

〈論 文〉

음향 홀로그래피를 이용한 방사 음장의 전방예측 방법에 관한 기본 이론 및 신호처리 방법

김양한* · 권휴상**

(1992년 3월 9일 접수)

The Forward Prediction of Radiation Sound Field Using Acoustic Holography : Basic Theory and Signal Processing Method

Yang-Hann Kim and Hyu-Sang Kwon

Key Words : Propagating Wave(진행파), Evanescent Wave(감쇠파), Spatial Aliasing(공간상의 엘리어싱), Window Effect(창문함수 영향), Wraparound Error(둘러싸기 오차), Aperture(구경)

Abstract

The acoustic field resulted by the radiation of sound from vibrating structure is predicted based on the sound pressure measurements. The sound pressures are measured at discrete point on the measurement plane ; Hologram. Based on these discrete measurements, the sound field away from the acoustic source is constructed based on the discrete form of Kirchhoff-Helmholtz integral equations. The velocities, intensities, and pressures of arbitrary plane of interest in space are predicted and visualized. The effects on the sound field reconstruction ; finite aperture effect, effect of finite sampling interval in space are studied in terms of wraparound error and spatial aliasing. Numerical simulations and experimental verifications are performed to see these effects. To reduce the wraparound error, zero padding technique in space is used and the usefulness of the method is demonstrated by various examples.

1. 서 론

공간상에 분포되어 있는 소음의 시·공간적 특성을 알아 내고자 하는 노력은 소음제어나 음의 방사 등, 거의 모든 음향학적 문제를 해결하기 위한 근본적인 전제조건으로서 그 중요성이 인정되어 왔다. 또한 이는 소음의 공간상 분포를 가시화 함으로써 음장에 대한 이해 증대 및 음장의 정보에 대한 정확하고 빠른 전달에 도움을 줄 수 있을 것이

다.

공간상의 음장 분포를 알기 위해서는 음향학 이론에 기초한 해석적인 방법으로 음장을 계산하거나 경계요소법과 같이 수치해석적으로 음장을 추산하는 방법들을 생각할 수 있다.^(1,2) 그러나 이 방법들은 기본적으로 소음원을 정확히 알아야 한다는 전제조건과 함께 경계조건 등이 비교적 잘 정의되어야 하는 어려움을 가지고 있다. 이에 반하여 음향 홀로그래피를 이용한 실험적 음장예측 방법의 경우, 복잡한 음원 형태나 경계조건에 의하여 해석이 불가능한 방사음장에도 실제적 적용이 가능하다는 장점을 가지고 있다.^(3,4)

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

**한국과학기술원 기계공학과

이처럼 음향 홀로그래피 방법은 공간상의 음장분포를 알고자 하는 목적의 실제적 적용에 근본적인 장점을 가지고 있지만, 측정조건을 가능한 단순화시키고 더욱 신뢰할 수 있는 예측결과를 얻기 위하여는 유한한 측정 데이터에 의한 오차의 이해와 함께 이를 줄이기 위한 노력이 필요함은 자명한 일이다. 이를 위하여 공간상의 이산 신호처리 과정에서 발생하는 공간상의 엘리어싱(spatial aliasing), 창문함수 효과(window effect), 둘러싸기 오차(wraparound error) 등을 살펴보고, 이를 줄일 수 있는 대안을 제시하고자 한다. 또한 예측평면의 위치에 따라 감쇠파의 영향이 크게 차이가 나므로 측정오차에 대한 해석에 유의하여야 하는데, 본고에서는 예측평면이 음원에서 멀어지는 곳에 존재하는, 즉 감쇠파의 영향이 작은 전방 음장예측 문제에서의 오차를 줄이는 방법에 대해서 논의하고자 한다.

공간상의 엘리어싱(spatial aliasing)은 측정점 사이의 간격에 따라 나타나게 되고, 창문함수 효과(window effect)는 측정하는 구경의 크기에 따라 정해지는데, 이 영향을 줄이기 위한 방법은 다분히 경험적인 방법에 의존하고 있다. 본고에서는 경험적으로 측정점 사이의 간격과 구경의 크기를 정하는 방법에 대하여 살펴보았다. 이에 반하여 둘러싸기 오차(wraparound error)는 이산화된 파수 성분 데이터의 처리 과정에서 발생하게 되는데, 이를 줄이기 위한 방법의 일환으로 본 논문에서는 제로패딩(zero padding) 방법을 도입하였다. 또한 둘러싸기 오차(wraparound error)의 크기를 정량화하여 신뢰할 수 있는 예측결과를 범위를 살펴보았다.

이러한 기본적인 이해를 바탕으로 음장의 해석적인 해가 알려져 있는 무한평면상의 피스톤(baffled piston)음원과 점음원에 대해 실험을 통한 음장 예측 결과를 해석적인 해와 비교, 고찰해 봄으로써 음향 홀로그래피 방법의 이용 가능성을 보이고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 음장예측 방법의 이론적 배경과 물리적 의미

음원을 포함하지 않은 임의의 폐영역을 설정할 경우, 이 폐영역을 둘러싸는 경계면의 음압, 입자속도 분포와 Green함수로써 폐영역 내의 음장을

예측할 수 있다는 기본적인 음향학 이론과 이를 표현한 Kirchhoff-Helmholtz식은 널리 알려져 있다.⁽¹⁾

$$\bar{p}_f(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \left\{ \bar{p}_f(\vec{r}_0) \frac{\partial G_f(\vec{r} | \vec{r}_0)}{\partial n_0} - G_f(\vec{r} | \vec{r}_0) \frac{\partial \bar{p}_f(\vec{r}_0)}{\partial n_0} \right\} dS_0 \quad (1)$$

여기서 $\bar{p}_f(\vec{r})$ 은 \vec{r} 위치에서 주파수가 f 인 음압의 크기와 위상을, $G_f(\vec{r} | \vec{r}_0)$ 는 선형 음파방정식을 만족하는 Green함수를 의미한다. (Fig. 1)

이때 Fig. 1처럼 무한반구와 무한평면으로 이루어진 경계면과 무한구 사이를 폐영역으로 설정하면 Sommerfeld 경계조건에 의하여 무한반구와 무한구에서는 음압과 입자속도를 0으로 가정할 수 있으므로 무한평면상의 음압과 입자속도 분포에 의하여 무한평면(음원평면) 바깥의 임의의 위치에서의 음압을 계산할 수 있게 된다.

식(1)의 실제 적용을 위하여는 음원평면에서 음압 및 입자속도를 측정하여야 하는데, 음압의 미분에 해당하는 입자속도의 분포를 측정하기란 음압을 측정하는 것보다 상대적으로 어려움이 따를 것이다. 이를 해결하기 위하여 일반적으로 널리 알려진 자유방사 Green함수 대신에 음원평면상에서 입자속도항이 0이 되는 Green함수를 선택하여 음압분포의 측정만으로 음장 예측을 가능하게 하는 방법을 생각할 수 있다. 이러한 조건을 만족시키는, 즉 Dirichlet 경계조건을 만족하는 Green함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽³⁾

$$G_f(x, y, z | x', y', z) = \frac{\exp\{jk\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}\}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

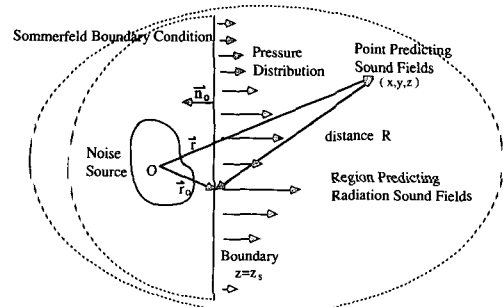


Fig. 1 Prediction of radiation sound fields using pressure distribution at boundary

$$-\frac{\exp[jk\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z'-2z_s)^2}]}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z'-2z_s)^2}} \quad (2)$$

또한 식(1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{p}_f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint \bar{p}_f(x_0, y_0, z_s) \frac{\partial G_f(x, y, z | x_0, y_0, z_s)}{\partial n_0} dx_0 dy_0 \quad (3)$$

여기서 x, y, z 는 예측점의 위치를 나타내는 직교 좌표값이고 음원평면은 $z=z_s$ 인 평면으로 설정되었다. 이 직교좌표계의 각 좌표축의 단위벡터를 $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ 라 하면 음원평면상에서의 법선벡터 \vec{n}_0 는 $-\hat{k}$ 와 같기 때문에 Green함수의 미분을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial G_f(x, y, z | x_0, y_0, z_s)}{\partial n_0} = -\lim_{x'-x_0, y'-y_0, z'-z_s} \frac{\partial G_f(x, y, z | x', y', z')}{\partial z'} \quad (4)$$

그러므로 식(3)은

$$\bar{p}_f(x, y, z) = \iint \bar{p}_f(x_0, y_0, z_s) G_f'(x-x_0, y-y_0, z-z_s) dx_0 dy_0 \quad (5)$$

로 표현할 수 있고

$$G_f'(x-x_0, y-y_0, z-z_s) = \frac{(z-z_s)(1-jkR)e^{jkr}}{2\pi R^3} \quad (6)$$

$$R = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_s)^2}$$

으로 계산되어진다.

