

〈論 文〉

# 上界解法에 의한 軸對稱 管의 前方押出時 塑性流動 研究

韓哲虎\*

(1992년 3월 10일 접수)

## A Study on the Plastic Flow of Axisymmetric Forward Extrusion of Tubes Using Upper-Bound Analysis

Chul-Ho Han\*

**Key Words :** Tube Extrusion(管 押出), Deformation Boundary(變形境界) Plastic Flow(塑性流動), Stream-Lined Die(流線化 金型)

### Abstract

In analyzing the plastic flow of axisymmetric tube extrusion a new method of formulation using the stream function approach and upper-bound theorem is proposed which permits the prediction of plastically deformed zone in analytic expression as well as metal flow. It is shown that the formulation proposed in this work covers the solid extrusion and tube extrusion in axisymmetric case. The effect of some process parameters such as area reduction, the ratio of radii (inner radius to outer radius) and friction factor on extrusion proessure, deformation zone and plastic flow through stream-lined dies has been studied. The proesented theoretical analysis can be effectively used for the prediction of deformation zone and plastic flow.

### 기 호 설 명

- $a_i, b_j$  : 속도장과 연관된 최적화 계수
- $f_1, f_2$  : 변형경계역을 표현하는 流線의 함수
- $J^*$  : 상계압출 에너지율
- $L$  : 금형길이
- $m$  : 금형벽과 소재, 맨드렐과 소재사이의 마찰상수
- $R_i$  : 관 내반경 또는 맨드렐 외반경
- $R_o, R_f$  : 각각 초기 관 외반경과 최종 관 외반경
- $S_v, S_f$  : 속도불연속면과 마찰면의 면적
- $V$  : 소성변형역의 부피
- $V_o, V_f$  : 압출재의 입출구 속도
- $\dot{W}_i, \dot{W}_s, \dot{W}_f$  : 소성변형시 내부, 전단과 마찰에 의한 소요에너지율

- $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  : 소성변형역의 경계
- $\Delta V$  : 속도불연속량

## 1. 서 론

이음매가 없는 管(seamless tube)형 소재와 부품들은 공업적으로 널리 사용되고 있으며 열간 혹은 냉간상태에서 압출공정 또는 인발공정으로 제조되고 있다.

관형의 냉간압출성형은 인발공정에 비해 성형한계가 높고 고강도와 함께 정밀도를 얻을 수 있는 장점이 있어 중래 용접, 주조 혹은 절삭가공에 의한 제품들이 점차 이 공정으로 대체되고 있으며 최근 국내에서도 자동차공업 및 기계부품산업의 비약적인 발달과 더불어 고강도와 고정도의 부품에 대한 요구가 커짐에 따라 그 적용역은 증가하고 있다.

\*정회원, 금오공과대학 생산기계공학과

상온에서 유회된 곡면금형 특히 流線化된 金型 (stream-lined die)을 통한 냉간 압출은 소재의 매끄러운 변형을 주어 소재 입출구의 심한변형에 의한 결함등을 배제할 수 있고 제품의 정도개선이 가능하다.

냉간 관의 압출공정을 설계하기 위해서는 압출하중, 소성변형역, 소성유동등의 예측이 필수적인데 현재까지는 최종제품의 기계적 성질을 좌우하는 소성유동에 대한 해석적 방법이 거의 없는 실정이다.

기존해석법<sup>(1)</sup>의 경우 中實型 전방압출에서 소성역의 양 경계가 압출축 방향에 수직하며 소성변형역내의 각 단면에서 축방향속도  $V_z$ 가 균일하다는 가정을 하였다. 그러므로 최초 축방향에 수직한 평면은 변형후에도 항상 수직평면으로 남게되어 소성유동을 예측하기 어렵다. 최근 이 문제점을 보완하여 각단면의 평균속도와 위치에 따른 속도변화를 고려한 새로운 속도장이 中實型 前方押出에 대해 본 연구자등에 의해 제안<sup>(2)</sup>되었고 이를 이용한 축대칭 관압출의 소성유동해석을 한 논문<sup>(3)</sup>이 발표되었다. 그러나, 이 경우에도 유동모형에서 소성변형역의 입출구가 축방향에 수직한 직선으로 제한되어 공정변수가 변해도 소성변형역이 변하지 않는 문제점을 해결할 수 없었다. 증실형소재의 압출에 대해 본 연구자는 기 발표한 논문<sup>(4)</sup>를 통해 소성역의 경계면이 압출공정변수에 따라 변한다는 것을 이론 및 실험적으로 보인 바 있다.

