

Fig. 1, 2와 같이 보강원통셀에 면내하중  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ 가 작용하는 경우 보강재 및 원통셀 skin에서의 합응력은 전좌굴해석에서, 각종 좌굴모드의 좌굴하중계수  $\lambda_j$ 는 좌굴해석에 의하여 다음과 같이 산정될 수 있다.

## 2.1 전좌굴해석

본 해석은 전좌굴수직변형률  $\varepsilon_x^0$ ,  $\varepsilon_y^0$ 가 보강재의 역학적 특성이 균배된 원통셀의 두께와 보강재단면에 대하여 각각 균등하게 분포하고 전단변형은 원통셀 skin에만 작용한다는 가정 하에서 다음과 같이 수행된다.

### (1) 원주방향 변형률의 산정

상기 가정으로부터 보강재의 역학적 특성이 균배된 (smeared out) 복합적층원통셀에서 면내하중이 작용할 경우, 막변형률 (membrane strain)  $\varepsilon_x^0$ ,  $\varepsilon_y^0$ ,  $\gamma_{xy}^0$ 는

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 강성계수  $C_{ij}$ 는 복합적층원통셀의 인장강성  $A_{ij}$ <sup>(21)</sup>와 길이 및 원주방향 보강재의 탄성계수 ( $E_s$ ,  $E_r$ )과 단면적 ( $A_s$ ,  $A_r$ ) 등으로

$$\begin{aligned} C_{11} &= A_{11} + E_s A_s / l_s \\ C_{12} &= A_{12} \\ C_{13} &= A_{16} \\ C_{22} &= A_{22} + E_r A_r / l_r \\ C_{23} &= A_{26} \\ C_{33} &= A_{66} \end{aligned} \quad (2)$$

과 같이 표시된다.

원주방향 보강재사이의 중앙과 보강재의 부착위치에서의 원주방향 변형률  $\varepsilon_{ysk}^0(x=0)$ 과  $\varepsilon_{ysk}^0(x=l_r/2)$ 는 각 위치에서의 반경방향 변위  $w^0(x=0)$ 과  $w^0(x=l_r/2)$ 로

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ysk}^0(x=0) &= w^0(x=0) / R \\ \varepsilon_{ysk}^0(x=l_r/2) &= w^0(x=l_r/2) / R \end{aligned} \quad (3)$$

과 같이 산정될 수 있다<sup>(22~24)</sup>.

## (2) 보강재 및 원통셀 skin에서의 합응력의 산정

식(1)로부터 보강재의  $i$ 번째 부분(part)에서의 축방향 합응력 ( $N_{xs}$ )<sub>*i*</sub>, ( $N_{yr}$ )<sub>*i*</sub>와 원주방향 보강재사이의 국부좌굴을 무시할 경우의 원통셀 skin의 길이 및 원주방향의 합응력  $N_{xsk}$ ,  $N_{ysk}$ 는

$$\begin{aligned} (N_{xs})_i &= (E_s)_i (\varepsilon_x^0)_i t_i \\ (N_{yr})_i &= (E_r)_i (\varepsilon_y^0)_i t_i \\ N_{xsk} &= N_x - \sum_{i=1}^{NSE} (N_{xs})_i / l_s \\ N_{ysk} &= N_y - \sum_{i=1}^{NRE} (N_{yr})_i / l_r \end{aligned} \quad (4)$$

과 같이 산정될 수 있다. 여기서 하첨자  $i$ 는 보강재의  $i$ 번째 부분을 나타내고 있으며, NSE와 NRE는 길이 및 원주방향 보강재의 부분수를 각각 나타낸다.

원주방향 보강재사이의 원통셀의 국부좌굴을 고려할 경우 원주방향 보강재사이의 중앙부에서의 원주방향 합응력  $N_{ysk}$ 는

$$\begin{aligned} N_{ysk} &= A_{12} N_{xsk} / (A_{11} + E_s A_s / l_s) \\ &\quad + \varepsilon_{ysk}^0 (x=0) [A_{22} + E_r A_r / l_r \\ &\quad - A_{12}^2 / (A_{11} + E_s A_s / l_s)] \end{aligned} \quad (5)$$

과 같이 산정될 수 있다.

### (3) 상당응력 (effective stress)의 산정

동방성재료의 보강원통셀의 상당응력  $\bar{\sigma}$ 는 식(1), (3)으로부터 산정되는  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ 의 합수로

$$\bar{\sigma} = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (6)$$

과 같이 나타낼 수 있으며, 복합적층의  $k$ 번째 층의 상당응력  $\bar{\sigma}^k$ 는 식(6)과 같은 형태로 주재료방향응력  $\sigma_1^k$ ,  $\sigma_2^k$ ,  $\tau_{12}^k$ 의 합수로 나타낼 수 있다<sup>(21)</sup>.

## 2.2 좌굴해석

본 해석에서는 좌굴모드에서의 전단 및 불균형적 층의 경우를 고려하여  $x$ ,  $y$ ,  $z$ 축방향 변위성분  $u$ ,  $v$ ,  $w$ 를

$$\begin{aligned} u &= A [n_2^2 m_1 \sin(n_1 y - m_1 x) \\ &\quad + n_1^2 m_2 \sin(n_2 y + m_2 x)] \\ v &= B [n_2 \sin(n_1 y - m_1 x) - n_1 \sin(n_2 y + m_2 x)] \\ w &= C [\cos(n_1 y - m_1 x) - \cos(n_2 y + m_2 x)] \end{aligned} \quad (7)$$

과 같이 일반적인 형태로 가정한다. 여기서 계수  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ 는 좌굴절선 (buckling nodal line)의 경사(slope)  $c$ ,  $d$ 와 길이 및 원주방향의 좌굴반파

Table 1 Integration limits ( $x_{max}$ ,  $y_{max}$ ) and in-plane loads on the eigenvalue  $\lambda_i$ 

Buckling mode	$(x_{max}, y_{max})$	$(N_{xj}, N_{yj}, N_{xyj})$	$\lambda_i$	Equations
general	$(L, \pi R)$	$(\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy})$	$\lambda_1$	(9)
local	$(l_r, l_s)$	$(\bar{N}_{xsh}, \bar{N}_{ysh}, \bar{N}_{xy})$	$\lambda_2$	(3), (9)
between rings (smeared stringers)	$(l_r, \pi R)$	$(\bar{N}_x, \bar{N}_{ysk}, \bar{N}_{xy})$	$\lambda_3$	(3), (9)
between stringers (smeared rings)	$(L, l_s)$	$(\bar{N}_{xsh}, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy})$	$\lambda_4$	(3), (9)

Table 2 Integration limits ( $x_{max}$ ,  $y_{max}$ ) and in-plane loads ( $(N_{xj}, N_{yj}, N_{xyj})$  on the eigenvalue  $(\lambda_i)_i$  for the local buckling of stiffeners

Buckling mode	$(x_{max}, y_{max})$	$(N_{xj}, N_{yj}, N_{xyj})$	$(\lambda_i)_i$	Equations
internal part of stringer	$(l_r, d_i)$	$((\bar{N}_{xs})_i, 0, 0)$	$(\lambda_5)_i$	(3), (9)
internal part of ring	$(l_s, d_i)$	$((\bar{N}_{yr})_i, 0, 0)$	$(\lambda_6)_i$	(3), (9)

장수  $\bar{m}$ ,  $\bar{n}$ 로

$$\begin{aligned} m_1 &= m + nd \\ m_2 &= m - nd \\ n_1 &= n + mc \\ n_2 &= n - mc \\ m &= \bar{m}\pi/x_{max} \\ n &= \bar{n}\pi/y_{max} \end{aligned} \quad (8)$$

과 같이 표시된다.

식(7)과 Donnell의 변형이론<sup>(24)</sup>으로부터 좌굴변형과정에서의 전포텐살에너지를 구하고 최소포텐살에너지원리를 적용하면 좌굴모드의 고유치(좌굴하중계수)  $\lambda_i$ 는 작용면내하중  $N_{xj}$ ,  $N_{yj}$ ,  $N_{xyj}$ 로

$$\lambda_i = \frac{a_{33} + \frac{2a_{12}a_{13}a_{23} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}}{-N_{xj}(m_1^2 + m_2^2) - N_{yj}(n_1^2 + n_2^2)} - \frac{2\bar{N}_{xyj}(m_2n_2 - m_1n_1)}{9} \quad (9)$$

과 같이 나타낼 수 있다<sup>(17,20)</sup>. 여기서 사용된 경계조건은 4변 단순지지조건이며, 계수  $a_{ij}$ 는 부록에 수록되어 있다.

(1) 전체좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴 및 준전체좌굴하중계수의 산정

전체좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴 및 전체좌굴하중계수  $\lambda_1 \sim \lambda_4$ 를 Table 1에서와 같이 각 좌굴모드에 대한 전포텐살에너지의 적분영역 ( $x_{max}$ ,  $y_{max}$ )과 면내하중  $N_{xj}$ ,  $N_{yj}$ ,  $N_{xyj}$ 를 식(9)에 적용함으로써 산정할 수 있다.

