

〈論 文〉

가용에너지를 이용한 대향류 열교환기의 해석

김수연* · 정평석**

(1992년 5월 21일 접수)

Analysis of Counterflow Heat Exchangers with the Concept of Available Energy

S.Y. Kim and P.S. Jung

Key Words: Heat Exchanger(열교환기), Available Energy(가용에너지), Optimization(최적화), Maximum Output Condition(최대출력조건)

Abstract

The performance of heat exchanger as an energy conversion device can be described by the available energy output and efficiency. The efficiency is defined as the ratio of the available energy output and the exergy of the heat source flow. In present study, a counterflow heat exchanger is analyzed and the conditions to obtain maximum output is numerically determined. As a result, the available energy obtained by the cold flow can be determined as functions of the heat capacity flow, the cold flow inlet temperature and the heat transfer capacity of heat exchanger. At the maximum output condition the heat capacity flow of the cold fluid is larger than that of the heat source, and the heat capacity flow ratio is equal to the ratio of the cold flow inlet temperature and the atmospheric temperature. And the available energy output increases as the heat transfer capacity of the heat exchanger become larger, but in the economic point of view there is also an optimum heat transfer capacity for a given heat source flow.

기 호 설 명

A : 유동열용량(질량유량 × 비열)
 K : 열교환기의 출력단가
 Q : 열전달량
 T : 온도
 U : 전열용량(열관류율 × 전열면적)
 ϵ : 식(7)으로 정의된 제2법칙 효율
 η : 식(6)으로 정의된 열효율
 Φ : 가용에너지(엑서지)

H : 고온유체
 L : 저온유체
 m : local maximum
 mm : global maximum
 0 : 대기상태

1. 서 론

열교환기는 기본적으로 고온의 유체로부터 저온의 유체 쪽으로 에너지를 이동시키기 위한 장치이다. 또한 열교환기는 그 자체가 하나의 독립된 장치로, 또는 증기동력기관, 냉동기, 담수화 설비 등과 같은 장치들의 한 구성품으로 사용되는 에너지 변환장치의 하나이다.

하첨자

*정회원, 영남대학교 기계설계학과

**정회원, 영남대학교 기계공학과

이러한 열교환기를 운전하거나 설계하고자 할 때, 목적함수를 무엇으로 볼 것 인가하는 문제가 제기될 수 있다. 그리고 이미 설치되어 있는 열교환기의 경우는 그 장치로부터 최대의 출력을 얻기 위한 저온유체의 유량 및 입출구조를, 열교환기를 설계할 경우는 소요출력(요구조건)을 만족하는 적절한 장치의 규모, 저온유체의 유량 및 입출구조를 찾는 것이 성능검사 및 최적설계에 있어서 필수적이라 볼 수 있다.

열역학적으로 볼 때 에너지 변환장치의 성능은 출력과 효율로서 표시되는데, 열교환기의 경우 입력과 출력을 어떠한 양으로 볼 것인가에 따라 여러 가지의 출력과 효율로서 열교환기의 성능척도를 나타내게 된다.^(1,2,3) 특히 열교환기에서 출력을 무엇으로 보느냐에 따라 그 목적함수는 다르게 표현될 수 있다.

