2090 大韓機械學會論文集 第16卷 第11號, pp. 2090~2097, 1992.

〈論 文〉

기계식 一葉심장밸브의 동적거동 해석

천 길 정*

(1992년 5월 11일 접수)

Dynamic Behavior Analysis of Mechanical Monoleaflet Heart Valve Prostheses

Gill-Jeong Cheon

Key Words: Heart Valve Prostheses(인공심장밸브), Fluttering(플러터링), Damping Ratio(감쇠비)

Abstract

In this paper, fluttering behavior of mechanical monloleaflet heart valve prosthesis was analyzed taking into consideration of the impact between the valve occluder and the stopper. The motion of valve occluder was modeled as a rotating system, and equations were derived by employing the moment equilibrium conditions. Lift force, drag force, gravity and buoyancy were considered as external forces acting on the valve occluder. The 4th order Runge-Kutta method was used to solve the equations. The results demonstrated that the occluder reaches steady eguilibrium position only after damped vibration. The mean damping ratio is in the range of 0.197~0.301. Fluttering frequency does not have any specific value, but varies as a function of time. It is in the range of 11-84Hz. Valve opening appears to be affected by the orientation of the valve relative to gravitational forces.

1. 서 론

심장밸브의 수력학적 특성은 밸브의 항혈전성 및 석회침착화와 깊은 관계가 있으며, 역류(regurgitation) 및 봉합선(suture crevice)에서의 응혈에도 직접적인 영향을 미치므로 그에 대하여 많은 연구가 수행되어 왔다. 밸브의 수력학적 특성으로는 역류량, 밸브판 주위에서의 유속분포, 에너지 손실, 박리(separation), 정체(stagnation) 및 밸브판 자체의 거동특성등이 있다.[1,2]

심장밸브는 일종의 체크밸브로서 유동관로내에서 고정된 자세로 있지 않고 시간에 따라 그자세가 변하므로, 유동이 이에 따라 달라지고 또한 밸브판의 거동 역시 유동에 의해 영향을 받으므로 유동과 밸브판의 거동은 동시에 고려되어야만 한다. 그런데 밸브의 수력학적 특성해석에 관한 논문들이 주로 밸브판이 완전히 열려 있는 상태에서의 정적인 유동해석만을 대상으로 하여왔고, 밸브판 자체의 동적거동을 고려한 논문은 많지 않다. 그중 Sikarskie등[3]과 Mazumda등[4]은 밸브의 동적거동 해석에 의해 밸브가 닫힐 때 발생되는 2차 밸브 음향을 해석하였고 Hung등[5]과 Peskin[6]등은 티슈밸브판의 시간에 따른 위치를 해석 하였으며 Reif[7]등은 일엽밸브(monoleaflet) 판의 시간에 따른 위치를 해석하였다.

그러나 이상의 연구들은 심실수축기에 밸브판이 최대로 열린상태에서 진동하게 되는 플러터링

*정회원, 원광대학교 기계공학과

(fluttering)을 전혀 고려하지 않고 있어 결과적으로 밸브의 거동이 과도감쇠(over-damped) 진동을 하는 것으로 해석하여, 실제 생체내에서의 밸브판의 거동 특성을 정확히 묘사하지 못하고 있다. 따라서 Prahu[8]등은 양력(lift force)의 개념을 도입하여 플러터링 진동의 해석을 시도하였으나 밸브판의 굽힘고유진동수나 비틀림고유 진동수가 10^3 단위로서 생체내에서 측정되는 진동수인 10~100 Hz[9]와는 너무 차이가 많아, 밸브판의 진동은 밸브판 후부에서의 와류발산(vortex shedding)에 의한 것일거라고 추정하였다. 이에 대해 Reif등[9]은 밸브판을 2차의 회전계로 고려한 해석에 의해 밸브판의 회전 고유진동수가 밸브판 플러터링의 주된 인자임을 밝혔다. 그들은 해석에 있어서 밸브판이 정지판(stopper)에 의해 최대 열림각(maximal opening angle)이 제한을 받는 물리적인 현상을 고려치 않고 밸브판이 무한 각도로 회전한다고 가정하였으며 유량도 단위 입력(step input)으로 고려하여 얻은 결과를 이용하여 고유진동수를 구하였다. 그러나 밸브판의 실제거동은 정지판에 의해 제한을 받게되므로 최대 열림각 이후에서의 밸브판의 거동에 대한 해석은 의미가 없다. 또한 유량도 단위입력이 아닌 정현파에 가까우므로, 결과적으로 최대열림각을 고려하지 않은 해석 결과를 이용하여 구한 고유진동수는 실질적인 값이라고 볼 수 없다.

