

〈論 文〉

LDV의 난류 스펙트럼 추정치 평가

이도환* · 성형진*

(1992년 4월 11일 접수)

Assessment of Turbulent Spectral Estimators in LDV

Do Hwan Lee and Hyung Jin Sung

Key Words : Velocity Bias(속도편의), Data Density(데이터 밀도), Autoregressive Model(자기 회기 모형), Doubly Stochastic Poisson Process(2중 확률 포와송 과정), Direct Transform(직접변환법), Sample and Hold Signal(추출 후 유지신호), Estimator(추정치)

Abstract

Numerical simulations have been performed to investigate various spectral estimators used in LDV signal processing. In order to simulate a particle arrival time statistics known as the doubly stochastic Poisson process, an autoregressive vector model was adopted to construct a primary velocity field. The conditional Poisson process with a random rate parameter was generated through the rescaling time process using the mean value function. The direct transform based on random sampling sequences and the standard periodogram using periodically resampled data by the sample and hold interpolation were applied to obtain power spectral density functions. For low turbulent intensity flows, the direct transform with a constant Poisson intensity is in good agreement with the theoretical spectrum. The periodogram using the sample and hold sequences is better than the direct transform in the view of the stability and the weighting of the velocity bias for high data density flows. The high Reynolds stress and high fluctuation of the transverse velocity component affects the velocity bias which increases the distortion of spectral components in the direct transform.

기 호 설 명

A	: 유선에 수직인 측정 체적의 단면적	λ_t	: 순간적인 데이터률
C	: 단위 체적당 입자수	$\bar{\lambda}$: 평균값 함수
C_1, C_2	: LDV의 광학적 조건과 단위 체적당 입자수 등을 포함한 상수	σ	: 표준편차
E_{uu}	: 유동방향 파워 스펙트럼	T	: 레코드 길이
ϕ_{11}, ϕ_{22}	: 자기회기 벡터 모형에서의 모형계수	T_u	: 난류시간 척도
λ_{av}	: 평균 포와송 추출률	상첨자	
		$\hat{}$: 추정치 (estimator)

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

1. 서 론

난류유동에 있어서 다양한 크기를 가진 에디들의 운동에너지 전달과정을 설명하고 그 척도를 결정하는데 파워 스펙트럼과 자기상관 함수를 이용한 해석방법이 보편적으로 사용되어 왔다. 그러나 지금까지 이들을 추정할 수 있는 방법은 대개 신호의 추출간격이 주어진 확률과정(stochastic process)의 경로와는 무관하게 일정한 경우로 제한되었고, 또한 데이터의 추출간격이 불규칙하다고 할지라도 기존 연구의 대부분은 추출과정(sampling process)과 신호의 확률과정(information process)이 독립적이라는 가정을 사용하고 있다.^{(1)~(3)}

유동장에 미세한 산란입자를 넣어 이들 입자들이 측정체적을 지날 때 일으키는 도플러효과를 이용하여 속도장을 측정하는 기기인 LDV(laser doppler velocimeter)의 신호는 추출간격이 불규칙할 뿐만 아니라 낮은 버스트(low burst) 밀도의 데이터는 이 불규칙한 추출간격이 다시 유동장의 속도벡터에 영향을 받게 된다. 이러한 추출간격의 불규칙성과 유동장 의존성 등은 기존의 이산 데이터 추정방법으로 계산된 난류 평균값을 왜곡시킨다. 이 왜곡은 소위 속도편의(velocity bias)라고 알려져 있으며 이에 대한 평균속도와 표준편차의 보상방법은 그동안 많이 개발되어 왔다. 반면 신호처리에서 가장 중요한 것 중 하나인 LDV의 파워 스펙트럼 추정(estimation)에 관한 연구는 난류강도 등의 유동 조건이나 데이터 밀도 등의 추출조건을 일부분으로 제한하여 수행한 해석적인 연구와 모사가 있을 뿐이다. 일반적인 실험조건 하에서 이들 조건을 다양하게 변화시켜가며 추정치의 신뢰성이나 주파수편의 등을 규명하는 것은 불가능하므로 저주파 통과 대역(low pass band)을 갖는 전형적인 난류신호를 수치적으로 모사하고 추출간격의 불균일성에 의한 주파수편의나 속도편의에 의한 주파수 성분의 영향 등을 살펴보는 것이 필요하다.

LDV로부터 얻어진 시계열 해석법은 크게 두가지 범주로 나눌 수 있는데 이들은 비주기적(non-periodic) 추출간격을 갖는 데이터를 이용하는 방법과 추출정리를 이용하여 연속신호를 만든 후 일정간격으로 재추출하는 방법이다. 이들 시계열들은 기존의 이산신호처리 이론의 스펙트럼 추정법을 사

용하여 주파수 영역으로 변환된다.