본 연구에서는 증실형의 해석을 확장하고 유선함수와 상계해법을 이용하여 일반적 경계역을 갖는 관형압출의 체계적 해석법을 연구해서 보다 정확한 압출하중의 예측 뿐 아니라 소성변형역 및 소성유동도 예측 가능한 방법을 제안하고자 한다.

## 2. 이론해석

축대칭 압출에 의한 이음매가 없는 관의 성형공정을 개략적으로 표현하면 Fig. 1과 같다. 금형과 펀치사이에 구속된 최초 외반경  $R_0$ , 내반경  $R_i$ 인 소재는 펀치가 진행됨에 따라 맨드릴과 금형사이의 틈새를 통해 압출되어 최종반경  $R_f$ 를 갖는 단면적이 감소된 관이 성형된다. 이와 같은 관 압출공정의 설계를 위해서는 성형에 요구되는 압출하중과 압출된 제품의 물성예측이 필수적이다. 초기소재는 압출공정을 통해 소성변형을 받아 물성변화가 생기며 이를 예측한다는 것은 압출제품을 공업적으로

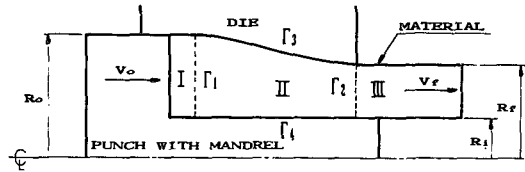


Fig. 1 Schematic process of axisymmetric tube extrusion

사용시 대단히 중요하다.

압출하중과 최종제품의 물성은 일반적으로 금형과 펀치와 같은 사용공구의 형상, 소재의 물성, 소재와 공구사이의 유회조건, 운전조건, 재료의 물성등의 영향을 받으며 이들을 모두 고려한 완전해를 구한다는 것은 대단히 어렵다. 그래서 대부분의 현재까지 연구결과들은 근사적으로 압출하중만을 구하는 정도였다. 상계해법은 안전율을 고려할 수 있어 공업적관점에서 이러한 압출공정을 해석하는데 널리 사용되고 있다. 그러나 기존결과들은 속도장 구성, 가공소재의 물성고려등에 난점이 있어 압출공정의 소성유동 특성과 변형역을 예측하기가 어려웠다.

압출중의 소재는 변형의 상태에 따라 Fig. 1에서 처럼 크게 세 영역으로 구분이 가능하다. 영역 I은 소성변형을 받지않은 상태이고 영역 II는 소성변형역, 영역 III은 소성변형이 끝난 강체상태이다. 그림의 영역구분은 편의상 단면감소부의 입구와 최종단면이 시작되는 출구부를 압출축에 수직하게 구분한 것으로 실제로는 이 변형경계역이 압출공정변수에 따라 변하게 된다.

### 2.1 축대칭 관의 전방압출시 소성변형역의 해석적 표현방법 연구

Fig. 2는 해석을 위한 축대칭 관 압출의 유동모형이다. 일정속도  $V_0$ 로 펀치가 우측으로 이동하면

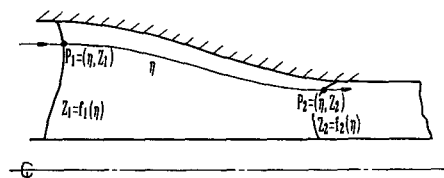


Fig. 2 A Kinematically admissible velocity field with generalized deformation boundaries

소재는  $V_f$ 의 속도로 압출되어 나가며 소재는  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 로 경계 지워지는 영역에서 소성변형을 하게 된다. 이 소성변형역의 경계들은 재료의 소성 유동에 따라 달라진다. 소성역내의 점  $P_1$ 과  $P_2$ 를 지나는 임의 유선(stream line)을  $\eta$ 라하면 두 점은  $\eta$ 와 경계면의  $z$ 좌표로 표현가능하다. 즉  $P_1(\eta, z_1)$ 와  $P_2(\eta, z_2)$ 로 쓸 수 있고  $z$ 좌표는  $\eta$ 에 따라 변할 수 있기 때문에 이를  $f_1(\eta)$ 와  $f_2(\eta)$ 라 하면  $P_1(\eta, f_1)$ 와  $P_2(\eta, f_2)$ 로도 표현가능하다.

