

〈論 文〉

## 원형튜브의 파열압력에 관한 연구

이영신\* · 강문중\*\* · 조원만\*\*

(1991년 7월 20일 접수)

### A Study on the Burst Pressure of Circular Tubes

Young-Shin Lee, Moon-Joong Kang and Won-Man Cho

**Key Words:** Pressure Vessel(압력 용기), Circular Tube(원형튜브), Internal Pressure(내압), Burst Pressure(파열압력), Roundness Defect(진원도결함)

#### Abstract

Burst pressure of right circular tube is predicted using analytic method, and asymptotic instability pressure of circular tube with roundness defect is found using FEM. Burst tests of nearly right circular tube specimens are carried out and predictions are compared with burst pressures and their accuracy is discussed. It is confirmed that FEM is useful for prediction of burst pressure.

#### 기호설명

$a, b$	:튜브의 내경, 외경	$t+ut_0\beta$	:하중비
$A$	:적분 상수	$\Lambda$	:하중계수
$D_u$	:변형률속도 텐서	$\epsilon_a, \epsilon_b$	:내, 외경에서의 전 유효변형률
$e$	:진원도 결합	$\epsilon_r, \epsilon_t$	:반경방향 및 원주방향 변형률
$t+ut_0F(i-1)$	:시각 $t+\Delta t$ , ( $i-1$ ) 번째 반복계산 에서의 절점하중	$\epsilon_p$	:유효 소성 변형률
$\delta K_L$	:선형 변형률 충분 강성 행열	$\nu$	:포아송(Poisson) 비
$\delta K_{NL}$	:비선형 변형률 충분 강성 행열	$\sigma_e$	:유효응력
$K, n$	:Ramberg-Osgood 표현식의 재료상수	$\sigma_u$	:Cauchy 응력텐서
$P$	:내압	$\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$	:원통좌표에서의 응력성분
$R_m$	:튜브 내경의 평균값	$\Sigma$	:무차원화 유효응력
$t_r$	:최초 하중단계에서의 하중벡터	$\Sigma_a, \Sigma_b$	:내, 외경에서의 무차원화 유효응력
$S_u$	:편차응력	$\Sigma_r$	:무차원화 반경방향응력
$S_{ij}$	:Jauman 편차응력		
$TS$	:인장강도		
$u$	:변위		
$\Delta U^{(i)}$	: $i$ 번째 반복계산에서의 절점변위의 증분		
$YS$	:항복강도		

#### 1. 서 론

설계안전률이 낮고<sup>(1)</sup> 중량조절이 매우 중요한 로켓모타의 연소관 같은 경우 파열압력은 구조설계를 위한 주요 설계인자가 되며 실제적인 구조강도를 위한 척도가 되므로 가능한 정확히 예측되어야 한다. 축대칭용기의 파열 압력에 관하여 Svensson<sup>(2)</sup>, Weil 등, <sup>(3,4)</sup> Margetson, <sup>(5)</sup> Durban<sup>(6)</sup>은 내압하중

\*정회원, 충남대학교 기계설계학과

\*\*정회원, 국방과학연구소

의 경우에, Lo등,<sup>(7)</sup> Kubi등<sup>(8)</sup>은 내암 및 회전관성 하중의 경우에 대하여 각기 연구하였다. 이중에서 Kubi등은 제작공정에서 발생한 직교이방성 재료에 대하여 Hill<sup>(9)</sup>의 직교이방성 항복함수에 따른 유동 이론을 적용한 파열압력을 구하고 Larsson등<sup>(10)</sup>의 실험자료와 비교하였다. 그런데 실제 용기의 경우 제작공정에서 기인하는 조금씩 타원진 형태 즉 진원도공차를 가진 튜브형상이 되므로 이에 따른 구조특성의 변화로 파열압력에도 변화가 예상된다.

본 논문은 평면변형이론을 적용하여, 진원형 튜브의 경우 주로 Durban<sup>(6)</sup>의 과정에 따르고, 몇 가지의 타원형 모델들에 대하여 상용 유한요소프로그램인 Solvia를 이용하여 각기 해석하고, 파열압력에 대한 예측값을 구하였으며 결합의 영향을 파악하였다. 또 반경 대 두께 비가 다른 2가지 시편에 대한 파열시험을 수행하여 해석결과와 비교하였다.

