

〈論 文〉

유연한 조작기의 끝점 위치 제어

이재원* · 주해호**

(1992년 3월 9일 접수)

End-Point Position Control of a Flexible Manipulator

Jae Won Lee and Hae Ho Joo

Key Words : Non-minimum Phase System(비최소위상 시스템), LQG(Linear Quadratic Gaussian), Loop Transfer Recovery(루프전달회복), Lead Compensator(진상 보상기), LQG/LTR Compensator(LQG/LTR 보상기)

Abstract

The end-point position control of a flexible manipulator is a non-minimum phase system. The PD feedback of the end-point position is not stable in contrast with. that of the hub jangle. However, the system can be stabilized conditionally by the feedback of both the hub rate angle and the end-point position. Even in the non-minimum system, the LQG/LTR control law is more systmatic controller design method than the classical control law which uses a root-locus technique.

1. 서 론

유연한 조작기는 조작기의 중량을 경량화 함으로써 조작기의 운동을 고속화 하고 구동에너지를 줄이며 조작기중량 대 부하중량의 비를 증가시키기 위한 것이다. 하지만 중량을 가볍게 하기 위해서는 보의 두께를 줄여야함으로 조작기를 움직일 때 진동이 발생하여 정밀도를 유지하기 힘들다. 이 유연한 조작기는 기존의 단단한 조작기에 비하여 제어상 여러가지 면에서 다르다. Book⁽¹⁾은 이 차이점을 근 제적법을 이용하여 설명하였고 두개의 보와 관절을 가진 시스템의 제어로서 관절의 각도와 각속도를 피드백함으로서 보의 진동을 줄이는 방법에 대하여 연구를 하였다. 하영균⁽²⁾은 최적 제어기 및 관측기를 이용하여 보의 진동을 제어 하였고, 박노철⁽³⁾은 이에 덧붙여 디지털 제어 이론을 적용 하였

다. 송봉기⁽⁴⁾는 PD 제어법에서 되먹임 계수를 시간에 따라 변화함으로서 보의 끝점의 힘을 줄이는 동시에 정상상태에 도달하는 시간도 빠르게 하였다. 한편 Schmitz⁽²⁾은 보의 진동 제어뿐만 아니라 보의 끝점을 동시에 제어하고자 하였다. 이 경우 모터 구동부와 보의 끝점 측정 위치가 일치하지 않으므로 여러가지 문제점 들을 야기하였다. 이를 해결하기 위해 여러위치에서 측정된 정보를 동시에 이용한 고전적 제어(classical control)법과 LQG(linear quadratic gaussian) 제어법을 사용하였다. 하지만 Doyle⁽⁶⁾이 지적한 바와 같이 LQG 제어법은 가격함수(performance index)에 포함되어있는 가중행렬의 선정방법이 비조직적인 시행착오적 방법일뿐 아니라 주어진 시스템의 성능및 안정성-강인성 문제를 제어시스템 설계시 직접 고려할수 없는 단점이 있다. 이의 해결을 위해 Doyle은 좀더 조직적으로 LQG의 가중행렬을 선택할 수 있는 LQG/LTR 제어법을 개발하였다.

본 연구에서는 유연한 조작기의 끝점 위치 제어

*정회원, 영남대학교 정밀기계공학과

**정회원, 영남대학교 기계설계학과

를 위해 LQG/LTR 제어법을 적용함으로써 기존의 고전적 제어방법과 비교하고자 한다.

2. 모델링

유연한 조작기의 모델링은 양단 지지형태에 따라 여러가지 방법^(1~2)이 있으나 이 논문에서는 Schmitz⁽²⁾가 사용하였던 핀-자유 지지 경계조건을 이용한 모델을 이용하고자 한다. 이 방법은 상태 방정식에서 각 모드가 분리되어 있어서 실험적으로 그 변수들을 구할 수 있는 잇점이 있다. 유연한 조작기는 Fig. 1과같이 길이 L의 외팔보로 이상화 하여 해석할 수 있다. 여기에서는 다음과 같은 조건을 만족한다고 가정한다.