음향 홀로그래피를 구현할 때 측정을 통하여 음압분포를 알 수 있는 측정평면, 혹은 홀로그래프 평면은 음원평면과 일치하지 않는 것이 일반적일 것이다. 즉 측정평면은 음장예측이 가능한 폐영역내에 음원평면과 평행하게 임의로 설정할 수 있고, 따라서 홀로그래프 평면의 음압분포를 식(5)와 같이 음원평면의 음압분포로써 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{p}_f(x, y, z_H) = \iint \bar{p}_f(x_0, y_0, z_s) G_f'(x-x_0, y-y_0, z_H-z_s) dx_0 dy_0 \quad (7)$$

여기서 z_H 는 측정평면 즉 홀로그래프 평면을 의미한다.

식(5), (7)로부터 폐영역내의 임의의 위치에서의 예측음압은 음원평면의 음압분포와 Green함수의 미분인 G_f' 의 컨볼루션(convolution)으로 표현되어

짐을 알 수 있다. 즉 측정평면상의 음압은 공간상의 Fourier변환을 이용하여 파수영역상에서 음압과 Green함수의 미분의 Fourier변환값의 곱으로 나타낼 수 있다. 공간상의 Fourier변환을 ‘ \wedge ’로 표현하면 파수영역상의 음압분포는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{p}_f(k_x, k_y, z) &= F[\bar{p}_f(x, y, z)] \\ &= \iint \bar{p}_f(x, y, z) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

공간상의 역 Fourier 변환을 다음과 같이 정의하면,

$$\begin{aligned} \bar{p}_f(x, y, z) &= F^{-1}[\bar{p}_f(k_x, k_y, z)] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \bar{p}_f(k_x, k_y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \end{aligned} \quad (9)$$

식(5)와 식(7)은 다음과 같이 표현되어진다.

$$\bar{p}_f(x, y, z) = F^{-1}[\bar{p}_f(k_x, k_y, z_s) \hat{G}_f'(k_x, k_y, z-z_s)] \quad (10)$$

$$\bar{p}_f(x, y, z_H) = F^{-1}[\bar{p}_f(k_x, k_y, z_s) \hat{G}_f'(k_x, k_y, z_H-z_s)] \quad (11)$$

결국 식(10)과 식(11)에서 예측음압 $\bar{p}_f(x, y, z)$ 는 홀로그래프 평면의 음압분포로써 표현될 수 있고,

$$\begin{aligned} \bar{p}_f(x, y, z) &= F^{-1} \left[\bar{p}_f(k_x, k_y, z_H) \frac{\hat{G}_f'(k_x, k_y, z-z_s)}{\hat{G}_f'(k_x, k_y, z_H-z_s)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 Green함수의 미분의 공간상의 Fourier변환값을 계산하면 식(12)는 다음과 같이 표현되어진다.⁽³⁾

$$\bar{p}_f(x, y, z) = F^{-1}[\bar{p}_f(k_x, k_y, z_H) e^{jk_z(z-z_H)}] \quad (13)$$

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$$

Green 함수의 미분의 공간상의 Fourier 변환값을 계산하기 위하여 먼저 식(9)를 Helmholtz식에 적용한다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{p}_f(x, y, z) + k^2 \bar{p}_f(x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k_x^2 - k_y^2 + k^2 \right] \\ &\bar{p}_f(k_x, k_y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

그러므로 $\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) \right] \bar{p}_f(k_x, k_y, z) = 0$ 이

된다. 임의의 k_x, k_y 에 대하여 $k^2 - k_x^2 - k_y^2 = k_z^2$ 로 정의할 수 있고, $\tilde{p}_f(k_x, k_y, z) = p_0(k_x, k_y) e^{i\lambda z}$ 로 두면 $\lambda = \pm jk_z$ 로 구해진다. 이때 k_z 의 부호는 파의 진행방향을 나타내며 우리가 설정한 좌표계의 음파 모델에서는 +부호가 의미있을 것이다. 음원평면의 음압분포는 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{p}_f(k_x, k_y, z_s) &= \tilde{p}_0(k_x, k_y) e^{jk_x z_s} \\ \tilde{p}_f(k_x, k_y, z) &= \tilde{p}_f(k_x, k_y, z_s) e^{jk_z(z-z_s)} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 하나의 파수성분을 살펴보면 예측음압은 무한평면상에서 이 파수의 파장을 주기로 하는 주기함수로 표현되어짐을 알 수 있다. 즉 평면파가 됨을 알 수 있으므로 공간상의 Fourier변환을 통한 음파의 해석이란 평면파의 중첩으로 음파가 형성되어진다는 가정위에서 해석하는 것임을 알 수 있다. 여기서 주어진 주파수에 의하여 파수 k 는 결정되어져 있으므로 어느 하나의 k_x, k_y 평면파 성분에 대해 k_z 도 쉽게 계산되어지고, 파의 진행방향도 알 수 있다. 그러므로 위치에 따른 음압의 변화와 다른 물리량(입자속도, 음향인텐시티 등)을 쉽게 계산할 수 있는데, Green함수의 미분값의 공간상의 Fourier변환은 평면파의 위치에 따른 변환임을 알 수 있다.

결국 음향 홀로그래피에 의한 음장예측 과정은 홀로그래프 평면상의 음압분포를 공간상의 Fourier변환하여 각각의 평면파 성분으로 나누고, 각 평면파 성분에 예측하는 위치에 따른 변환을 곱하여 역 Fourier변환하는, 즉 각 평면파를 중첩하여 예측음압을 계산하는 과정임을 알 수 있다.

이때 k_x, k_y 값에 따라 k_z 가 실수인 경우와 허수인 경우가 있는데, k_z 가 실수이면 거리에 따라 위상만 변화하는 진행파가 되고, k_z 가 허수이면 거리에 따라 크기만 지수함수적으로 변화하는 감쇠파가 될 것이다.

2.2 입자속도와 인텐시티양의 예측

선형적인 거동을 하는 음파에서, 입자속도는 음압분포와 다음과 같은 관계를 가지고 있다.⁽¹⁾

$$\begin{aligned} \vec{V}(\vec{r}) &= \nabla \tilde{p}(\vec{r}) / j\rho c k \\ \vec{V}(\vec{r}, t) &= \vec{V}(\vec{r}) e^{-j\omega t}, \quad p(\vec{r}, t) = \tilde{p}(\vec{r}) e^{-j\omega t} \end{aligned} \quad (16)$$

$\vec{V}(\vec{r})$ 은 \vec{r} 위치에서 주어진 주파수의 입자속도의 크기와 위상을 나타낸 벡터이며, $\tilde{p}(\vec{r})$ 은 \vec{r} 위치에서의 음압을 나타낸다. 입자속도는 방향을 가지

는 벡터이므로 각각의 좌표성분으로 나누어 계산할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \vec{V}_\eta(\vec{r}) &= \vec{V}_\eta(x, y, z) \\ &= \frac{1}{4\pi^2 \rho c} \iint \tilde{p}(k_x, k_y, z_H) \\ &\quad \left(\frac{k_\eta}{k}\right) e^{jk(z-z_H)} e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \end{aligned} \quad (17)$$

이때 η 는 x, y, z 와 같은 임의의 직교좌표 성분을 나타낸다. 그러므로 홀로그래프 평면상에서 음압분포를 측정 후 Fourier변환하여 파수영역에서 공간상의 주파수 성분들을 구하면, 임의의 위치에서의 입자속도를 계산할 수 있다.

인텐시티는 정의에 의하여 다음과 같이 표현할 수 있고, 이를 실수부분과 허수부분으로 나누어 표현하면,

$$\begin{aligned} \vec{C}(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \tilde{p}(\vec{r}) \vec{V}^*(\vec{r}) \\ &= \vec{I}_{a,mean}(\vec{r}) + j\vec{I}_r(\vec{r}) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\vec{I}_{a,mean}(\vec{r})$ 는 액티브 인텐시티(active intensity)의 시간에 대한 평균값을 말하는데, 액티브 인텐시티란 음압과 입자속도가 시간에 대해 같은 위상(in phase)일 경우로 음향 에너지를 전파시키는 인텐시티 성분이다.⁽⁵⁾ $\vec{I}_r(\vec{r})$ 은 리액티브 인텐시티(reactive intensity)를 나타내며 음압과 입자속도의 위상차가 90°인 경우이다. 이때 음향 에너지는 운동 에너지와 위치 에너지로 형태만 변화하며 전체 에너지 양은 보존되기 때문에 리액티브 인텐시티 성분은 음향 에너지를 공간상으로 전파시키지 않음을 알 수 있다.⁽⁵⁾

홀로그래프 평면의 음압분포 측정에 의하여 임의의 위치에서의 음압과 입자속도를 식(13)과 식(17)으로써 계산하고, 식(18)을 사용하여 음압과 입자속도를 곱함으로써 음향 인텐시티 벡터도 예측할 수 있음을 알 수 있다.