## 2. 공식화

### 2.1 해석모델

대상으로 한 해석모델은 두께편차가 없고 단면이 길이에 따라 불변이나 내경  $R_i$ 가 진원도  $e$ 의 결합을 가져서 다음 식과 같이 표시되는 무한 길이의 타원형튜브이며 형상은 Fig. 1과 같다.

$$R_i = R_m + e \cos 2\theta, \quad e \geq 0 \quad (1)$$

여기서  $R_m$ 은 내경의 평균값을 의미한다.

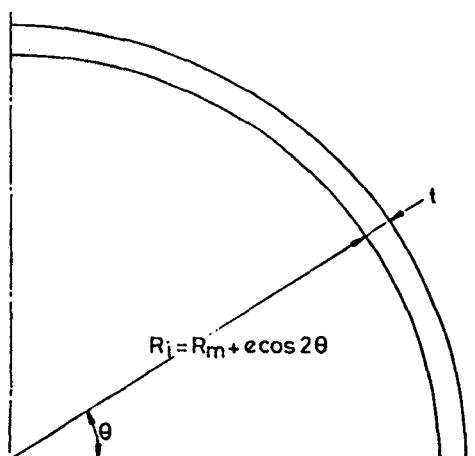


Fig. 1 Idealized 1/4 section of the tube with geometrical imperfection

### 2.2 진원 튜브의 파열압력 예측

축방향의 변형을 무시하는 평면변형으로 가정할 때, 현재의 물질좌표( $r, \theta, z$ )로 대수변형률(logarithmic strain)을 나타내면 다음과 같다.

$$\epsilon_r = \ln(1 + u') \quad (2a)$$

$$\epsilon_\theta = \ln(1 + u/r) \quad (2b)$$

여기서  $u = u(r)$ 는 반경방향 변위이며  $u'$ 은  $du/dr$ 를 나타낸다. 재료에서 항복 발생할 때는 비압축성 거동을 하므로 (2)식을 비압축성가정 즉

$$\epsilon_r + \epsilon_\theta = 0 \quad (3)$$

에 적용하고 변위를 구하면

$$u = (r^2 + A)^{1/2} - r \quad (4)$$

이며 이때  $A$ 는 임의의 적분상수이다.

재료의 구성관계식을 다음과 같이 가정한다.<sup>(6)</sup>

$$S_{ij} = \frac{2}{3} E D_{ij} - \Lambda E \frac{\dot{\epsilon}_p}{\sigma_e} S_{ij} \quad (5)$$

여기서  $\tilde{S}_{ij}$ 는 Jauman 편차응력(Jauman stress deviator),  $\sigma_e$ 는 유효응력(effective stress),  $S_{ij}$ 는 편차응력(deviatoric stress),  $\sigma_o$ 는 Cauchy 응력,  $E$ 는 Young률,  $D_{ij}$ 는 변형률속도(Eulerian strain rate)이고  $\Lambda$ 는 하중계수/loading coefficient로서 하중 가할 때  $\Lambda=1$ , 하중 제할 때  $\Lambda=0$ 이고,  $\dot{\epsilon}_p$ 는 유효 소성변형률(effective plastic logarithmic strain)로  $\sigma_e$ 의 기지함수이며, 상첨자 · (dot)는 시간에 대한 편미분을 가리킨다. 그런데 축대칭모델 형상이며 강체회전(rigid body rotation)이 없는 변형이므로 (5)식에서

$$m\sqrt{3}/2(\dot{\Sigma} + \Lambda \dot{\epsilon}_p) = \ln(\sqrt{r^2 + A}/r) \quad (6)$$

여기서  $\Sigma = \sigma_e/E$ 는 무차원 유효응력(dimensionless effective stress)이다.