(1) 변형량이 길이에 비해서 대단히 작다. 따라서, 길이 방향의 변형은 무시할 수 있다.

(2) 회전관성과 전단 변형을 무시한 베르누이-오일러 빔 모델을 사용하였다. 그러므로 보의 임의 점, P에서의 변형은 다음과 같이 나타낼수있다.

$$y(x, t) = w(x, t) + x\theta(t) \tag{1}$$

이때, x는 구동축으로 부터의 거리, t는 시간, w(x, t)는 직선 Ox로 부터의 휨, θ(t)는 시간 t에서의 구동부 각도를 각각 나타낸다.

운동에너지 KE와 위치에너지 PE는 각각 다음과 같다.

$$2KE = I_H \dot{\theta}^2 + \int_0^L \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \rho dx \tag{2}$$

$$2PE = \int_0^L I \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx - 2T\theta \tag{3}$$

여기서 E I, I_H는 각각 보의 휨 강성, 구동부의 관성모멘트를 나타내고 T는 모터에 의해 구동부에 주어진 토크이며 ρ는 단위질량을 나타낸다. Hamilton의 원리를 이용하면, 이 시스템은 다음과 같이 4차 편미분 방정식 (4)과 4개의 경계조건식 (5)으로 나타낼 수 있다.

$$E I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \tag{4}$$

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0} + T - I_H \ddot{\theta} = 0$$

$$y(0, t) = 0$$

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0$$

$$EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = 0 \tag{5}$$

위의 편미분 방정식의 해는 변수 분리법에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(x) q_i(t) \tag{6}$$

여기서 φ_i(x)는 진동모드를 나타내는 함수로서, i = 0 일 때는 강체 운동모드로서 φ₀(x) = x이고, q₀(t) = θ(t)가 된다. 여기서 사용된 직교성은 다음 식과 같다.

$$\int_0^L \phi_i(x) \phi_j(x) \rho dx + I_H \frac{d\phi_i(0)}{dx} \frac{d\phi_j(0)}{dx} = (I_H + I_B) \delta_{ij} \tag{7}$$

여기서 I_B는 보의 관성모멘트를 나타낸다. δ_{ij}는 Dirac delta 함수이며 ω_i² = β_i⁴ EI/ρ이다. β_i는 식 (4) (5)로부터 구하였다.

식(2) (3) (7)을 이용하면, 다음과 같은 Lagrangian L을 구할수 있다.

$$2L = \sum_{i=0}^{\infty} (I_H + I_B) \dot{q}_i^2 - \sum_{i=0}^{\infty} (I_H + I_B) \omega_i^2 q_i^2 + T \left(\sum_{i=0}^{\infty} \frac{d\phi_i(0)}{dx} \cdot q_i \right) \tag{8}$$

Lagrange 방정식을 이용하면 다음과 같이 분리된 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BT \tag{9}$$

여기서, x는 상태벡터이고, A는 상태행렬이고, B는 입력행렬이다.



Fig. 1 Model of a flexible manipulator

$$\Sigma A + A^T \Sigma + Q_c - 1/\rho \Sigma B B^T \Sigma = 0 \quad (16)$$

여기서,

$$Q_c = H^T H \quad (17)$$

이다. 따라서 목표피드백루프의 전달함수는 다음과 같다.

$$G_c(s) = K_c(sI - A)^{-1} B \quad (18)$$

설계변수인 H 과 ρ 를 조정함으로써 바람직한 목표 피드백 루프를 설계할 수 있다. 이렇게 구해진 $G_c(s)$ 는 이득과 위상 여유에서 강인성과 안정성을 모두 가진다고 알려져 있다.⁽⁶⁾

3.2 루프전달회복 (Loop Transfer Recovery)

앞절에서 구한 목표피드백루프는 모든 상태벡터를 피드백한다는 가정하에 이루어진다. 하지만, 실제에는 관측기를 이용하여 이 상태벡터를 만들어 낸다. Kalman 필터 이득행렬 K_f 는 입력 및 센서 잡음을 백색잡음으로 가정하여 다음과 같이 구한다.