열역학 제1 법칙적 관점에서 살펴보면, 열교환기의 출력은 고온유체로부터 저온유체로 전달된 열전달량으로 또는 저온유체가 획득한 엔탈피 증가량으로 볼 수 있다. 대체로 열교환기는 외부에 대하여 비교적 잘 단열되어 있다고 볼 수 있으며, 이 경우 열전달량과 저온유체의 엔탈피 증가량은 서로 같게 될 것이다. 이 출력은 주어진 열원(입구상태의 고온유체)에 대하여 저온유체의 입구온도가 낮아지거나 그 유량이 증가함에 따라 단조 증가하게 된다. 이에 따라 이 출력은 열교환기를 단순히 냉각기로 사용하여 고온유체를 냉각시키는 경우에는 적절한 의미를 가진다고 볼 수 있으나 저온유체를 어떤 용도로 이용할 경우에는 즉, 저온유체를 가열하여 사용하는 경우에는 충분한 의미를 가지고 있지 않다. 그것은 저온유체의 입구온도를 낮추거나 그 유량을 증가시킴에 따라 그 출력은 증가하지만, 그 유체의 출구온도는 오히려 낮게 되어 출구상태의 저온유체를 이용할 경우 그 용도에 제한을 받게 되기 때문이다. 그러므로 열역학 제1 법칙적 관점에서 열교환기의 최적인전조건이나 최적설계조건을 설정하는데에는 한계가 있다고 볼 수 있다. 이에 비하여 열역학 제2 법칙적 관점에서는 출력을 저온유체의 가용에너지 획득량, 즉 저온유체의 입구와 출구에서의 가용에너지의 차이로 보며^(3~7), 그것은 열전달량뿐만 아니라 저온유체의 온도까지도 고려되어 있다. 따라서 저온유체의 온도가 증가하여 고온유체의 온도에 접근하게 되면 온도차가 작아져 열전달량은 감소하게 되고 이로 인하여 저온유체의

가용에너지 획득량은 감소하게 된다. 한편 저온유체의 온도가 감소하게 되면 온도차가 커져서 열전달량은 증가하지만 그 온도가 낮기 때문에 그 가용에너지 획득량은 역시 감소하게 된다. 그러므로 열교환기에서 저온유체가 적절한 온도분포를 가질 때 그 유체가 획득하는 가용에너지가 최대가 되고, 이에 따라 열교환기의 출력도 최대가 된다. 특히 이 가용에너지 출력은 주어진 열원을 이용하여 동력 사이클을 작동시키는 경우와 같이 저온유체를 작동유체로 이용할 때 유용하며, 열교환기의 최적조건을 설정하는데에 있어서는 이것을 목적함수로 취급하는 것이 보다 합리적이라 할 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 열교환기의 출력을 저온유체의 가용에너지 획득량으로 하였으며, 이 출력은 주어진 열원에 대하여 저온유체의 유량, 그 유체의 입구온도 그리고 열교환기의 전열용량에 의존하게 된다.

본 연구에서는 대향류 열교환기에 대하여 출력과 효율 등을 계산하는 예를 보이고, 동시에 최대의 출력을 얻기 위한 조건들을 수치적으로 구하였다. 또한 열교환기의 장치비용과 열원의 생성비용을 적절히 취급하여 경제적 최적조건에 대해서도 살펴보고자 한다. 여기서 저온유체의 가용에너지 획득량으로서 출력은 열전달로 인한 부분만을 생각하기로 한다.

2. 열역학적 해석

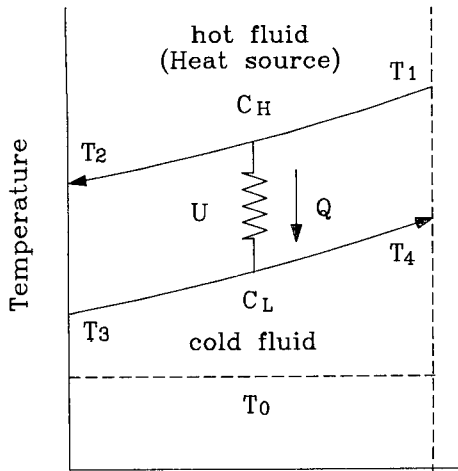
Fig.1과 같이 유동열용량이 일정한 열원유동과 저온유체유동으로 구성된 대향류 열교환기를 생각하자 이 때 흡열부에서 흡수한 열전달량은 열원에서 방출된 열량과 동일하고

$$Q = UAT_w = C_H(T_1 - T_2) = C_L(T_4 - T_3) \quad (1)$$

와 같이 계산된다. 여기서 U 는 열관류율과 전열면적을 곱한 전열용량(heat transfer capacity)을 표시하고, C 는 비열과 질량유량의 곱을 나타낸다. 그리고 ΔT_m 은 로그평균 온도차로서

$$\Delta T_m = \frac{[(T_1 - T_4) - (T_2 - T_3)]}{\ln[(T_1 - T_4)/(T_2 - T_3)]} \quad (2)$$