(2) 보강재의 국부좌굴하중계수의 산정

보강재는 웨브 같은 내부분(internal part), 블레

이드(blade)와 플랜지 같은 단부분(end part) 등을 가질 수 있으며 원주방향 보강재의 죽률은 무시한다. 보강재의 각 부분들은 일체 또는 직교이방성재료로 취급되며 복합적층인 경우의  $A_{i6}$ ,  $D_{i6}$  ( $i \neq 6$ ), 그리고  $B_{i6}$ 는 0이 된다.

(가) 보강재 내부분의 국부좌굴의 경우

보강재의  $i$ 번째 내부분의 좌굴하중계수  $(\lambda_i)_i$ 는 식(3), (9)에서  $c$ ,  $d$ ,  $N_{yi}$ ,  $N_{xvi}$  및 이방성의 강성계수  $(C_{ij})_i$ 를 0,  $R$ 를  $\infty$ , 그리고 보강재 내부분의 폭  $d_i$  ( $d_{si}$  또는  $d_{ri}$ )에 대한 좌굴반파장수  $(\bar{n})_i$ 를 1로 놓고, Table 2와 같이 적분영역 ( $x_{max}$ ,  $y_{max}$ )과 면내하중 ( $N_{xj}$ ,  $N_{yj}$ ,  $N_{xyj}$ )를 적용함으로써

$$(\lambda_i)_i = 2(\pi/d_i)^2 \{ [(C_{44})_i (C_{55})_i]^{1/2} + (C_{45})_i + 2(C_{66})_i \} / (-N_{xj}) \quad (10)$$

과 같이 산정할 수 있다<sup>(17)</sup>.

(나) 보강재 단부분의 국부좌굴의 경우

보강재 단부분의 단면형상은 변형하지 않는 것으로 가정하고 식(9)와 같은 방법으로  $i$ 번째 단부분

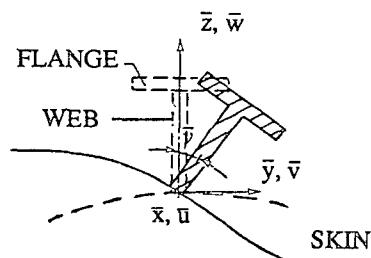


Fig. 3 Coordinates and displacement components for rolling mode with skin local buckling

**Table 3** Integration limits ( $x_{max}$ ,  $y_{max}$ ), in-plane loads ( $N_{xj}$ ,  $N_{yj}$ ,  $N_{xyj}$ ) and [ $(a_{33})_{roll}$ ,  $N_{roll}$ ] on the eigenvalue  $\lambda_j$  for rolling modes

Buckling mode	$(x_{max}, y_{max})$	$(N_{xj}, N_{yj}, N_{xyj})$	$[(a_{33})_{roll}, N_{roll}]$	$\lambda_j$
local rolling	$(l_r, l_s)$	$(\bar{N}_{xsk}, \bar{N}_{ysk}, \bar{N}_{xy})$	$[(a_{33})_s + (a_{33})_r, \bar{N}_s + \bar{N}_r]$	$\lambda_7$
ring rolling (smeared stringers)	$(l_r, \pi R)$	$(\bar{N}_x, \bar{N}_{ysk}, \bar{N}_{xy})$	$[(a_{33})_r, \bar{N}_r]$	$\lambda_8$
stringer rolling (smeared rings)	$(L, l_s)$	$(\bar{N}_{xsk}, \bar{N}_y, \bar{N}_{xy})$	$[(a_{33})_s, \bar{N}_s]$	$\lambda_9$

의 좌굴하중계수 ( $\lambda_j$ )<sub>i</sub>를

$$(\lambda_j)_i = [(C_{44})_i (m_k)^2 d_i^2 + 12(C_{66})_i] / [-(\bar{N}_x)_i d_i^2] \quad (11)$$

과 같이 산정할 수 있다. 여기서  $m_k$ 는 단부분이 부착된  $k$ 번째 부분(원통셀 skin 또는 보강재 내부분)의 과장계수를 나타낸다.

### (3) 롤링모드의 좌굴하중계수의 산정

Fig. 3와 같이 보강재의 단면형상은 변형하지 않고 원통셀 skin의 국부좌굴을 동반하는 롤링모드 즉, 보강재들 사이의 국부롤링, 길이방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 원주방향 보강재의 롤링 및 원주방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 길이방향 보강재의 롤링 등에 대하여 다음과 같이 좌굴하중계수를 산정한다.

Fig. 3에서 롤링모드에 대한  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$ 축방향 변위  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ 를

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -m\bar{\gamma}\bar{y}\bar{z} \cos m\bar{x} \\ \bar{v} &= \bar{\gamma}\bar{z} \sin m\bar{x} \\ \bar{w} &= -\bar{\gamma}\bar{y} \sin m\bar{x} \end{aligned} \quad (12)$$

과 같이 가정하고<sup>(25)</sup> 식(9)와 같은 방법에 의하여 각 경우의 좌굴하중계수  $\lambda_j$ 를 구하면

$$\begin{aligned} \lambda_j = & a_{33} + (a_{33})_{roll} + \frac{2a_{12}a_{13}a_{23} - a_{11}a_{23}^2 - a_{22}a_{13}^2}{a_{11}a_{12} - a_{12}^2} \\ & - \frac{N_{xj}(m_1^2 + m_2^2) - N_{yj}(n_1^2 + n_2^2) - 2N_{xyj}(m_2n_2)}{-m_1n_1 + m^2n^2N_{roll}} \end{aligned} \quad (13)$$

과 같이 나타낼 수 있다<sup>(17,19,26)</sup>. 여기서  $(a_{33})_{roll}$ 과  $N_{roll}$ 은 보강재의 플랜지부분의 막에너지(membrane energy)와 웨브부분의 굽힘 및 비틀림에너지를 고려하여 산정되었으며, 이들은 부록에 수록되어 있다.

식(13)과 다음 Table 3으로부터 원통셀의 국부좌굴을 동반하는 각종 롤링모드에 대한 좌굴하중계

수  $\lambda_j$ 를 각각 산정할 수 있다.

## 3. 최소중량화설계의 문제설정 및 수식화

### 3.1 최소중량화 설계기법

연속설계공간에서 구조물의 최소중량화 설계기법에는 여러가지가 있는데, 문제의 비선형성, 각종 제한조건식 등을 고려하여 비교적 그 일반성과 효율성이 잘 알려진 비선형탐색기법을 사용하는 CONMIN을 적용한다.

### 3.2 문제설정 및 수식화

본 최소중량화 설계문제는 일반적인 수학적 프로그래밍기법에 따라

$$\text{Minimize } F(X) \quad (14)$$

$$\text{Subject to } G_j(X) \leq 0, \quad j=1, \text{ NIC} \quad (15)$$

$$X_j - X_j^u \leq 0, \quad j=NBC+1, \text{ NIC}, 1 \quad (16)$$

$$j=NBC+2, \text{ NIC}, 2$$

$$X_j^l - X_j \leq 0, \quad (\text{NIC}=NBC+2NDV)$$

과 같이 수식화하여 해석할 수 있다. 여기서  $X$ 는 설계변수벡터,  $F(X)$ 와  $G_j(X)$ 는 목적함수와 부등제한조건(inequality constraints)을 각각 나타내고,  $X_j$ ,  $X_j^u$  및  $X_j^l$ 는 설계변수와 그들의 상, 하한값을 나타내며,  $NDV$ ,  $NBC$  및  $NIC$ 는 설계변수, 성질제한조건, 그리고 전체 부등제한조건의 수를 각각 나타낸다.

### (1) 목적함수(objective function) 및 설계변수 (design variables)

설계변수로서 등방성재료의 경우는 원통셀의 두께  $t_{sk}$ , 길이 및 원주방향 보강재의 간격( $l_s$ ,  $l_r$ ), 두께( $t_s$ ,  $t_r$ ), 그리고 폭( $d_s$ ,  $d_r$ ) 등을 설정하고, 보강된 복합적층원통셀의 경우는 단층(lamina) 두께  $t_i$ , 적층각도(fiber angle)  $\theta$ , 길이 및 원주방향 보강재

의 두께, 간격, 그리고 폭 등을

$$X = (t_{sh}, t_s, d_s, l_s, t_r, d_r, l_r) \quad (17)$$

$$X = (t_s, \theta_s, d_s, l_s, t_r, d_r, l_r) \quad (18)$$

과 같이 각각 설정하였다.

목적함수  $F(X)$ 는 설계변수 및 단위체적당 무게  $\gamma$ 로

$$F(X) [= W(X)] = 2\pi RL\gamma(t_{sh} + A_s/l_s + A_r/l_r) \quad (19)$$

과 같이 표시되는 보강원통셀의 무게  $W(X)$ 를 설정하였다. 여기서  $(A_s, A_r)$ 은 길이 및 원주방향 보강재의 단면적을 각각 나타낸다.