추출간격의 확률분포를 균일 포와송 분포(homogeneous Poisson process)라고 가정하여 비주기적 추출 데이터를 직접 변환하는 방법이 Gaster와 Roberts⁽¹⁾에 의해 제안되었으며, 이 스펙트럼 추정치는 Hanning 윈도우(window) 함수를 사용한 Blackman-Tukey의 방법과 같이 음의 스펙트럼을 보일 수도 있다.

데이터 밀도가 큰 신호의 속도편의 보상방법으로 개발된 영차유지 보간법(interpolation by zero-order hold)을 이용한 아날로그 신호재생(signal reconstruction) 및 일정간격 재추출법은 현재 많이 이용되고 있으나 이론적 해석은 고데이터 밀도 또는 저난류 강도에 국한되어 있다. Adrian과 Yao,⁽⁵⁾ Boyer와 Searby⁽⁶⁾ 등은 높은 데이터 밀도와 낮은 난류강도를 갖는 스펙트럼의 해석으로 고주파수 영역에서의 감쇠(attenuation)와 계단잡음(step noise) 현상을 확인하고 디콘볼루션(deconvolution)에 의한 보상을 주장했다. 그리고 추출이론(sampling theorem)과 매개변수법을 사용한 스펙트럼 추정법이 Veynante와 Candell⁽⁴⁾ 등에 의해 제안되었으나 이에 대한 이론적 해석은 아직 수행되고 있지 않다.

위에서 살펴본 바와 같이 추출간격이 불균일하고 유동장의 영향을 받는 스펙트럼의 추정은 확률과정의 복잡성으로 인하여 해석이 거의 불가능하다. 이 때문에 수치적 모사에 의한 다양한 조건의 연구가 필수적이다. 박리와 재순환이 존재하는 확산기나 연소실 등의 유동은 공학적 응용면에서 중요성을 인정받아 왔다. 하지만 이런 형태의 유동장에 대한 스펙트럼의 측정은 기존 탐침(probe)이 지닌 높은 난류강도에 대한 주파수 응답 특성의 제한과 역흐름 측정의 부정확성으로 인해 연구의 폭이 넓지 못했다. 반면, 이런 단점들이 상당히 극복된 LDV는 벽면부근과 재순환이 존재하는 영역에서는 모멘텀의 감소로 인해 검출입자가 회박해져 데이터 밀도가 작아지고 혼합에 의해 높은 난류강도를 갖는 영역에서는 속도편의가 심해져 측정 스펙트럼에 지배적인 영향을 주게 된다. 제한된 데이터 밀도와 1차원 속도에 대해 Tropea⁽⁸⁾의 수치모사 결과가 있으나 제시된 모형이 1차원이라는 한계성 때문에 높은 횡방향 속도성동이 존재하는 경우 속도편의의 스펙트럼에 대한 영향을 정확히 규명하기 어려우며 낮은 데이터 밀도에 대한 스펙트럼의 왜곡을 정성적

으로 밝히지 못했다.

위와 같이 다양한 유동장에 관한 연구가 부재하다는 사실로부터 본 연구는 상술한 특성을 갖는 유동장에 대하여 신뢰성이 보장된 스펙트럼 추정법의 모색과 확립을 위해 의사 난류신호(turbulent-like signal)를 자기회기 모형(autoregressive model: AR model)으로 생성하고 추출간격이 유동장에 영향을 받는 비주기적 확률과정을 수치적으로 모사한다. 이 비주기적 실현 신호로부터 현재 가장 많이 사용되고 있는 Roberts와 Gaster⁽²⁾의 직접 변환법과 추출 및 유지신호의 피리오도그램(periodogram)법에 대해 데이터 밀도와 난류강도의 다양한 변화에 따른 속도편의의 영향 등을 살펴보는 데 목적을 둔다.

2. 신호분석

2.1 확률과정(Stochastic process)

LDV의 측정체적을 지나는 산란입자의 시간간격 확률분포는 포와송과정으로 모형화가 가능하고 다시 이 포와송 강도함수는 순간 속도의 절대값에 비례한다고 알려져 있으므로 추출시간 간격의 확률분포는 2중 확률 포와송 과정 혹은 Cox과정(Cox process)으로 모형화 할 수 있다.⁽⁷⁾ 다만 섭동속도의 변화가 작은 유동인 경우 강도함수가 일정한 균일 포와송 과정에 귀착(deteriorate)된다.