축대칭원통의 평형방정식은

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{(1 + du/dr)}{r + u} (\sigma_r - \sigma_t) = 0 \quad (7)$$

이 식에 (4)식을 대입하고 무차원항들로 만들면

$$\frac{\partial \Sigma_r}{\partial r} = m \frac{2}{\sqrt{3}} \Sigma \frac{r}{r^2 + A} \quad (8)$$

여기서  $Er = \sigma_r/E$ 은 무차원화된 반경방향 응력이며 내경  $a$ 와 외경  $b$ 에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\Sigma_r|_{r=a} = -P/E, \quad \Sigma_r|_{r=b} = 0$$

또 전변형률  $\varepsilon$ 을 다음과 같이 나타내고

$$\varepsilon = \Sigma + \varepsilon_p$$

(10)

내, 외경에서의 값을 다음과 같이 둔다.

$$\varepsilon|_{r=a} = \varepsilon_a, \quad \varepsilon|_{r=b} = \varepsilon_b$$

(11)

$$\Sigma|_{r=a} = \Sigma_a, \quad \Sigma|_{r=b} = \Sigma_b$$

최초 상태에서는 응력이 없고 전 변형과정에 걸쳐 소성하중이 발생한다고 가정하여 (22)식을  $A=1$ 로 놓고 적분하고  $A$ 를 소거하면

$$\left(\frac{r}{a}\right)^2 = \frac{\exp(m\sqrt{3}\varepsilon_a) - 1}{\exp(m\sqrt{3}\varepsilon) - 1} \quad (12)$$

(11)식을 고려하면

$$\frac{\exp(m\sqrt{3}\varepsilon_b) - 1}{\exp(m\sqrt{3}\varepsilon_a) - 1} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad (13)$$

그런데 (9)식을 이용하여 (8)식을 적분할 수 있다.

$$\Sigma_r + P/E = - \int_{\Sigma_a}^{\Sigma} f(\Sigma) d\Sigma \quad (14)$$

여기서

$$f(\Sigma) = \frac{\Sigma}{[\exp(m\sqrt{3}\varepsilon) - 1]} \frac{d\varepsilon}{d\Sigma} \quad (15)$$

이 되며, (9)식의 경계조건을 (14)식에 적용하면

$$\int_{\Sigma_a}^{\Sigma_b} f(\Sigma) d\Sigma = P/E \quad (16)$$

이 때 재료의 응력-변형률 관계식을 Ramberg-Osgood 표현식으로 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_e}{E} + K \left( \frac{\sigma_e}{E} \right)^n \quad (17)$$

여기서 (11)식을 대입하면

$$\varepsilon_a = \Sigma_a + K(\Sigma_a)^n \quad (18)$$

$$\varepsilon_b = \Sigma_b + K(\Sigma_b)^n \quad (19)$$

즉 내압  $P$ 를 받는 원통에서의 응력 및 변형률은 (13), (16), (18), 및 (19)식으로부터 미지수  $\Sigma_a, \Sigma_b, \varepsilon_a, \varepsilon_b$ 를 풀면 구해진다.

그런데 변위는 (4)식에서

$$\begin{aligned} u &= r \left( \left[ (a/r)^2 \{ \exp(m\sqrt{3}\varepsilon_a) - 1 \} + 1 \right]^{1/2} - 1 \right) \\ &= [a^2 \{ \exp(m\sqrt{3}\varepsilon_a) - 1 \} + r^2]^{1/2} - r \end{aligned} \quad (20)$$

원통 내, 외경에서의 탄성변형률  $\Sigma_a, \Sigma_b$ 과 내압  $P$ 와의 관계식인 (16)식에서 원통의 불안정성 조건

즉  $dP/d\Sigma_a = 0$ 을 만족하는 내압  $P$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial(P/E)}{\partial\Sigma_a} = \frac{\partial}{\partial\Sigma_a} \int_{\Sigma_a}^{\Sigma_b} f(\Sigma) d\Sigma = 0 \quad (21)$$

이 방정식을 (15), (13), (18), 및 (19)식을 이용하여 풀면 다음식을 얻게된다.

$$\Sigma_a/\exp(\sqrt{3}\varepsilon_a) - \Sigma_b/\exp(\sqrt{3}\varepsilon_b) = 0 \quad (22)$$

따라서 투브 변형에서 안정성을 잊을 때의 압력 즉 최대압력은 (13), (18), (19), 및 (22)식을 만족하는  $\Sigma_a, \Sigma_b$ 를 (16)식에 대입하여 풀면 된다.

### 2.3 타원 투브의 파열압력 예측

투브가 견딜 수 있는 최대압력을 찾는 방법 중 한 가지는 비선형 수식화(nonlinear formulation) 가능한 유한요소 프로그램을 이용하여 중분해석(incremental analysis)을 수행해 보는 것이다.