3. 제한된 측정에 의한 오차 해석

식(1)에서도 이해할 수 있듯이 음향 홀로그래피를 구현하기 위해서는 무한한 홀로그래프 평면에서의 음압분포를 알아야 한다. 그러나 측정에 의해 무한평면상의 음압분포를 알기란 현실적으로 불가능하고, 이산화된 유한한 측정점의 음압만을 측정할 수밖에 없다. 이러한 측정상의 제한에 의한 오차가 음장예측시 필연적으로 발생할 것임을 이해할 수

있다. 그러므로 측정 횟수나 측정의 어려움을 줄이면서 신뢰할 수 있는 예측결과를 얻기 위해서는 관련되는 오차에 대한 이해와 적절한 데이터 처리 방법이 필요함을 알 수 있다.

3.1 공간상의 엘리어싱과 구경(aperture)크기의 영향

(1) 오차의 발생원인

음압을 측정하는 측정점 사이의 간격을 충분히 작게 하지 않아서 측정점 사이의 음압의 변화가 크다면 잘못된 파수영역의 평면파 성분을 얻게 된다. 즉 임의의 시간 신호를 샘플링(sampling)하여 주 파수 분석할 때 발생하는 엘리어싱과 같은 오차가 존재함을 알 수 있다. 이를 공간상의 엘리어싱이라 하는데, 측정상의 제한에 의하여 필연적으로 발생하게 된다. 또한 공간상의 엘리어싱에 의한 오차는 높은 파수영역에서 더 크게 나타남을 이해할 수 있다. 즉 측정점 사이의 간격이 a 일때 최대파수는

$k_{max} = \frac{\pi}{a}$ 로써 정해지므로 공간상의 Fourier변환을 통하여 구한 파수성분에는 k_{max} 보다 큰 파수성분의 영향이 포함되어 지는데, k_{max} 에 가까운 높은 파수성분에 더 큰 영향이 미치게 된다. 전방 음장에측 문제에 국한하여 생각할 경우, 감쇠파 성분은 감소하여 작아지므로 엘리어싱의 영향이 진행과 성분에 미치지 않는다면 좋은 예측결과를 얻을 수 있게 된다. 즉 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 보다 작은 파수성분에 미치는 공간상의 엘리어싱 영향이 무시할 수 있을 정도로 작게 k_{max} 을 설정하면 된다. 그런데 홀로그래프 평면상의 실제 음압분포를 알 수 없기 때문에 k_{max} 을 정하는 것은 다분히 경험적일 수밖에 없다. 또한 같은 음원일지라도 측정평면의 위치에 따라 음압분포는 다르게 될 것이고, 파수성분도 달라지므로 오차의 요인도 변화하게 된다. 본고에서는 실험과 시뮬레이션을 통하여 음원평면과 측정평면 사이의 거리가 $\frac{\lambda}{10}$ 보다 작은, 근접음장에서 측정할 경우의 측정조건을 제안하였다.

결론부터 기술하면 우선 공간상의 엘리어싱을 피하기 위해서는 k_{max} 을 k 의 3배 이상으로 하여야 함을 알 수 있었다. 즉 측정점 사이의 간격을 파장의 1/6정도로 함으로써 엘리어싱의 영향이 진행과 성분에는 거의 미치지 않음을 알 수 있었다. 그런데 음원평면으로부터 멀어질수록 감쇠파는 감소하여

작아지므로 공간상의 엘리어싱이 더욱 작아지는 것은 자명한 일이다. 그러므로 일반적인 경우, 측정점 사이의 간격을 파장의 1/6로 한다면 공간상의 엘리어싱은 피할 수 있게 된다.

다른 측정의 제한조건으로는 측정하는 구경의 크기가 한정된다는 것을 생각할 수 있다. 측정구경 밖의 음압은 측정하지 못하므로 0으로 추정하는데, 이는 구경의 크기에 해당하는 창문함수를 곱한 영향을 주게 된다. 그러므로 각각의 파수 성분에 bias오차가 발생하게 된다. 이러한 창문함수 영향을 줄이기 위하여는 구경의 바깥에 존재하는 음의 음압값이 상대적으로 아주 작을 때까지 구경의 크기를 넓혀야 하는데, 경험적으로 근접음장에서 측정을 할 경우 구경의 크기를 파장의 세 배 이상으로 하면 오차를 충분히 작게 할 수 있음을 알 수 있었다. 그런데 측정평면이 멀어질수록 홀로그래프 평면에서의 음압분포는 더 완만히 널리 퍼져 존재하므로, 구경의 크기를 늘려야 함을 알 수 있다. 즉 점음원에서 방사되는 에너지를 생각할 경우, 측정평면의 구경을 통과하는 에너지의 손실이 없으려면 측정평면과 음원 사이의 거리를 두 배로 하였을 때, 측정구경의 크기는 네 배로 하여야 한다는 것을 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 또한 음원의 크기가 클 경우에도 구경의 크기를 더 넓혀야 한다.

이 오차들과 이를 줄이기 위한 적당한 측정조건을 정리하면 측정평면이 음원에 가까울수록 엘리어싱 영향은 커지면서 창문함수 영향은 감소하게 되고, 반대로 측정평면이 멀어질수록 엘리어싱 영향은 감소하고 창문함수 영향은 증가하게 된다. 즉 측정평면의 위치에 따라 적절한 측정점 사이의 간격과 구경의 크기가 다르므로 측정평면의 위치 선정에 유의하여야 하는데, 일반적으로 가능한 한 음원에 가깝게 홀로그래프 평면을 설정함이 실험오차 등을 고려할 때 타당하다 할 것이다. 그러므로 음원에 아주 근접하게 홀로그래프 평면을 설정할 때, 측정점 사이의 간격은 $\frac{\lambda}{6}$, 구경의 크기는 3λ 로 함을 기본으로 하여 측정평면이 음원에서 멀어질수록 측정점 사이의 간격과 구경의 크기를 적절히 크게 하여야 할 것이다.

(2) 시뮬레이션 결과 및 해석

측정점 사이의 간격과 구경의 크기를 변화시키면서 공간상의 엘리어싱과 창문함수 영향을 고찰하였다. 본 시뮬레이션은 점음원 실험시 발생한 오차를

해석하기 위하여 행하였으므로 모든 음향학적 조건들을 실험에서와 같이 사용하였다. (4.2 참조)

음원으로는 1 kHz 단일 주파수의 점음원을 사용하였고, 음원으로부터 홀로그램 평면까지의 거리는 0.02 m이었다. 또한 음파속도는 342.62 m/sec이었고 $\lambda=0.343$ m로 계산되었다.

Fig. 2는 측정점 사이의 간격을 0.12 m, 즉 0.35 λ 로 유지하고 측정점의 갯수를 변화시키면서, 즉 측정구경의 크기를 변화시키면서 z축상의 음압의 비를 해석적인 해와 비교한 결과이다. 여기서 음압의 비는 측정평면의 중앙에 존재하는 측정점을 기준점으로 설정하여서 이 음압에 대한 예측음압의 비를 말한다. 측정구경은 정사각형으로써 그 크기는 측정점의 갯수에 비례하므로 한 번의 측정점의 갯수가 7, 9, 11, 15이면 그 길이는 각각 2.45 λ , 3.15 λ , 3.85 λ , 5.25 λ 가 되는데, 구경의 크기가 변화하여도 거의 일정한 오차를 유지함을 알 수 있다. 그러므로 이 오차의 요인은 창문함수의 영향이 아님을 추정할 수 있고, 상대적으로 창문함수의 영향은 작음을 알 수 있다.

각각의 경우에 위상의 차이가 있음을 관찰할 수 있는데, 이는 구경의 크기가 변화함에 따라 나타나

는 창문함수의 영향과 둘러싸기 오차라 생각할 수 있다. 다음 장에서 서술할 둘러싸기 오차의 경우, 제로패딩에 의해서 일정한 크기로 구경을 넓혔지만 측정구경의 크기가 다르기 때문에 오차도 다르게 됨을 알 수 있다.