순간 포와송 강도는 단위 시간당 추출 수의 기대값으로 정의되므로 순간 포와송 강도함수가 클수록 추출 수의 순간 기대값은 커지게 되고 이 순간 포와송 강도함수는 순간 속도벡터의 절대값에 비례하므로 순간 속도벡터의 양에 비례하여 추출될 확률은 커진다. 특, 섭동속도가 큰 부분에서 많은 추출 기회를 가지므로 산술평균을 이용한 평균의 계산은 편의를 가지게 되며 이것이 전술한 속도편의이다. 섭동속도의 변화 또는 속도의 표준편차가 작은 유동에서 이 속도편의가 작아질 것이라는 예측은 당연하다.

2.2 스펙트럼 추정법(Spectrum estimators)

본 연구에서는 LDV로부터 도출된 신호의 스펙트럼 추정방법으로 두가지를 택했다. 첫번째는 Roberts와 Gaster⁽²⁾의 추출간격이 균일 포와송 확률 분포라는 가정 하에 구성된 방법으로 이는 구간 평균 제거(block mean removal)를 사용하여 분산성(variability)을 줄일 수 있다.

$$\hat{E}_{uu}(f) = \frac{2}{\lambda_{av} T} \left[\left| \sum_j u(t_j) \exp(i2\pi f t_j) \right|^2 - \sum_j u^2(t_j) \right] \quad (1)$$

여기서 T는 구간길이(block length)이고 λ_{av} 는 평균추출을 또는 데이터틀이다. 이 방법은 일관되지 않은 추정법(inconsistent estimator)이지만 λ_{av} 가 커질수록 편의와 분산오차를 줄일 수 있다. 편의오차는 Roberts와 Gaster⁽²⁾에 따라 보상된다.

두번째는 데이터 추출 후 다음 추출이 일어날 때까지 데이터를 영차 유지로 보간하고 이 연속 신호를 다시 일정 간격으로 재추출하여 일반적인 피리오도그램 알고리즘(algorithm)을 사용하여 주파수 영역으로 변환하는 방법이다. 이 방법은 데이터 밀도가 매우 큰 경우 속도편의를 보상해 줄 수 있는데 그 이유는 속도벡터의 절대값이 추출간격에 반비례하므로 평균 추출율이 큰 유동인 경우 시간에 의해 추출편중을 보상할 수 있기 때문이다.

2.3 원시 시계열(Primary Time Series) 구성

전형적인 난류신호는 저주파 통과 대역을 갖는 신호이므로 이러한 난류 신호와 유사한 속도장을 구성하고 속도성분 간에 존재하는 상관계수의 영향을 살펴보기 위해 원시모형으로서 자기회기 모형을 사용했다. 만약 실현 함수(realization)로서 확률 데이터(stochastic data)가 아닌 결정신호(deterministic signal)를 실험 대상으로 택하면 상관계수의 영향과 SNR의 변화에 의한 필요 데이터 길이 등을 살피기 어렵기 때문이다⁽¹⁰⁾ 본 연구에서는 해석의 편의와 레이놀즈 응력의 영향을 고려하기 위한 2차원 모형의 결과와 비교하기 위해서 AR(1) 모형을 사용하였다.

이 1차 AR(1)모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + a_t \quad (2)$$

여기서 a_t 는 가우시안 분포를 갖는 백색소음 또는 난수(white noise or random number)이다. 이로부터 AR(1) 모형의 파워 스펙트럼은 다음과 같이 계산이 가능하다.

$$E_{uu}(f) = \frac{2\sigma_a^2}{1 + \phi_1^2 - 2\phi_1 \cos 2\pi f} ; 0 \leq f \leq 1/2 \quad (3)$$

여기서 σ_a 는 식(2)에 사용된 난수 a_t 의 표준편차이다.

Box와 Jenkins⁽¹⁰⁾에 의해 u_t 의 표준편차를 계산

할 수 있으며 주어진 평균 속도에 대해 난류강도가 계산될 수 있다. 계산 상에서 난류강도의 변화는 일정한 평균에 대해 속도성분의 표준편차를 조절함으로써 얻어진다. 데이터 밀도는 Tropea⁽⁶⁾에 따라 유동특성 시간척도로서 적분 시간척도(integraltime scale)를 사용하였다.

$$\text{data density} = \lambda_{av} T_u \quad (4)$$

여기서 T_u 는 적분시간척도이며 점근적인 정상상태를 가정할 때 다음과 같이 등비수열의 합이 된다.

