

〈論 文〉

혼합모드 크랙 선단응력의 광탄성해석

백 태 현*

(1992년 5월 21일 접수)

Photoelastic Analysis of Stress Field in the Neighborhood of a Mixed Mode Crack Tip

Tae-Hyun Baek

Key Words : Mixed Mode Crack(혼합모드 크랙), Photoelastic Analysis(광탄성 해석), Stress Intensity Factor(응력강도 계수), Williams Stress Function(윌리엄스 응력함수), Crack Tip(크랙선단)

Abstract

Theoretical fringe patterns were calculated and regenerated by using power series type Williams equations and coefficients estimated from the photoelastic data. Results of calculated values were evaluated by comparing experimental data points with the regenerated theoretical fringe loops. Statistical accuracy evaluation between regenerated fringe values and experimental ones showed that standard deviation was minimum and correlation coefficient was maximum when the first four terms of Williams equations were used.

1. 서 론

각종구조물, 산업기계, 항공기 및 선박과 같은 운송기관 등이 과도한 운전이나 비정상적인 환경조건에서 재료강도보다 현저히 낮은 상태에서 파괴되는 경우, 재료내부의 결함이나 크랙에 기인하는 원인이 대부분이며, 특히 고강도 재료에서는 취성파괴(brittle fracture)를 일으키게 된다. 근래에 파괴역학에 대한 개념의 정립으로 응력강도계수(K_I 또는 K_{II})가 재료의 파괴인성치(K_{IC})보다 높을 경우 재료의 갑작스런 파괴가 일어난다는 사실이 널리 알려지기 시작하면서 이론, 수치해석 및 다양한 실험 기법등의 개발을 통하여 응력강도계수에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔으며, 많은 자료가 확보⁽¹⁻²⁾ 되어 있다.

응력강도계수에 대한 실험기법중 크랙선단의 응

력해석에 대해서는 광탄성기법이 전체의 응력장을 가시화 할 수 있는 특성때문에 많이 사용하고 있다.⁽³⁻⁵⁾ 그러나 가장 간단하게 취급되고 있는 모드 I 상태에 대한 해석결과도 서로 상이하게 발표되어,⁽⁶⁾ 본 연구에서는 실험치의 정확도를 개선할 수 있도록 디지털 화상처리 기법⁽⁷⁾을 적용하여 광탄성 등색 프린지를 세선으로 처리하고, 크랙선단의 위치는 수치해석방법⁽⁸⁾에 의하여 보정될 수 있도록 하였다.

본 연구에서는 다매개변수(multiple parameters) 사용시 모드 I 과 모드 II에 나타나는 응력장의 특성을 분석하였고, 실험적으로 계산된 응력강도계수를 이론적인 수치해석 및 다른 실험결과에서 얻어진 값과 비교하였다.

2. 크랙선단의 응력장 해석

평면응력(plane stress) 또는 평면변형률(plane

*정회원, 군산대학교 기계설계학과

strain) 상태 하의 균일등방성 선형탄성체 (homogeneous and isotropic linear elastic solid)에 대해서 물체력 (body force)을 무시할 경우, 극좌표 응력 성분은 응력함수 (stress function) χ 를 이용하여 다음 식으로 구해진다.

$$\sigma_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} \quad (1a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \quad (1b)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \quad (1c)$$

위의 식에서 r 및 θ 는 Fig. 1에 표시된 바와 같이 반경 및 각도에 대한 극좌표 성분이고, σ_r 및 σ_θ 는 반경 방향과 접선 방향의 응력 성분, $\tau_{r\theta}$ 는 전단응력 성분을 나타낸다. Fig. 1에서 $\theta = \pm\alpha$ 일때의 경계조건은 다음과 같다.

$$\sigma_\theta = 0 \text{ and } \tau_{r\theta} = 0 \text{ at } \theta = \pm\alpha \quad (2)$$

Williams⁽⁹⁾는 위의 조건에 만족하는 응력함수를 다음의 식(3)과 같이 r 과 θ 의 복합 함수로 나타냈다.

$$\chi = r^{n+1} f(\theta) \quad (3)$$

위의 식에서 α 가 π 에 접근할때, 즉 $\theta = \pm\pi$ 일 경우 기하학적으로 노치형상에서 크랙으로 변환되며 응력함수 χ 는 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned} \chi = \sum_{n=1,3,5\dots} r^{n/2+1} & \left[A_n \left\{ \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta - \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n-2}{n+2}\right) \cos\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta - \right. \\ & \left. \left. \sin\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta \right\} \right] + \end{aligned}$$

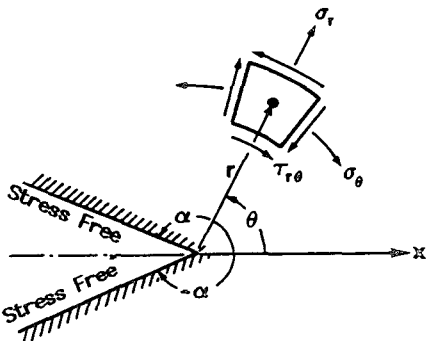


Fig. 1 Polar stress components in a sharp angular corner

$$\begin{aligned} \sum_{n=2,4,6\dots} r^{n/2+1} & \left[A_n \left\{ \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta - \right. \right. \\ & \left. \left. \cos\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta - \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n-2}{n+2}\right) \sin\left(\frac{n}{2}+1\right)\theta \right\} \right] \quad (4) \end{aligned}$$