예로써 전 라그랑지 수식화(total Lagrangian formulation)을 이용할 경우 각각의 하중단계에 대한 평형방정식은 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

$$\left( \int_0^t K_L + \delta K_{NL} \right) \Delta U^{(i)} = (t+\Delta t) \beta^t R - \delta^{t+\Delta t} F^{(i-1)} \quad (23)$$

$i = 1, 2, \dots$

여기서  $K_L$ 은 선형 변형률 증분 강성 행렬(linear strain incremental stiffness matrix)을,  $K_{NL}$ 은 비선형 변형률 증분 강성 행렬(nonlinear strain incremental matrix)을,  $\Delta U^{(i)}$ 는  $i$ 번째 반복계산에서의 절점변위의 증분을,  $R$ 은 최초 하중단계에서의 하중을,  $\beta$ 는 대상시각(혹은 하중 단계)에서의 하중 대  $R$ 의 비를,  $F^{(i-1)}$ 는 대상시각에 대한  $i-1$  번째 반복계산에서의 요소 응력에 상당하는 절점하중을 각기 나타내며, 좌상첨자는 대상시각(혹은 하중단계)을, 좌하첨자는 기준시각(혹은 하중단계)를 각기 나타낸다.

압력이 투브가 견딜 수 있는 최대압력에 도달하면 작은 하중의 증가에서도 상대 변위는 커질 것이다. (23)식의  $\beta$ 를 증가시키며 증분해법(incremental solution)으로 반복계산을 하면 압력이 점차 최대압력에 접근할수록 해가 수렴하기 어려워지며 최대압력의 근처에서부터 발산하게 된다. 만약  $t$ 시각의  $\beta$ 에서 해가 수렴하였다가  $t+\Delta t$ 시각의  $\beta$ 에서 발산하였다면  $t+\Delta t$ 시각에서는 압력이 거의 불안정점에 접근하였거나 그 이상일 것으로 판단할

수 있다. 따라서 그 차이  $\Delta\beta$ 가 충분히 작을 경우에는 발산압력이 최대압력의 절근값이 될 것이다.

### 3. 수치 해석

#### 3.1 기하학적 형상 및 사용 물성

수치계산은 평균내경  $R_m$ 이 61.5 mm이며 재질이 A1 7075-T6인 모델에 대하여 행하였으며 재료물성 및 기하학적 형상은 각기 Table 1과 Table 2에서 나타내었다. 응력-변형률 관계식으로 모델 P1, P2에 대한 전원해석에서는 (17)식의 Ramberg-Osgood 표현식이 적용되었으나, Solvia에 의한 타원해석에서는 이 표현식에서의 7point 값으로 구성하는 다중 선형(multilinear) 선도<sup>(12)</sup>가 적용되었다.

Table 1 Material properties for analysis<sup>(6)</sup>

material		A17075-T6
Young's modulus	E	$7.24 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
Poisson's ratio	$\nu$	0.32
yield strength	YS	$5.03 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
tensile strength	TS	$5.30 \times 10^8 \text{ N/m}^2$
Ramberg Osgood formula	K	$3.94 \times 10^{21} \text{ N/m}^2$
	n	10.9

Table 2 Geometric data of models for analysis  
(unit : mm)

Model	Roundness e	Thickness t
E1	2.000	4.0
E2	0.615 <sup>(1)</sup>	4.0
E3	0.500 <sup>(2)</sup>	4.0
E4	0.150 <sup>(3)</sup>	4.0
E5	0.150 <sup>(4)</sup>	2.5
P1	0.000	4.0
P2	0.000	2.5

(1) Tolerance of ASME code AF-130.1

(2) Tolerance of KS-D6761, special degree

(3), (4) Tolerance of specimen T1, T2

#### 3.2 전원튜브 해석

##### ● 수치연산

전원튜브모델 P1, P2에 대하여 각기 3.44 MPa (500psi), 0.689 MPa(100psi) 단위의 압력별로 응력, 변형률, 및 변위를 구하고, 불안정점 압력을 구하였다. 수치계산은 IMSL subroutine<sup>(13)</sup>을 사용하였는데 비선형연립방정식은 ZSPOW를, 수치적분은 DMLIN을 각기 이용하였으며, CYBER 180/860 컴퓨터와 IBM PC/AT를 이용하였다.