#### (2) 성질제한조건 (behavior constraints)

성질제한을 나타내는 부등제한조건식으로는

(가) 보강원통셀의 전체좌굴,  $G_1(X)$

(나) 길이 및 원주방향 보강재사이의 원통셀 skin의 국부좌굴,  $G_2(X)$

(다) 길이방향 보강재의 역학적 특성이 균배 (smearing out)된 원주방향 보강재사이의 원통형판넬의 준전체좌굴,  $G_3(X)$

(라) 원주방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 길이방향 보강재사이의 원통형판넬의 준전체좌굴,  $G_4(X)$

(마) 길이방향 보강재의 국부좌굴,  $G_5(X)$

(바) 원주방향 보강재의 국부좌굴,  $G_6(X)$

(사) 원통셀 skin의 국부좌굴을 동반하는 국부롤링 (local rolling),  $G_7(X)$

(아)  $G_7(X)$ 에서 길이방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 경우의 롤링,  $G_8(X)$

(자)  $G_7(X)$ 에서 원주방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 경우의 롤링,  $G_9(X)$

과 같이 보강원통셀에서 발생할 수 있는 가능한 모든 좌굴모드를 설정한다.

상기 부등제한조건식을 각 좌굴모드에 대한 고유치 (하중계수)  $\lambda_j$ 로 나타내면

$$G_j(X) = -\lambda_j + 1 \leq 0 \quad j=1, 9 \quad (20)$$

과 같다.

상기 좌굴모드 외의 성질제한을 나타내는 부등제한조건으로 등방성재료인 경우에 원통셀 skin에서의 상당응력제한과 길이 및 원주방향 보강재의 인장 또는 압축변형률제한 등을

$$G_{10}(X) = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_Y} - 1 \leq 0$$

$$G_{11}(X) = \frac{\varepsilon_x^0}{\varepsilon_{xtm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_x^0 \geq 0$$

$$G_{11}(X) = \left| \frac{\varepsilon_x^0}{\varepsilon_{xcm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_x^0 \leq 0 \quad (21)$$

$$G_{12}(X) = \frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_{ytm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_y^0 \geq 0$$

$$G_{12}(X) = \left| \frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_{ycm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_y^0 \leq 0$$

과 같이 각각 설정한다. 여기서  $\sigma_Y, \varepsilon_{xtm}, \varepsilon_{xcm}, \varepsilon_{ytm}, \varepsilon_{ycm}$ 는 설계시에 주어지는 값으로 등방성재료의 최대허용상당응력 (maximum allowable effective stress)과 길이 및 원주방향 보강재의 최대인장, 압축변형률을 각각 나타낸다.

복합적층의 경우는 부등제한조건으로 최대변형률과 손조건의 적용을 위하여 보강재의 역학적 특성이 균배된 원통셀의 주축방향으로의 인장, 압축 및 전단변형률제한과 길이 및 원주방향 보강재의 인장 또는 압축변형률제한 등을

$$G_{13}(X) = \frac{\varepsilon_1^0}{\varepsilon_{1tm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_1^0 \geq 0$$

$$G_{13}(X) = \left| \frac{\varepsilon_1^0}{\varepsilon_{1cm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_1^0 \leq 0$$

$$G_{14}(X) = \frac{\varepsilon_2^0}{\varepsilon_{2tm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_2^0 \geq 0$$

$$G_{14}(X) = \left| \frac{\varepsilon_2^0}{\varepsilon_{2cm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_2^0 \leq 0 \quad (22)$$

$$G_{15}(X) = \frac{\gamma_{12}}{\gamma_{12m}} - 1 \leq 0$$

$$G_{15}(X) = \frac{\varepsilon_x^0}{\varepsilon_{xtm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_x^0 \geq 0$$

$$G_{15}(X) = \left| \frac{\varepsilon_x^0}{\varepsilon_{xcm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_x^0 \leq 0$$

$$G_{16}(X) = \frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_{ytm}} - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_y^0 \geq 0$$

$$G_{16}(X) = \left| \frac{\varepsilon_y^0}{\varepsilon_{ycm}} \right| - 1 \leq 0 \quad \text{for } \varepsilon_y^0 \leq 0$$

과 같이 각각 설정하고, 탄성좌굴변형해석을 위하여 상당응력  $\bar{\sigma}^*$ 를 비례한도응력 (재료상수  $E_1, E_2$  중 큰 값)보다 작게 제한한다. 여기서  $\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \gamma_{12}^0$ 는 보강재의 역학적 특성이 균배된 원통셀의 주재료방향의 막변형률을 각각 나타내고,  $\varepsilon_{1tm}, \varepsilon_{1cm}, \varepsilon_{2tm}, \varepsilon_{2cm}, \gamma_{12m}$ 는 설계시에 주어지는 값으로 복합재료의 최대허용인장, 압축 및 전단변형률을 각각 나타낸다.

#### (3) 기하학적 제한조건 (side constraints)

성질제한조건 이외의 부등제한조건으로 설계변수

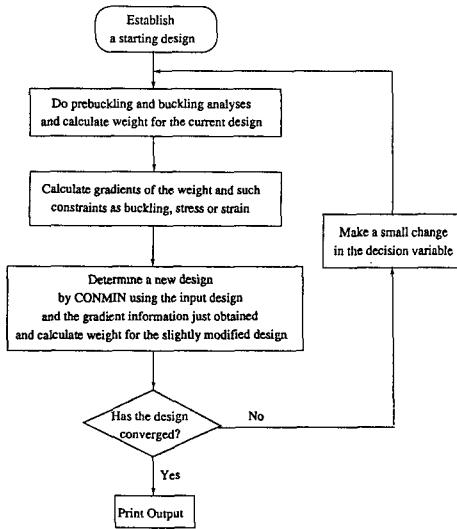


Fig. 4 Flow diagram for the minimum weight design of stiffened cylindrical shells

의 상, 하한을 나타내는 기하학적 제한조건이 있으며 등방성재료인 경우와 복합적층인 경우에 대하여

$$G_j(X) = \frac{X_j}{X_j^u} - 1 \leq 0, \quad j=13, \text{ NIC } -1, 2 \quad (23)$$

$$G_j(X) = 1 - \frac{X_j}{X_j^L} \leq 0, \quad j=14, \text{ NIC, 2}$$

$$G_j(X) = \frac{X_j}{X_j^u} - 1 \leq 0, \quad j=15, \text{ NIC } -1, 2 \quad (24)$$

$$G_j(X) = 1 - \frac{X_j}{X_j^L} \leq 0, \quad j=16, \text{ NIC, 2}$$

과 같이 각각 표시된다.

### 3.3 최소중량화설계 프로그래밍

본 설계에서 사용한 최소중량화설계 프로그램 (OPTIS)은 그 일반성과 효율성이 잘 알려진 비선형구속탐색기법을 사용하는 CONMIN에 의하여 작성되었으며, Fig. 4는 그 전체흐름도를 나타내고 있다.

## 4. 최소중량화 설계예 및 고찰

본 설계결과의 정밀성과 유용성을 검토하기 위하여 등방성재료로 된 보강원통셀의 경우 기존연구들의 설계예를 선정하여 해석하고 최소중량화에 따른 최적단면형상 등을 고찰한다. 일반적인 대칭적층의 비보강 Glass/epoxy, Graphite/epoxy (T300/5208), 그리고 Graphite/epoxy aluminum honeycomb sandwich 원통셀과 Graphite/epoxy 보강원통셀 등, 복합적층구조물의 최소중량화 설계문제를 해석하고 최소중량화에 따른 설계변수들의 영향을 검토한다.

### 4.1 등방성재료로 된 보강원통셀의 최소중량화 설계

- (1) 단축압축하중(uniaxial compression)이 작용하는 경우

Table 4 Comparison of the constraint values with Refs. (12), (20)

Constraints	Ref. (12)	Ref. (20)	Present
General	0.000(18.9)	-0.0134(18,10)	-0.0414(17,9)*
Skin local	-0.0458	—	-0.0440(310, 326)
Panel(smeared stringers)	-0.0983(1,36)	-0.0265(1.36)	-0.1141(31,36)
Panel(smeared rings)	—	—	-45.102(2858,326)
Stringer crippling	-0.0708	-0.0310	-0.5911(310)
Local rolling	—	—	-5.6137(248,326)
Ring rolling(smeared stringers)	—	—	-0.1234(31,36)
Stringer rolling(smeared rings)	—	—	-44.942(2288,326)
Skin yielding	-0.5731	—	<-0.5
Stringer yielding	-0.5814	—	"
Ring yielding	-0.8854	—	"

\*Numbers in parentheses are : (axial half wave number m, circumferential full wave number n).

## (가) 설계예 I

설계예 I 은 단축압축하중이 작용하는 보강원통셀의 경우로 참고문헌(12)의 Case 1 및 참고문헌(20)과 동일하게 설정하였으며, 그 기하학적 특성, 작용하중 및 재료상수는

$$R=2.4257\text{m} \quad L=7.3914\text{m}, \quad \bar{N}_x=140.1\text{KN/m}, \\ E=72.39\text{GPa}, \quad \nu=0.33, \quad \gamma=27.4148\text{KN/m}^3, \\ \sigma_Y=344.72\text{MPa}$$

과 같다.