각각의 응력성분에 대해서는 식 (4)를 식 (1a), (1b) 및 (1c)에 대입하여 다음과 같은 급수로 전개된다.

$$\begin{aligned} \sigma_r = \sum_{n=1,3,5\dots} r^{n/2-1} & \left[A_n \left\{ \left(\frac{-n^2+6n}{4}\right) \cos\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \left(\frac{-n^2+6n}{4}\right) \sin\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta + \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} \right] + \\ \sum_{n=2,4,6\dots} r^{n/2-1} & \left[A_n \left\{ \left(\frac{-n^2+6n}{4}\right) \cos\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta + \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \left(\frac{-n^2+6n}{4}\right) \sin\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta + \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} \right] \quad (5a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = \sum_{n=1,3,5\dots} r^{n/2-1} & \left[A_n \left\{ \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} \right] + \\ \sum_{n=2,4,6\dots} r^{n/2-1} & \left[A_n \left\{ \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \left(\frac{n^2+2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} \right] \quad (5b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} = \sum_{n=1,3,5\dots} r^{n/2-1} & \left[A_n \left\{ \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4}\right) \sin\left(\frac{n+2}{2}\right)\theta \right\} + \right. \\ & B_n \left\{ \left(\frac{-n^2+2n}{4}\right) \cos\left(\frac{n-2}{2}\right)\theta - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \left(\frac{n^2+2n}{4} \right) \cos \left(\frac{n+2}{2} \theta \right) \right\} + \\ & \sum_{n=2,4,6,\dots} r^{n/2-1} \left[A_n \left\{ \left(\frac{n^2-2n}{4} \right) \sin \left(\frac{n-2}{2} \theta - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2+2n}{4} \right) \sin \left(\frac{n+2}{2} \theta \right) \right\} + \right. \\ & \left. B_n \left\{ \left(\frac{-n^2+2n}{4} \right) \cos \left(\frac{n-2}{2} \theta + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{n^2-2n}{4} \right) \cos \left(\frac{n+2}{2} \theta \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (5c)$$

위의 식에서 미지의 상수 A_n 및 B_n 은 응력상태에 따라 결정되어야 할 상수이다.

평면 응력상태 하에서 혼합 모드(mixed mode)의 응력 강도계수는 각각 K_I 및 K_{II} 로 표시되고, 식 (5b,c)로 부터 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$K_I = \lim_{\theta \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_\theta = \sqrt{2\pi} A_1 \quad (6a)$$

$$K_{II} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{r\theta} = \sqrt{2\pi} B_1 \quad (6b)$$

본 연구에서 광탄성에 의한 크랙선단의 응력장 해석에는 식 (5a,b,c)가 사용되었으며, 모드 I 과 모드 II에 대한 응력강도 계수는 식 (6a,b)로 부터 계산되었다.

3. 광탄성 실험자료의 수치해석 방법

광탄성의 응력-광 법칙(stress-optic law)에 따르면 등색광 프린지(isochromatic fringe)는 평면 최대 전단응력(τ_{max})과 같으며, 극좌표 응력성분과 등색광 프린지의 관계식⁽¹⁰⁾은 다음과 같다.

$$\left(\frac{Nf_\sigma}{2h} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right)^2 + (\tau_{r\theta})^2 \quad (7)$$

위의 식에서 N 은 프린지 차수(fringe order), f_σ 는 재료의 응력-광 계수(stress-optical coefficient)이고 h 는 모델의 두께를 나낸다.

일반적으로 크랙에 대한 응력해석시 크랙선단의 위치는 응력장 해석에 중요한 변수로 작용하나, 대부분의 경우 크랙선단의 좌표를 정확히 읽을 수 없으므로 Fig. 2와 같은 관계를 설정하여 해석할 수 있다. 즉, 측정된 크랙선단좌표(O_m)가 정확한 크랙선단좌표(O_c)로 부터 x_o 및 y_o 로 편향되어 있다고 가정하면 프린지상의 P 점에 대한 측정된 좌표(r_m, θ_m)로 부터 수정좌표(r_c, θ_c)로 변환시킬 수 있다. 따라서 식 (7)에 포함된 미지상수 A_n 및

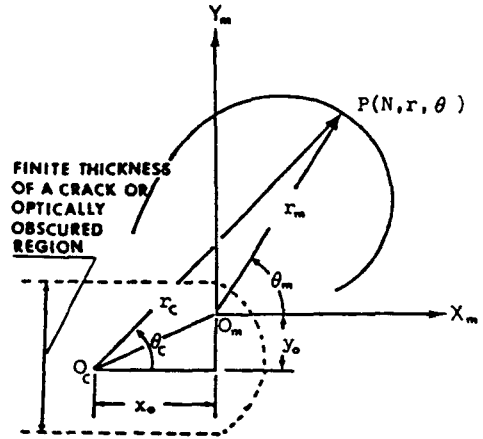


Fig. 2 Relation between measured and corrected coordinates with consideration of crack tip deviation