측정구경의 크기와 제로패딩에 의하여 늘어난 구경의 크기는 일정하게 유지하면서 측정점 사이의 간격을 변화시키면서 공간상의 엘리어싱의 영향을 살펴본 결과가 Fig. 3에 나타나 있다. 측정점 사이의 간격 0.12 m, 0.06 m, 0.04 m, 0.03 m는 각각 0.35 λ , 0.17 λ , 0.12 λ , 0.09 λ 등에 해당된다. 예측음압의 결과 측정점 사이의 간격이 0.06 m보다 작으면 해석적인 음압과 거의 오차가 발생하지 않음을 알 수 있다. 즉 공간상의 엘리어싱은 피하였다고 생각할 수 있다. 또한 측정평면으로부터 멀어질수록 예측음압의 크기와 위상에 오차가 존재함을 관찰할 수 있는데, 각 경우의 오차가 일정한 경향을 가지며 측정평면에서 멀어질수록 오차가 증가하므로 이는 둘러싸기 오차임을 알 수 있다. 아울러 제로패딩의 배수를 변화시키며, 즉 구경의 크기를 변화시킴에 따라 오차의 크기가 증감하는 것을 관찰할 수 있으므로 이는 둘러싸기 오차임을 확인할

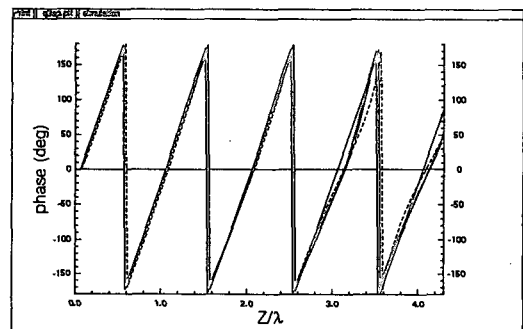
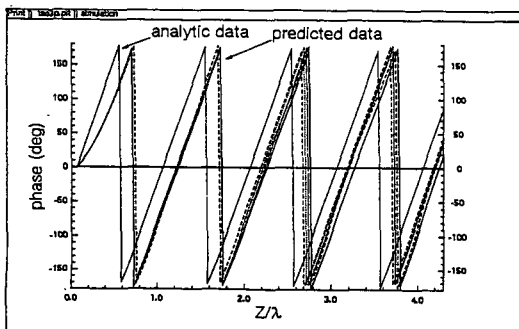
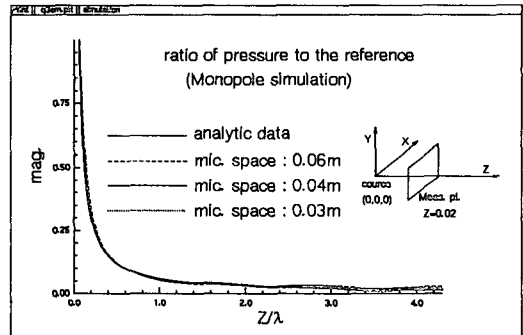
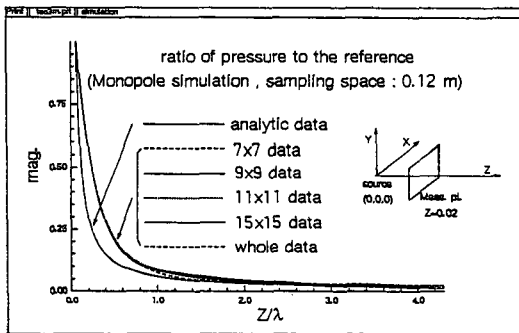


Fig. 2 Predicting pressure on Z axis with the change of the aperture size, Simulation

Fig. 3 Predicting pressure on Z axis with the change of the mic. space, Simulation

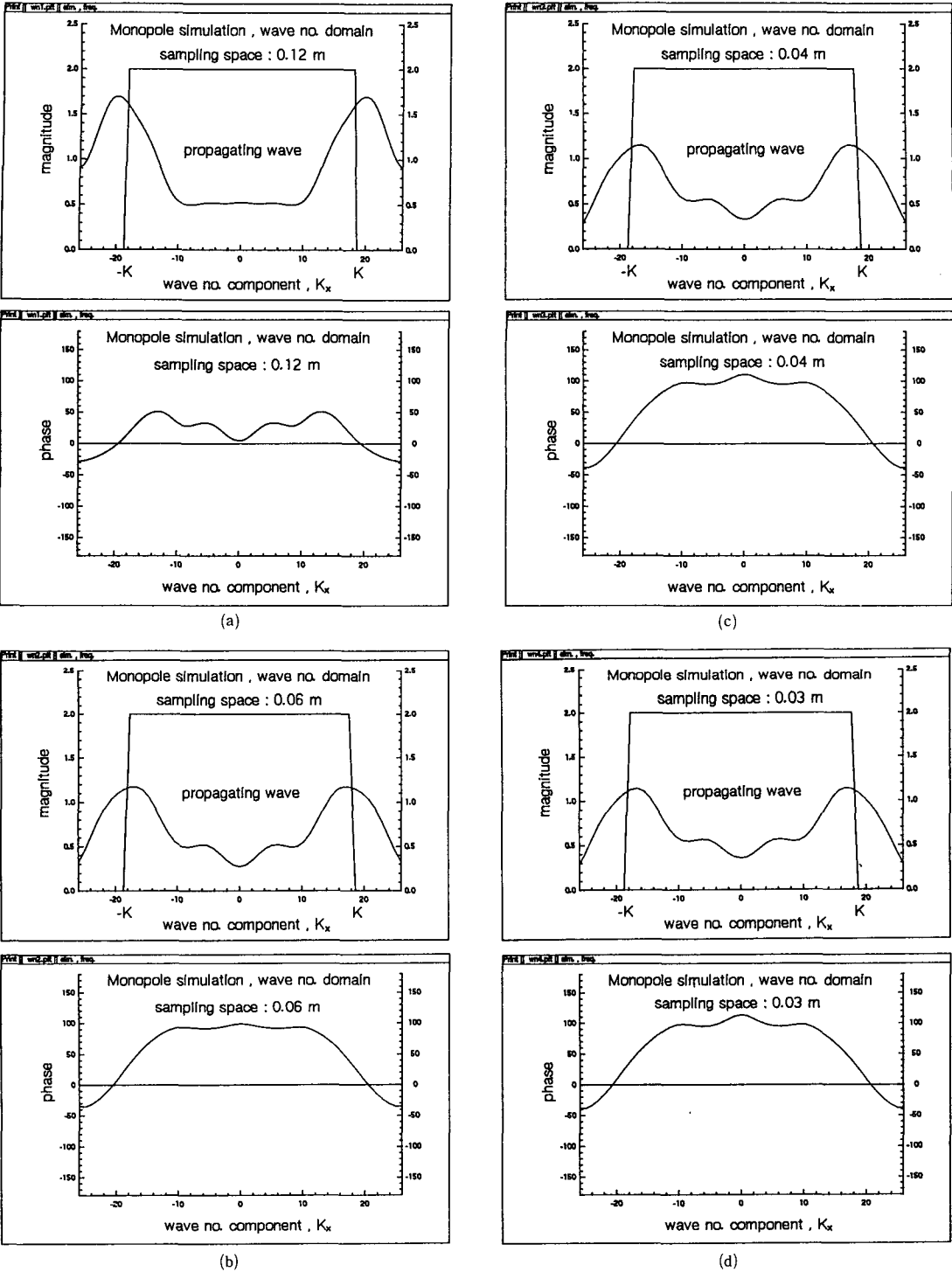


Fig. 4 (a) Wave number component with mic. space 0.12 m, Simulation
(b) wave number component with mic. space 0.06 m, Simulation
(c) Wave number component with mic. space 0.04 m, Simulation
(d) Wave number component with mic. space 0.03 m, Simulation

수 있다.

측정점 사이의 간격을 변화시키며 파수영역상의 파수 성분을 고찰함으로써 공간상의 엘리어싱을 명확히 관찰할 수 있다. (Fig. 4a, b, c, d) Fig. 4는 측정점 사이의 간격이 0.12 m인 경우의 파수 성분을 나타내는데, k_{max} 부근에서 상대적으로 커다란 파수 성분을 가짐을 관찰할 수 있고 이로써 엘리어싱이 발생했음을 추정할 수 있을 것이다. Fig. 4b, c, d는 측정점 사이의 간격이 0.06 m미만인 경우로 일정한 파수 성분을 유지함을 알 수 있다.