$$K_f = 1/\mu P C^T \quad (19)$$

여기서 P 는 다음의 Riccati 식으로 부터 구한다.

$$AP + PA^T + Q_f - 1/\mu P C^T C P = 0 \quad (20)$$

여기서,

$$Q_f = LL^T + q^2 B B^T \quad (21)$$

따라서 LQG/LTR 보상기의 전달함수행렬 $K(s)$ 는 다음과 같다.

$$K(s) = K_c(sI - A + B K_c + K_f C)^{-1} K_f \quad (22)$$

LQG/LTR루프 $K(s) \cdot G_p(s)$ 는 일반적으로 $G_c(s)$ 의 루프형상과 다르다. 하지만 q 가 무한대로 갈수록 $G_c(s)$ 의 루프형상으로 접근한다.⁽⁶⁾⁽⁸⁾

4. 수치해석

4.1 고전적 보상기 설계

유연한 조작기에서 구동부 각도와 입력간의 전달함수의 극점과 영점은 허수축을 따라 번갈아 위치한다. 이때 원점에 있는 극점은 구동부의 강제운동을 결정하는 근이다. 따라서 구동부의 각도를 다음과 같은 PD(proportional and derivative) 제어법

$$K_1(s) = K_p + K_d s / (s/s_0 + 1) \quad (23)$$

으로 피드백제어를 할 경우 강제모드의 대역폭 (bandwidth)은 1.8 rad/sec이고 감쇠계수는 0.74이다⁽²⁾. 이 때, 구동부 각속도는 필터를 이용하여 구동부 각도로 부터 구하였다. 필터의 절점 주파수는 10Hz($s_0=62.8$)이고 K_p 와 K_d 는 각각 1로 선택하였다. Fig. 3는 이 시스템의 계단응답이다. 한편 끝점위치를 제어하기 위해 PD 제어법으로 끝점 위치를 피드백 할 경우 짝수번째의 진동모드는 안정화 되지만 홀수번째의 진동모드는 감쇠계수가 대단히 적기 때문에 조그마한 피드백계수로도 불안정하게 된다. 이는 끝점위치와 구동부간 전달함수의 일부 영점이 우측 s 평면에 있는 비최소위상(non-