최소중량화 설계결과는 성질제한조건 등에 따라 달라질 수 있으므로 본 설계의 정밀성을 검토하기 위하여 참고문헌(12, 20)으로부터

$$t_{sh}=0.56147\text{mm}, \quad t_s=0.82854\text{mm}, \quad t_r=0.57708\text{mm}, \\ d_s=11.22934\text{mm}, \quad d_r=53.3400\text{mm},$$

과 같이 직사각형 단면의 길이 및 원주방향 보강재(RS-RR)가 내부에 보강된 원통셀의 최적설계변수값을 취하고 이에 대한 본 연구의 성질제한조건식의 값과 좌굴파장수를 참고문헌(12, 20)과 비교하여 Table 4에서 보여주고 있다.

Table 4에서 알 수 있듯이 길이방향 보강재의 국부좌굴제한조건식의 값과 좌굴파장수( $m, n$ )을 제외하고는 비교적 잘 일치하고 있다.

보강재 국부좌굴제한값의 차이는 본 연구에서 보강재와 원통셀의 기하학적 적합조건을 만족시키기 위하여 식(12)와 같이 길이방향 보강재와 원통셀 skin의 좌굴파장수를 같도록 가정한 때문이다. 준전체좌굴모드에서의 좌굴파장수(31, 36)이 큰 차이를 보이는 것은 본 연구의 좌굴파장수( $m, n$ )이 원통셀 전체에 대한 값이기 때문이며, 이를 보강재

Table 5 Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under uniaxial compression with rectangular type stiffeners (RS-RR), (Design case I)

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present (0.508≤ $X_i$ )	Present (0.254≤ $X_i$ )	Ref.(12) <sup>a</sup> (0.508≤ $X_i$ )
Skin thickness, $t_h$	0.5402	0.5253	0.56147
Stringer thickness, $t_s$	0.6843	0.6670	0.82854
Stringer width, $d_s$	11.290	11.050	11.2293
Stringer spacing, $l_s$	22.130	21.350	23.3642
Ring thickness, $t_r$	0.5080	0.2540	0.57708
Ring width, $d_r$	58.150	70.490	53.3400
Ring spacing, $l_r$	237.60	178.20	238.432
Weight, $W$	3128.4	2997.0	3358.24
General	0.0000(18,9)	0.0021(19,9)	-0.0414(17,9)
Skin local	-0.0040(342,344)	-0.0016(331,356)	-0.0440(310,326)
Panel(smeared stringers)	-0.0141(31,36)	-0.6957(41,40)	-0.1141(31,36)
Panel(smeared rings)	-3.9752(3198,344)	-55.132(3549,356)	-46.102(2858,326)
Stringer crippling	-0.0743(342)	0.0000(331)	-0.5911(310)
Local rolling	-19.394(280,344)	-1.0×10 <sup>17</sup> (414,713)	-5.6137(248,326)
Ring rolling (smeared stringers)	-0.0234(31,36)	-0.7204(41,36)	-0.1234(31,36)
Stringer rolling (smeared rings)	-44.712(2879,344)	-50.378(3195,356)	-44.942(2288,326)
Skin yielding	<-0.5	<-0.5	<-0.5
Stringer yielding	"	"	"
Ring yielding	"	"	"

<sup>a</sup>The constraint values of Ref.(12) are predicted by present study

사이의 값으로 표시하면 (1, 36)으로 동일한 값이 된다.

상기 설계조건하에서 RS-RR형의 보강재가 내부에 보강된 원통셀의 최소중량화설계를 설계변수의 하한값(0.254mm, 0.508mm)에 대하여 각각 수행하였으며, 설계결과를 참고문헌(12)와 비교하여 Table 5에서 보여주고 있다.

Table 5에서 보여주는 바와 같이 참고문헌(12)에 비하여 본 설계결과에서는 보강재수는 증가하고 원통셀 skin 및 원주방향 보강재 두께는 미소하게, 길이방향 보강재 두께는 크게 감소하여(약 17%), 약 7%의 중량감소를 나타내고 있다. 이와 같은 이유는 참고문헌(12)의 설계결과가 본 설계결과에 비하여 지배적 제한조건식(전체좌굴, 원통셀 skin 및

길이방향 보강재의 국부좌굴, 그리고 원주방향 보강재의 롤링모드 등)들의 값이 설계한계에서 멀기 때문이며 특히, 길이방향 보강재의 국부좌굴에서 더 큰 차이를 보이는 것은 Table 4에서 설명한 바와 같이 보강재의 국부좌굴해석의 차이에 기인하는 것으로 판단된다.

또한, 상기 설계결과에서 원주방향 보강재의 두께가 하한값(MG)인 0.508mm에 달하여 하한값을 0.254mm로 감소시켜 설계한 결과, 다시 하한값에 달하였으며 약 4%의 중량감소로 저하된 감소율을 보여주고 있다.

Table 5와 같은 설계조건하에서 I형 또는 T형 단면의 길이방향 보강재와 직사각형 단면의 원주방향 보강재(IS-RR 또는 TS-RR)가 내부에 보강된

**Table 6** Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under uniaxial compression with I type stringers and rectangular rings (IS-RR), (Design case I), ( $0.254\text{mm} \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present	Ref. (20)*
Skin thickness, $t_{sk}$	0.4344	0.50317
Stringer thickness, $t_s$	0.3026	0.38433
Stringer web width, $d_s$	11.560	14.1266
Stringer flange width, $d_f$	1.5080	3.88976
Stringer spacing, $l_s$	16.470	23.6908
Ring thickness, $t_r$	0.2540	0.83998
Ring width, $d_r$	86.430	52.3189
Ring spacing, $l_r$	256.30	311.252
Weight, $W$	2603.0	3073.57
General	0.0002(17, 8)	-0.1866(14, 9)
Skin local	0.0004(461, 462)	0.2791(308, 321)**
Panel(smeared stringers)	0.0007(28.36)	-0.1306(23, 32)
Panel(smeared rings)	-83.131(5637, 462)	-37.558(3078, 321)
Stringer lower flange crippling	-5.1212(461)	-5.1896(308)
Stringer web crippling	-0.0007(634)	-0.1978(522)
Stringer upper flange crippling	-5.2409(634)	-5.3848(522)
Local rolling	$-1.0 \times 10^{17}(461, 925)$	-1.0883(142, 321)
Ring rolling(smeared stringers)	-0.0154(28, 32)	-1.1395(23, 32)
Stringer rolling(smeared rings)	-101.30(2395, 462)	-58.892(1307, 321)
Skin yielding	< -0.5	< -0.5
Stringer yielding	"	"
Ring yielding	"	"

\* The constraint values of Ref. (20) are predicted by present study.

\*\*Skin buckling occurs.

**Table 7** Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under uniaxial compression with T type stringers and rectangular rings (TS-RR), (Design case I), ( $0.254\text{mm} \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present	Ref.(27)*
Skin thickness, $t_{sh}$	0.4176	0.5823
Stringer thickness, $t_s$	0.3104	0.2569
Stringer web width, $d_s$	11.530	10.146
Stringer flange width, $d_f$	1.5820	10.145
Stringer spacing, $l_s$	15.240	22.873
Ring thickness, $t_r$	0.2540	0.3597
Ring width, $d_r$	86.280	50.799
Ring spacing, $l_r$	261.40	241.30
Weight, $W$	2471.2	2728.0
General	0.0003(17, 8)	0.0048(16, 10)
Skin local	0.0019(480, 499)	0.0074(336, 333)
Panel (smeared stringers)	0.0006(28, 36)	-0.1203(30, 36)
Panel (smeared rings)	-88.938(6230, 499)	-29.295(2459, 333)
Stringer web crippling	0.0002(621)	-0.0229(704)
Stringer flange crippling	-4.6719(621)	0.3151(704) **
Local rolling	-43.961(169, 499)	-3.8095(91, 333)
Ring rolling (smeared stringers)	-0.0150(28, 32)	-0.1263(30, 36)
Stringer rolling (smeared rings)	-108.91(2381, 499)	-15.832(759, 333)
Skin yielding	-0.4445	< -0.5
Stringer yielding	-0.4400	"
Ring yielding	"	"

\*The constraint values of Ref.(27) are predicted by present study.

\*\*The stringer flange buckling occurs.

원통셀의 최소중량화설계를 수행하고, 설계결과를 참고문헌(20, 25)와 각각 비교하여 Table 6, 7에서 보여주고 있다.

Table 6, 7에서 알 수 있듯이 본 설계결과는 IS-RR인 경우 참고문헌(20)의 결과보다 약 15%, TS-RR인 경우는 참고문헌(27)의 결과보다 약 9%의 중량감소를 나타내고 있으며, 이는 참고문헌(20, 27)의 결과가 원통셀 skin 및 길이방향 보강재의 웨브의 국부좌굴을 각각 허용한 것임을 고려할 때, 본 설계가 최소중량화에 유용하게 사용될 수 있음을 보여준다. 또한, TS-RR인 경우가 IS-RR인 경우보다 약 5%의 중량감소를 보이고 있는 데, 이와 같은 이유는 TS-RR인 경우가 IS-RR인 경우보다 설계한계에 더 근접한 항복응력제한조건식의 값을 나타내기 때문으로 판단된다.