$$T_u = \frac{1}{1 - \phi_1} \quad (5)$$

2차원 유동 속도성분 사이에 존재하는 상관관계 즉 레이놀즈 전단응력의 영향을 살펴보기 위하여 다음과 같은 ARV(1) (autoregressive vector) 모형을 이용하였다.

$$u_t = \phi_{11} u_{t-1} + a_{ut}^* \quad (6a)$$

$$v_t = \phi_{22} v_{t-1} + a_{vt}^* \quad (6b)$$

여기서 a_{ut}^* 와 a_{vt}^* 는 서로 상관관계(correlation)를 가지는 가우시안 난수이다. 비상관 난수로부터 상관관계를 갖는 난수를 만들기 위해 다음의 관계식을 사용한다.

$$\begin{bmatrix} a_{ut} \\ a_{vt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{120} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{ut}^* \\ a_{vt}^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

이를 이용하면 식(6a)와(6b)는 다음과 같이 된다.

$$u_t = \phi_{11} u_{t-1} + (a_{ut} - \phi_{120} a_{vt}) \quad (8a)$$

$$v_t = \phi_{22} v_{t-1} + a_{vt} \quad (8b)$$

$t \rightarrow \infty$ 일때 점근적인 정상상태에 도달하며 가우시안 확률과정의 가정을 사용하여 레이놀즈 전단응력 계수의 관계식을 이끌어 낼 수 있다.

$$\text{Re}_{12} = \frac{\overline{uv}}{u'v'} = \frac{E[u_t v_t]}{\sigma_u \sigma_v} = -\frac{\phi_{120} \sigma_{av}^2}{1 - (\phi_{11} \phi_{22})} \frac{1}{\sigma_u \sigma_v} \quad (9)$$

해석적인 속도성분들의 표준편차와 (8-a)의 파워 스펙트럼이 시계열이론에 따라 다음의 형태로 표현된다.

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sigma_{au}^*}{1 - \phi_{11}^2}} \quad (10a)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sigma_{av}^*}{1 - \phi_{22}^2}} \quad (10b)$$

$$E_{uu}(f) = \frac{2\sigma_{au}^{*2}}{1 + \phi_{11}^2 - 2\phi_{11} \cos 2\pi f}; 0 \leq f \leq 1/2 \quad (11)$$

계산시에는 σ_u , σ_v , ϕ_{11} , ϕ_{22} 그리고 레이놀즈 전단응력 계수 등을 입력 매개변수로 하고 σ_{au}^* 와 σ_{av}^* 를 계산한 후 속도성분 간에 상관관계를 갖도록 가우시안 난수를 발생시켜 (8a)와 (8b)의 관계식으로 속도장을 형성한다. 이때 난류강도는 $E[u_t]/\sigma_u$ 로 정해진다.

2.4 비주기적 추출을 갖는 2차 시계열(Secondary Time Series)의 구성

비주기적 추출시간 생성을 위해 Tropea⁽⁶⁾는 컨베이어 벨트(conveyor belt)모형을 사용하였으나 버스트형 LDV가 같은 여러가지 편의 문제들(예를 들면 방향 편의 또는 입자 농도의 비균질성에 의한 편의 등)과 2차원 속도 이상의 유동장에 대한 추출열의 변화를 체계적으로 모사하기 위해서는 일반적인 추출시간에 대한 모형의 제시가 필요하다. 본 연구에서는 LDV 신호의 단일실험치에 대한 해석적인 데이터 율과 수학적으로 증명이 가능한 포아송과정의 시간축 변환을 통해 추출 과정을 생성한다.

속도장이 주어진 상태에서 균일하게공급된 산란 입자가 LDV 측정체적을 지나는 조건적인 데이터 율은 다음과 같이 나타난다.⁽⁵⁾

$$\lambda_t = C / V_t / A \quad (12)$$

여기서 A는 입자가 측정체적을 지날 때 유선에 수직인 측정체적의 단면적이고 C는 단위 체적당 입자수이며 V_t 는 3차원 속도벡터이다. 이 (12)식은 측정체적으로 프린지 모형(fringe model)을 도입하고 충분하 주파수 변이(frequency shifting)를 가정하면 식(13)과 같이 된다.⁽⁹⁾

$$\lambda_t \cong C_1 (u_t^2 + v_t^2 + C_2 w_t^2)^{1/82} \quad (13)$$

여기서 C_1 과 C_2 는 광학적인 조건과 단위 체적당 입자수 등을 포함한 상수이다.