이다. 열교환기에는 에너지 변환장치의 일종으로서 입력과 출력을 여러가지로 생각할 수 있으나 고온유체의 입구 지점의 가용에너지를 입력으로, 저온



Heat Transfer Capacity

Fig. 1 Schematic diagram of a counter-flow heat exchanger with constant heat capacity flows

유동의 출구와 입구의 가용에너지 차이를 출력으로 취급하는 것이, 주어진 열원을 이용하여 동력 사이클을 작동시키는 경우 합리적이라 할 수 있을 것이다. 특히 본연구에서는 저온유체의 가용 에너지 증가량 중 열전달로 인한 부분만을 생각하기로 하자. 이러한 열교환기의 출력은 저온유체의 가용에너지 증가량으로서

$$\Phi_L = \int_Q (T_L - T_0) \delta Q / T_L \quad (3)$$

와 같이 정의할 수 있으며, 이것은 저온유체가 열원으로 부터 흡수하는 열량을 대기상태를 고려하여 가용 에너지로 환산한 양으로서 저온유체의 엑서지 증가량이다.⁽²⁾ 여기서 열교환기 미소부분에 대한 열전달량은

$$\delta Q = C_H dT_H = C_L dT_L = (T_H - T_L) dU \quad (4)$$

이므로 엑서지 출력은

$$\begin{aligned} \Phi_L &= \int_3^4 (T_L - T_0) C_L dT_L / T_L \\ &= C_L (T_4 - T_3) - C_L T_0 \ln(T_4 / T_3) \end{aligned} \quad (5)$$

와 같다. 이 때 열기관의 열효율에 해당하는 열교환기의 열효율을

$$\eta = \Phi_L / Q \quad (6)$$

와 같이 정의하고, 열역학 제 2 법칙적 효율은

$$\varepsilon = \Phi_L / \Phi_{1,0} \quad (7a)$$

와 같이 정의할 수 있는데, 여기서 가용에너지 $\Phi_{1,0}$ 는 열원유동을 대기와 상호작용시켜 추출할 수 있는 기계적 일의 한계치로서 투입된 열원유동의 엑서지이며

$$\begin{aligned} \Phi_{1,0} &= - \int_1^0 (1 - T_0 / T_H) C_H dT_H \\ &= C_H (T_1 - T_0) - C_H T_0 \ln(T_1 / T_0) \end{aligned} \quad (7b)$$

이 된다. 그런데 이 엑서지는 외부조건 즉, 열원의 유동열용량 및 초기온도가 주어지면 하나의 값으로 결정되므로, 식(7)로 정의된 열역학 제 2법칙 효율은 곧 출력에 단순히 비례하게 되고 따라서 최대출력조건은 곧 열역학 제 2 법칙 효율이 최대가 되는 조건과 일치한다.

이러한 열교환기에서 저온유체의 초기온도와 유동열용량이 지정되면 모든 열전달 상태가 지정되므로 T_3 와 C_L 을 독립변수로 선택하기로 하자. 이제 미지 변수들을 소거하면 외부조건으로서의 매개변수와 독립변수들만의 함수로서 열전달량과 목적함수인 엑서지 출력은

$$Q = C_L (1 - H) (T_1 - T_3) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Phi_L &= C_L [(H - 1) (T_3 - T_1) \\ &\quad - C_L T_0 \ln[(T_1 - HT_1 + HT_3) / T_3]] \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 표현된다. 여기서 윗 식에 사용된 매개변수들은

$$c = C_L / C_H \quad (10)$$

$$H = (1 - c) / (x - c)$$

$$x = \exp[(U / C_H) (1 / c - 1)] \quad (12)$$

와 같다. 외부조건 T_1 , C_H , U 등을 매개변수로 하여 여러가지 경우에 대하여 직접 계산을 수행할 수 있다.