따라서 본 논문에서는 밸브판의 거동을 2차의 회전계로 간주하고, 양력 및 항력(drag force)을 구하는데 있어 Reif등이 구한것과 동일한 방법을 이용하되 정지핀에 의해 그 최대 열림각이 제한을 받는 물리적 사실을 고려하고, 밸브를 통과하는 유량도 단위 입력이 아닌 정현파(sine wave)로 간주하여 밸브판의 동적거동을 해석하였다. 해석대상의 밸브 모델로는 Bjork-Shiley 27 mm 1엽 밸브를 선정하였다.

2. 본론

2.1 모델링 및 운동방정식

밸브판의 자유물체도는 Fig. 1과 같다. 밸브판은 힌지점에 의해 그 직선운동만이 억제되고 회전은 자유로우므로 힌지점에서의 마찰모멘트는 무시한다. 작용되는 힘들은 힌지점 반력 R_x, R_y, 양력 L, 항력 D 및 부력의 영향을 고려한 등가중력 m_eg 등이다.

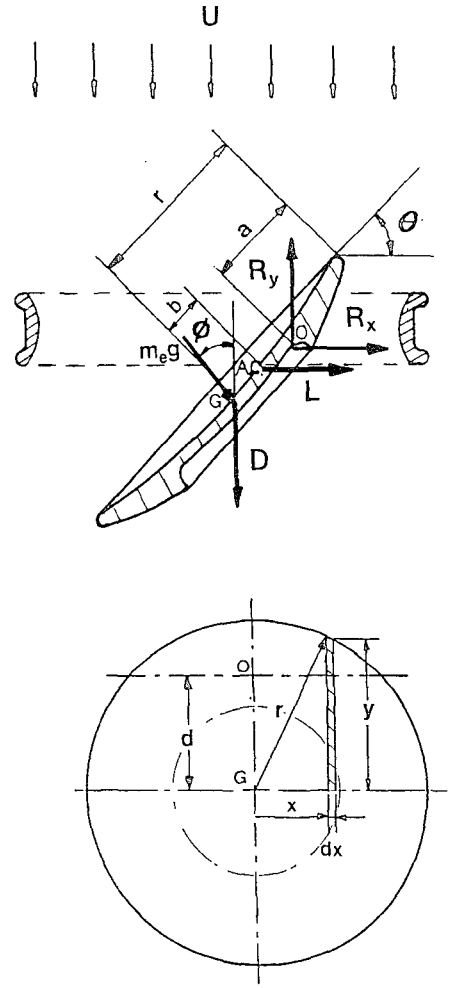

Fig. 1 Freebody diagram of the valve occluder during the opening phase U : free stream velocity, θ : occluder opening angle, O : hinge point, A. C. : lift center, G : center of gravity, D : drag force, L : lift force, Rx, Ry : reactional force at hinge point, m_eg : equivalent gravitational force, ϕ : angle between gravity and flow, a : distance between leading edge and hinge point, b : distance between center of the occluder and lift center, d : distance between center of the occluder and hinge point, r : radius of occluder

Fig. 1의 자유물체도에 대하여 힌지점 0에 대한 모멘트 평형 조건으로 부터 회전각 θ에 대해 회전운동방정식을 세우면 다음과 같다.[10] Bjork-Shiley 밸브의 초기 각도 θ_o는 0°이다.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{1}{I_o}(M_L+M_D+M_G) \tag{1}$$

$$\theta_{(0)}=\theta_0 \tag{2}$$

$$\frac{d\theta}{dt}(0)=0 \tag{3}$$

여기에서 I_o는 힌지점 0에 대한 질량 관성모멘트로서 계산의 간편함을 위해 곡률 없는 평판으로 간주하면 다음과 같다.

$$I_o=\frac{1}{4}mr^2+md^2=m(\frac{1}{4}r^2+d^2) \tag{4}$$

여기에서 m은 밸브판의 질량이고, M_L, M_D, M_G는 각각 양력, 항력 및 등가 중력에 의한 모멘트이며 다음과 같은 식으로 표시된다.