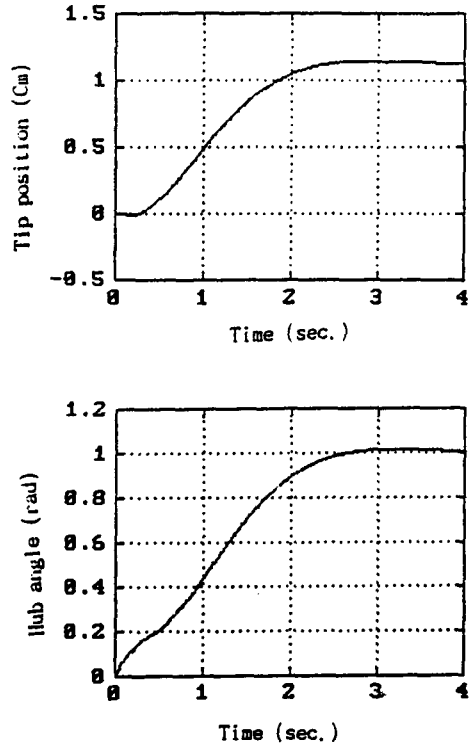


Fig. 4 Block diagram of end-point position feedback with hub rate angle feedback

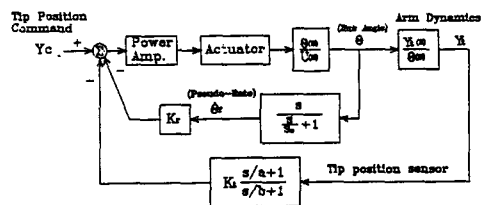


Fig. 3 Step response of PD hub angle feedback

minimum phase) 시스템이기 때문이다. 이에대한 해결책으로 Schmitz⁽⁴⁾은 Fig. 4와 같이 먼저 구동부의 각속도를 피드백 루프에 첨가함으로써 모든 진동모드의 감쇠계수를 증가시켰다. 이 때 $a=3$, $b=30$ 으로 하고 K_f 를 3으로 했을 경우, 강제모드의 대역폭은 4.15 rad/sec이고 감쇠계수는 0.74이다. 이와같이 위치제어는 강제모드의 대역폭을 확장시킨다. 이 제어법을 이용한 경우 Fig. 5와 같이 끝점 위치의 계단응답 특성이 양호하게 나타났다. 여기에서 볼 수 있는 특이한 성질은 끝점 위치 제어가 가지는 비최소위상(non-minimum phase) 성질때문에 끝점이 처음에는 지령신호와 반대방향으로 움직인다. 이때 구동부 각도는 전후로 움직이는 것을 볼 수 있다.

4.2 LQG/LTR 보상기 설계

위에서 언급한 고전적인 보상기 설계방법은 실제 설계시 시행착오의 방법으로 최적의 진상 보상기 계수를 선정하여야 한다. 이에 반하여, LQG/LTR

방법은 앞절에서 언급한 바와 같이 조직적으로 보상기를 설계할수 있다. 먼저, 설계 변수가 되는 H 는 C 로 가정하고 목표피드백루프의 대역폭을 10 rad/sec 근방으로 하기위하여 ρ 를 0.01로 선정하였다. 그리고 루프전달회복을 위하여 L 은 B 로 q 는 가능한 큰값인 1.0×10^{10} 으로 선정하였다. 따라