강도가 1인 균일 포아송 과정을 역변환 법을 사용하여 생성한 후 원시 시계열을 이용한 평균값 함수(mean value function)를 사용하여 역변환 시키면 이 변환된 계수과정이 순간강도가 λ_t 인 2중 포아송 계수과정이다.⁽⁷⁾ 이를 상술해 보면 평균값 함수 A를 순간강도 λ_t 가 속도장에 의존하는 계수와

정(counting process) N_t 에 대해 (14)과 같이 정의하면 $\Lambda_0=0$ 이고 우구간 연속(right continuous)이며 N_t 가 포와송 계수 Λ_t 를 갖는 독립 증분과정일 때 이 확률과정은 2중 포와송과정이 된다.

$$\Lambda_t = E[N_t], \text{ for } t \geq 0 \quad (14)$$

Λ_t 는 협의의 증가함수(strictly increasing function)이므로 역함수가 존재하며 이 역함수를 τ 라하면 포와송 강도함수가 1인 계수과정 N_t^* 에 대한 도착시간 S_k^* 들의 집합으로부터 비균일 포와송 계수과정 N_t 의 도착시간 S_k 를 갖는 실현함수를 모사할 수 있다.

만약 2차원 유동에 대한 LDV 신호를 모사한다면 평균값 함수는 다음과 같이 표현된다.

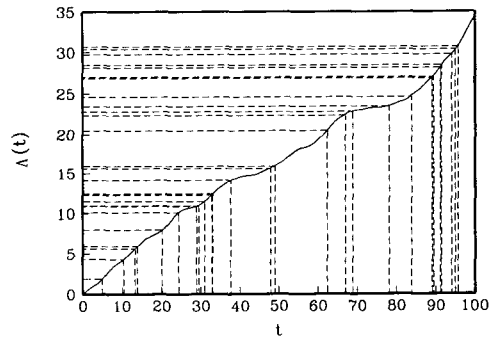
$$\begin{aligned} \Lambda_t &= \int_0^t \lambda_r dr \\ &= C_1 \int_0^t \sqrt{u_r^2 + v_r^2} dr \end{aligned} \quad (15)$$

위에서 생성된 각 시간에 대해 Lagrange보간법을 이용하여 원시 시계열을 비주기적 추출 간격을 갖는 2차 시계열(secondary time series)로 전환할 수 있다. 이 2차 시계열을 이용하여 스펙트럼 추정법들을 평가하고 이를 식(3)또는 (11)의 해석적인 스펙트럼과 비교하였다.

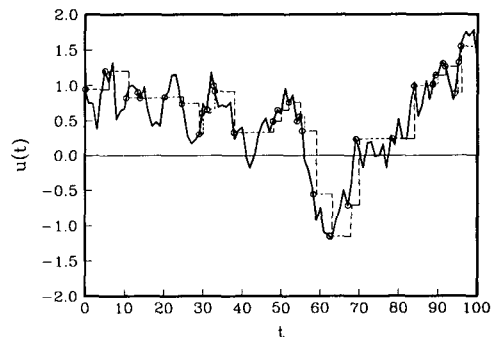
3. 결과 및 고찰

모사시 처음 발생시킨 원시 시계열의 개수는 2,200,000이었으며 시간간격은 1초로 정했다. 시계열에 사용된 매개변수 ϕ_{11} 과 ϕ_{22} 는 Tropea⁽⁸⁾의 결과에 대한 일관성을 검토하기 위해 0.95로 고정시켰다 구간평균(block average)을 사용하기 위해 레코드길이를 1024초 고정하였으며 구간마다 계산된 스펙트럼을 이용하여 평균 스펙트럼으로 만들고 그 결과를 비교하였다. 평균의 횟수는 두 방법이 같으나 구간에 있어서 이용 데이터 열은 추출 후 유지 신호가 보간을 맡아 많아지게 된다. 결국 이 영향은 추정치의 분산성을 고려할 때 식(1)의 단점이 될 수 있으나 식(1)은 SFT(slow Fourier transform)를 사용하므로 옥타브(octave) 주파수 계산에 의한 주파수 평균을 사용할 수 있기 때문에 실제 이용 데이터 양은 거의 비슷하다. 스펙트럼 추정시 스무딩(smoothing)을 위한 윈도우 함수는 사용하지 않았다.