Table 5, 6, 7에서 알 수 있듯이 설계예 I의 최소중량화설계에서는 RS-RR, IS-RR, TS-RR의 순으로 설계중량이 감소하여 기존연구들과 마찬가지로 TS-RR인 경우에 가장 작은 중량을 얻을 수 있었다.

Fig. 5는 설계예 I의 최소중량화설계에서 반복계산회수에 따른 초기중량  $W_0$ 로 무차원화된 설계중량의 변화를 보여주고 있으며 10회 반복 계산내에서 거의 수렴함을 알 수 있다.

#### (나) 설계예 II

설계예 II는 참고문헌(12)의 Case 2와 동일하게 설정하였으며,

$$R=0.24257\text{m}, L=0.96524\text{m}, \bar{N}_x=140.1\text{KN/m}, E=72.39\text{GPa}, \nu=0.33, \gamma=27.4148\text{KN/m}^3, \sigma_y=344.72\text{MPa}$$

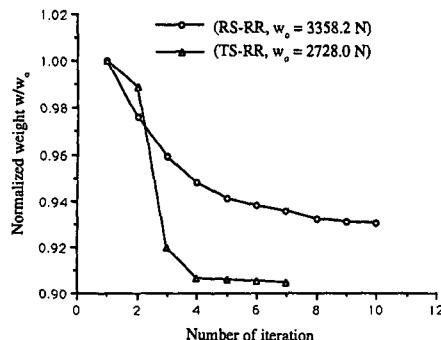


Fig. 5 Variation of normalized design weight with number of iteration for design case I (RS-RR, TS-RR type)

과 같이 작용하중 및 재료상수는 설계예 I 과 같고 기하학적 형상은 설계예 I 보다 훨씬 작은 값을 갖는다.

상기 설계조건과 함께 설계변수의 하한값을

0.254mm로 제한하고 보강재 (RS-RR, IS-RR 또는 TS-RR형)가 내부에 보강된 원통쉘의 최소중량화 설계를 수행하였으며, 그 수치결과를 Table 8, 9에 나타내고 있다. 참고문헌(12)의 설계예는 RS-RR 인 경우로 최적설계변수들의 값은

$$\begin{aligned} t_{sk} &= 0.28\text{mm}, & t_r &= 0.38\text{mm}, \\ t_s &= 0.38\text{mm}, & d_r &= 8.37\text{mm}, \\ d_s &= 2.5\text{mm}, & l_s &= 7.4\text{mm}, \\ l_r &= 30.0\text{mm} \end{aligned}$$

과 같다.

Table 8은 RS-RR형 보강재가 내부에 보강된 원통쉘의 최소중량화 설계결과를 참고문헌(12)와 비교하여 나타내고 있다.

Table 8에서 알 수 있듯이 본 설계결과가 참고문헌(12)보다 약 8%의 중량감소를 보이는 것은 참고문헌(12)보다 원통쉘 skin, 보강재의 국부좌굴,

Table 8 Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under uniaxial compression with rectangular type stiffeners(RS-RR), (Design case II), ( $0.254\text{mm} \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present	Ref.(12)*
Skin thickness, $t_{sk}$	0.2540	0.2800
Stringer thickness, $t_s$	0.3059	0.3800
Stringer width, $d_s$	3.4168	2.500
Stringer spacing, $l_s$	7.0190	7.400
Ring thickness, $t_r$	0.2540	0.3800
Ring width, $d_r$	7.5106	8.3700
Ring spacing, $l_r$	49.434	30.000
Weight, $W$	17.790	19.390
General	0.0013(10,7)	-0.0129(17,7)
Skin local	-0.0064(136,108)	-0.1109(128,102)
Panel(smeared stringers)	0.0029(19,20)	-0.4058(32,23)
Panel(smeared rings)	-10.637(635,108)	-19.294(738,102)
Stringer crippling	0.0023(136)	-1.3841(128)
Local rolling	-0.1269(117,108)	-2.2955(128,102)
Ring rolling(smeared stringers)	0.0022(19,20)	-0.4352(32,23)
Stringer rolling(smeared ring)	-9.4810(572,108)	-19.300(738,102)
Stringer rolling(no skin buckling)	-1.0405(169,0)	-5.0363(226.0)
Skin yielding	-0.0089	-0.0395
Stringer yielding	-0.0029	-0.0273
Ring yielding	<-0.5	<-0.5

\*The constraint values of Ref. (12) are predicted by present study.

그리고 롤링 등의 좌굴제한조건식의 값이 설계한계에 근접하고 있기 때문인 것으로 판단된다.

또한, 설계예 I 과 같은 작용하중 ( $140.1\text{KN/m}$ )에 대하여 항복제한조건식의 값이 설계예 I 보다 한계에 접근하고 있는 것은 설계예 I 보다 훨씬 작은 기하학적 형상( $R, L$ )에 대하여 설계변수의 하한값을  $0.254\text{mm}$ 로 동일하게 설정한 때문인 것으로 판단된다.

설계예 II의 설계조건하에서 내부에 IS-RR 또는 TS-RR인 보강재가 보강된 원통셀의 최소중량화설계를 설계변수의 하한값( $0.254\text{mm}$ )에 대하여 수행하고, 설계결과를 Table 9에 각각 나타내고 있다.

설계예 III의 설계조건하에서 내부에 IS-RR 또는 TS-RR인 보강재가 보강된 원통셀의 최소중량화설계를 설계변수의 하한값( $0.254\text{mm}$ )에 대하여 수행하고, 설계결과를 Table 9에 각각 나타내고 있다.

Table 9에서 보는 바와 같이 IS-RR, TS-RR인 경우 모두 두께를 나타내는 설계변수들은 하한값이 되고 설계중량은 Table 8의 RS-RR인 경우와 근사한 값을 나타내고 있다. 이와 같은 이유는 주어진 기하학적 형상에 비하여 작용하중 및 설계변수의 하한값 등의 과대설정에 따라 두께변수들이 하한값이 되고 항복제한조건식의 값이 설계한계에 달하기 때문으로 판단된다. 따라서 설계 예 II와 같은 경우에는 TS-RR형 보강형태의 사용에 따른 중량감소효과를 기대하기 어렵다.

(2) 조합하중(combined loads)이 작용하는 경우

#### (가) 설계예 III

설계예 III는 조합하중이 작용하는 보강원통셀의 경우로 참고문헌(13)의 Case 2와 동일하게 설정하였으며, 그 기하학적 특성, 작용하중 및 재료상수는

Table 9 Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under uniaxial compression with I or T type stringers and rectangular rings (IS-RR or TS-RR), (Design case II), ( $0.254\text{mm} \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present (IS-RR)	Present (TS-RR)
Skin thickness, $t_{sk}$	0.2540	0.2540
Stringer thickness, $t_s$	0.2540	0.2540
Stringer web width, $d_s$	2.7620	2.6724
Stringer flange width, $d_f$	0.2540	0.7240
Stringer spacing, $l_s$	6.6170	7.0393
Ring thickness, $t_r$	0.2540	0.2540
Ring width, $d_r$	8.2573	7.5212
Ring spacing, $l_r$	43.377	49.498
Weight, W	18.031	17.782
General	0.0032(13, 7)	0.0050(10, 7)
Skin local	-0.1243(155, 115)	-0.0001(136, 108)
Panel (smeared stringers)	0.0025(22, 20)	-0.0036(19, 20)
Panel (smeared rings)	-14.791(742, 115)	-10.580(633, 108)
Stringer lower flange crippling	-77.792(155)	
Stringer web crippling	-5.5064(333)	-6.0089(350)
Stringer upper flange crippling	-79.905(333)	-10.475(350)
Local rolling	-0.0033(133, 115)	-0.3362(77, 108)
Ring rolling (smeared stringers)	-0.0051(22, 20)	-0.0082(19, 20)
Stringer rolling (smeared rings)	-9.1540(668, 115)	-17.334(368, 108)
Skin yielding	-0.0019	-0.0079
Stringer yielding	0.0005	-0.0001
Ring yielding	< -0.5	< -0.5

Table 10 Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under combined axial compression and torsion with rectangular stiffeners(RS-RR), (Design case Ⅲ), ( $1.27\text{mm} \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present	Ref.(13)*
Skin thickness, $t_{sk}$	1.2700	1.2700
Stringer thickness, $t_s$	1.4097	2.5100
Stringer width, $d_s$	17.874	12.700
Stringer spacing, $l_s$	40.855	40.500
Ring thickness, $t_r$	1.2700	1.3500
ring width, $d_r$	73.204	88.900
Ring spacing, $l_r$	289.78	362.09
Weight, $W$	2084.2	2254.4
General	0.0004(1.8)	0.1078(1,7)
Skin local	-0.0003(61,166)	-0.1036(62,167)
Panel(smeared stringers)	0.0008(8,29)	0.5711(6,26)**
Panel(smeared rings)	-27.836(446,166)	-38.217(498,167)
Stringer crippling	-0.0005(61)	-4.8333(62)
Local rolling	-2.0966(52,166)	-7.6348(41,167)
Ring rolling(smeared stringers)	-0.0141(8,26)	0.5624(6,26)**
Stringer rolling(smeared rings)	-26.971(446,166)	-49.505(449,167)
Skin yielding	-0.2337	-0.2857
Stringer yielding	-0.2846	-0.3425
Ring yielding	<-0.5	<-0.5

\*The constraint values of Ref.(13) are predicted by present study.