$$M_L=L(r-a-d)\ \sin\theta \tag{5}$$

$$M_D=D(r-a)\ \cos\theta \tag{6}$$

$$M_G=m_eg(r-a)\cos\ (\theta-\phi) \tag{7}$$

ρ를 유체의 밀도, U를 자유유속, C_L을 양력계수라 하고 양력 L을 구하면 다음과 같다.[11]

$$L=\int_{-r}^{r}C_L\frac{\rho u^2}{2}ydx=\frac{1}{2}\rho u^2\pi r^2C_L \tag{8}$$

C_D를 항력계수, A_D를 밸브판의 투영면적이라 할때 항력 D는 다음과 같이 표시된다.[11]

$$D=\frac{1}{2}\rho U^2A_DC_D \tag{9}$$

양력은 선단(leading edge)으로부터 길이의 1/4 지점에 작용한다는 조건에 의해[11], 밸브판을 미소폭의 직사각형 요소로 나눈후 적분하여 무게중심으로부터 양력중심 A,C. 까지의 거리 b를 다음과 같이 구한다.

$$b=\frac{1}{2r}\int_{-r}^{r}\frac{1}{4}[2(r^2-x^2)^{1/82}]dx=\frac{\pi}{8}r \tag{10}$$

양력 계수 C_L과 항력계수 C_D는 실속(stall) 조건을 고려하면 다음과 같이 결정된다.[9]

$$C_L=\begin{cases}0, & \theta<60^\circ\\ 2\pi\cos\theta, & \theta\geq60^\circ\end{cases} \tag{11}$$

$$C_D=\begin{cases}C_{DS}, & \theta<60^\circ\\ C_{LO}+C_L^2/A_{LO}, & \theta\geq60^\circ\end{cases} \tag{12}$$

이때의 계수 C_{DS}, C_{LO}, A_{LO} 등은 실험적으로 결정되는 상수이며 Table 1에서와 같다.[7]

속도 U는 입구의 전 단면에 걸쳐 균일하다고 가정하고 유량은 정현파적 거동을 한다고 가정하여 다음과 같이 결정한다.

Table 1 Various fluid properties and valve dimensions used in this study

Parameter	Value
a	0.0055 m
A	0.0004 m^2
A_{LO}	19.6
C_{DS}	1.03
C_{LO}	0.353
h	0.0015 m
r	0.011 m
T_S/T_C	0.4
θ_{max}	70°
ρ	1060 kg/m^3
ρ_o	2480 kg/m^3

$$U=Q/A \tag{13}$$

$$Q=Q_{max}\sin\ (\frac{\pi}{T_s}t) \tag{14}$$

여기에서 A는 밸브오리피스 면적이고 Q_{max}는 순간최대 유량이며 T_s는 심실 수축기간(systolic ejection period)이다. 역류량을 무시하고 식(14)를 적분하면 Q_{max}와 1박동당의 박출량(cardiac output) Q_b 사이의 관계가 다음과 같이 결정된다.

$$Q_b=\frac{2T_s}{\pi T_C}Q_{max} \tag{15}$$

한편 부력을 고려한 등가 질량은 다음과 같이 표시된다.

$$m_e=A_xh(\rho_o-\rho) \tag{16}$$

여기에서 A_v는 밸브판의 면적, h는 밸브판의 평균두께, ρ_o는 밸브판의 밀도이다. 밸브판이 설계된 최대 각도로 열렸을때 정지핀에 충격적으로 부딪히게 되며, 이들은 완전소성체가 아니기 때문에 밸브판은 극히 미소한 순간동안에 정지핀으로부터 튕겨져 나가게 된다. 밸브판과 정지핀 사이의 반발계수를 e로하고 밸브판의 충돌전후의 회전속도를 각각 ω_1, ω_2라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.[10]

$$\omega_2=-e\omega_1 \tag{17}$$

2.2 결과 및 고찰

제반 상수값으로는 Table 1에 표시되어 있는 값들을 이용하고,[7,9] 4차의 Runge-Kutta 방법을 이용하여 앞의 방정식을 풀었다.[12] 박동수(B.P.M)는 60, 반발 계수는 $e=0.5$ 시간 간격은 $\Delta t=0.001$sec로 하였고, 박출량 $\bar{Q}$는 $0.333\sim1.67\times0^{-4}$ M^3/sec(2~10 L/min)의 범위로 하였다. 1회의 박동에 소요되는 시간 T_c에 대한, 수축에 소요되는 시간 T_s의 비율은 0.4로 가정하였다.