Fig.1(a)와 1(b)는 식(9)에서 정의된 데이터 밀도가 10이고 난류강도가 1.0일때 1차원 속도장에 의해 생성된 평균값 함수와 이 함수의 역변환에 의해 만들어진 추출 간격이 2중 포와송 확률분포를 보이는 2차 시계열과 추출 후 유지 신호를 원시 시계열과 비교한 것이다. 그림으로부터 2차 시계열에 나타난 추출분포는 속도의 절대량이 큰 부분에서 많이 얻어짐을 알 수 있다. 이 추출분포의 편중은 속도편의의 원인이 되는 데 속도 편의는 추출 후 유지신호의 재추출로 데이터 밀도가 10이상의 수준에서 평균 속도와 RMS속도의 보상이 가능하다고 알려져 있다.⁽⁸⁾ 평균을 제거한 스펙트럼 평면의 주파수 성분에 대한 전체 합은 Parseval의 정리에 따라 RMS 속도의 제곱이 되며 데이터 밀도와 난류강도에 따른 주파수 성분들에 존재하는 에너지



(a) Typical mean value function



(b) Primary time series, simulated individual time series and following sample and hold signal:continuous as primary time series, circle as LDV bursted signal and dashed as sample and hold signal

Fig. 1 Construction of nonhomogeneous poisson arrival time and followig time series by mean value function:turbulent intensity=1.0 and $\nu T_u=10$

양들을 추산하면 RMS 속도 추정치의 오차원인에 대한 정성적인 평가가 가능하다.

Fig. 2부터 5까지는 데이터 밀도와 난류강도를 다양하게 변화($0.1 \leq \text{turbulent intensity} \leq 1.0$, $1 \leq \nu T_u \leq 10$)시켜 가며 Roberts와 Gaster가 제안한 식 (1)과 추출 후 유지 신호의 재추출한 이산(discrete)데이터를 피리오도그램을 사용하여 스펙트럼을 추정한 것이다. 이들 스펙트럼으로 부터 세가지 정성적인 결과를 얻을 수 있다. Fig. 2와 3에서 보이는 바와 같이 데이터 밀도가 작고 난류강도가 30%이하인 영역에서는 높은 주파수를 제외하고는 식(1)의 직접 변환법이 해석적인 스펙트럼에 좀더 잘 접근하며, 이러한 특성으로부터 데이터 밀도가 적고 난류 강도가 작은 영역에 대한 스펙트럼이나 RMS속도의 계산시 추출점 데이터 열을 이용하는 것이 타당함을 알 수 있다. 이것은 난류강도가 낮은 유동에서 추출점에 대한 확률분포를 균일 포와 송으로 가정할 수 있는 근거가 된다. 직접 변환법의 분산은 기존의 이산데이터를 이용한 피리오도그램 보다 상대적으로 크며 이 양은 작은 에너지수준

을 가진 고주파 영역의 분산을 크게 만든다. 추출 후 유지 신호에 피리오도그램을 사용했을 때 보이는 고주파 영역에서의 감쇠와 저주파영역의 과대평과는 주파수 성분 사이에 존재하는 난류 운동에너지 양과 척도 추정을 잘못 평가할 수 있게 한다. 이러한 스펙트럼의 왜곡 현상은 계단잡음과 저주파 필터링 현상에 의한 것이며 이 필터링에 의한 보상으로 디콘볼루션을 주장할 수 있으나 비선형적인 추출통계 때문에 이러한 처방이 높은 난류강도를 갖고 속도성분 간에 큰 전단력이 작용하는 유동해석에도 사용될 수 있는지 알려진 것이 없다.

Fig.4는 데이터 밀도가 낮고 국부 난류강도가 큰 유동에 대한 모사 결과이다. 이렇게 난류강도가 큰 유동은 높은 혼합이 일어나는 대부분의 연소기에서 발생한다. 그림으로부터 두가지 추정법 모두에 왜곡이 일어남을 알 수 있는 데 추출 후 유지 신호의 피리오도그램에 의한 추정은 데이터 밀도가 상대적으로 적기 때문에 보간에 의한 오차와 계단잡음의 복합된 영향의 결과이다. 이 보간에 의한 오차는 저주파 필터링을 증가 시킨다. 반면 식(1)의 직접