여기서 수식의 전개 및 계산의 편의를 위하여 앞에서 사용된 여러 변수들을

$$\begin{aligned} T^* &= T / T_0, \quad C^* = C / C_H, \quad U = U^* / C_H \\ Q^* &= Q / T_0 C_H, \quad \Phi^* = \Phi / T_0 C_H \end{aligned} \quad (13)$$

와 같이 무차원화 하고, 이후 부터 상첨자(*)을 생략하고 쓰기로 하자.

3. 최대출력조건

우선 각 독립변수의 변화에 대한 출력의 거동을 알아보기 위하여 위의 외부조건들을 고정시키고,

저온유체의 입구온도 T_3 와 그 유체의 유동열용량 C_L 에 따른 출력을 계산한 한 결과가 Fig.2에 나타나 있다.

이 그림에서 보는 바와 같이 출력은 T_3 에 대하여 명확히 극대값을 가지며, 또한 C_L 에 대하여는 명확하지 않으나 수치적으로 확인해 보면 역시 극대값을 가짐을 알 수 있다. 즉, 독립변수 T_3 와 C_L 에 대하여 모두 출력의 최대값이 극대값으로 나타나며, 다음의 조건식을 만족하는 C_L 와 T_3 가 곧 최대 출력조건이 될 것이다.

$$\partial\Phi_L/\partial T_3=0 \quad (14)$$

$$\partial\Phi_L/\partial C_L=0 \quad (15)$$

위의 식들은 2개의 미지수와 2개의 식으로 이루어져 있으므로, 해를 구할 수는 있다. 그러나 풀이 과정에 로그 평균온도차와 같은 복잡한 형태의 식이 포함되어 있어서, 해석적으로 일반적인 최대출력조건을 구하기는 어려울 것으로 생각된다.

먼저 T_3 에 대한 최대출력조건과 그 조건에서의 출력, 효율 등을 구해보면, 식(14)로부터

$$T_{3m} = \{ [H-1] T_1 + \sqrt{[(H-1)^2 T_1^2 - 4HT_0 T_1]} \} / (2H) \quad (16)$$

와 같이 T_3 에 대한 최대출력조건으로서 T_{3m} 가 구해진다. 이조건에서 저온유체의 출구온도, 열전달량, 엑서지 출력, 효율은 다음과 같다.

$$T_{4m} = (1-H) T_1 + HT_{3m} \quad (17)$$

$$Q_m = C_L(1-H) (T_1 - T_{3m}) \quad (18)$$

$$\Phi_{Lm} = C_L(1-H) (T_1 - T_{3m}) - C_L T_0 \ln[(1-H) T_1 / T_{3m} + H] \quad (19)$$

$$\eta_m = 1 - T_0 \ln[(1-H) T_1 / T_{3m} - H] / [(1-H) (T_1 - T_{3m})] \quad (20)$$

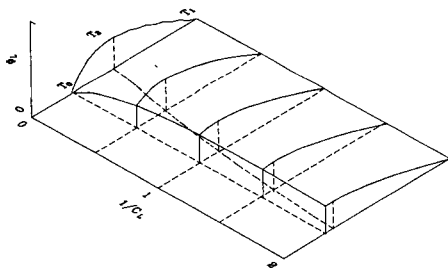


Fig. 2 Exergy output as a function of $1/C_L$ and T_3 ($C_H=1, U=1$)

이 식을 이용하여 출력과 효율을 C_L 에 대하여 그려보면 Fig.3, Fig.4와 같으며, 출력의 경우 C_L 에 대한 극대값이 나타나고, 이에 비하여 효율의 경우는 단조 증가하여 극대값이 존재하지 않음을 알 수 있다. 여기서 C_L 이 무한대로 증가할 경우를 살펴보면,