B_n 과 크랙선단 좌표에 관계되는 미지수 x_o 와 y_o 를 구하기 위하여 식 (7)의 좌변을 우변으로 이항하여 나타내면

$$G_k(A_n, B_n, x_o, y_o) = \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right)^2 + (\tau_{r\theta})^2 - \left(\frac{Nf_\sigma}{2h} \right)^2 = 0 \quad (8)$$

식 (8)에 포함된 미지 상수 A_n 및 B_n ($n=1, 2, 3 \dots$)과 x_o 및 y_o 는 함수 G 가 0에 수렴하도록 최소자승법⁽³⁾을 사용하여 구한다. 식 (8)은 미지상수 A_n, B_n, x_o 및 y_o 에 대하여 비선형이므로 선형화시키기 위하여 테일러급수로 전개한 다음 Newton-Raphson의 반복수치해석 기법을 적용하기 위하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (G_k)_{i+1} = & (G_k)_i + \sum_{n=1}^j \left(\frac{\partial G_k}{\partial A_n} \right)_i \Delta A_n + \sum_{n=1}^j \left(\frac{\partial G_k}{\partial B_n} \right)_i \Delta B_n \\ & + \left(\frac{\partial G_k}{\partial x_o} \right)_i \Delta x_o + \left(\frac{\partial G_k}{\partial y_o} \right)_i \Delta y_o \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 첨자 k 는 임의의 데이터 수를 표시하며 미지 상수보다 많아야 정도가 향상된 해를 구할 수 있다. 첨자 i 는 반복 단계(iteration step)를 표시하고, $\Delta A_n, \Delta B_n, \Delta x_o$ 및 Δy_o 는 A_n, B_n, x_o 및 y_o 의 추정치에 대한 보정(correction)을 의미한다. 이와 같은 반복 절차는 $(G_k)_{i+1} \approx 0$ 에 수렴할 때까지 계속되므로 식(9)는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\sum_{n=1}^j \left(\frac{\partial G_k}{\partial A_n} \right)_i \Delta A_n + \sum_{n=1}^j \left(\frac{\partial G_k}{\partial B_n} \right)_i \Delta B_n + \left(\frac{\partial G_k}{\partial x_o} \right)_i \Delta x_o$$

$$+\left(\frac{\partial G_k}{\partial \mathbf{y}_o}\right)_i \Delta \mathbf{y}_o = -(G_k)_i \quad (10)$$

식 (10)을 보정치 $\Delta A_n, \Delta B_n, \Delta x_o$ 및 $\Delta \mathbf{y}_o$ 에 대하여 선형화된 행렬식으로 표시하면

$$\{G\}_i = [B]_i \{\Delta C\}_i \quad (11)$$

위의 식에서

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_k \end{Bmatrix} \quad (12a)$$

$$[B] = - \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial A_n} & \frac{\partial G_1}{\partial B_n} & \frac{\partial G_1}{\partial x_o} & \frac{\partial G_1}{\partial \mathbf{y}_o} \\ \frac{\partial G_2}{\partial A_n} & \frac{\partial G_2}{\partial B_n} & \frac{\partial G_2}{\partial x_o} & \frac{\partial G_2}{\partial \mathbf{y}_o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial G_k}{\partial A_n} & \frac{\partial G_k}{\partial B_n} & \frac{\partial G_k}{\partial x_o} & \frac{\partial G_k}{\partial \mathbf{y}_o} \end{bmatrix} \quad (12b)$$

$$\{\Delta C\} = \begin{Bmatrix} \Delta A_n \\ \Delta B_n \\ \Delta x_o \\ \Delta \mathbf{y}_o \end{Bmatrix} \quad (12c)$$

식 (11)의 보정치 $\{\Delta C\}$ 를 구하기 위하여 식 (11)의 양측에 $[B]$ 의 전치행렬 (Transpose Matrix), 즉 $[B]^T$ 를 곱하면

$$[B]^T \{G\} = [B]^T [B] \{\Delta C\} \quad (13)$$

식 (17)에서 편의상 $\{D\} = [B]^T \{G\}$, $[A] = [B]^T [B]$ 로 나타내면 아래의 식(14)와 같이된다.