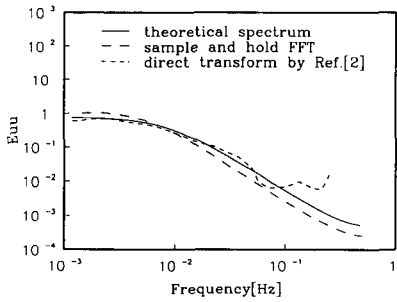


Fig. 2 Power spectra:turbulent intensity=0.1 and $\nu T_u=1$

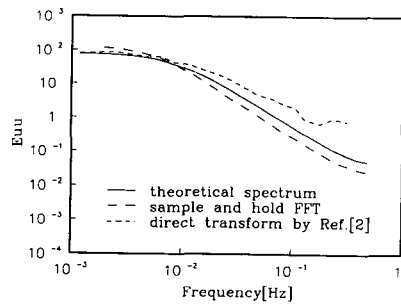


Fig. 4 Power spectra:turbulent intensity=1.0 and $\nu T_u=1$

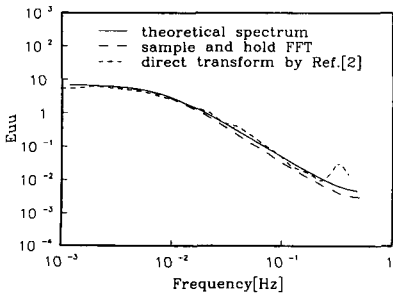


Fig. 3 Power spectra:turbulent intensity=0.3 and $\nu T_u=3$

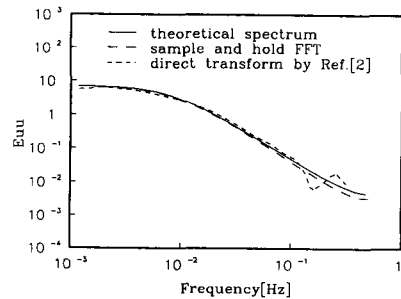


Fig. 5 Power spectra:turbulent intensity=0.3 and $\nu T_u=10$

변환법은 전 주파수 영역에서 높은 에너지를 가지며 이것은 식(1)이 구간 평균 제거 계산시 평균에 대한 속도편의가 고려되지 않는 원인과 추출 간격이 유동장에 연계되므로 포아송 추출에 의한 불확실성이 속도량에 따라 편중을 이루기 때문이라 생각된다. 이러한 성질들은 모두 속도편의에 의한 영향으로 결론지을 수 있다. Fig. 5는 데이터 밀도가 큰 유동에서 추출 후 유지 신호의 피리어드그램이 바람직한 방법임을 알려 준다. 즉 안정성이나 계산시간이 직접 변환법에 비해 우수하며 데이터 밀도

가 클 때 난류강도에 상관없이 편의 보상을 해 주기 때문이다.

Fig. 6와 Fig. 7는 2차원 유동에 대한 표준화된 레이놀즈 응력 v 속도성분의 영향을 직접 변환법에 대해 도기한 것이다. 식(12)로부터 순간 포아송 강도는 속도장의 절대값에 비례하므로 두 속도성분의 제곱에 대한 상관관계(즉 $E[u^2v^2]/(\sigma_u\sigma_v)^2$)가 크고 v 속도 성분의 변화가 클수록 속도편의는 커짐을 예상하게 해준다. 상관계수가 1인 경우 이는 쉽게 살펴볼 수 있다. 가우시안 분포를 갖는 속도성분 간의 제곱 상관관계는 I.I.D.(identically independent distribution) 확률과정임을 고려할 때 임의의 t_1 에 대해 확률변수(random variable) u_{t1} 와 v_{t1} 의 속도성분과 레이놀즈 전단응력으로 구해질 수 있다. 또한 평균이 0인 가우시안 일 때는 $E[u_{t1}^2v_{t1}^2]=E[u_{t1}^2]E[v_{t1}^2]+2E^2[u_{t1}v_{t1}]$ 로부터 레이놀즈 응력과 절대 상관관계의 영향은 같게 나타난다. Fig. 6는 u 와 v 의 표준편차가 각각 0.1과 0.3이고 평균속도는 모두 1인 유동의 수치모사 결과이고 Fig. 7는 평균속도와 u 의 표준편차는 Fig. 6와 같고 v 의 표준편차가 0.9인 유동의 결과이다. 고주파 성분에서의 불안정성을 염두에 두고 저주파 성분만을 비교해 보면 레이놀즈 전단응력의 증가와 v 속도성분의 증가에 따라 저주파 성분의 크기가 커짐을 알 수 있고 편의 증가를 증명할 수 있다. 본 연구의 시험결과에서 추출 후 유지 신호의 피리어드그램은 직접 변환법에 비해 미약한 증가를 보였는데 이는 이 방법의 안정성이 상대적으로 우수함과 속도편의의 영향이 직접 변환법보다 간접적임을 말해준다.