\*\*Panel buckling and ring rolling occur.

$$\begin{aligned} R &= 2.159\text{m}, & L &= 2.54\text{m}, \\ \bar{N}_x &= 472.819\text{KN/m}, & \bar{N}_{xy} &= 73.29\text{KN/m}, \\ E &= 72.39\text{GPa}, & \nu &= 0.33, \\ \gamma &= 27.4148\text{KN/m}^3, & \sigma_y &= 344.72\text{MPa} \end{aligned}$$

과 같다.

상기 설계조건과 함께 설계변수의 하한값을 1.27mm로 제한하고 보강재(RS-RR 또는 TS-RR형)가 내부에 보강된 원통셀의 최소중량화설계를 수행하였으며, 그 수치결과를 참고문헌(13)과 비교하여 Table 10, 11에서 각각 보여주고 있다.

Table 10에서 알 수 있듯이 RS-RR형 보강재로 보강된 경우에는 본 설계결과가 참고문헌(13)보다 약 7%의 중량감소를 나타내고 있다. 이는 본 설계결과가 참고문헌(13)보다 지배적인 제한조건식(전체좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴, 길이방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 준전체좌굴, 그리고 길이

방향 보강재의 좌굴모드 등)들의 값이 설계한계에 근접하기 때문으로 판단된다.

Table 11에서 보여주는 바와 같이 TS-RR형 보강재가 보강된 경우에는 본 설계결과가 참고문헌(13)보다 약 4%의 중량감소를 나타내고 있으나 RS-RR과 TS-RR형인 경우의 설계중량은 거의 같은 값을 갖는다. 이와 같은 이유는 설계예 Ⅲ에서도 설계예 Ⅱ의 경우와 마찬가지로 두께를 나타내는 설계변수들이 하한값에 달하고 항복제한조건식의 값이 설계한계에 근접하기 때문으로 판단되며 TS-RR형 보강재의 사용에 따른 중량감소효과를 기대하기 어렵다.

#### 4.2 복합적층원통셀의 최소중량화설계

본 연구를 다음과 같이 단축하중이 작용하는 비보강 또는 보강된 복합적층구조물의 최소중량화 설

제문제에 적용하여 해석한다.

(1) 비보강 복합적층원통셀의 경우

(가) 설계예 IV

설계예 IV는 단축하중이 작용하는 일반적인 대칭 적층[0, ±θ, 90]<sub>s</sub>의 Glass/epoxy, Graphite/epoxy(T300/5208), 그리고 [0, ±θ, Al honey-

**Table 11** Minimum weight design results of a stiffened cylindrical shell under combined axial compression and torsion with T type stringers and rectangular rings (TS-RR), (Design case III), (1.27 mm ≤  $X_r$ )

Design variables (mm), weight (N), and constraints	Present	Ref. (13) *
Skin thickness, $t_{sk}$	1.2700	1.2700
Stringer thickness, $t_s$	1.2700	1.2700
Stringer width, $d_s$	17.276	16.700
Stringer flange width, $d_f$	2.5914	2.5000
Stringer spacing, $l_s$	41.621	40.860
Ring thickness, $t_r$	1.2700	1.3100
Ring width, $d_r$	62.000	60.000
Ring spacing, $l_r$	347.23	230.90
Weight, $W$	2060.2	2157.2
General	-0.0001(1,8)	-0.0224(1,8)
Skin local	0.000(58,162)	-0.0329(62,165)
Panel (smeared stringers)	0.0002(7,26)	-1.0802(10,29)
Panel (smeared rings)	-19.713(373,162)	-24.217(409,165)
Stringer web crippling	-5.0384(146)	-5.4551(142)
Stringer flange crippling	-27.837(146)	-29.945(142)
Local rolling	-0.2047(43,162)	-0.4860(43,165)
Ring rolling (smeared stringers)	-0.0068(7,26)	-1.1030(10,26)
Stringer rolling (smeared rings)	-20.419(269,162)	-24.501(296,165)
Skin yielding	-0.2526	-0.2537
Stringer yielding	-0.3060	-0.3051
Ring yielding	<-0.5	<-0.5

\*The constraint values of Ref. (13) are predicted by present study.

**Table 12** Material properties of glass/epoxy, graphite/epoxy and aluminum honeycomb ( $\bar{N}_x=50\text{KN/m}$ ,  $R=1.5\text{m}$ ,  $L=4.5\text{m}$ )

Material	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	$\varepsilon_{1m}$	$\varepsilon_{2m}$	$\gamma_{12m}$
Glass/ epoxy	51.7	15.4	6.06	0.224	21.4	0.012	0.0075	0.015
Graphite/ epoxy	181.8	10.35	7.17	0.28	15.69	0.00829	0.00388	0.00948
Aluminum honeycomb*	6.9	6.9	6.9	0.1	0.471	0.00829	0.00388	0.00948

\*Units for  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  of aluminum honeycomb are KPa.

comb core]<sub>s</sub>의 Graphite/epoxy honeycomb sandwich 등의 비보강 복합적층원통셀의 최소중량화설 계로서 작용하중, 기하학적 형상, 그리고 각 경우

의 재료상수 및 최대허용변형률은 Table 12와 같 다.

상기 설계조건하에서 Glass/epoxy와 Graphite/

**Table 13** Minimum weight design results of unstiffened laminated composite cylindrical shells under axial compression(Design case IV), ( $0.01X_i \leq X_i$ )

Design variables, weight (N), and constraints	Glass/epoxy	Graphite/epoxy (T300/5208)	Graphite/epoxy Al honeycomb
Lamina thickness, $t_l$ (mm)	0.292	0.203	0.026
Fiber angle, $\theta$ (deg)	37.45	53.69	59.79
Al honeycomb thickness, $t_h$ (mm)	—	—	6.360
Weight, $W$	1059.6	540.9	52.58
General	0.000(2,10)	0.000(1,24)	0.000(20,3)
Skin yielding	< -0.5	< -0.5	< -0.5

**Table 14** Minimum weight design results of unstiffened laminated composite cylindrical shells under axial compression(Design case V), ( $0.01X_i \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight (N), and constraints	Present (RS-RR)	Present (TS-RR)
Skin lamina thickness, $t_l$	0.030	0.020
Fiber angle, $\theta$	50.50	56.40
Stringer thickness, $t_s$	0.437	0.174
Stringer web width, $d_s$	4.033	4.516
Stringer flange width, $d_f$	—	0.540
Stringer spacing, $l_s$	11.43	7.342
Ring thickness, $t_r$	0.037	0.028
Ring width, $d_r$	36.13	78.41
Ring spacing, $l_r$	29.14	132.7
Weight, $W$	146.22	104.5
General	-0.0005(23,8)	-0.0005(21,7)
Skin local	0.0510(308,412)	-0.0001(474,641)
Panel(smeared stringers)	-15.310(154,84)	-0.0010(33,32)
Panel(smeared rings)	-13.355(4449,412)	-24.926(9378,641)
Stringer web crippling	-0.0008(308)	-0.0007(779)
Stringer upper flange crippling	—	-2.4593(779)
Local rolling	$-1.0 \times 10^{17}(1134,778)$	$-1.0 \times 10^{17}(474,1282)$
Ring rolling(smeared stringers)	-15.814(154,50)	-0.0154(33,32)
Stringer rolling(smeared rings)	-129.43(4005,412)	-181.65(4636,641)
Skin yielding	< -0.5	< -0.5
Stringer yielding	"	"
Ring yielding	"	"

epoxy(T300/5208) 복합적층원통셀의 경우에는 각 층의 두께를 동일하게 가정한 복합적층의 단층두께  $t_i$  및 적층각도  $\theta$ 를 설계변수로 설정하고, 복합적층 Al honeycomb sandwich 원통셀의 경우에는 Al honeycomb core의 두께  $t_h$ 를 추가로 설정하였다. 설계변수의 하한값은 최소중량화 설계과정에서의 설계변수값의 0.01배를 취하였으며, 본 설계예의 최소중량화의 설계결과를 Table 13에서 보여주고 있다.

Table 13에서 보는 바와 같이 가장 작은 설계중량을 갖는 비보강 복합적층원통셀은 Graphite/epoxy Al honeycomb sandwich인 경우로, Glass/epoxy의 약 1/20의 중량을 나타내며, 최소중량화 설계에 따른 적층각은 약 60°, Al honeycomb의 높이는 Graphite/epoxy(T300/5208) 적층두께의 약

40배를 나타내고 있다.