3.2 둘러싸기 오차와 제로패딩 방법

(1) 오차의 발생원인

전술한 바와 같이 공간상의 엘리어싱과 구경의 크기에 의한 창문함수의 영향은 측정상의 제한에 의하여 필연적으로 발생하게 되는 오차이며, 이는 측정점 사이의 간격을 줄이고 측정점의 갯수를 늘림으로써 해결가능함을 설명하였다. 이산화 데이터 처리과정에서 발생하는 둘러싸기 오차의 경우, 일반적으로 예측하는 평면의 위치가 측정평면으로부터 멀어질수록 오차가 증가하게 되므로 이 오차에 대한 올바른 이해가 필요하다. 둘러싸기 오차는 측정된 음압분포를 이산 Fourier변환하여 얻어진 이산화된 파수성분으로써 음장예측을 하기 때문에 발생하는 오차이다. 즉 이산화된 파수성분은 구경의 크기를 주기로 하는 음압분포를 나타내므로 구경의 밖에서 거의 0에 가까운 음압값을 가지는 실제의 음압분포와는 차이가 존재하게 된다. 이처럼 구경의 크기를 주기로 하여 연속적으로 존재하는 가상의 음원에 의한 예측음압의 오차가 둘러싸기 오차가 된다. 그러므로 둘러싸기 오차를 줄이기 위해서는 가상의 음원을 멀리 떨어뜨려 놓아야 함을 알 수 있는데, 이를 위하여 측정하지 못한 음압을 0으로 하여 구경의 크기를 늘리는 제로패딩 방법을 생각할 수 있다.

이를 다시 설명하면 먼저 예측평면의 음압분포는 홀로그래프 평면의 음압분포와 Green 함수의 미분과의 컨볼루션(convolution)으로 표현되고,

$$\bar{p}(x, y, z) = \bar{p}(x, y, z_H) * G'(x, y, z - z_H) \quad (19)$$

실제로 홀로그래프 평면에서 얻을 수 있는 음압분포는 제한된 측정에 의한 $\bar{p}_s(x, y, z_H)$ 로써 표현되므로 다음과 같이 쓸 수 있고,

$$\bar{p}_s(x, y, z_H) = \bar{p}(x, y, z_H) \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{j=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \delta(x - ia, y - ja) \quad (20)$$

음장예측을 위하여 이산화된 홀로그래프 평면의 음압분포를 Fourier변환하고, 거리에 따른 변환을 곱하여 역 변환하는 과정을 거치게 되는데, 이를 통하여 이산화된 유한한 데이터의 영향이 포함되어 진다. 즉

$$\bar{p}_s(x, y, z) = \bar{p}_s(x, y, z_H) * \text{sinc}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi y}{a}\right) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(x - k(pN+1)a, y - l(qN+1)a) * G'(x, y, z - z_H) \quad (21)$$

처럼 표현되어 지는데, 여기서 0이 아닌 연속적인 k 와 l 에 의해서 구경의 크기를 주기로 하는 음압분포가 형성되어지는 것을 알 수 있고, 이것이 바로 둘러싸기 오차가 된다. 또한 여기서 p 는 제로패딩을 하는 배수이며 p 가 클수록 가상의 음원이 형성되어지는 간격이 커지므로 예측음압에 미치는 둘러싸기 오차의 영향이 작아짐을 알 수 있다. Green함수의 미분 $G'(x, y, z - z_H)$ 을 살펴보면 $x = y = 0$ 에서 최대값을 가지고 x, y 축에 대칭인 함수인데, $z - z_H$ 가 커질수록 완만히 감소되어지므로 둘러싸기 오차가 더 커지게 됨은 당연하다. 윗 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{p}_s(x, y, z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{j=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \bar{p}_s(ia, ja, z_H) \text{sinc}\left\{\frac{\pi(x - k(pN+1)a - ia)}{a}\right\} \text{sinc}\left\{\frac{\pi(y - l(qN+1)a - ja)}{a}\right\} * G'(x, y, z - z_H) \quad (22)$$

즉 전술한 바와 같이 0이 아닌 k, l 에 의해 가상의 음원들이 형성되어지며 제로패딩을 함으로써 이 영향을 줄일 수 있음을 알 수 있다.

(2) 시뮬레이션 결과 및 해석

음원평면에 위상차가 180°인 두 점음원을 설정하고 0.5λ 떨어진 측정 평면에서 측정점 사이 간격이 0.3λ인 33×33측정점의 음압을 계산하였다. 이 데이터를 이용하여 음원으로부터 2λ 떨어진 예측평면에서 음압을 예측하였고 이를 해석적인 결과와 비교하였다.

홀로그래프 평면상의 음압분포를 살펴보면 측정하

는 구경밖의 음압이 상대적으로 아주 작으므로 창문함수의 영향은 작다고 가정할 수 있다. 또한 파수영역상의 감쇠와 성분이 작고 최대파수 k_{max} 가까이에서 작아지므로 공간상의 엘리어싱도 무시할 수 있다고 생각할 수 있다. 따라서 본 시뮬레이션에서의 주된 오차원은 둘러싸기 오차임을 알 수 있다.

Fig. 5(a)는 예측평면의 x 축상의 예측음압과 해석적인 해를 보여주고 있는데, 커다란 오차가 존재함을 관찰할 수 있다. 이 둘러싸기 오차를 줄이기 위하여 제로패딩에 의해서 구경의 크기를 4배, 9배, 16배로 증가시켜 본 결과, 해석적인 해와 일치하여 감을 알 수 있다. [Fig. 5(b, c, d)] 이때 파수영역상에서는 파수성분이 내삽되어지는 것을 볼 수 있었다. [Fig. 5(a, b, c, d)]

3.3 둘러싸기 오차의 정량화

음향 홀로그래피의 실제적 적용에서 측정상의 제한 조건에 의해 발생하는 공간상의 엘리어싱이나 창문함수 영향의 발생 여부나 정도를 감지하기란 매우 어렵기 때문에, 실제 응용에서는 이런 오차를 충분히 작게 할 수 있을 정도의 측정조건을 경험적으로 구한 대략적인 방법에 의해 정함으로써 이 오차의 영향을 배제할 수밖에 없을 것이다. 그런데 둘러싸기 오차는 필연적으로 발생하고 예측평면이 멀어질수록 오차가 커지기 때문에 제로패딩에 의한 예측음장 결과를 신뢰하기 위해서는 이를 정량화하는 것이 의미있을 것이다. 이를 위해 가상의 음원의 영향을 배제한 예측음압의 결과에 대한 오차의 비를 정량화하였다. 홀로그래프 평면의 음압분포에 Green함수의 미분을 직접 컨볼루션한 예측음압은 둘러싸기 오차가 포함되지 않았음을 생각할 수 있다. 그러므로 이 예측음압에 대한 비로써 둘러싸기 오차의 크기를 정의하고자 한다.

오차를 정의하는 방법으로 오차의 평균값과 분산을 생각할 수 있다. 먼저 각 예측점에서의 기준 음압값에 대한 예측 음압값의 오차를 정의하면 다음과 같다.

$$E_{lm} = |\hat{p}_{lm}| - |p_{lm}|$$

여기서 \hat{p}_{lm} 은 예측음압값이고, p_{lm} 은 기준음압값, 즉 참값이다. 이 각각의 오차의 평균값과 분산은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_{mean} = \sum_{l=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} E_{lm} / (N+1)^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{l=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} (E_{lm} - E_{mean})^2 / (N+1)^2$$

이를 이용하여 둘러싸기 오차를 정량화하는 예로써 앞서 실행한 시뮬레이션(3.2 참조)의 홀로그래프 평면의 음압 데이터와 해석적인 해를 이용하였다. 오차를 정량화하기 위하여 필요한 기준 음압값은 홀로그래프 평면의 음압 데이터에 Green함수의 미분을 컨볼루션하여 구한 예측음압값으로 설정하였는데, 여기에 둘러싸기 오차는 포함되지 않았음을 이해할 수 있을 것이다.

앞서 서술한 바와 같이 적절한 측정조건 설정에 의해 이 기준 음압값에 포함된 공간상의 엘리어싱이나 창문함수의 영향이 작음을 살펴보기 위하여 해석적으로 구한 참값에 대한 기준 음압값의 오차를 계산하였다. 예측 평면은 0.75λ 에서 10λ 까지 변화시키고, 오차의 크기는 예측평면의 음압분포의 크기의 평균값으로 나누어서 예측음압값에 대한 상대적인 비를 나타내었다. (Table 1)

계산 결과 오차의 평균은 예측음압값의 크기의 평균에 대해 2% 미만이었고, 분산은 0.04% 미만의 결과를 얻었다. 즉 앞서 측정평면 밖의 음압값과 k_{max} 부근의 파수성분이 작음으로 공간상의 엘리어싱과 창문함수의 영향은 작다고 가정한 바와 같이 오차가 무시할 정도로 작음을 알 수 있었다. 그러므로 앞에서 제시한 바와 같이 측정점 사이의 간격과 구경의 크기를 설정하여 공간상의 엘리어싱과 창문함수의 영향을 작게 하고, 기준 음압값에 대한 둘러싸기 오차를 정량화 함으로써 예측결과의 신뢰도를 높일 수 있을 것이다.