일반적으로 소성변형은 입출구의 경계면에서 점진적으로 일어나기 때문에 임의 유선  $\eta$ 는 이들 경계에서 그 기울기가 0이 될 것이며 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_\eta = 0 \quad \text{at } z=f_1(\eta) \text{ and } z=f_2(\eta) \quad (1)$$

이 조건을 만족하는 가장 간단한 다항식은 다음과 같이 표현되며

$$\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)_\eta = C_1(\eta)[z-f_1(\eta)][z-f_2(\eta)] \quad (2)$$

이 식에서  $f_1(\eta)$ 와  $f_2(\eta)$ 는 일반적인  $\eta$ 의 함수로  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 의 형상을 결정해 주며 변형역을 유선과 연관된 해석함수로 표현한 것이며 소성역 내에 유선  $\eta$ 가 0에서 1까지 변하는 경우 다음 경계조건을 만족하면 어떤형태도 가능하다.

$$f_1(\eta)|_{\eta=1} = 0 \quad \text{and} \quad f_2(\eta)|_{\eta=1} = L \quad (3)$$

## 2.2 소성변형역내의 유선에 대한 일반적 표현법

식(2)의  $r$ 은 주어진 유선  $\eta$ 의  $r$ 좌표값이며  $z$ 에 따라 변화하기 때문에  $r(\eta, z)$ 로 표현되며 입출구에서 다음과 같은 경계조건을 만족하여야 한다.

$$r(\eta, z) = R_o \quad \text{at } \eta=1, \quad z=f_1(1) \quad (4a)$$

$$r(\eta, z) = R_f \quad \text{at } \eta=1, \quad z=f_2(1) \quad (4b)$$

식(2)를  $z$ 에 대해 적분하면

$$r(\eta, z) = C_1(\eta) \left[ z^3/3 - (f_1+f_2)z^2/2 + f_1f_2z \right] + C_2(\eta) \quad (5)$$

또한 주어진 유선  $\eta$ 에 대한 유량 연속조건을 이용하면 유량  $Q$ 는 입출구에서 다음과 같은 식을 만족하여야 한다.

$$Q = \pi V_o [r^2(\eta, f_1) - R_i^2] = \pi V_f [r^2(\eta, f_2) - R_i^2] \quad (6)$$

식(4a,b)와 식(5)를 만족하는 유선  $\eta$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\eta = \frac{r^2 - R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \quad \text{at } z=f_1(\eta),$$

$$\eta = \frac{r^2 - R_i^2}{R_f^2 - R_i^2} \quad \text{at } z=f_2(\eta) \quad (7)$$

식(7)의 경계조건을 이용하면 식(4)의  $C_1(\eta)$ 와  $C_2(\eta)$ 는 다음과 같이 쉽게 결정되며 이를 식(5)에 대입하면 소성경계면이 임의함수  $f_1$ 과  $f_2$ 로 표현된 유선의 표현식  $r(\eta, z)$ 를 얻을 수 있다.

$$C_1(\eta) = \frac{r_1 - r_2}{T_1 - T_2}, \quad C_2(\eta) = \frac{r_2 T_1 - r_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (8)$$

$$r(\eta, z) = \frac{(r_1 - r_2)T + r_2 T_1 - r_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (9)$$

여기서  $r_1 = r(\eta, f_1)$ ,  $r_2 = r(\eta, f_2)$

$$T(\eta, z) = z^3/3 - (f_1+f_2)z^2/2 + f_1f_2z$$

$$T_1 = T(\eta, f_1), \quad T_2 = T(\eta, f_2)$$

식(9)에  $\eta=1$ 을 대입하여 정리하면 다음과 같이 표현되고

$$r(1, z) = \frac{R_o - R_f}{L^3} [2z^3 - 3z^2 L] + R_o \quad (10)$$

이 식으로 표현된 금형곡면을 구성하면 유선화된 금형(stream-lined die)이 된다.

## 2.3 동적가용속도장의 유도

축대칭유동에 대한 비압축성 조건은

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

식(11)을 만족하는 유선함수의 일반형을  $\phi = f(\eta)$ 라 하면 축대칭 속도장의 표현식은 다음 형태로 표현이 가능하다.

$$V_r = -\frac{1}{r} f'(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (12a)$$

$$V_z = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (12b)$$

여기서  $f'(\eta) = \frac{df(\eta)}{d\eta}$

식(9)의 유선  $r(\eta, z)$ 를 이용하면 식(12a,b)의 우측 편미분항을 쉽게 아래처럼 구할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)_r = -\frac{H(\eta, z)}{G(\eta, z)}, \quad \left(\frac{\partial \eta}{\partial r}\right)_z = \frac{1}{G(\eta, z)} \quad (13)$$

$$H(\eta, z) = \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial z} \Big|_r = \frac{(r_1 - r_2)(z - f_1)(z - f_2)}{T_1 - T_2}$$

$$Q(\eta, z) = \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial \eta} \Big|_z$$

식(12)를 식(11)에 대입하면 식(9)로 표시된 유선화된 금형을 통한 관압출의 속도장은

$$V_r = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{H(\eta, z)}{G(\eta, z)} \quad (14a)$$

$$V_z = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{1}{G(\eta, z)} \quad (14b)$$

$$V_\theta = 0 \quad (14c)$$

식(14a,b,c)가 되고 이 속도장은 식(11)의 연속조건을 만족하고 금형곡면은  $\eta=1$ 인 유선이므로 금형면에 수직한 속도성분은 존재하지 않는다.