Fig. 2는 유속의 방향과 중력의 방향이 동일한 경우로서 수직자세에서의 좌심방 밸브(mitral valve)의 경우에 해당하며 시간에 따른 밸브판 경사각의 변화를 나타내고 있다. 정지 상태에서 열리기 시작하여 약 0.05 sec 후에 최대로 열린후 정지핀에 부딪혀 약간 닫히다가 유체의 힘에 의하여 다시 열리는 플러터링 진동 현상을 보여주고 있다. 밸브판 진동계는 감쇠진동을 하고 있으며 그로인해 일정시간 경과후 최대 열림각 부근에서 평형을 유지함을 알 수 있다. 또한 한 주기의 진동에 소요되는 시간이 일정하지 않고 시간이 갈수록 줄어들어, 씨스템의 감쇠계수가 점차 줄어듬을 알수 있고 따라서 밸브판 진동계의 고유진동수는 특정한 값으로 결정할 수 없고 일정 범위로써만이 정의 할 수 있다.

유량이 증가할수록 밸브판이 열리는 속도가 증가하여 최대열림각에서의 정적평형에 도달하는 시간

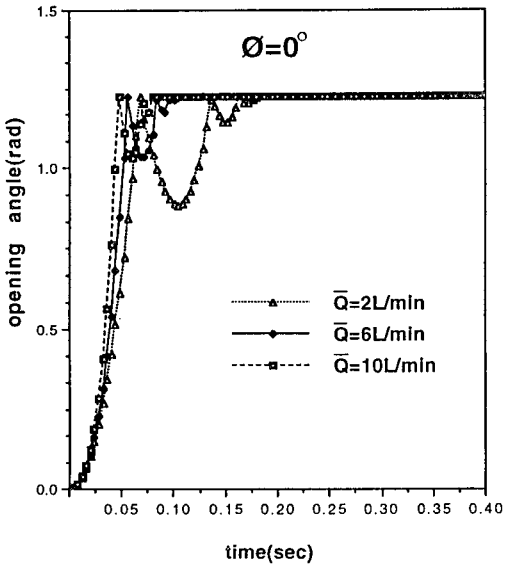

Fig. 2 Opening angle as a function of time for $\phi=0°$

도 빨라짐을 알 수 있다. 이는 유량이 증가함에 따라 유체가 밸브판을 열리게 하는 경향이 증대하므로 밸브판의 각속도가 증가하고, 또한 정지핀으로부터 튕겨나오는 밸브판을 도로 열리게 하는 모멘트가 크므로 밸브판이 급속히 정적평형 상태에 도달하는 것으로 판단된다. 즉 밸브판 진동계에서의 감쇠력은 바로 진행방향으로의 유동에 의한 모멘트에 의해 발생되며, 이는 유량이 증가할수록 크게됨을 알 수 있다.

초기 3회의 진동에 대한 지수감쇠를 계산하면[13], 감쇠비는 $\bar{Q}=0.333\times10^{-4}$ m^3/sec(2 l / min) 일때 대략 0.197~0.231의 범위를 가지고 $\bar{Q}=1.67\times10^{-4}$ m^3/sec(10L/min)일때 대략 0.215~0.284의 범위를 가지는 경감쇠(under damping) 임을 알 수 있다. 정지핀에 한번 부딪힌 후 튕겨 나와서 다시 정지핀에 부딪힐 때까지 걸리는 시간이 플러터링 주기이며 정지핀에 부딪혀 밸부판이 닫히는 각도가 진폭에 해당 하는데, 진폭이 급격히 감소하여 초기 3회 이후의 진폭은 거의 0에 가깝게 된다. 플러터링 주기가 일정 하지 않고 시간에 따라 점차 줄어들고 있으므로 주기의 역수로 표시되는 진동수 역시 특정한 값을 갖지 않고 계속 변하는 값을 갖게 된다. 진폭의 변화가 현저한 초기 3회의 플러터링에 대해서 그 진동수를 계산하면, $\bar{Q}=0.333\times10^{-4}$ m^3/sec(2L/min) 일때 대략 10~50 Hz이고 $\bar{Q}=1.67\times10^{-4}$ m^3/sec(10L/min) 일때 대략 17~63 Hz로서, 고유진동수가 유량에 따라서도 달라지며 이는 플러터링 진동수가 약10~100 Hz내에 존재한다는 실험에 의한 결과와도 잘 일치함을 알 수 있다.[9,14]