4. 실험 및 결과

4.1 실험 장치 및 방법

방사음장의 해석적인 해가 알려져 있는 점음원과 무한평면상의 피스톤을 음원으로 하여 홀로그래프 평면에서 측정된 음압분포로써 예측한 음장을 해석적인 해와 비교, 고찰하였다. 음원으로부터 방사되는 음원으로부터 방사되는 음장이 정상상태이고(stationary) 상관관계가 있기 때문에(coherent) 두개의 마이크로폰을 사용하여 하나는 측정구경의 중앙의 측정점에 기준 마이크로폰으로 두고, 다른 마이크로폰의 위치를 옮겨가며 두 마이크로폰의 전달함수를 측정함으로써 홀로그래프 평면의 음압분포를 구하였다. (Fig. 6)

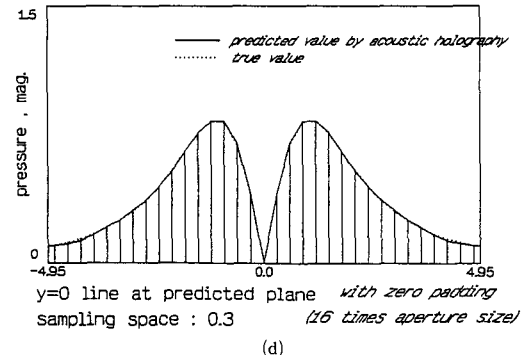
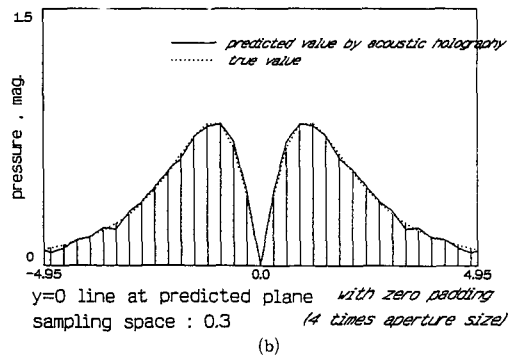
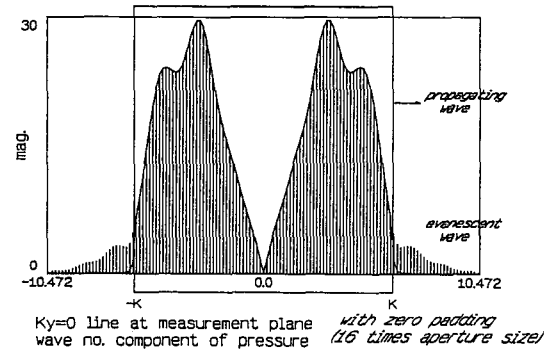
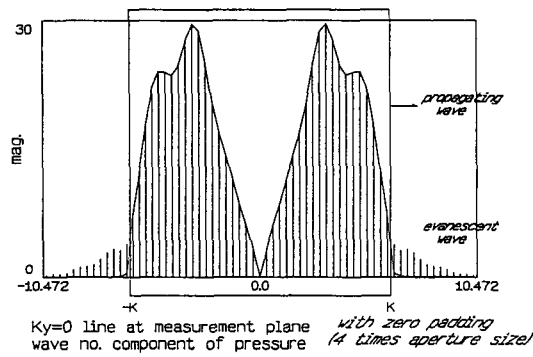
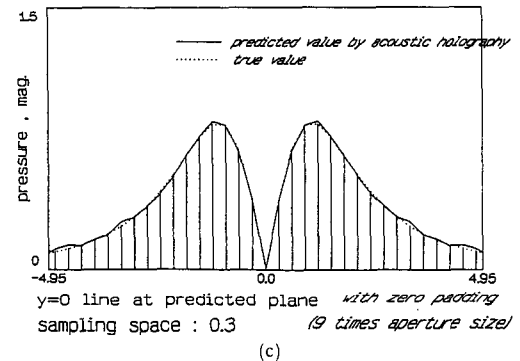
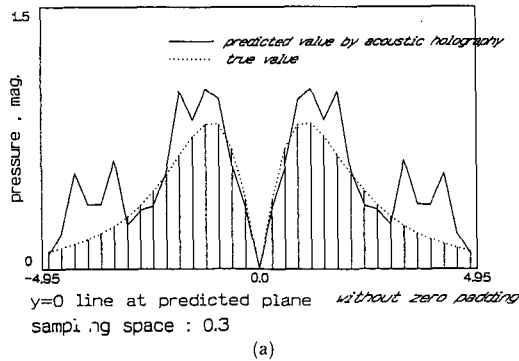
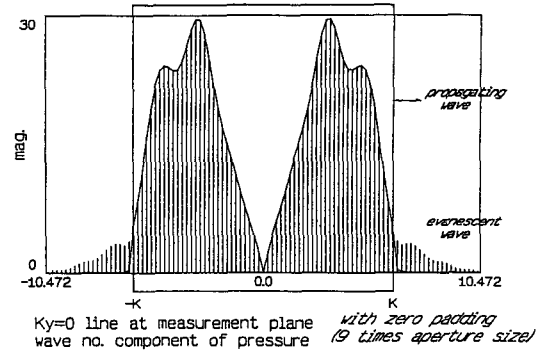
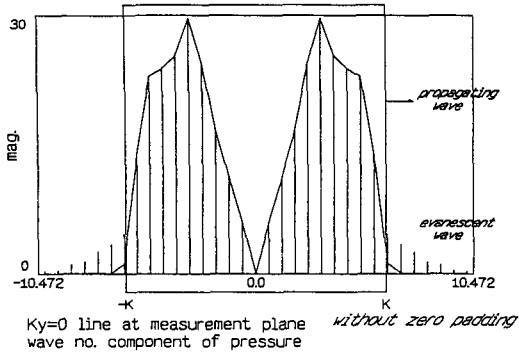


Fig. 5 (a) Predicting pressure at $z/\lambda=2$ plane with out zero padding, Simulation
 (b) Predicting pressure at $z/\lambda=2$ plane with 2 times zero padding, Simulation
 (c) Predicting pressure at $z/\lambda=2$ plane with 3 times zero padding, Simulation
 (d) Predicting pressure at $z/\lambda=2$ plane with 4 times zero padding, Simulation

Table 1 Error of predicting pressure

The position of prediction plane (z/λ)	Normalized mean of error ($E_{mean}/ p _{mean}$)	Normalized variance of error ($\sigma^2/ p _{mean}$)
0.75	0.022312	0.000470
1.00	0.002643	0.000329
1.25	-0.001275	0.000174
1.50	-0.002441	0.000282
1.75	-0.000541	0.000277
2.00	0.001795	0.000224
2.25	0.002833	0.000239
2.50	0.002304	0.000248
2.75	0.000868	0.000223
3.00	-0.000405	0.000199
3.25	-0.000705	0.000192
3.50	-0.000336	0.000195
3.75	0.000334	0.000184
4.00	9.001050	0.000164
4.25	0.001612	0.000155
4.50	0.002067	0.000154
4.75	0.002193	0.000154
5.00	0.001035	0.000148
5.25	0.001579	0.000130
5.50	0.001239	0.000112
5.75	0.000922	0.000105
6.00	0.000697	0.000105
6.25	0.000581	0.000107
6.50	0.000491	0.000108
6.75	9.000393	0.000106
7.00	0.000304	0.000101
7.25	0.000239	0.000095
7.50	0.000200	0.000089
7.75	9.000185	0.000083
8.00	0.000190	0.000078
8.25	0.000213	0.000074
8.50	0.000250	0.000072
8.75	0.000296	0.000071
9.00	0.000346	0.000070
9.25	9.000394	0.000070
9.50	0.000438	0.000070
9.75	0.000473	0.000069
10.00	0.000498	0.000067