##### ● 해석결과

Fig. 2에서 모델 P1의 경우 압력증가에 따른 유효변형률 변화를 나타내었는데, 약 25 MPa까지는 탄성변형을 보이며 이 이후 소성변형이 증가하여 37.799 MPa(5486psi)에서 최대압력점을 이룬다. 모델 P2도 거동은 비슷하며 23.901 MPa(3469psi)에서 최대압력점을 이루었다. 단면에서의 원주방향 응력분포로 판단할때 모델 P1은 24.12 MPa, 27.56 MPa, 31.00 Mpa에서, 모델 P2는 16.54 MPa, 17.23 MPa, 17.91 MPa에서 각기 전부위탄성, 국부적인 소성, 전부위 소성으로 차례로 변화하였다.

#### 3.3 타원튜브 해석

##### ● 수치계산

Table 2의 전 모델에 대하여 Solvia를 이용하여 해석하였으며 최대압력의 절근값을 구하였다. 9절점 평면변형률 요소(9 node plain strain element)를 사용하였으며, 총 요소 수는 18개이고, 총 절점 수는 95개를 사용하였다. 하중단계(load step; time function)는 모두 80단계로 하였는데 낮은 하중에서는 하중단계별 하중증가를 크게 잡고 하중이 올라 갈수록 하중증가를 작게 잡았다. 반복계산은 Full Newton Method를 채택하였으며 수렴성판별은 에너지수렴판별식(energy convergence criterion)

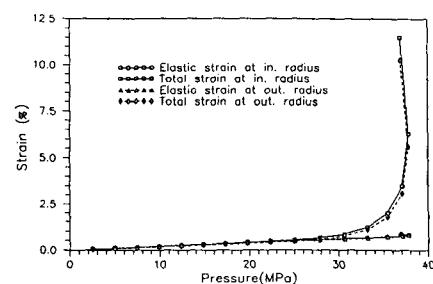


Fig. 2 Effective strain vs. pressure curves of model P1 predicted by analytic study

Table 3 Divergence pressure

(Pressure : MPa)

Model	Thick. (mm)	Last convergence		Divergence		
		Pressure	It. No.	Pressure	It. No.	Status
E1	4.0	39.032	12	39.034	16	OUT*
E2		39.849	7	39.855	12	STIFF**
E3		39.956	10	39.959	7	OUT*
E4		40.168	7	40.180	7	STIFF**
P1		40.233	3	40.247	6	OUT*
E5	2.5	25.395	5	25.396	18	OUT*
P2		25.508	1	25.509	8	OUT*

(1) OUT\* : out-of-balance loads larger than incremental loads after iteration xx<sup>(12)</sup>(2) STIFF\*\* : stiffness matrix not positive definite<sup>(12)</sup>

rion)을 적용하였다. <sup>(12)</sup> 반복계산한계는 50회로 정하였는데 18회이하에서 발산여부가 결정되었고, 계산시간은 CDC 180/860 컴퓨터로 각 모델별로 350~450초 소요되었다.

#### ● 해석결과

모델 E1의 경우 약 3 MPa의 낮은 압력까지 진원도의 회복이 급하게 나타나며 내압 12.28 MPa ~18.42 MPa에서 전체 반경이 거의 균일한 준 진원상태를 거친다. 더욱 증가된 압력에서 원래의 장단경 부위가 서로 반전되고 36.84 MPa에서 반경증가가 두드러졌으며 다른 모델들도 비슷한 거동을 하였다. 진원튜브 해석해(anlaytic solution)에 의한 변위가 FEM에 의한 것에 비해 대부분 조금씩 작게 나왔는데 이는 응력-변형률 관계식의 입력차

이에 의한 것으로 보인다. 그러나 전부위가 소성역이 될 것으로 보이는 높은 압력에서는 변위의 차이가 많이 나타났다.

최대압력값을 구하기 위하여 수렴과 발산압력의 차이를 0.01378 MPa(2 psi)미만이 되도록 하였으며 이때의 발산압력을 Table 3에서 보였다. 따라서 이 발산압력은 파열압력의 접근값이 될 수 있을 것으로 판단된다. 4.0mm 두께의 튜브에 대하여 진원도 크기에 따른 발산압력을 Fig. 3에 보였는데 진원도 즈가에 따라 거의 선형적으로 단조 감소함을 보인다. 그러나 진원도 변화에 따른 발산압력의 차이는 치수에 비해 진원도가 매우 큰 모델 E1의 경우 진원 모델 P1에 비하여 3.01% 작았으며 다른 모델은 차이가 더욱 작았다.