Fig. 3은 유속의 방향과 중력의 방향이 수직한 경우로서, 누워있는 자세에서의 대동맥 밸브(aortic valve) 및 좌심방 밸브(mitral valve)의 경우로서 특히 중력이 밸브판을 열리게 하는 자세에 해당한다. 이 경우에도 유량이 증가함에 따라 밸브판이 열리는 속도가 빨라지고 있으며 정적평형상태에 도달하는 시간도 줄어듬을 알 수 있다. 그러나 밸브판이 최초로 정지핀에 부딪히기까지의 시간은 Fig. 2의 경우에서와는 달리 유량에 따라 현저한 차이가 있으며, 감쇠 계수와 평균 고유진동수는 Fig. 2의 경우에 비해 줄어들고 있다.

Fig. 4는 유속의 방향과 중력의 방향이 서로 반대되는 경우로서, 수직자세에서의 대동맥 밸브(aortic valve)의 경우에 해당한다. 그림에서 알

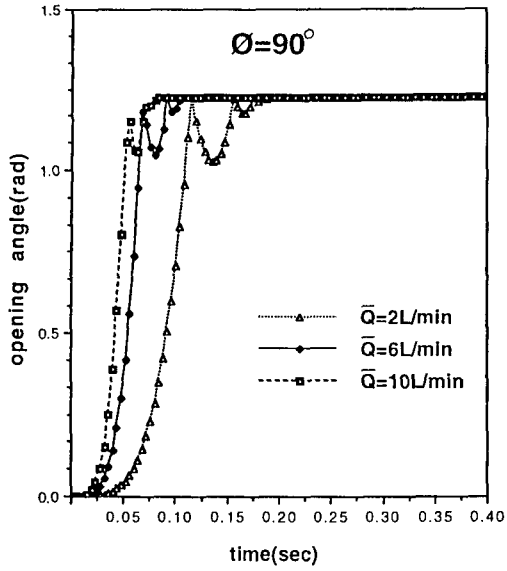

Fig. 3 Opening angle as a function of time for $\phi=90°$

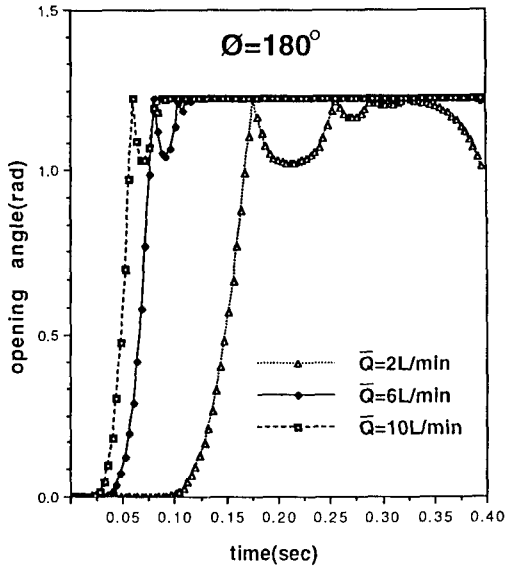

Fig. 4 Opening angle as a function of time for $\phi=180°$

수 있는 바와같이 밸브판은 즉시 열리지 않고 일정 시간 경과후에야 열리기 시작하고, 또한 밸브판이 최초로 최대각도까지 열리는데 걸리는 시간이 다른 경우에 비해 훨씬 길며 이러한 경향은 유량이 적을수록 현저하다. 밸브가 최초로 열리기까지 걸리는 시간은 약 0.04 sec에서 0.11 sec로서 유량이 적을수록 지체시간이 길어짐을 알 수 있다. 중력이 유동과 반대 방향이므로 중력은 밸브판을 닫히게 하는 역활을 하며, 이는 특히 운동 초기에 유동에 의한 영향을 능가하기 때문인 것으로 판단된다.

$\bar{Q}=0.333\times10^{-4}\,m^3/sec(2L/min)$인 경우에서와 같이 유량이 극히 적은 경우에는 정적 평형상태를 유지하는 기간이 거의 없이 밸브가 바로 닫히기 시작함을 보이고 있어, 중력과 유속의 상대적 방향에 따라 밸브판의 거동이 많은 변화를 가짐을 알 수 있다. 이때의 진동수는 약 12 Hz이다.

Fig. 5는 유속의 방향과 중력의 방향이 수직한 경우이나, 중력이 밸브판을 닫히게 하는 자세에 해당한다. Fig. 3의 경우와는 달리 유량이 적은 경우에 최대 열림각에서의 정적 평형상태 없이 한번의 진동후 바로 닫히기 시작함을 알 수 있다.