입출구에서 속도경계조건은 다음과 같이 주어지는데

$$V_r|_{\Gamma_1} = 0, \quad V_z|_{\Gamma_1} = V_0 \quad (15a)$$

$$V_r|_{\Gamma_2} = 0, \quad V_z|_{\Gamma_2} = V_f \quad (15b)$$

식(14)의 속도장은 식(15a,b)의  $r$ 방향 속도  $V_r$ 의 경계조건을 항상 만족하고 있다. 이 속도장은  $V_z$ 의 경계조건을 동시에 만족해야하기 때문에 이를 이용하면 다음 관계로 부터  $f'(\eta)$ 를 구할 수 있다.

$$V_z|_{z=f_1} = \frac{f'(\eta)}{r_1 r_1'} = V_0 \quad (16a)$$

$$V_z|_{z=f_2} = \frac{f'(\eta)}{r_2 r_2'} = V_f \quad (16b)$$

여기서  $r_1' = G(\eta, f_1)$ ,  $r_2' = G(\eta, f_2)$  따라서  $V_0 r_1 r_1'$ 는  $V_f r_2 r_2'$ 와 항상 같아지며  $f'(\eta)$ 는 다음식으로 구해진다.

$$f'(\eta) = \frac{V_0}{2} (R_0^2 - R_i^2) = \frac{V_f}{2} (R_f^2 - R_i^2) \quad (17)$$

식(17)을 식(14)에 대입하면 비압축성조건과 속도경계조건을 만족하는 완전한 동적가용속도장을 얻을 수 있다.

입출구의 변형경계역에서 유선을 다음과 같이 정의할 경우는

$$\eta^2 = \frac{r^2 - R_i^2}{R_0^2 - R_i^2} \quad \text{at } z = f_1(\eta),$$

$$\eta^2 = \frac{r^2 - R_i^2}{R_f^2 - R_i^2} \quad \text{at } z = f_2(\eta) \quad (18)$$

식(16)에 이관계를 대입하여 같은 방법으로  $f'(\eta)$ 를 구할 수 있다.

$$f'(\eta) = V_0 \eta (R_0^2 - R_i^2) = V_f \eta (R_f^2 - R_i^2) \quad (19)$$

일반적으로 Stock's flow인 경우 유선함수  $\phi$ 는 유량  $Q$ 와 다음 관계를 만족한다.

$$Q_{tot} = \pi V_0 (R_0^2 - R_i^2), \quad \phi_0 = \frac{Q_{tot}}{2\pi} \quad (20a)$$

$$Q = \pi V_0 (r^2 - R_i^2), \quad \phi = \frac{Q}{\pi} \quad (20b)$$

즉 식(7)과 식(18)로 정의된 유선은  $\phi/\phi_0$ 가  $\eta$ 인 경우와  $\eta^2$ 인 경우에 해당된다는 것을 알 수 있다.

식(19)로 표현된 속도장에 관 내경  $R_i$ 를 0으로 놓으면 기 발표한 중실형의 압출의 속도장과 일치한다. 따라서 식(16)으로 유도된 속도장은 관형압출 뿐 아니라 중실형압출에도 적용가능한 일반적인 속도장임을 알 수 있다.

식(19)로 표현된 속도장에  $f_1=0$ 과  $f_2=L$ 을 대입하면 입출구의 경계가 축에 수직한 Chang & Choi<sup>(1)</sup>의 속도장과 같아지는데 결국 이들의 속도장은 본 연구에서 유도된 일반화된 속도장의 한 특수에 해당된다.

### 2.4 변형률속도 및 속도불연속량

식(14)로 유도된 속도장으로 부터 변형률속도장은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = 1/2 (V_{i,j} + V_{j,i}) \quad (21)$$

이미 언급한대로 경계면  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 에서는 유선의 기울기가 0이므로 속도불연속량은 존재할 수 없으며 금형과 소재사이의 경계면  $\Gamma_3$ 와 맨드렐과 소재 경계면  $\Gamma_4$ 에서는 속도불연속이 존재하며 다음식으로 표현된다.

$$\Delta V_3 = [V_r^2 + V_z^2]^{1/2}|_{\eta=1} \quad (22a)$$

$$\Delta V_4 = [V_r^2 + V_z^2]^{1/2}|_{\eta=0} - V_0 \quad (22b)$$

### 2.5 상계이론의 적용

상계이론에 의하면 식(23)으로 표현된 소요동력  $J^*$ 는 가용한 동적가용속도장에 대해 최소화되어야 한다.