## 4. 파열시험

### 4.1 실험시편 및 장치

실험시편은 Table 2의 모델 E4와 E5를 목표하여 준비한 알루미늄합금 A1 7075-T6 재질로써 Flow Forming 가공에 의하여 제작된 일체칸막이형 원형 튜브이며 Fig. 4와 같다. #T1의 경우 벽두께 4.0 mm인 원래상태이고 #T2의 경우 끝단에서 800.0 mm인 위치를 중심으로 길이 600.0 mm에 걸쳐 외경부위를 선삭하여 벽두께 2.5 mm가 되도록 제작하였는데 실제 시편의 진원도는 대상 모델보다 작게 나왔다. 시편마다 끝단에서 800.0 mm 부위 단

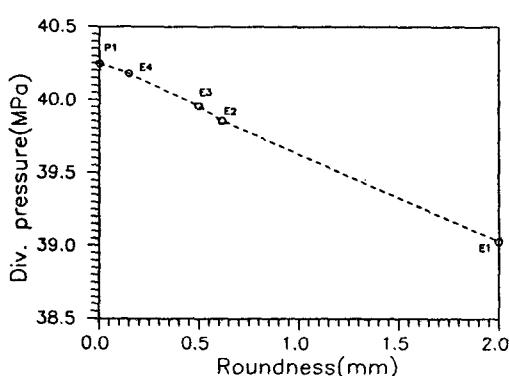


Fig. 3 Divergence pressure vs. roundness

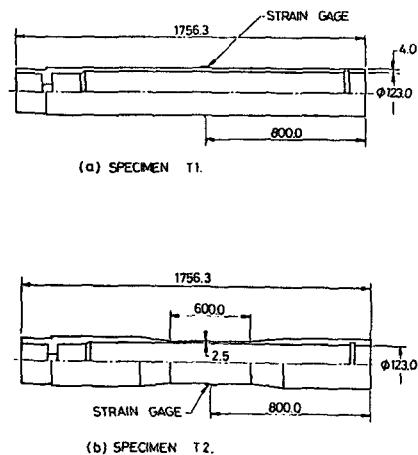


Fig. 4 Specimen shapes

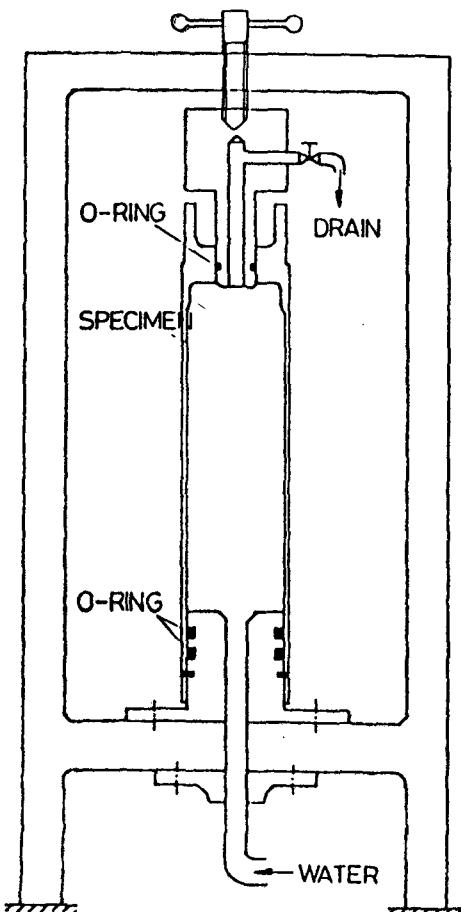


Fig. 5 Test stand

면의 3곳에 2-element 직각 로제트형 변형률 측정을 위하여 변형률 측정은 휴대용 변형률 지시계 (portable strain indicator)를 이용하였다.

시험장비는 약 41.34 MPa (6000psi) 까지 가능이 가능한 국내에서 제작된 수압시험기이며 500 Kgf/cm<sup>2</sup> (약 48.23 MPa; 7000 psi) 용량의 압력 transducer로 압력을 측정하였다. 시험장치와 시편은 Fig. 5와 같이 설치하였는데 평면변형률 조건을 만들기 위하여 상부치구를 시편 상부에 고정시킨다. 시편의 가압은 예상 항복압력의 약 70%까지 일차 가압 후 감압하여 수압장치 및 시편의 이상유무를 파악하고 이상없음을 확인하고 파열할 때까지 가압하였는데, 가압중간 적당한 단계별로 가압을 중지시켜 변형률을 측정하였다.