Fig. 6은 $\bar{Q}=1.6710^{-4}m^3/sec(10L/min)$이고 유속과 중력사이의 상대각도가 0°인 경우의 양력에 의한 모멘트, 항력에 의한 모멘트 및 등가중력에 의한 모멘트를 보여주고 있다. 양력에 의한 모멘트

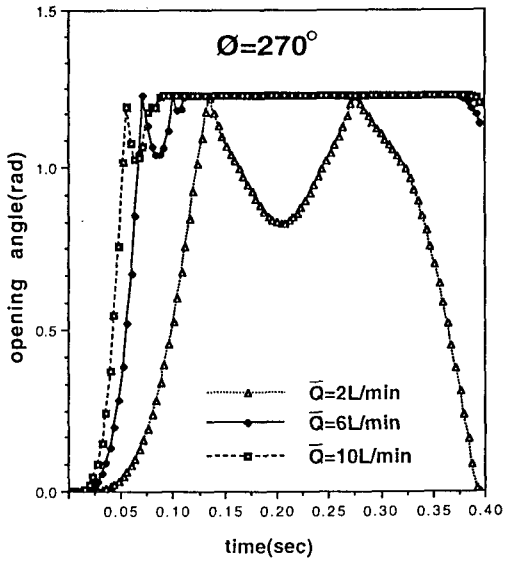

Fig. 5 Opening angle as a function of time for $\phi=270°$

는 실속조건 동안의 열림각도에서는 '0'이고, 그 이후에는 급속히 증가하여 다른 두가지 모멘트에 비해 그 크기가 훨씬 더 커서 밸브판의 거동에 주도적인 영향을 미친다. 양력에 의한 모멘트의 변화가 정현파 유량과 비슷한 모양을 가지는 것으로 부터, 양력에 의한 모멘트가 유량에 의해 직접적인 영향

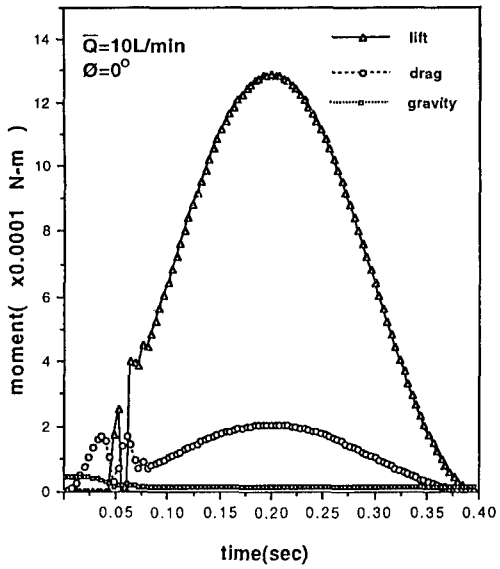

Fig. 6 Moment terms as a function of time for $\bar{Q}=1.67\times10^{-4}$ m³/sec (10L/min)

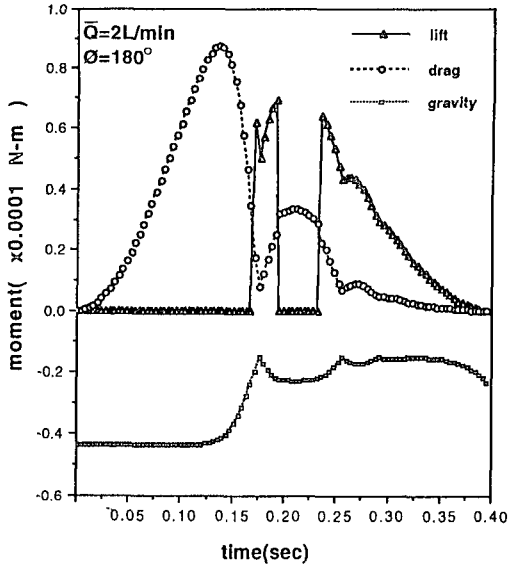

Fig. 7 Moment terms as a function of time for $\bar{Q}=0.333\times10^{-4}$ m³/sec (2L/min)

을 받는 것을 알 수 있다. 항력에 의한 모멘트와 등가중력에 의한 모멘트는 실속조건에 관계없이 존재하나, 등가중력에 의한 모멘트는 다른 두 모멘트에 비해 변화가 매우 적고 그 크기도 현저히 작아, 밸브의 거동에 미치는 영향이 극히 적을 것으로 판단된다.