#### (2) 보강된 복합적층원통셀의 경우

##### (가) 설계예 V

설계예 V는 상기 설계예 IV와 동일한 설계조건 ( $\bar{N}_x=50\text{KN/m}$ ,  $R=1.5\text{m}$ ,  $L=4.5\text{m}$ ) 하에서 보강재(RS-RR 또는 TS-RR형)가 내부에 보강된 일반적인 대칭적층[0, ± $\theta$ , 90]s의 복합적층원통셀의 최소중량화설계로서, 원통셀과 보강재는 Graphite/epoxy(T300/5208)로 동일한 복합재료를 사용하였으며, 보강재의 적층은 [0, ±0, 90]s으로 가정하였다.

설계변수로는 동일한 두께로 가정한 원통셀의 단층두께 및 적층각도, 그리고 길이 및 원주방향 보강재의 두께, 폭 및 간격( $t_i$ ,  $\theta$ ,  $t_s$ ,  $d_s$ ,  $l_s$ ,  $t_r$ ,  $d_r$ ,  $l_r$ ) 등을 설정하였다. 설계변수의 하한값은 최소중량화

Table 15 Minimum weight design results of stiffened laminated composite cylindrical shells under axial compression with R or T type stringers and rectangular rings(RS-RR or TS-RR), (Design case VI), ( $0.01X_i \leq X_i$ )

Design variables(mm), weight(N), and constraints	Present (RS-RR)	Present (TS-RR)
Skin lamina thickness, $t_i$	0.011	0.012
Fiber angle, $\theta$	55.88	57.17
Stringer thickness, $t_s$	0.183	0.082
Stringer web width, $d_s$	1.072	1.510
Stringer flange width, $d_f$	—	0.417
Stringer spacing, $l_s$	2.885	2.913
Ring thickness, $t_r$	0.033	0.044
Ring width, $d_r$	8.318	6.834
Ring spacing, $l_r$	14.54	34.50
Weight, $W$	5.746	5.568
General	-0.0080(13,56)	-0.0056(8,62)
Skin local	0.0420(123,1632)	-0.0041(130,1617)
Panel(smeared stringers)	-0.8995(30,249)	-0.0415(13,155)
Panel(smeared rings)	-82.457(1476,1632)	-47.87(1071,1617)
Stringer web crippling	-0.0459(123)	-0.0310(221)
Stringer upper flange crippling	—	-0.0323(221)
Local rolling	$-1.0 \times 10^{17}(309,3265)$	-0.0300(13,1617)
Ring rolling(smeared stringers)	-0.9316(30,226)	-0.0439(13,153)
Stringer rolling(smeared rings)	-79.505(1182,1632)	-59.765(367,1617)
Skin yielding	<-0.5	<-0.5
Stringer yielding	"	"
Ring yielding	"	"

설계과정에서의 설계변수값의 0.01배를 취하였으며, 최소중량화에 의한 수치결과를 Table 14에서 보여주고 있다.

Table 14에서 보는 바와 같이 본 설계예에서는 설계예 I과 마찬가지로 TS-RR인 경우가 RS-RR인 경우에 비하여 큰 중량감소(약 28.5%)를 나타내고 있는데, 이는 TS-RR인 경우에 RS-RR인 경우 보다 판넬 및 보강재의 두께와 원주방향 보강재수가 현저하게 감소하여 지배적인 제한조건식(전체좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴, 길이방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 준전체좌굴모드 등)들의 값이 설계한계에 더 근접하기 때문으로 판단된다.

Table 13, 14에서 알 수 있듯이 본 설계예의 Graphite/epoxy( $T300/5208$ ) 복합적층원통셀의 최소중량화설계에서 보강된 경우가 비보강인 경우에 비하여 약 4/5의 중량감소를 나타내고 있다.

#### (나) 설계예 VII

설계예 VII는 상기 설계예 V와 기하학적 형상을 제외하고는 모두 동일한 최소중량화 설계예로서 RS-RR 또는 TS-RR형 보강재의 단면형상에 따른 설계결과를 Table 15에 나타내고 있다.

Table 15에서 보는 바와 같이 TS-RR과 RS-RR형인 경우의 설계중량은 거의 비슷한 값(약 3%)을 나타내고 있으며, 본 설계예에도 등방성보강원통셀의 설계예들과 마찬가지로 기하학적 형상에 비하여 작용하중이 과대한 경우로 TS-RR형 보강에 따른 중량감소는 기대하기 어렵다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 단순지지된 등방성보강원통셀과 비보강 또는 보강된 복합적층원통셀에 면내하중(축압축 또는 조합하중)이 작용하는 경우, 비선형수학적탐색기법을 사용하는 CONMIN에 의하여 최소중량화설계를 수행하였다.

최소중량화설계의 제한조건으로는 최대허용응력 또는 변형률 외에 각종 좌굴모드 즉, 전체좌굴, 보강재사이의 원통형판넬의 국부좌굴, 길이 또는 원주방향 보강재의 역학적 특성이 균배된 원통셀의 준전체좌굴, 보강재의 국부좌굴, 원통셀 skin의 국부좌굴을 동반하는 롤링모드 등을 설정하였으며, 보강재는 모두 원통셀내부에 부착되며 단면형상은 길이방향의 경우 직사각형, I형 또는 T형 단면을 사용하고, 원주방향의 경우는 직사각형단면을 사용

하여 최소중량화에 따른 최적단면형상 등을 검토하였다.

본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 각종 좌굴모드와 최대허용응력 또는 변형률 등의 설계제한조건 하에서 단순지지된 등방성보강원통셀과 비보강 또는 보강된 복합적층원통셀에 축압축 또는 조합하중이 작용하는 경우의 최소중량화 설계문제를 비선형수학적탐색기법을 사용하는 CONMIN에 의하여 해석한 결과, 그 정확도와 유용성이 입증되었다.

(2) 본 연구에서는 보강재의 국부좌굴반파장수를 원통셀 또는 보강재 내부분의 반파장수와 동일하게 가정하고, 보강재의 롤링모드를 설계제한조건으로 사용하여 등방성재료로 된 보강원통셀의 경우 기존 연구결과들<sup>(12,13,20,27)</sup>에 비하여 약 7%~15% 정도 감소된 최소중량을 얻을 수 있었다.

(3) 길이방향 보강재의 단면형상으로 직사각형, I형 및 T형 단면 중에서 중량감소가 가장 큰 T형 단면인 경우가 일반적으로 유리하지만, 보강원통셀의 기하학적 형상에 비하여 과대한 하중의 작용이나 설계변수의 하한값의 과대설정 등에 따라 보강재성분의 두께를 나타내는 설계변수 또는 항복제한조건식의 값이 설계한계에 근접하게 되면, T형 단면보강재의 사용에 따른 중량감소효과를 기대하기 어렵다.

## 후 기

본 연구는 학술진흥재단의 자유공모과제 연구의 일환으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 심심한 감사를 드립니다.

## 참고문헌

- Nickel, E.H. and Crawford, R.F., 1962, "Optimum Ring Stiffened Cylinders Subjected to a Uniform Hydrostatic Pressure," Society of Automotive Engineers, Reprint 578F.
- Crawford, R.F. and Burns, A.B., 1963, "Minimum Weight Potentials for Stiffened Plates and Shells," ALAA Journal, Vol. 1, No. 4, pp. 879 ~886.
- Burns, A.B. and Almroth, B.O., 1966, "Structural Optimization of Axially Compressed Ring-