#### 4.2 실험 결과

압력단계 (pressure step) 별 측정된 변형률은 변형률 측정치 접착의 불완전함과 급격한 압력증가로 인하여 파열압력보다 상당히 낮은 압력에서 많은 계이지들이 파손되었으며, 파열압력 직전까지 변형률이 측정된 곳은 전체 시편에서 모두 3곳이었으나 파열압력은 모두 측정되었다. 측정된 파열압력은 E4 형의 경우 #T1-1 시편이 36.34 MPa (5274.4 psi), #T1-2 시편이 36.766 MPa (5336.1 psi) 이었으며, E5형의 경우 #T2-1 시편이 21.732 MPa (3154.2psi), #T2-2 시편이 22.288 MPa (3234.8 psi) 이었다.

#### 5. 결과 및 고찰

Fig. 6와 Fig. 7에서 원주방향의 변형률에 대하여 측정치와 해석값을 비교해 보였다. 4.0 mm 두께의 튜브 경우 약 20 MPa 이내의 탄성구간에서는 실험치가 FEM의 예상값과 잘 맞으나 약 30 MPa 이상의 소성구간에서는 해석해의 예상값에 보다 근접하고 있다. 이는 응력 변형률 관계식을 FEM에서는 다선형적 (Multi-linear) 으로 처리하였고, 해석해에서는 (17)식처럼 비선형적으로 처리한 때문으로 판단된다. 그런데 시편 #T1-2의 경우 30 MPa 이후에 변형률 증가가 둔화되는 것은 변형률계이지의 접착에서 이상이 발생한 것으로 보인다. 2.5 mm 두께의 튜브 경우도 약 14 MPa 이내의 탄성구간에서는 실험치가 FEM 예상값과 잘 맞고 있으나 약 19 MPa 이후의 소성구간에서는 FEM과 해석해의

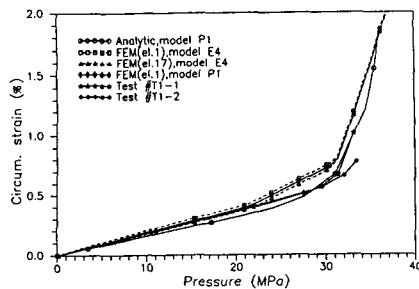


Fig. 6 Strain vs. pressure curves comparing analysis with test result of 4.0mm thickness model

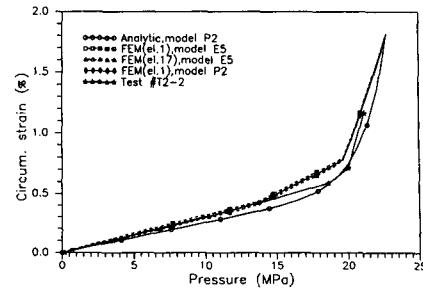


Fig. 7 Strain vs. pressure curves comparing analysis with test result of 2.5mm thickness model

Table 4 Burst pressure comparison between test results and predictions

Specimen No.	Burst pressure A (MPa)	Analytic <sup>(1)</sup>		FEM P <sup>(2)</sup>		FEM E <sup>(3)</sup>	
		Predict B <sub>1</sub>	A/B <sub>1</sub> (%)	Predict B <sub>2</sub>	A/B <sub>2</sub> (%)	Predict B <sub>3</sub>	A/B <sub>3</sub> (%)
#T1-1	36.341	37.799 (MPa)	96.14	40.247 (MPa)	90.29	40.180 (MPa)	90.45
#T1-2	36.766		97.27		91.35		91.50
#T2-1	21.732	23.901 (MPa)	90.93	25.509 (MPa)	85.19	25.396 (MPa)	85.57
#T2-2	22.288		93.25		87.37		87.76

(1) Analytic predictions for model P1 and P2.

(2) FEM predictions for model P1 and P2.

(3) FEM predictions for model E4 and E5.