$$\{D\} = [A] \{\Delta C\} \quad (14)$$

최종적으로

$$\{\Delta C\} = [A]^{-1} \{D\} \quad (15)$$

식(15)에서 $[A]^{-1}$ 은 $[A]$ 의 역행렬 (Inverse Matrix)이며, 식 (15)의 해는 A_n, B_n, x_o 및 \mathbf{y}_o 의 추정치를 보정하기 위한 $\Delta A_n, \Delta B_n, \Delta x_o$ 및 $\Delta \mathbf{y}_o$ 값을 나타내고 반복단계 별로 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$(A_n)_{i+1} = (A_n)_i + \Delta A_n \quad (16a)$$

$$(B_n)_{i+1} = (B_n)_i + \Delta B_n \quad (16b)$$

$$(x_o)_{i+1} = (x_o)_i + \Delta x_o \quad (16c)$$

$$(\mathbf{y}_o)_{i+1} = (\mathbf{y}_o)_i + \Delta \mathbf{y}_o \quad (16d)$$

식 (16a,b,c,d)에서 나타낸 바와 같이 보정치 $(\Delta A_n,$

$\Delta B_n, \Delta x_o$ 및 $\Delta \mathbf{y}_o$)가 미소량으로 수립될 때까지 반복계산을 수행 함으로써 정도가 향상된 미지의 상수 A_n, B_n, x_o 및 \mathbf{y}_o 를 결정 할 수 있다. 본 연구에서는 데이터의 수 $k=40$ 에 대하여 $n=1, 2, 3, \dots, 6$ 항까지 분석하였다.

4. 프린지의 도식화 및 정확도 평가

Fig. 3에서 임의점 P 의 좌표 (r_m, θ_m) 에 위치한 프린지 차수 (N_{exp})를 측정하여 수치해석적으로 결정된 상수 A_n, B_n, x_o 및 \mathbf{y}_o 를 식 (5a,b,c) 및 식 (7)에 대입하여 이론적인 프린지루프 (Fringe Loop)를 도식화 시킬 수 있다. 또한 측정된 동일한 점 P 에서 이론적인 프린지 차수 (N_{reg})를 계산할 수 있다. 이 경우 측정된 실험프린지 차수 (N_{exp})와 이론식으로 계산된 이론프린지 차수 (N_{reg}) 사이의 퍼센트 오차는 다음과 같이 간단히 계산할 수 있다.

$$E = \frac{N_{reg} - N_{exp}}{N_{exp}} \times 100 (\%) \quad (17)$$

위의 관계식으로 부터 k 데이터에 대한 실험 프린지 차수와 이론 프린지 차수 사이의 표준편차 (Standard Deviation)는 아래와 같다.

$$SD = \sqrt{\frac{1}{k-1} \left[\sum_{i=1}^k E_k^2 - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k E_k \right)^2 \right]} \quad (18)$$

위의 표준편차 이외에 또다른 통계학적인 비교방법은 상관관계 계수 (ρ)를 이용할 수 있으며 관계식은 다음과 같다.

$$\rho = \frac{n \sum (N_{exp})(N_{reg}) - \sum (N_{exp}) \sum (N_{reg})}{\sqrt{[n \sum (N_{exp})^2 - (\sum N_{exp})^2][n \sum (N_{reg})^2 - (\sum N_{reg})^2]}} \quad (19)$$

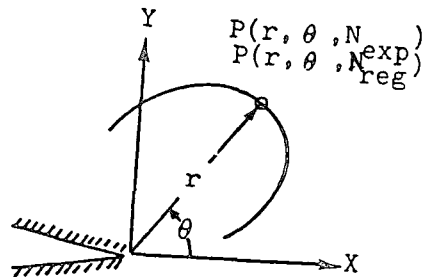


Fig. 3 Illustration for the comparison between experimentally observed fringe value and regenerated one at a point P

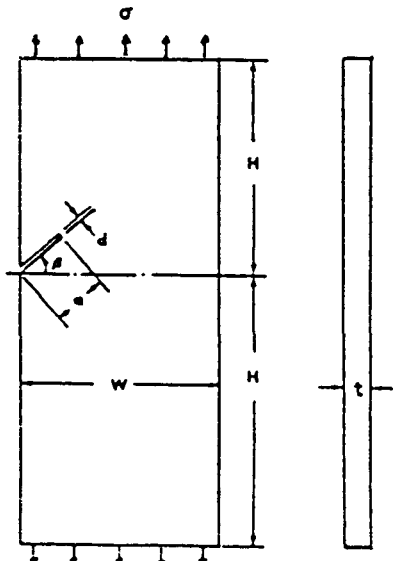
위에서 계산한 상관관계 계수는 0과 1 사이의 값이며, 1에 가까울 수록 실험프린지와 이론프린지가 일치하게 된다.

5. 실험 및 분석

5.1 실험

실험 모델의 재료는 광탄성 시험에 사용되는 에폭시 수지(epoxy resin)를 사용하였으며, Fig. 4에 나타낸 바와 같이 시편의 중앙 측면에 경사 크랙을 가공하여 인장 응력을 가하였다. 크랙은 두께 0.15 mm의 컷터를 사용, 시험 치수로 가공하였고 재료의 응력-광 계수는 원판 디스크 교정방법에 의하여 구하였다.