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_{f1} + \dot{W}_{f2} \quad (23)$$

여기서  $\dot{W}_i$ 는 내부변형에 의한 항이고  $\dot{W}_{f1}$ 은 금형과 소재사이의 마찰,  $\dot{W}_{f2}$ 는 맨드렐과 소재사이의

마찰에 의한 소요동력항이며 다음식으로 주어진다.

$$\dot{W}_i = \int_V \bar{\sigma} \bar{\epsilon} dV = \dot{\sigma}_m \int_V \bar{\epsilon} dV \quad (24a)$$

$$\dot{W}_{f1} = \int_{r_3} mk |\Delta V_3| dS = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_{r_3} mk |\Delta V_3| dS \quad (24b)$$

$$\dot{W}_{f2} = \int_{r_4} mk |\Delta V_4| dS = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_{r_4} mk |\Delta V_4| dS \quad (24c)$$

이식에서  $\bar{\sigma}_m$ 은 가공경화를 고려하기 위한 평균유효응력 (mean effective stress)으로 다음 식으로 표현된다.

$$\bar{\sigma}_m = \frac{\int_0^{\epsilon_{favg}} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_{favg}} \quad (25)$$

여기서  $\bar{\epsilon}_{favg}$ 는 최종 평균 유효변형률로 다음과 같이 정해진다.

$$\bar{\epsilon}_{favg} = \frac{\int_{r_2} \bar{\epsilon}_f dA}{\int_{r_2} dA} \quad (26)$$

윗식에서  $\bar{\epsilon}_f$ 는 유선  $\eta$ 를 따라 적분해서 얻어지는 최종유효변형률이다.

식(21)과 식(22)를 식(24)에 대입하면 식(23)의  $J^*$ 를 구할 수 있으며 이로부터 압출압력의 상계해는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$P_{avg} = \frac{J^*}{\pi(R_o^2 - R_f^2)V_o} \quad (27)$$

### 3. 수치계산 및 실험

식(1)의  $f_1(\eta)$ 와  $f_2(\eta)$ 는 관 압출시 소성변형의 입구와 출구 경계역을 해석적으로 표현하는 함수로 식(3)의 경계조건을 만족하기만 하면 어떤 형태의 함수형도 가능하다. 본 연구에서는 해석의 편의상  $f_1$ 과  $f_2$ 를 다음과 같은 4차의 다항식으로 선정하여 계산하였다.

$$f_1(\eta) = a_1\eta^4 + a_2\eta^3 + a_3\eta^2 - (a_1 + a_2 + a_3) \quad (28a)$$

$$f_2(\eta) = b_1\eta^4 + b_2\eta^3 + b_3\eta^2 + b_4 \quad (28b)$$

실제 압출압력의 상계해는 식(27)은 최소화할 때 얻어지는데 수치계산시 최소화 방법은 Flexible Polyhedron Method<sup>(6)</sup>를 사용하였다. 식(24c)의 맨드렐과 소재의 마찰부위는 맨드렐의 길이와 압출출구부의 형상등에 영향을 받게되나 그 절대크기는 미미하며 단면감소율이 다른 여러 압출조건을 공통적으로 비교하기위해서 계산에서는 마찰부위의 길

이를 금형길이로 간주하였다.

앞에서 유도된 관 압출에 대한 해석은 반경  $R_i$ 가 0인 경우는 증실형 전방압출에 해당되며 따라서 본 해석과정은 증실형 전방압출에 그대로 적용가능하다.

이론 및 실험결과를 비교하기 위해서 다음과 같은 2종의 금속을 선정하여 계산하였다.

$$\bar{\sigma} = 418.5 + 698.3 \bar{\epsilon}^{0.2663} \text{ (MPa)} ; \text{ AISI 4140 steel} \quad (29a)$$

$$\bar{\sigma} = 341.4 \bar{\epsilon}^{0.154} \text{ (MPa)} ; \text{ Al 2024} \quad (29b)$$

실험결과는 저자가 이미 발표한 논문<sup>(2)</sup>와 최근의 발표논문<sup>(3)</sup>의 자료를 인용하였으며 압출하중의 비효는 변형률속도의 영향을 받지 않는 정상상태의 상온상태를 기준으로 하고 온도의 영향은 무시하였다.