Fig. 7은 $\bar{Q}=0.333\times10^{-4}$m³/sec (2L/min)이고 유속과 중력사이의 상대각도가 180°인 경우이다. 항역에 의한 모멘트는 전구간에 걸쳐서 존재하고 그 변화가 다른 모멘트에 비해 현저하다. 양력에 의한 모멘트는 극히 적은 시간동안 아주 작은 크기로 작용한다. 등가중력에 의한 모멘트는 언제나 음의 값을 가지며, 밸브가 많이 열림에 따라 그 절대치가 줄어듬을 알 수 있다. 또한 중력 방향과 유속 방향이 정반대 되는 경우에는 다른 힘들에 의한 영향들에 비해 중력에 의한 영향의 상대적 크기가 매우 큰것을 알 수 있다.

밸브판 뒷부분에서의 와류발산에 의한 진동수는 다음과 같이 계산된다.[11]

$$f=S_t\times\frac{u}{d} \tag{18}$$

여기에서 S_t는 Strouhal수이고 d는 밸브판의 직경이다. $S_t=0.3$으로 할때 유량과 자세 변화에 따라 대략 1~15 Hz 범위의 값을 가지므로 10~100 Hz 범위의 실험결과와는 차이가 많다. 또한 진동이 와류발산 만에 의한 것이라면 밸브 열림기간 내내 발생하여야 하나, 실험 결과에 의하면[14] 플러터링 진동은 심실 수축 기간 초기에만 존재한다. 밸브가 열리기 시작하여 최초 1회의 충격 진동을

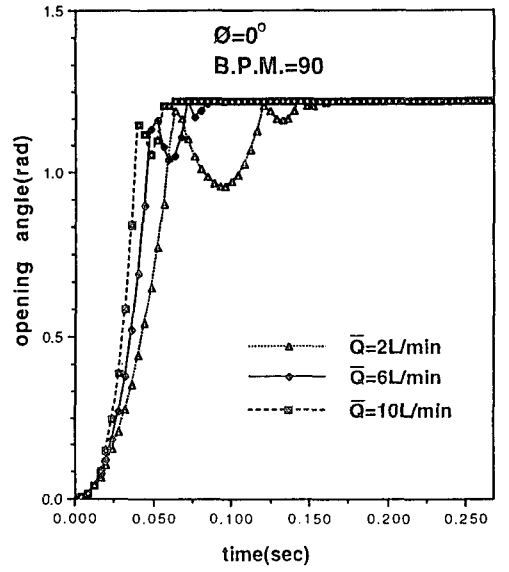

Fig. 8 Opening angle as a function of time for $\phi=0°$, B.P.M.=90

마치는데 소요되는 시간이 유량과 자세 변화에 따라 대략 0.05~0.15 sec로서 약 7~20 Hz의 주파수 범위를 가지므로 와류발산 주파수와 비슷한 범위를 가지나 그 이후의 진동에서는 주기가 최초 주기에 비해 현저히 짧아 진다. 그러므로 와류발산이 존재할 수 있는 시기는 밸브가 열리기 시작하는 최초 주기 동안 뿐이고 그 이후에는 충격 거동에 의해 와류 발산이 간섭되어 충격 거동에 의한 주파수 성분만 존재하게 된다. 따라서 밸브판이 완전히 열린 상태에서 떨게되는 현상은 와류발산에 의한 것이라기 보다는 유동에 의한 힘과 정지핀과의 충돌에 의한 강제진동의 영향이 지배적 이라고 판단된다.

Fig. 8은 Fig. 2의 경우와 같은 조건이나 박동수(B.P.M.)가 90이고 심실 수축 기간 T_s가 0.267 sec인 경우이다. 박동수가 증가함에 따라 일회의 심실 수축을 완료 하는 데 걸리는 시간은 그에 반비례 하여 줄어드나, 밸브가 최초로 완전히 열리는 시간이나 정적 평형에 도달 하는 시간은 별로 큰 차이 없이 비슷한 경향을 보이고 있다.

3. 결 론

심실수축 초기에서의 밸브판의 플러터링 진동 거동을 해석하기 위하여 Bjork-Shiley 27 mm 밸브를 대상으로 밸브판이 힌지점에 고정된 회전운동을 하는 것으로 모델링하였다. 모멘트 평형 방정식에 의해 얻어진 운동방정식을 밸브판이 최대 열림각까지 열렸을때 정지핀에 부딪혀 튕겨 나온다는 가정을 경계조건으로 하여 풀었다.