중간에 위치하였다. 특히 변형률이 탄성구간에서 진원도 0.150로 잡은 모델 E4와 E5의 장경부위 (EL. 1)와 단경부위 (EL. 17)의 사이 값을 보이며 진원모델 P1과 P2의 선도에 보다 근접하는데 이는 실제 시편 진원도가 0.050~0.055였으므로 타원 모델보다 진원 모델에 보다 근사한 때문으로 보인다.

진원 모델 P1, P2과 타원 모델 E4, E5에 대한 예상최대압력 즉 파열압력과 실제 파열압력에 대한 비교를 Table 4에 보였다. 해석모델에서는 고려하지 않았던 다른 기하학적 결합과 실제 대부분의 재료가 보유하고 있는 미소 결합 등으로 인하여 실제 파열압력이 예상치보다 모두 낮게 나오고 있다.

해석해의 예상값이 FEM의 예상값보다 전반적으로 오차가 작으며 두꺼운 튜브에서 보다 정확하다. FEM의 예상값은 그 정확성에서는 다소 떨어지나 요소분할을 보다 미세하게 하면 개선될것으로 보이며, 예상파열압력의 상한치의 의미와 함께 기하학적 결합의 영향에 대한 평가를 위하여 충분히 유

용할 것으로 판단된다.

## 6. 결 론

무한 길이의 진원 및 몇 가지 타원 형상의 기하학적 결합을 갖는 튜브에 대한 파열압력 예측을 하고 파열실험을 행한 결과 다음 결론을 얻었다.

(1) 유한요소해석에 의한 불안정점 점근압력은 진원도와 거의 선형적 관계를 가지며 진원모델과의 차이는 진원도 2.0까지는 3% 정도였다.

(2) 해석해에 의한 진원튜브 불안정점 압력이 유한요소해석에의한 불안정점 점근압력보다 실제 파열압력에 근사하였다.

(3) 유한요소해석에의한 불안정점 점근압력은 예상파열압력에 대한 상한치를 제공하고 있으며, 실제 파열압력에 보다 접근하려면 다절점 요소나 세밀화된 격자구조가 요구됨을 알았다.

(4) 측정된 변형률은 탄성역에서는 유한요소 결과와 잘 일치하나 소성역에서는 해석해 결과에 보

다 접근하였다.

### 참고문헌

- (1) Whitfield, H.K., 1970, "Solid Rocket Motor Metal Cases," NASA SP-8025.
- (2) Svensson, N. L., 1958, "The Bursting Pressure of Cylindrical and Spherical Vessels," J. Appl. Mech., Trans. ASME, pp. 89~96.
- (3) Weil, N. A., Salmon, M. A. and Constantino, C. J., 1963. "Approximate Burst Strength of Thin-Walled Cylinders with Hemispherical Caps," AIAA J., Vol.1, pp. 2088~2092.
- (4) Weil, N. A., Salmon, M. A. and Constantino, C. J., 1964, "Effect of End Conditions on the Burst Strength of Finite Cylinders," J. Appl. Mech., Trans. ASME, pp.97~104.
- (5) Margeson, J., 1978, "Burst Pressure Predictions of Rocket Motors," AIAA/SAE 14th Joint Propulsion Conference, Las Vegas.
- (6) Durban, D., 1979, "Large Strain Solution for Pressurized Elasto/Plastic Tubes," J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol. 46, pp. 228~230.
- (7) Lo, K. K. and Abeyaratne, R., 1981, "Finite Elastic-Plastic Deformation of a Rotating Hollow Cylinder," J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol. 48, pp.666~668.
- (8) Kubi, M. and Durban, D., 1990, "Large Strain Analysis for Plastic-Orthotropic Tubes," Int. J. Solids Structures, Vol.25, No.4, pp. 483~495.
- (9) Hill, R., 1976, "Plastic Analysis of Pressurized Cylinders under Axial Load," Int. J. Mech. Sci., Vol.18, pp. 145~148.
- (10) Larsson, M., Needleman, A., Tvergaard, V., and Storakers, B., 1982, "Instability and Failure of Internally Pressurized Ductile Metal Cylinders," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 30, pp. 121 ~154.
- (11) Bathe, K.J., 1982; "finite Element Procedures in Engineering Analysis," Prentice-Hall, New Jersey.
- (12) SOLVIA-PRE 90, 1990, "Users Manual for Stress Analysis," SOLVIA Engineering AB.
- (13) USER'S MANUAL IMSL LIBRARY, 1984, IMSL.