### 4. 결과 및 토론

이론에서 유도된 관 압출에 대한 수식에  $R_i=0$ 인 경우를 대입하면 본해석은 증실형의 축대칭 전방압출해석에도 적용가능하며 Fig. 3은 식(27b)의 재료를 통상적 전방압출하였을 경우 즉 관이 아닌 증실재로 압출할 경우 단면감소율이 펀치의 압출압력에 미치는 영향을 보여주고 있다. 압출압력은 이론 및 실험 공히 단면감소율이 증가함에 따라 커지며 해석결과의 상계압출압력은 그 경향과 크기에 있어서 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있으며 실

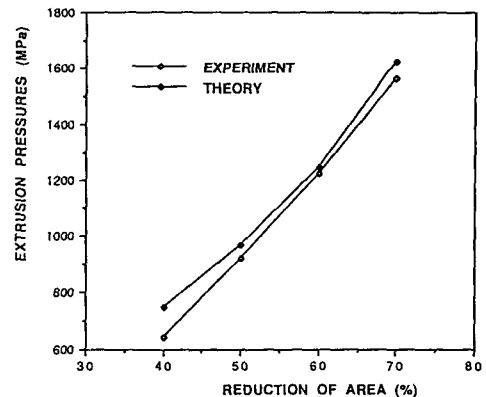


Fig. 3 Comparison of extrusion pressures between theory and experiment<sup>(2)</sup> (axisymmetric case, AISI 4140 steel)

제의 압출압력을 예측할 수 있는 좋은 상계해가 되고 있음을 알 수 있다.

종래의 해석법<sup>(1)</sup>은 입출구의 경계면이 압출방향에 대해 수직하게 고정되어 있는데 이것은 식(26)의 소성역 양 경계곡면의 표현식이  $f_1=0$ 과  $f_2=L/R_0$ (금형길이)인 두 직선으로 항상 일정한 상태이며 이것은 본 해석방법의 한 특수예에 해당한다. Fig. 4는 현해석결과와 기존해석법에 의한 결과를 비교하고 있다. 예측했던대로 현 해석결과는 중실형과 관형 모두 보다 좋은 압출압력의 상계해를 보여주고 있으며 소성변형역의 예측뿐 아니라 압출하중의 예측에도 현해석법이 적합함을 알 수 있다. 동일 단면감소율에서는 항상 관형압출시 소요하중이 중실형압출보다 크며 이것은 압출소재와 맨드렐 사이의 마찰에 의한 에너지 손실이 크기 때문이다.

기존논문<sup>(1,6,7)</sup>를 비롯해서 대부분의 압출해석법은 금형의 기하학적형상이 결정되면 속도장이 단면적만의 함수로 일의적 결정이 되며 타 공정변수가 변하더라도 속도장이 고정되는 결점을 가지고 있다. 이러한 결점을 보완하기 위해 저자들은 각 단면에서 단면적에 의해 결정되는 속도항과 단면내의 위치에 따라 결정되는 속도항을 도입함으로써 보다 일반적인 동적가용속도장 개념을 위치에 따라 결정되는 속도항을 도입함으로써 보다 일반적인 동적가용속도장 개념을 소개한 바 있다.<sup>(2)</sup> 이 속도장을 편향 상 앞으로 편차속도장(deviatoric velocity field, DVF)이라 명명하기로 한다. 이 편차속도장개념을 확장하여 관압출에 적용한 후속논문<sup>(3,8)</sup>이 최근 발표된바 있는데 Fig. 5에는 일반적 변형경계역(generalized deformation boundary, GDB)을 갖는 현 해석법과 편차해석법에 의한 해가 비교되어 있다. 그림에서 보는바와 같이 현 해석결과와 상계해는 편차속도장을 이용한 상계해보다 전 단면감소율에 대해 보다 낮은 값을 갖으며 lower upper bound가 됨을 알 수 있다. 이론결과는 65% 이상의 단면감소율에서 실험결과와 잘 일치하고 있으며 낮은 단면 감소율에서는 차이가 있는데 이것은 실험오차 및 계산에서의 마찰상수의 취급에 의한 영향으로 보인다.

다른 공정변수가 일정할때에 관의 반경비( $R_i/R_0$ )가 압출압력에 미치는 영향이 Fig. 6에 나타나 있다. 그림의  $P_0, P_{F1}$ 과  $P_{F2}$ 는 각각 식(24)의 a,b와 c항에 의한 압력항이며 식(25)의  $\bar{\sigma}_m$ 으로 나누어 무차원화한 값이며  $P_2$ 는 식(27)의  $P_{avg}$ 를 무차원화