Fig. 5(a) 및 6(a)는 인장력을 가 하였을때 크랙 주위에 나타난 등색광 프린지 패턴이며, Fig. 5(b) 및 6(b)에서 보인 바와 같이 등색광 프린지를 디지털 화상 처리⁽⁷⁾하여 세션(sharpened line)으로 처리 하였다. 데이터의 측정위치는 세션처리된 프린지 선상, 즉 Fig. 5(b) 및 6(b)의 “+” 표시 위



$\beta = 0^\circ, 22.5^\circ, 45^\circ$ $d = 0.15 \text{ mm}$
 $a = 9.53 \text{ mm}$
 $W = 47.63 \text{ mm}$ $a/W = 0.2$
 $H = 95.25 \text{ mm}$ $H/W = 2.0$
 $t = 3.18 \text{ mm}$

Fig. 4 Model geometries of inclined through-thickness edge crack plate

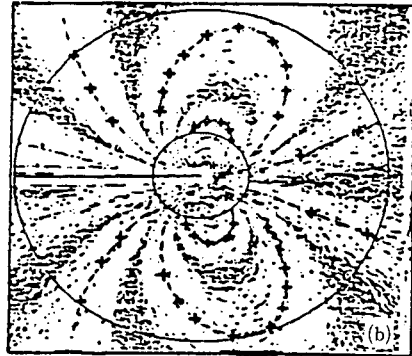
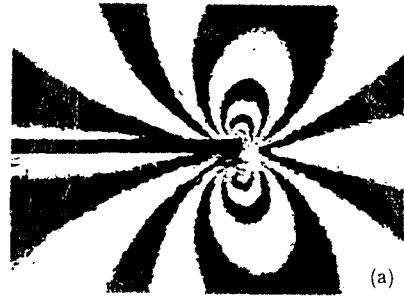


Fig. 5 (a) Isochromatic fringe loops of model No. 1
 (b) Fringe sharpened images and collected data location of model No. 1

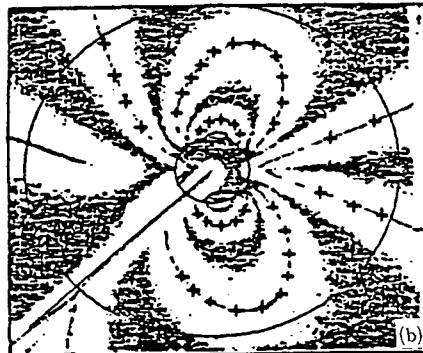
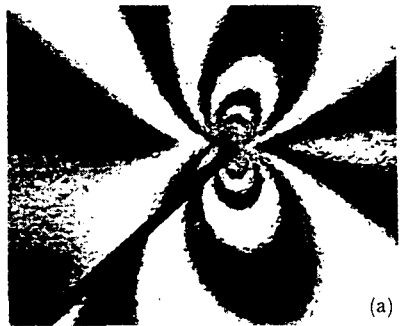
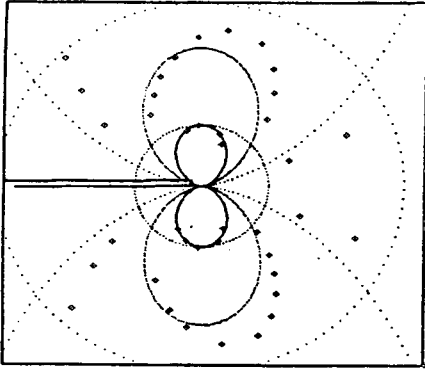
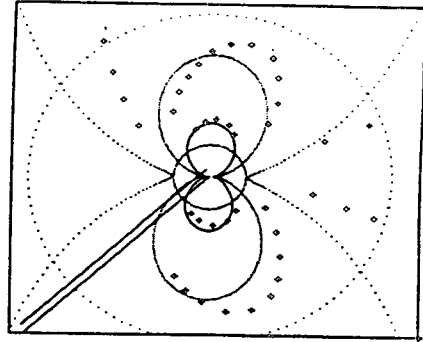


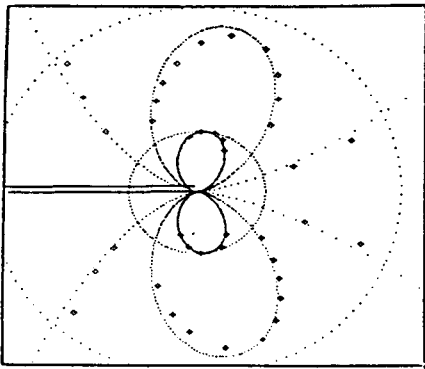
Fig. 6 (a) Isochromatic fringe loops of model No.3
 (b) Fringe sharpened images and collected data location of model No. 3