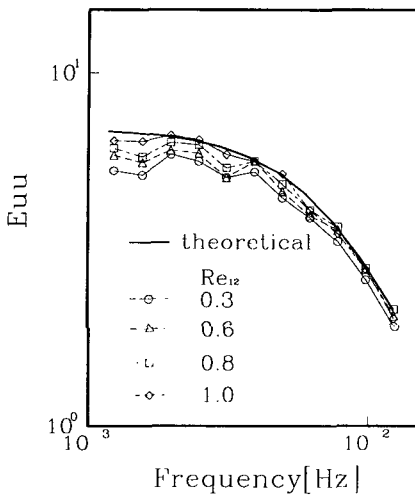


Fig. 6 Power spectra:turbulent intensity=0.1, $\sigma_v = 0.3, \nu T_u = 1$

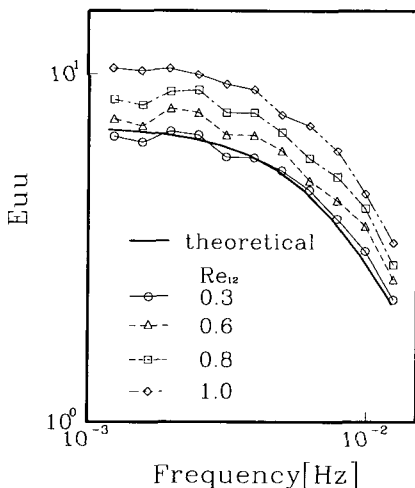


Fig. 7 Power spectra:turbulent intensity=0.1, $\sigma_v = 0.9, \nu T_u = 1$

4. 결 론

LDV신호의 수치 모사를 위해 난류 유동장으로 자기회기 모형을 택하고 비주기적 추출간격을 위해 평균값 함수를 이용하였으며 LDV의 스펙트럼 추정치로써 추출간격을 위해 평균값 함수를 이용하였으며 LDV의 스펙트럼 추정치로써 추출 후 유지 신호의 피리어드그램과 Roberts와 Gaster⁽²⁾의 직접 변환법을 사용하였다. 본 연구에서는 난류강도와 데이터 밀도를 변화시켜가며 위의 두 가지 스펙트럼 추정치로부터 몇가지 정성적 사실들을 밝혀 냈다. 데이터 밀도가 작고 난류강도가 작은 경우 직접 변환법이 스펙트럼 평가에 타당하나 데이

타밀도가 높아지면 추출 후 유지 신호의 FFT법이 속도편의에 대한 안정성이나 계산속도 측면에서 직접 변환법보다 바람직하다. 그러므로 적분시간 척도를 사용한 데이터밀도가 3이하이고 난류강도가 30%이하인 유동에 대한 스펙트럼의 추정은 직접 변환법이, 데이터 밀도가 5이상일 때는 추출 후 유지신호의 FFT법이 사용되어야 한다. 또한 2차원 유동에 대한 모사 결과를 살펴보면 레이놀즈 전단응력과 횡방향 속도성분의 증가는 속도편의를 증가시키고 직접 변환법을 더욱 왜곡시키는 사실을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 한국표준과학연구원 주관 협동연구의 일환으로 수행되었으며 백중승님을 비롯한 관계자 제위께 심심한 사의를 표합니다.

참고문헌

- (1) Gaster, M. and Roberts, J.B., 1977, "The Spectral Analysis of Randomly Sampled Records by a Direct Transform," Proc. R. Soc. Lond., A 354, pp. 27~58.
- (2) Roberts, J.B. and Gaster, M., 1980, "On the Estimation of Spectra From Randomly Sampled Signals: a Method of Reducing Variability," Proc. R. Soc. Lond., A 371, pp. 235~258.
- (3) Bell, W.A., "Spectral Analysis Algorithms for the Laser Velocimeter: a Comparative Study," AIAA Journal, Vol. 21, pp. 714~719.
- (4) Veynante, D. and Candel, S.M., 1988, "A Promising Approach in Laser Doppler Velocimetry Data Processing: Signal Reconstruction and Nonlinear Spectral Analysis," Signal Processing, Vol. 14, pp. 295~300.
- (5) Adrian, R.J. and Yao, C.S., 1987, "Power Spectra of Fluid Velocities Measured by Laser Doppler Velocimetry," Exp. in Fluids, Vol. 5, pp. 17~28.
- (6) Boyer, L. and Searby, G., 1986, "Random Sampling: Distortion and Reconstruction of Velocity Spectra From Fast Fourier-Transform Analysis of the Analog Signal of a Laser Doppler Processor," J. Appl. Phys., Vol. 60, pp. 2699~2707.
- (7) Snyder, D.L., 1975, Random Point Processes, John Wiley & sons.
- (8) Tropea, C., 1987, "Turbulence-Induced Spectral Bias in Laser Anemometry," AIAA Journal, Vol. 25, pp. 306~309.
- (9) McDougall, T.J., 1980, "Bias Correction for Individual Realisation LDA Measurements," J. Phys. E, pp. 53~60.
- (10) Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976, Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden-Day.