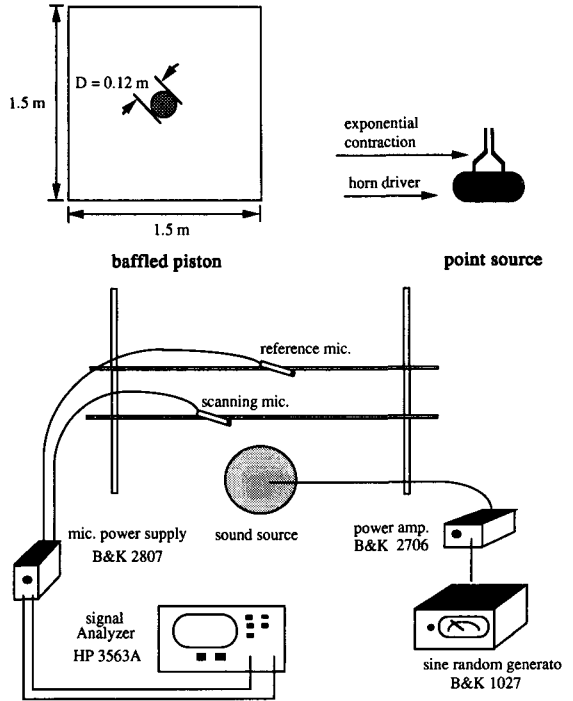


Fig. 6 Schematic diagram of experimental setup

실험은 100 Hz의 차단주파수를 가진 무향실 안에서 행하였고, 음의 산란이나 무향실의 크기 등을 고려하여 음원은 1 kHz 단일 주파수를 이용하였다. 측정점 사이의 간격은 0.12 m로 하여 11×11 측정점에서 측정을 하였는데, 예측음압을 해석적인 해와 비교해 본 결과 오차가 발생함을 관찰할 수 있었다. (Fig. 7, 8) 시뮬레이션을 통하여 이 오차의 원인이 공간상의 엘리어싱임을 알았으며, (3.1 참조) 측정점 사이의 간격을 0.06 m로 하여 점음원 실험을 행하였다. 음압예측시 둘러싸기 오차를 줄이기 위하여 제로패딩을 이용하여 구경의 크기를 충분히 크게 넓혔다.

4.2 실험 결과 및 고찰

실험으로 얻은 홀로그래프 평면의 음압분포를 이용하여 기준점의 음압에 대한 비로써 z 축상과 $z = \lambda$, $z = 2\lambda$ 평면상의 음압을 예측하였고, 이를 해석적인 결과와 비교하였다. 또한 음향 인텐시티 분포도 예측하여 보았다.

● 실험 1 무한평면상의 피스톤 음원 실험

음파속도는 342.62 m/sec이었으므로 파장은 0.343 m이었고, 측정점 사이의 간격은 0.12 m, 음

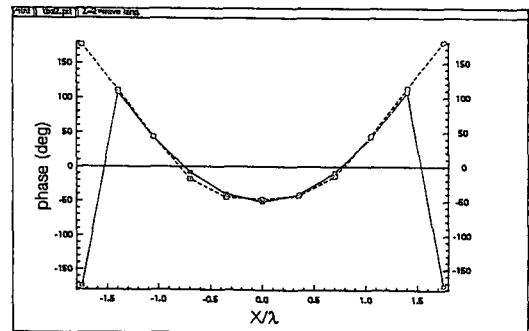
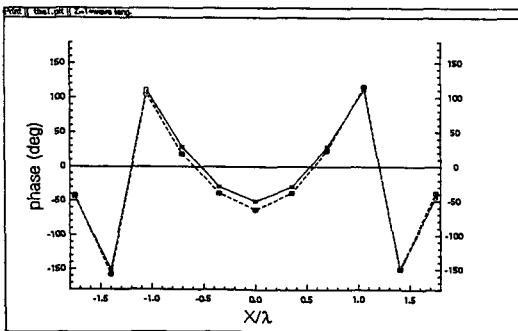
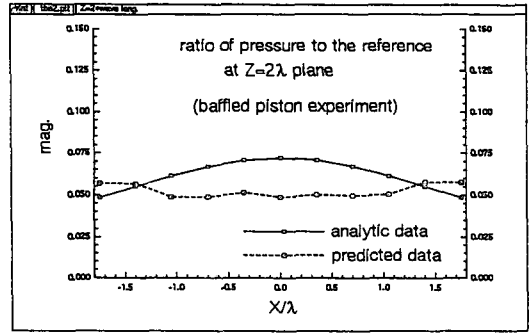
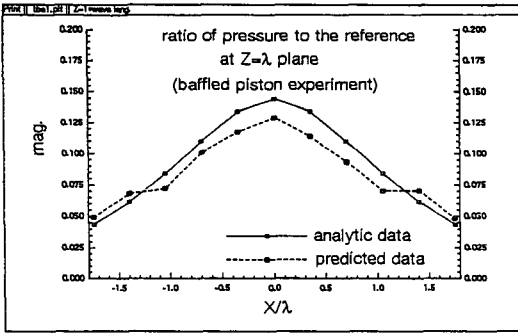
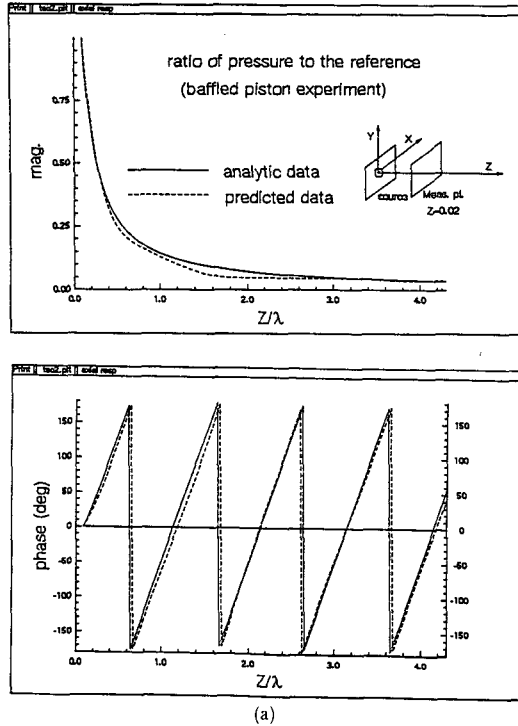
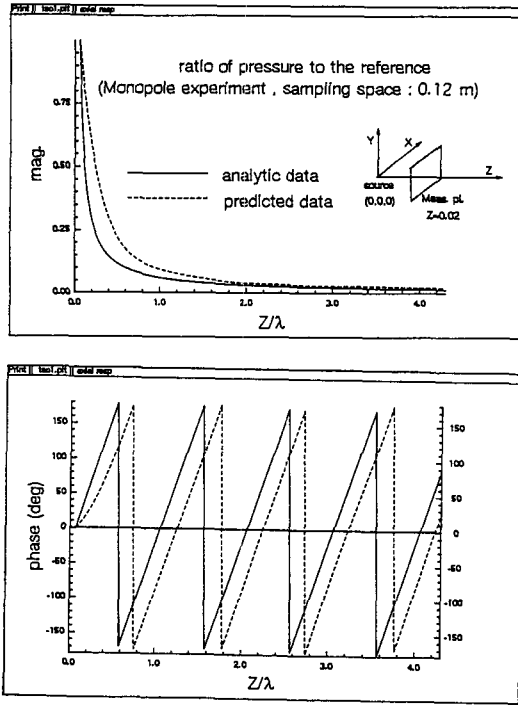
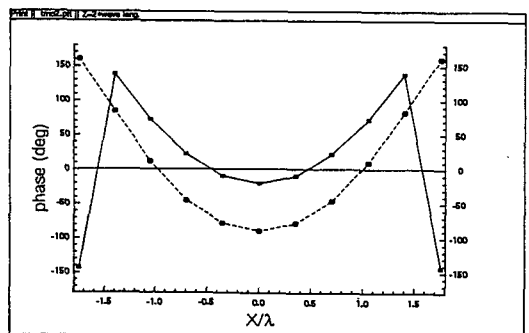
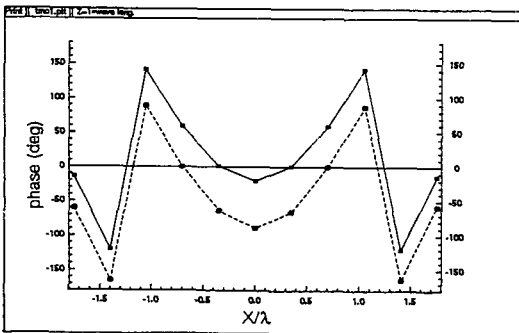
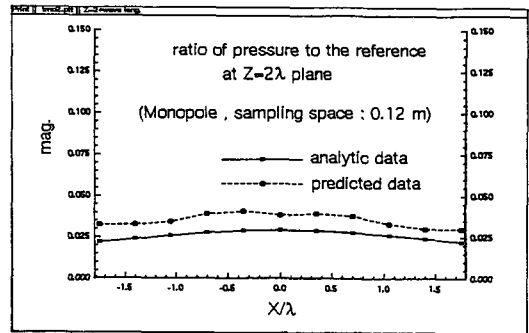
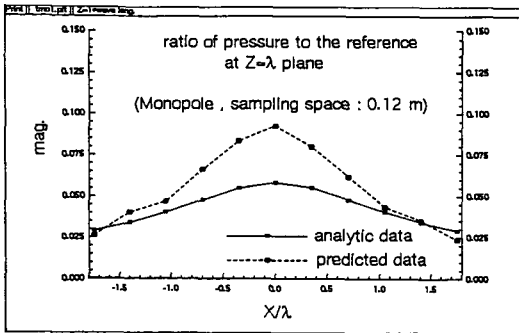