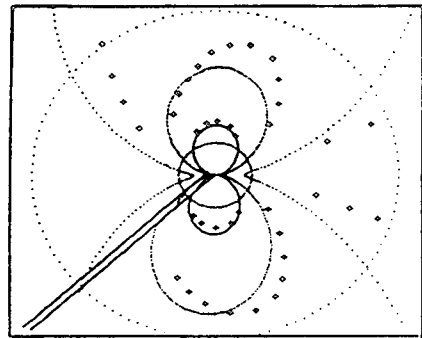
a1. 1 term (n=1); SD(χ)=15.14



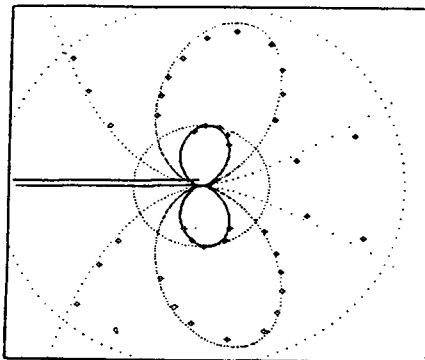
a2. 1 term (n=1); SD(χ)=15.90



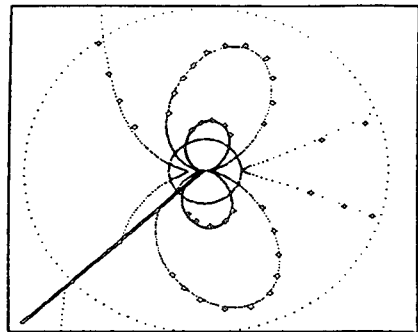
b1. 2 terms (n=2); SD(χ)=3.98



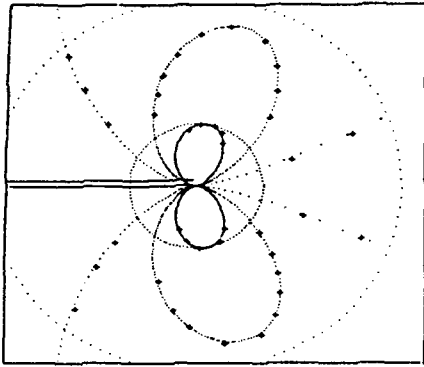
b2. 2 terms (n=2); SD(χ)=13.53



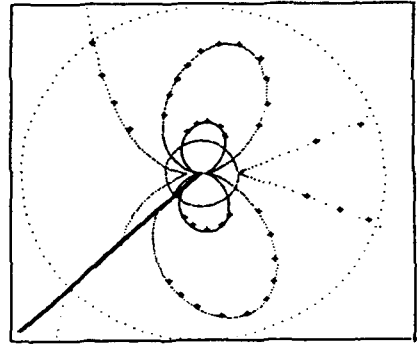
c1. 3 terms (n=3); SD(χ)=4.69



c2. 3 terms (n=3); SD(χ)=2.30

d1. 4 terms ($n=4$); $SD(X)=0.90$

BEST BACK-PLOT

d2. 4 terms ($n=4$); $SD(X)=1.45$

BEST BACK-PLOT

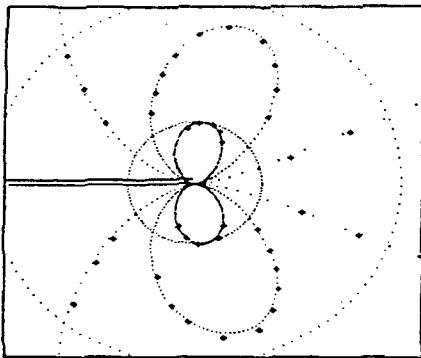
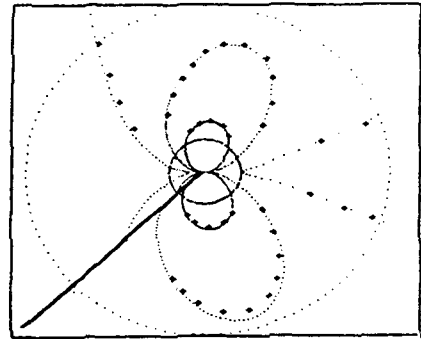
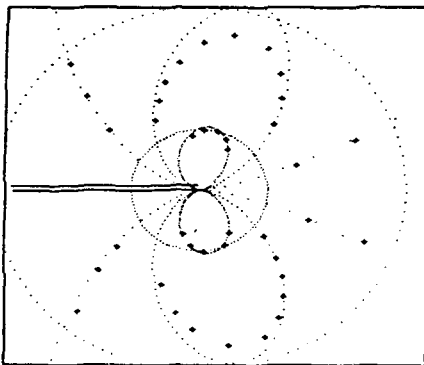
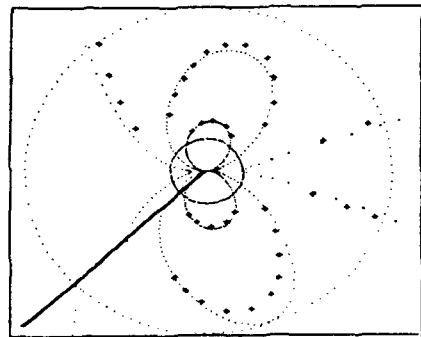
e1. 5 terms ($n=5$); $SD(X)=1.04$ e2. 5 terms ($n=5$); $SD(X)=2.00$ f1. 6 terms ($n=6$); $SD(X)=2.18$ f2. 6 terms ($n=6$); $SD(X)=4.13$

Fig. 7 Comparison between the back-plots with respect to the number of terms of Williams equations for pure Mode I and Mixed Mode (Model No. 1 and No. 3)

치와 같으며 컴퓨터에 내장시켜 추후 이론적인 광탄성 프린지와 비교될 수 있도록 하였다. 데이터는 $0.07 \leq r/a \leq 0.30$ 범위에서 측정하였으며, 여기서 r 은 측정범위를 표시하기 위한 반지름이고 a 는 크랙의 길이이다. 위와같은 측정범위는 Fig. 5(b) 및 6(b)에서 큰 원과 작은 원으로 표시되어 있다.