- Stringer Stiffened Cylinders," Journal Spacecraft, Vol. 3, No. 1, pp. 19~25.
- (4) Block, D.L., 1971, "Minimum Weight Design of Axially Compressed Ring Stringer Stiffened Cylindrical Shells," NASA CR-1766.
- (5) Shielder, J.L., Anderson, M.S. and Jackson, L. R., 1972, "Optimum Mass-Strength Analysis of Orthotropic Ring Stiffened Cylinders under Axial Compression," NASA TND-6772.
- (6) Thompson, J.M.T. and Lewis, G.M., 1972, "On the Optimum Design of Thin-Walled Compression Members," Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 20, pp. 101~109.
- (7) Kicher, T.P., 1968, "Structural Synthesis of Integrally Stiffened Cylinders," Journal of Spacecraft, Vol. 5, pp. 62~67.
- (8) Morrow, W.M., II. and Schmit, L., 1968, "Structural Synthesis of Stiffened Cylinders," NASA CR-1217.
- (9) Pappas, M. and Amba-Rao, C.L., 1971, "A Direct Search Algorithm for Automated Optimum Structural Design," AIAA Journal Vol. 9, pp. 387~393.
- (10) Johnes, R. T. and Hague, D.S., 1972, "Application of Multivariable Search Technique to Structural Design Optimization," NASA CR-2039.
- (11) Pappas, M. and Allentuch, A., 1975, "Pressure Hull Optimization Using General Instability Equation Admitting More Than One Longitudinal Buckling Half-Wave," Jornal of Research, Vol. 19, No. 1, pp. 18~22.
- (12) Simitses, G.J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression," AIAA Journal Vol. 13, pp. 750~755.
- (13) Simitses, G.J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression with and without Lateral Pressure," Computer & Structure, Vol. 8, pp. 19~30.
- (14) Anderson, M.S. and Stroud, W.J., 1979, "General Panel Sizing Computer Code and Its Application to Composite Structural Panels," AIAA Journal, Vol. 17, pp. 892~897.
- (15) Zoutendijk, G., 1960, Method of Feasible Directions, Elsevier Publishing Co., Amsterdam.
- (16) Vanderplaats, G.N., 1973, "CONMIN-A FORTRAN Program for Constrained Function Minimization," NASA TM X-62-282, version updated in March 1975, Ames Research Center, Moffett Field, CA.
- (17) Agarwal, B.L., and Sobel, L.H., 1977, "Weight Comparisons of Optimized Stiffened, Unstiffened, and Sandwich Cylindrical Shells," J. Aircraft, Vol. 14, No. 10, pp. 1000~1008.
- (18) Dickson, J.N., Biggers, S.B. and Wang, T. S., 1980, "A Preliminary Design Procedure for Composite Panels with Open-section Stiffeners Loaded in the Post-buckling Range," In Advance in Composite Material, Vol. 1, pp. 812~825.
- (19) Bushnell, D., 1986, "PANDA-Interactive Program for Minimum Weight Design of Composite and Elastic-plastic Stiffened Cylindrical Panels and Shells," Structural Analysis Systems, Vol. 1, Pergamon Press, pp. 171~201.
- (20) Qiu, R., 1985, "Weight Optimization of Stiffened Cylinders under Axial Compression," Computers & Structures, Vol. 21, No. 5, pp. 945~952.
- (21) Jones, R.M., 1975, Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill, New York.
- (22) Jones, R.M. and Hennemann, J.C.F., 1980, "Effect of Prebuckling Deformation on Buckling of Laminated Composite Circular Cylindrical Shells," AIAA Journal, Vol. 18, pp. 110~115.
- (23) Almroth, B.O., 1966, "Influence of Edge Conditions on the Stability of Axially Compressed Cylindrical Shells," AIAA Journal, Vol. 4, pp. 134~140.
- (24) Donnell, L.H., 1934, "A New Theory for the Buckling of a Thin Cylinder under Axial Compression and Bending," Trans. ASME, Vol. 56, No. 11, pp. 795~806.
- (25) Boresi, P. and Lynn, P.P., 1974, Elasticity in Engineering Mechanics, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (26) Brush, D.O. and Almroth, B.O., 1975, Buckling of Bars, Plates, and Shells, McGraw-Hill,

New York.

- (27) Lee, Y.S. and Kim, D.W., 1989, "A Study on the Optimization of Stiffened Cylindrical Shell," Trans. KSME, Vol. 13, No. 2, pp. 205~212.

## 부 록

식(9)에서 계수  $a_{ij}$ 는

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= C_{11}(n_2^4 m_1^4 + n_1^4 m_2^4) + C_{33}(n_2^4 n_1^2 m_1^2 \\
 &\quad + n_1^4 n_2^2 m_2^2) + 2C_{13}(-n_2^4 m_1^3 n_1 + n_1^4 m_2^3 n_2) \\
 a_{12} &= -(C_{12} + C_{33})(n_2^3 n_1 m_1^2 + n_1^3 n_2 m_2^3) \\
 &\quad + C_{13}(n_2^3 m_1^3 - n_1^3 m_2^3) \\
 &\quad + C_{23}(n_2^3 n_1^2 m_1 - n_1^3 n_2^2 m_2) \\
 a_{22} &= 2C_{22}n_1^2 n_2^2 + C_{33}(n_2^2 m_1^2 + n_1^2 m_2^2) \\
 &\quad + 2C_{13}(-n_1 n_2^2 m_1 + n_1^2 n_2 m_2) \\
 a_{13} &= -C_{12}(n_2^2 m_1^2 + n_1^2 m_2^2)/R - C_{14}(n_2^2 m_1^4 \\
 &\quad + n_1^2 m_2^4) - (C_{15} + 2C_{36}) n_1^2 n_2^2 (m_1^2 + m_2^2) \quad (A1) \\
 &\quad + (2C_{16} + 2C_{34})(n_2^2 n_1 m_1^3 - n_1^2 n_2 m_2^3) \\
 &\quad + C_{23}(n_2^2 n_1 m_1 - n_1^2 n_2 m_2)/R \\
 &\quad + C_{35}(n_2^2 n_1^3 m_1 - n_1^2 n_2^3 m_2) \\
 a_{23} &= n_1 n_2 [2C_{22}/R + (C_{24} + 2C_{36})(m_1^2 + m_2^2) \\
 &\quad + C_{25}(n_1^2 + n_2^2)] + (2C_{26} + C_{35})(-n_1^2 n_2 m_1 \\
 &\quad + n_2^2 n_1 m_1) + C_{23}(-n_2 m_1 + n_1 m_2)/R \\
 &\quad + C_{34}(-n_2 m_1^3 + n_1 m_2^3) \\
 a_{33} &= 2C_{22}/R^2 + 2C_{24}(m_1^2 + m_2^2)/R + 2C_{25}(n_1^2 + n_2^2) \\
 &\quad /R + C_{44}(m_1^4 + m_2^4) + C_{55}(n_1^4 + n_2^4) \\
 &\quad + 2(C_{45} + 2C_{66})(n_1^2 m_1^2 + m_2^2 n_2^2) \\
 &\quad + 4C_{26}(-n_1 m_1 + n_2 m_2)/R + 4C_{46}(-n_1 m_1^3 \\
 &\quad + n_2 m_2^3) + 4C_{56}(-n_1^3 m_1 + n_2^2 m_2)
 \end{aligned}$$

과 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 강성계수  $C_{ij}$ 는

$$\begin{aligned}
 C_{14} &= B_{11} + e_s E_s A_s / l_s \\
 C_{15} &= B_{12} \\
 C_{24} &= C_{15} \\
 C_{25} &= B_{22} + e_r E_r A_r / l_r \\
 C_{44} &= D_{11} + E_s I_s / I_s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{45} &= D_{12} \\
 C_{55} &= D_{22} + E_r I_r / l_r \\
 C_{66} &= D_{66} + (G_s J_s / l_s + G_r J_r / l_r) / 4 \\
 C_{i3} &= B_{j6} \quad (i=4, 5, 6; j=1, 2, 6) \\
 C_{i6} &= B_{j6}, \quad D_{j6} \quad (i=1, 2, 4, 5; j=1, 2)
 \end{aligned} \quad (A2)$$

과 같이 복합적 층원통셀의 강성계수  $(B_{ij}, D_{ij})^{(21)}$ , 길이 및 원주방향 보강재의 원통셀중립면에 대한 단면 2차 모멘트  $(I_s, I_r)$ , 비틀림강성  $(G_s J_s, G_r J_r)$ , 그리고 원통셀중립면과 보강재 도심사이의 거리  $(e_s, e_r)$  등으로 표시된다.

식(13)에서  $(a_{33})_{rou}$ 과  $N_{rou}$ 은 길이 및 원주방향 보강재 각각에 대하여

$$\begin{aligned}
 (a_{33})_s &= (2m^2 n^2 / y_{max}) \left[ m^2 d_w^2 \sum_{i=1}^{NSF} \left( \int_0^{d_i} (C_{11})_i y_i^{*2} dy_i^* \right) \right. \\
 &\quad \left. + (C_{44})_w m^2 d_w^3 / 3 + 4(C_{66})_w d_w \right]_{stringer} \\
 (a_{33})_r &= (2m^2 n^2 / x_{max}) \left[ n^2 d_w^2 \sum_{i=1}^{NRF} \left( \int_0^{d_i} (C_{11})_i y_i^{*2} dy_i^* \right) \right. \\
 &\quad \left. + (C_{44})_w n^2 d_w^3 / 3 + 4(C_{66})_w d_w \right]_{ring} \quad (A3) \\
 \bar{N}_s &= -\left( 2/y_{max} \right) \left[ d_w^2 \sum_{i=1}^{NSF} \left( \int_0^{d_i} (\bar{N}_{xs})_i dy_i^* \right) \right. \\
 &\quad \left. + (\bar{N}_{xs})_w d_w^3 / 3 \right]_{stringer} \\
 \bar{N}_r &= -\left( 2/x_{max} \right) \left[ d_w^2 \sum_{i=1}^{NRF} \left( \int_0^{d_i} (\bar{N}_{xs})_i dy_i^* \right) \right. \\
 &\quad \left. + (\bar{N}_{xs})_w d_w^3 / 3 \right]_{ring}
 \end{aligned}$$

과 같이 각각 표시된다. 여기서  $y_i^*$ 는 보강재의  $i$  번째 부분의 폭방향변수, NSF와 NRF는 길이 및 원주방향 보강재의 플랜지부분수, 그리고 하첨자  $w$ 는 보강재의 웨브를 각각 나타낸다.