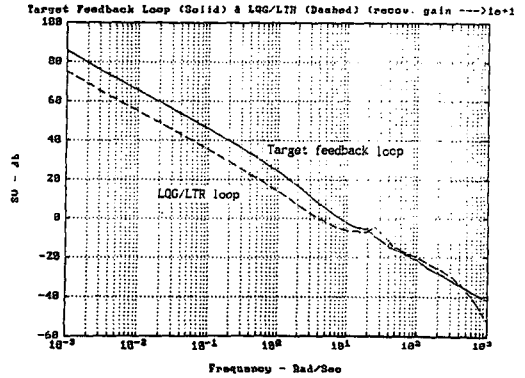


Fig. 6 Bode plot of target feedback loop and LQG/LTR loop

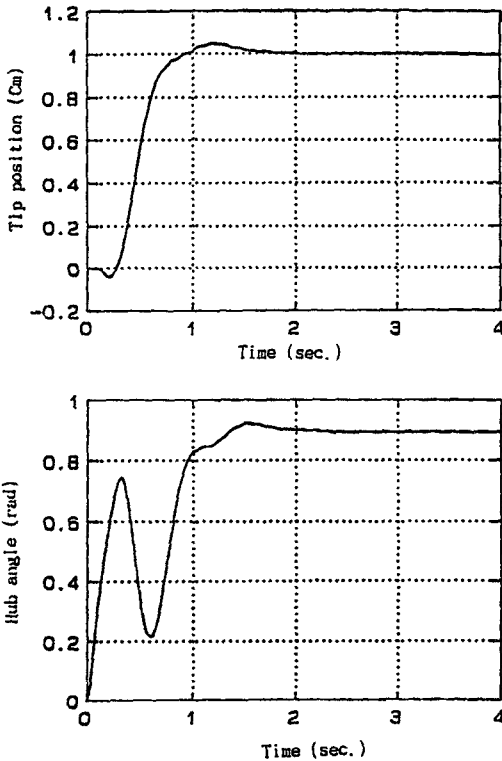


Fig. 5 Step response of end-point position lead compensation

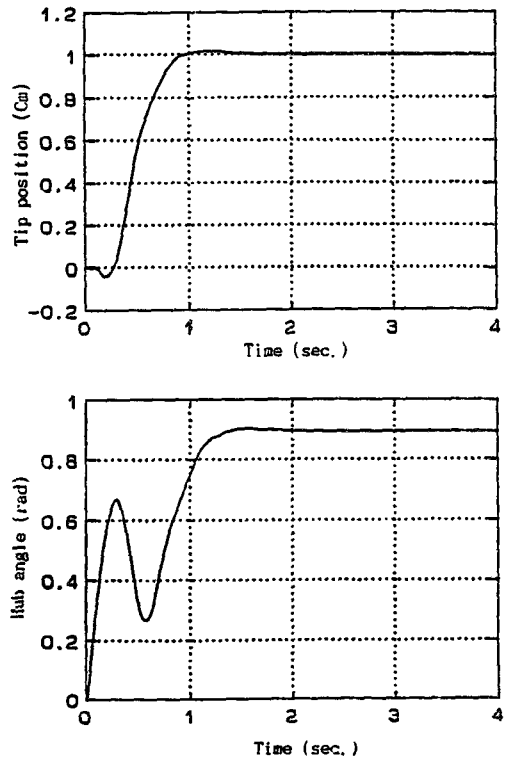


Fig. 7 Step response of end-point position LQG/LTR compensation

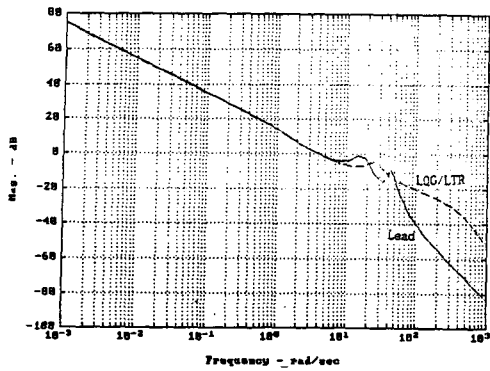


Fig. 8 Bode plot of lead compensated loop and LQG/LTR compensated loop

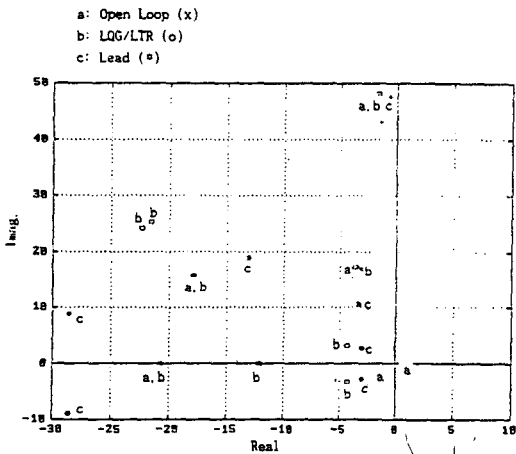


Fig. 9 Closed loop poles of lead compensation and LQG/LTR compensation

서 목표피드백루프와 LQG/LTR루프 전달함수의 Bode 선도는 Fig. 6와 같다. 비최소위상 시스템인 경우에는 목표피드백루프의 이득값과 LQG/LTR루프의 이득값 사이에는 차이가 있다. 이는 LQR 제어법에 의하여 설계된 목표피드백루프는 최소위상 시스템이고 LQG/LTR루프는 비최소위상시스템이기 때문이다. LQG/LTR 보상기를 이용한 시스템의 계단응답은 Fig. 7과 같다. 목표피드백루프와 LQG/LTR루프간에 차이가 있는데도 불구하고 고전적 방법보다 전체적으로 향상된 성능을 얻을 수 있었다. 진상 보상기와 LQG/LTR 보상기의 차이는 다음 그림과 같다. Fig. 8에서 보는 바와같이 두 보상기의 루프전달함수는 대역폭 아래의 저주파수 영역에서 거의 일치하고 있다. Fig. 9는 두 보