5.2 분석 결과 및 고찰

식 (4)의 응력함수를 $n=1, 2, \dots, 6$ 항까지 취하였을 때 측정된 데이터의 위치와 이론적인 프린지를 도식화시킨 상태는 Fig. 7과 같다. 또한 각항에 대한 통계적인 지표, 즉 표준편차와 상관관계 계수의 변화는 Fig. 8 및 9와 같다.

Fig. 7에서 보인바와 같이 $n=1$ 항을 사용하였을 때 이론 프린지는 크랙의 경사각과 관계없이 실험 데이터와 모두 일치하지 않았다. $n=2$ 일 경우 크랙의 경사(β)가 0° 에 근접한 경우 이론프린지와 실험데이터는 어느정도 일치하였으나, $\beta=44.5^\circ$ 크랙에서는 여전히 차이가 많았다. $n=3$ 일 경우 크랙의 경사와는 관계없이 거의 일치하였으며, $n=4$ 일 경우 이론 프린지루프는 모든경우에 데이터점을 정확히 통과하였다. 그러나 $n=5$ 이상일 경우 이론 프린지는 데이터를 벗어나기 시작하였다. 이러한 이유는 크랙선단응력장의 범위에 관련되는 것으로 생각할 수 있으며, 본 연구에서와 같이 $0.07 \leq r/a \leq 0.30$ 의 범위에서 응력장을 고려할 경우 $n=4$ 가 가장 잘 일치하였다. 그러나, $r/a \leq 0.07$ 의 범위로 취할 경우 응력강도계수의 정의에는 근접하나 본 광탄성 실험에서는 크랙선단에 너무 가까이 인접하여 광탄성 데이터를 얻을 수 없었으며, $r/a \geq 0.30$

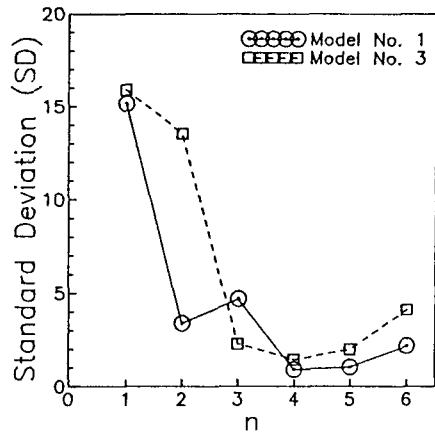


Fig. 8 Variation of standard deviation with respect to the number of terms of Williams equation

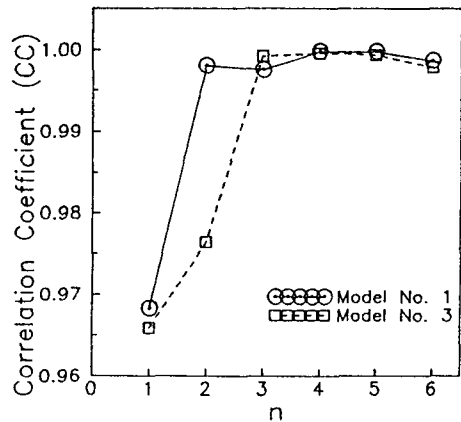


Fig. 9 Variation of correlation coefficient with respect to the number of terms of Williams equation

Table 1 Test conditions and final results obtained from two-dimensional crack analysis

Model No.	β_a	a/W^a	σ^b (kPa)	K_I/K_{I0}^c	K_{II}/K_I	SD ^d (%)	CC ^e
1	$-0.5^\circ \sim 1.5^\circ$	0.200	3524	1.418	0.007	0.903	0.9998
2	22.5°	0.200	3604	1.289	0.232	1.303	0.9997
3	44.5°	0.197	4102	0.851	0.494	1.447	0.9996

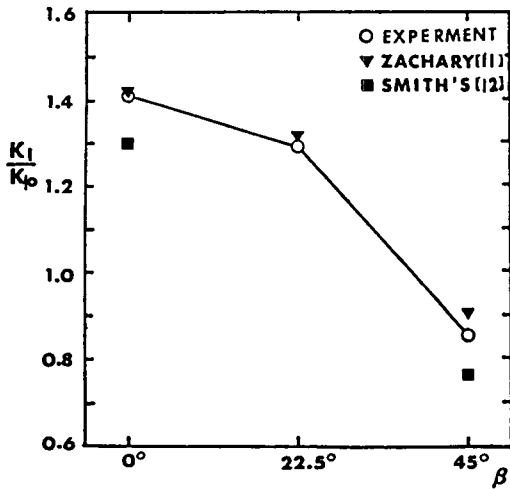
Note : ^aSee Fig. 4 for the symbols.

^bThe stress $\sigma = A/P$, where P =applied load and A =gross cross section of the model.