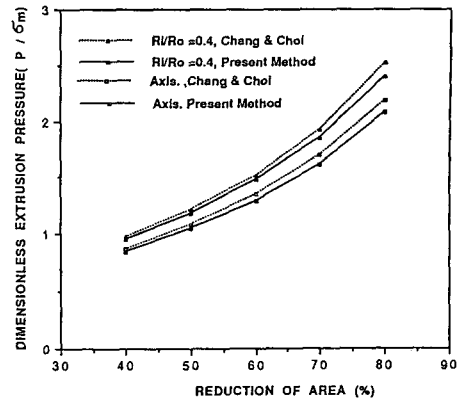


Fig. 4 Comparison of extrusion pressures

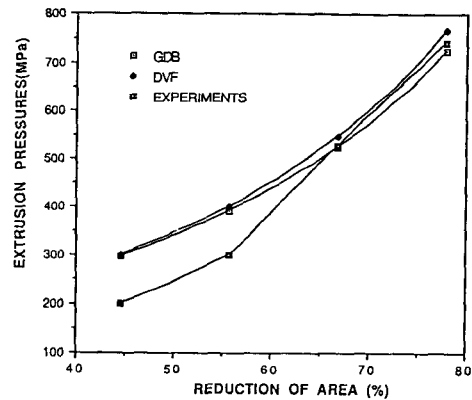


Fig. 5 Comparison of extrusion pressures between theory and experiment<sup>(3)</sup>(Al 2024 aluminum)

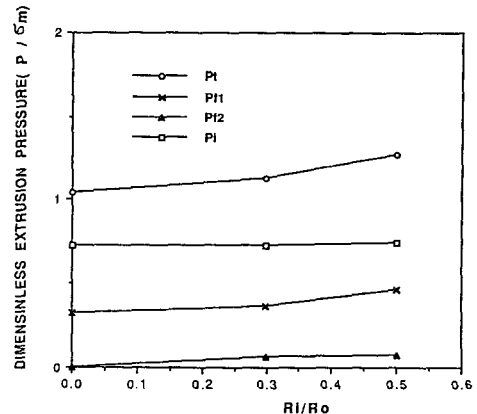


Fig. 6 Effects of Inner diameter of tubes for given reductions

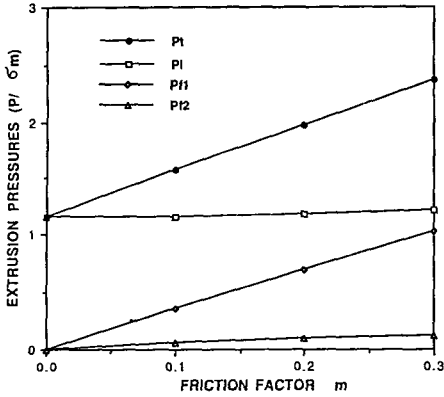


Fig. 7 Influence of frictional conditions on the dimensionless extrusion pressures

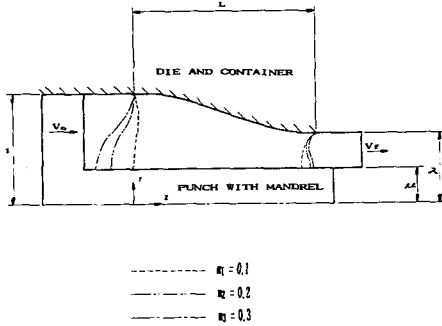


Fig. 8 Effect of friction factors on the deformation zone (R.A.=66.85%,  $L=2.0$ ,  $\mu=0.32$ )

한 값으로 표현하였다. 반경비가 0인 즉 중실형 압출의 경우는 물론 맨드릴부에서의 손실이 없고 총 압출압력( $P_t$ )도 최소가 된다. 반경비가 증가함에 따라 총 압출압력이 증가하는데 여기에는  $P_{f2}$  뿐 아니라  $P_{f1}$ 의 증가가 큰 역할을 함을 쉽게 알 수 있다. 반경비가 변하더라도 내부변형소요항은 거의 변하지 않는다는 것은 주목할 만하다.

Fig. 7은 소재의 윤활상태에 따른 소요압출압력의 변화를 나타낸다. 마찰상수가 변하더라도  $P_t$ 는 변하지 않으며  $P_{f1}$ 과  $P_{f2}$ 는 마찰상수의 증가에 따라 비례적으로 증가한다.  $P_{f1}$ 은  $P_{f2}$ 에 비해 대단히 크며 마찰상수가 0.3인 경우 즉 불량한 윤활 상태에서는 마찰소요손실에 의한 양이 내부변형에 소요되는 양과 거의 같아짐을 알 수 있다. 이것은 본 해석과 같은 유선화 금형을 구성한다 하더라도 윤활상태의 개선이 극히 중요함을 보여주고 있다.