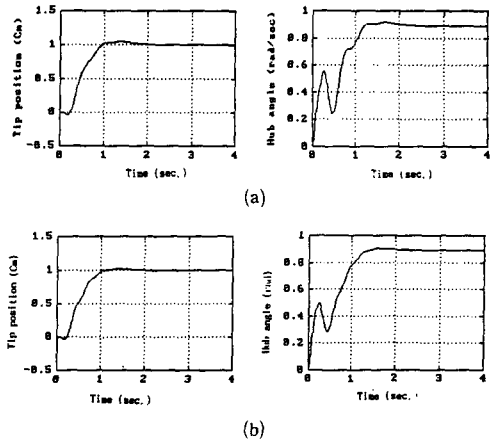


Fig. 10 (a) Step response of lead compensation in case of 20% variation of the plant frequency (b) Step response of LQG/LTR compensation in case of 20% variation of the plant frequency

상기의 폐회로 근들을 나타내는 것으로 LQG/LTR 보상기는 강제모드의 근을 대역폭이 5.34 rad/sec, 감쇠계수 0.74인 위치로 이동시키는 반면 진동모드의 근은 거의 이동시키지 않았다. 하지만, 진상 보상기는 모든 모드를 이동시킨다. Fig. 10는 진동모드를 20% 변화시켰을 때의 계단응답이다. 두 보상기는 진동모드의 주파수 변화에도 불구하고 계단응답은 큰 차이를 보이지 않았다.

5. 결 론

유연한 조작기에서 보의 끝점위치 제어는 중요한 제어목적이 된다. 하지만 끝점 위치의 피드백 제어만으로는 안정한 시스템을 만들기 어렵다. 따라서 구동부의 가속도와 끝점위치의 동시 피드백에 의해 안정성을 향상시킬 수 있다. 하지만 고전적 제어방법인 경우 시행착오의 방법으로 제어계수를 설계하여야 한다. 이에반해 LQG/LTR 제어법은 조직적으로 보상기를 설계할 수 있다. 끝점위치 제어가 비최소위상 시스템이기 때문에 LQG/LTR의 설계에 있어서 문제가 있는 것으로 예상되었으나 수치 해석 예제에서 보는 바와 같이 큰 문제없이 사용될 수 있었다. 또한 LQG/LTR 제어법은 고전적 제어법에 비해 강제모드 대역폭을 증가시킨다. LQG/LTR 제어법과 고전적 제어법은 모두 시스템의 주파수 변동에 대한 강인한 제어성능을 가지고 있다.

차후 성능을 향상시키기 위하여 LQG/LTR루프를 좀더 목표피드백루프에 접근시킬수 있는 방법과 LQG/LTR 보상기의 차수를 줄이는 방법을 연구하고자 한다.

후기

본 연구는 영남대학교 교비 연구비 지원으로 수행되었으며, 그 지원에 감사를 표합니다.

참고문헌

- (1) Book, W.J., Maizza-Neto O. and Whitney, D. E., 1975, "Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility," Trans. of ASME, J. of Dynamics Systems, Measurement, and Control, pp. 424~431.
- (2) Schmitz, E., 1985, "Experiments on the End-Point Position Control of a Very Flexible One-Link Manipulator," Ph.D. Thesis, Stanford.
- (3) 하영균, 김승호, 이상조, 박영필, 1987, "유연한 단일링크 로봇 조작기의 최적 귀한 제어", 대한기계학회 논문집 11권 6호, pp. 923~934.
- (4) 박노철, 하영균, 이상조, 박영필, 1991, "유연한 조작기 진동의 디지털 제어", 대한 기계학회 논문집 15권 4호, pp. 1150~1159.
- (5) 송봉기, 최중호, 1991, "유연한 단일축 로봇트 팔의 위치 제어", 전기학회논문집 40권 2호, pp. 200~206.
- (6) Doyle, J.C. and Stein, G., 1991, "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol 25, pp. 1150~1159.
- (7) 김종식, 마삼선, 송명훈, 1990, "LQG와 LQG/LTR 방법을 이용한 헬리콥터의 비행위치 제어," 한국정밀공학회지, 제7권 제1호, pp. 74~85.
- (8) Athans, M., 1986, "A tutorial on LQG/LTR methods," in Proc. American Control Conference, pp. 1289~1296.