그 결과 유동관로 내에서의 체크밸브의 플러터링 진동은 하나의 특정한 고유진동수 값을 갖지 않고 유량과 중력방향에 대한 상대적 자세에 따라 변화하는 것임을 밝혔다. 밸브는 경감쇠 진동을 하며 진동수는 약 11~84 Hz로서 실험에서 관찰된 결과와 상당히 일치한다. 유량이 증가함에 따라 밸브 열림속도가 빨라지며 최대 열림각에서의 정적 평형 상태에 보다 빨리 도달한다.

유속과 중력의 상대적 방향 차이에 의한 영향은 유량이 적을때 특히 현저하여, $\phi=270°$인 경우 유량이 적으면 밸브판이 완전히 열린 자세에서의 정적 평형기간 없이 바로 닫히기 시작한다.

이론적으로 계산된 와류발산 주파수는 대략 0~15 Hz의 범위를 가지므로, 심실수축 초기의 밸브판 플러터링 진동은 와류발산에 의한 것이 아닌, 정지핀과 밸브판의 반복적인 충격접촉에 의한 것으로 판단된다.

밸브판과 정지핀의 충격 접촉을 고려한 이상의 연구 결과는 앞으로 정지핀과 밸브판의 내구수명을 예측하거나 봉합 부위에 작용되는 반력을 최소화 할 수 있는 밸브 기구의 설계에 이용 될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

(1) Schoen, F.J., Titus, J.L. and Lawrie G.M. 1982, "Bioengineering Aspects of Heart Valve Replacement," Annals of Biomedical Engineering, Vol. 10, pp. 97~128.

(2) Unsworth, A. Drury P. 1986, "Heart valve Engineering," MEP press.

(3) Sikarskie, D.L. Stein, P.D. and Vable, M. 1984, "A Mathematical Model of Aortic Valve Vibration," J.of Biomechanics, Vol.17, pp. 831~837.

(4) Mazumdar, J. and Knight, D., 1984, "A Mathematical Study of Seilunar Valv Vibration," J. of Biomechanics, Vol. 17, pp. 639~641.

(5) Hung, T.K. and Schuessler, G.B., 1977, "An Analysis of the Hemodynamics of the Opening of Aortic Valves," J. of Biomechanics, Vol. 10, pp. 597~606.

(6) Peskin, C.S., 1972, "Flow Pattern Around Heart Valves : A numerial Method," J. of Computational Physics, Vol. 10, pp. 252~271.

(7) Reif, T.H., Silver M.D., Koppenhoefer, H. and Huffstutler M.C., 1986, "Estimation of the Abrasive Wear Coefficient in Lillehei-Kaster Cardiac Valve Prostheses," j. of Biomechanics, Vol. 19, pp. 93~101.

(8) Prabhu, A.A. and Hwang, N.H.C., 1988, "Dynamic Analysis of Flutter in Disk Type Mechanical Heart Valve Prostheses," J. of Biomechanics, Vol.21, pp 585~590.

(9) Reif, T.H. Schulte, T.J. and Hwang, N.C.H. 1990, "Estimation of the Rotational Undamped Natural Frequency of Bileaflet Cardiac Valve Prostheses," ASME, J. of Biomechanical Engineering, Vol. 112, pp. 327~332.

(10) Beer, F.P. and Johnston, E.R., 1990, "Vector

Mechanics for Engineers : Dynamics," 2nd ed., McGraw-Hill, pp. 614~617.

(11) Blevins, R.D., 1990, "Flow-Induced Vibration," 2nd ed, Van Nostrand Reinhold. pp. 104~108.

(12) Carnahan, B. Luther, H.A., and Wilkes J.O., 1969, "Applied Numerical Methods," John Wiley & Sons, pp. 367~374.

(13) Thomson, W.T., 1988, "Theory of Vibration with Applications," 3rd ed., Prentice Hall, pp. 33~35.

(14) Feldman, H.J., Grary, R.J. Chaux, A. Halpern, S.W. Kratus, R. Allen, H.N. and Matloff, J.M. 1982, "Noninvasive in Vivo and in Vitro Study of the St. Jude Mitral Valve Prosthesis," Amer.J. Cardiology, Vol.49, pp. 1101~1109.