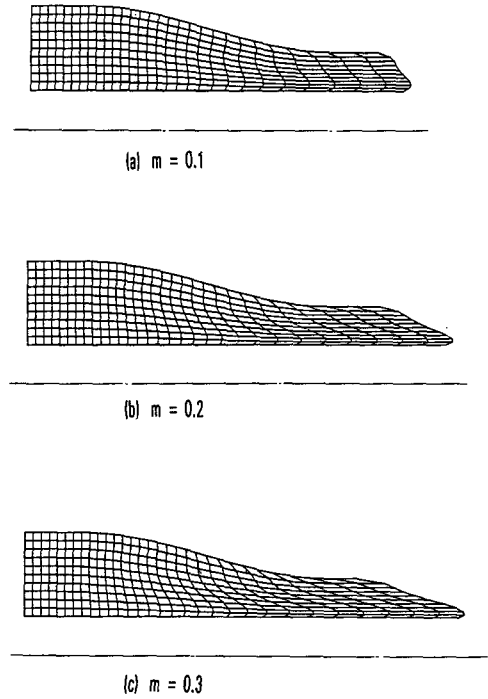


Fig. 9 Effect of friction factors on the grid distortions (R.A.=66.85%,  $L=2.0$ ,  $\mu=0.32$ )

윤활조건의 변화는 압출하중뿐 아니라 소성변형역의 변화를 초래하며 Fig. 8은 그 영향을 보여주고 있다. 계산에서는 금형부와 맨드릴부의 마찰상수를 같게 두었으며 해석결과는 마찰상수의 증가 즉 윤활상태가 나빠지며 소성변형역의 증가를 초래하며 금형부와 맨드릴부의 마찰영향으로 변형의 입·출구 부위의 소성역이 확대됨을 알 수 있다.

Fig. 9는 마찰상수의 변화가 그리드변형에 미치는 영향을 나타낸다. 최초 정사각형의 그리드는 관압출을 통해 금형과 맨드릴사이에서 소성변형을 받아 그림에서와 같은 찌그러진 형상이 된다. 전반적으로 변형은 마찰상수가 클수록 중심부에 가까울수록 커지며 맨드릴부에서는 마찰의 영향을 받아 그 변형이 둔화됨을 알 수 있다.

### 5. 결 론

(1) 축대칭 관의 전방압출시 입출구의 소성변형역을 해석함수로 표현하는 새로운 해석법을 완성하였다.

(2) 소성역내의 유선에 대한 일반적 표현법을 유도하였으며 이로부터 유선화 금형을 결정할 수 있다

(3) 관압출공정시 일반적 변형경계를 갖을 수 있는 동적가용속도장을 유선함수를 이용 유도하였다.

(4) 기존해석법<sup>(1)</sup>은 변형곡면의 해석함수가 압출축에 수직한 현 해석법의 특수예에 해당한다.

(5) 본해석법은 중실형 축대칭 전방압출에도 적용가능하며 기발표한 논문<sup>(4)</sup>은 현해석에서  $R_1=0$ 에 해당된다.

(6) 이론에 의한 압출하중의 예측은 실험결과와 잘 일치하고 있으며 종래의 상계해 보다 낮은 값을 준다.

### 후 기

이 연구는 1989년 후반기 과학재단 해외연수 지원으로 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

### 참고문헌

(1) Chang, K. T. and Choi, J.C., 1972, "Upper-Bound Solutions to Tube Extrusion Problems through Curved dies," J. Eng. Ind. ASME Ser. B, pp.1108~1112.

(2) Yang, D. Y. and Han, C. H., 1987, "A New Formulation of Generalized Velocity Field for Axisymmetric Extrusion through Arbitrarily Curved Dies," J. Eng. Ind. ASME Ser. B, Vol.109, pp.161~168.

(3) Yang, D. Y., Kim, H. S. and Lee C. M., 1987, "Investigation into Lubricated Extrusion of Round Tubes through Streamlined Dies considering the Plastic Flow," Ann, CIRP 36, pp.169~172.

(4) Yang, D. Y., Han, C. H. and Lee, B.C., 1986, "The Use of Generalised Boundaries for the Analysis of Axisymmetric Extrusion through Curved Dies," Int. J. Mech. Sci., Vol.27, No.10, pp.653~663.

(5) Himmelbrau, D. M., 1972, Applied Nonlinear Programming, Mcgraw Hill, New York.

(6) Chang, K. T. and Choi, J. C., 1971, "Upper-Bound Solutions to Extrusion Problems through Curved Dies," Proc. 12th Midwestern Mech. Conf., U. Notre Dame, U.S.A., pp. 386~396.

(7) Avitzur, B., 1968, Metal Forming Process and Analysis, McGraw Hill Book Co., New York.

(8) Yang, D. Y., Kim, H. C., Lee, C. M. and Han C. H., 1990, "Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Arbitrarily Shaped Tubes," Int. J. Mech. Sci., Vol.32, No. 2, pp. 115~127.