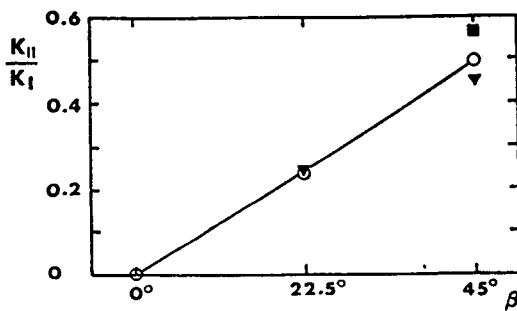
^c $K_{I0} = \sigma\sqrt{\pi a}$

^dStandard deviation of percentage error defined by Eq. (18).

^eCorrelation Coefficient defined by Eq. (19).



(a) K_I/K_{I0} variation with respect to crack inclination angle (β)



(b) K_{II}/K_I variation with respect to crack inclination angle (β)

Fig. 10 Final results of edge cracked models

의 범위에서는 크랙선단응력에 비하여 원응력장 (far-field stress)의 영향을 더 많이 받을 수 있으므로 본 연구에서는 고려하지 않았다.

위의 이론 프린지와 실험데이터의 관계는 Fig. 8 및 9에서 보인 바와 같이 각항에 따른 표준편차 및 상관관계의 변화에 의해서도 정량적으로 설명 될 수 있다. 도식화된 이론프린지와 데이터에서도 관찰된 바와 마찬가지로 $n=4$ 일 경우 표준편차 값이 최소가 되었으며, 상관관계계수는 최대가 되었다.

크랙의 경사각도에 따른 시험조건과 식(4)에서 $n=4$ 를 사용하여 분석한 최종결과는 Table 1과 같다. 본 연구로부터 얻어진 응력강도 계수값은 Fig. 10과 같이 다른 실험 및 수치해석 결과와 비교하였다.

6. 결론

본 연구를 통하여 크랙선단의 응력장 및 응력강도 계수를 정확히 측정할 수 있는 수치해석적인 기법을 제시하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 경사크랙으로 부터 모드 I 및 혼합모드의 응력강도 계수를 계산하기 위해서 광탄성 데이터를 $0.07 \leq r/a \leq 0.30$ 의 범위에서 측정하고 Williams 응력함수를 사용하였을 때 식(4)에서 $n=4$ 항까지 사용할 경우, 광탄성 데이터와 이론프린지루프는 가장 정확하게 일치하였으며, 항수가 그 이상으로 증가하면 이론프린지는 데이터를 벗어나기 시작하였다.

(2) 실험데이터와 이론프린지를 도식화하여 정성적인 비교를 할 수 있으며, 표준편차 및 상관관계 계수와 같은 통계적인 지표변화를 이용하여 정확도를 정량적으로 유추할 수 있다.

(3) 본연구를 통하여 얻어진 최종적인 응력강도 계수는 Fig. 10에서 보인 바와 같이 수치해석 및 다른 실험해석결과 사이의 값을 얻었다.

후 기

이 논문의 일부는 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 지방대육성 중점과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며, 이에 관계자 제위께 감사합니다.

참고문헌

- (1) Sih, G. C., 1973, "Handbook of Stress Intensity Factors for Researchers and Engineers," Bethlehem, Pennsylvania : Leign University.
- (2) Rooke, D.P. and Cartwright, D.J., 1976, "Compendium of Stress Intensity Factors," London England : Her Majesty's Stationery Office.
- (3) Sanford, R. J. and Dally, J. W., 1979, "A General Method for Determining Mixed Mode Stress Intensity Factors from Isochromatic Fringe Patterns," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 11, No. 4, pp. 621~633.
- (4) Smith, C. W., 1980, "Photoelasticity in Fracture

- Mechanics," *Experimental Mechanics*, Vol. 20, No. 11, pp. 390~396.
- (5) Ramulu, M., Kobayashi, A.S. and Barker, D.B. 1985, "Analysis of Dynamic Mixed Mode Iso-Chromatic," *Experimental Mechanics*, Vol. 25, No. 5, pp. 344~353.
- (6) Murthy, N.S. and Rao, P.R., 1984, "Photoelastic determination of Mode I Stress Intensity Factors in Tensile Strips : Effect of Crack Length," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 20, No.3, pp. 475~478.
- (7) Baek, T.H., Koerner, B.H. and Burger. C.P., 1988, "A Digital Pcedure for Photoelastic Fringe Sharpening," *Proceedings of the VI International Congress on Experimental Mechanics*, Vol. II, pp. 925~930.
- (8) Baek, T.H. and Burger, C.P., 1991, "Accuracy Improvement Technique for Measuring Stress intensity factors," *Journal of Korean Society of Mechanical Engineers (KSME)*, Vol. 5, No. 1, pp. 22~27.
- (9) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 109~114.
- (10) Dally, J. A. and Riley, W.F., 1978, "Experimental Stress Analysis," McGaw-Hill Book Co., pp. 416.
- (11) Zachary, L. W. and Skillings, B. J., 1982, "Displcement Discontinuity Method Applied to Nondistructive Testing Related Stress Problem," *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 18, No. 8, pp. 1231~1244.
- (12) Smith, D. G. and Smith, C.W., 1978, "Photoelastic Determination of Mixed Mode stress Intensity Factors," Vol. 18, No. 3, pp. 87