Fig. 7 (a) Predicting pressure on Z axis with baffled piston experiment
 (b) Predicting pressure on X axis of $z=\lambda$ plane with baffled piston experiment
 (c) Predicting pressure on X axis of $z=2\lambda$ plane with baffled piston experiment



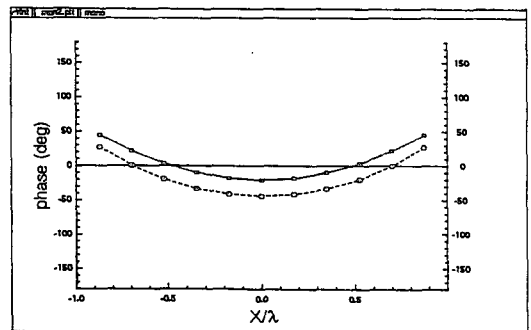
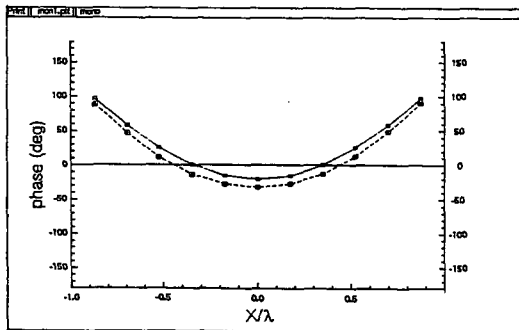
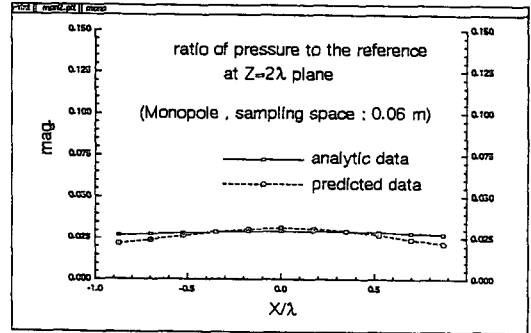
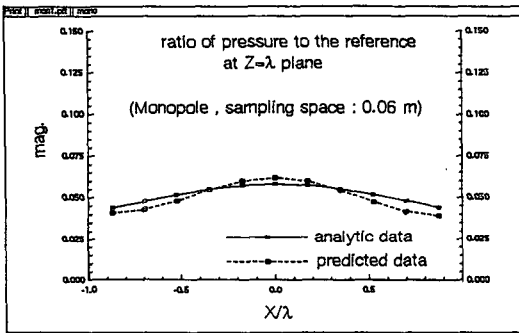
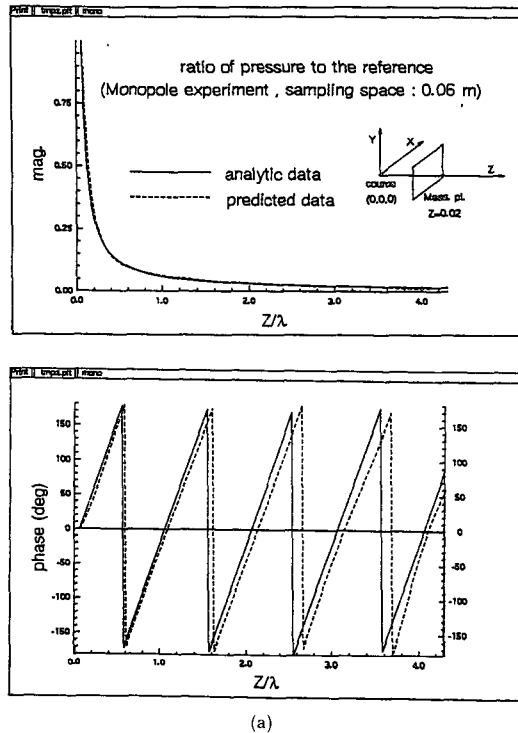
(a)



(b)

(c)

Fig. 8 (a) Predicting pressure on Z axis with monopole experiment (mic. space : 0.12 m)
 (b) Predicting pressure on X axis of $z=\lambda$ plane with monopole experiment (mic. space : 0.12 m)
 (c) Predicting pressure on X axis of $z=2\lambda$ plane with monopole experiment (mic. space : 0.12 m)



(b)

(c)

Fig. 9 (a) Predicting pressure on Z axis with monopole experiment (mic, space : 0.06 m)
 (b) Predicting pressure on X axis of $z=\lambda$ plane with monopole experiment (mic. space : 0.06 m)
 (c) Predicting pressure on X axis of $z=2\lambda$ plane with monopole experiment (mic, space : 0.06 m)

원과 홀로그램 평면 사이의 거리는 0.03m로 하였다. 둘러싸기 오차를 줄이기 위하여 도입한 제로패딩에 의하여 늘어난 구경의 크기는 12m×12m로 하였다.

실험결과를 해석적인 해와 비교하여 예측음압이 오차를 가짐을 알 수 있었는데, 거리에 따라 오차가 증가하지 않으므로 이는 공간상의 엘리어싱 영향이라 생각한다. 즉 앞서 제안한 바와 같이 공간상의 엘리어싱을 피하기 위해서는 측정점 사이의 간격을 $\lambda/6$ 로 하여야 하는데, 0.12m는 약 $\lambda/3$ 정도이기 때문에 공간상의 엘리어싱이 발생하였을 것이다. (Fig. 7)

● 실험 2 점음원 실험

음파속도는 342.32 m/sec, 파장은 0.342m이었고 음원과 홀로그램 평면 사이의 거리는 0.02m, 측정점 사이의 간격을 0.12m로 하여 실험한 결과 오차가 존재함을 알 수 있었다. (Fig. 8) 이 오차의 원인을 규명하기 위하여 시뮬레이션을 행하였고, 측정점 사이의 간격을 0.06m하여 실험을 행하였다. 이때 음파속도는 343.78 m/sec이었고 파장은 0.344m이었다. 그런데 측정점의 갯수는 11×11이었으므로 측정구경의 크기는 1/4로 줄어들게 되었다. 그러므로 예측평면이 멀어질수록 위상의 오차가 커짐을 관찰할 수 있었다. (Fig. 9)

앞서 제안한 바와 같이 공간상의 엘리어싱과 창문함수의 영향을 배제하기 위해서는 측정점 사이의 간격을 0.06m로 하여 19×19 이상의 측정점을 설정하여야 한다.

5. 결 론

음향 홀로그래피를 이용하여 음장을 가시화 하는 방법의 기본적인 이해를 바탕으로 전방 음장예측 문제에서 나타나는 제반 문제들을 이해하고 이를 해결할 수 있는 방법을 연구하였으며, 실제 실험을

통하여 그 가능성을 확인하였다.

본 연구에서는 측정의 제한조건에 의하여 나타나는 공간상의 엘리어싱과 창문함수 영향에 대하여 고찰하였고, 이의 영향을 줄이기 위하여 근접음장에서 측정시 측정점 사이의 간격은 $\lambda/6$, 구경의 크기는 3 λ 이상으로 함으로써 만족할 만한 예측결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

또한 이산화된 데이터 처리과정에서 발생하는 둘러싸기 오차에 대하여 고찰하였고 이를 해결하기 위한 방법으로 제로패딩을 제안하였다.

해석적인 해가 알려져 있는 무한평면상의 피스톤과 점음원에 대해 실험을 통하여 음장을 예측하여 해석적인 해와 비교함으로써 이용 가능성을 알 수 있었는데, 오차를 줄이기 위하여 제안한 측정조건을 실험으로써 검증하는 것은 앞으로 계속되어야 할 연구과제이다.

참 고 문 헌

- (1) Morse and Ingard, 1968, Theoretical Acoustics, McGraw-Hill
- (2) Banerjee P.K. and Butterfield, R. B., 1981, Boundary Element Methods in Engineering Science, McGraw-Hill.
- (3) Maynard, J.D and Lee, Y., 1985, "Nearfield Acoustic Holography ; I. Theory of Generalized Holography and Development of NAH", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 78, No. 4, pp. 1395~1412.
- (4) Veronesi, W.A. and Maynard, J.D., 1987, "Nearfield Acoustic Holography(NAH) II. Holographic Reconstruction Algorithms and Computer Implementation", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 81, No. 5, pp. 1307~1322.
- (5) Fahy, F.J., 1989, Sound Intensity, Elsevier Applied Science London and New York.