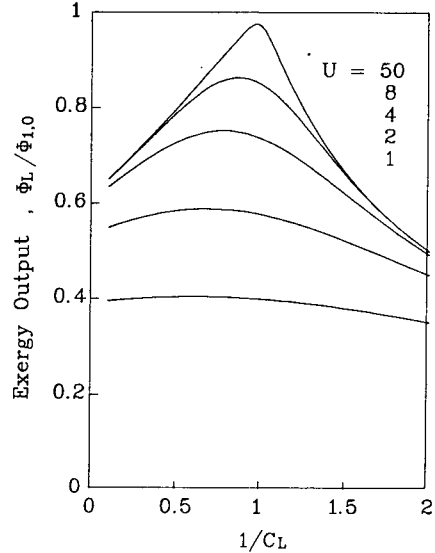


Fig. 3 Exergy output as a function of $1/C_L$ With various U 's at T_{3m} ($T_1=4, T_0=1, C_H=1$)

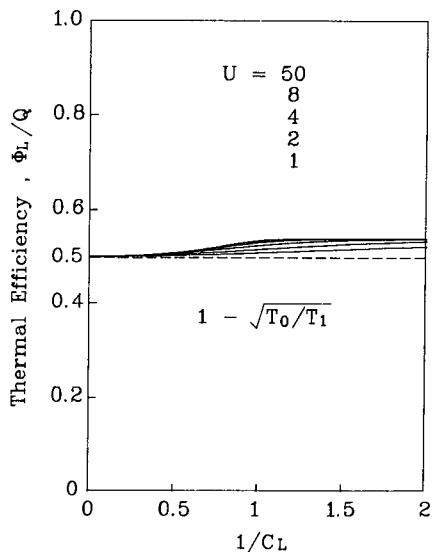


Fig. 4 Thermal efficiency as a function of $1/C_L$ With various U 's at T_{3m} ($T_1=4, T_0=1, C_H=1$)

$$\begin{aligned} \eta_m &= \lim_{C \rightarrow \infty} \{1 - T_0 \ln [1 - H] T_1 / T_{3m} + H\} \\ & / \{[(1-H)(T_1 - T_{3m})]\} \\ & = \lim_{C \rightarrow \infty} \{1 - T_0 / T_{3m}\} \\ & = 1 - \sqrt{(T_0 / T_1)} \end{aligned} \quad (21)$$

와 같이 전열용량 U에 관계 없이 열효율이 $1 - \sqrt{(T_0 / T_1)}$ 에 접근함을 알 수 있으며, 이 효율은 커젠-알본 효율로 알려져 있다. 이것은 내적 카노 사이클에서 저온부 열원이 T_0 로서 일정하고 방열부 열교환기의 전열용량이 무한대인 경우에 해당하므로 당연한 결과라 할 수 있다.⁽⁶⁾

또한 위의 최대출력 조건에서 열교환기의 입출구의 온도를 $1/C_L$ 에 대하여 계산해 보면, Fig.5에서 보는 바와 같이 나타나며, C_L 이 클수록 저온유체의 초기온도는 높아지게 된다. 이는 저온유체의 초기온도가 적절한 온도를 가질 때 역서지 출력이 최대가 됨을 의미하며, 증기동력기관에서 보일러 급수를 가열해 주는 것(재생기에서 열전달)은 좋은 예라 할 수 있다.

다음으로 완전한 최대출력조건을 얻기 위하여 C_L 에 대한 극대조건을 구하여 보자. 이것은 식(15)를 풀고, 그 결과와 앞서 구한 T_3 에 대한 극대조건식과 연립으로 T_{3mm} , C_{Lmm} 을 구하면 된다. 그러나 풀이과정에서 수식이 간단히 정리되지 않으며

로, 위의 T_3 에 대한 최대출력 Φ_m 에서 수치적으로 최대조건을 구하는 것이 오히려 간단하다. 여러가지 T_1/T_0 에 대하여 U/C_H 를 변수로 하여 극대조건을 구하여 보면 Fig.6와 같이 나타난다. 수치계산 결과는 C_{Lmm}/C_H 와 T_{3mm}/T_0 가 정확히 일치하는

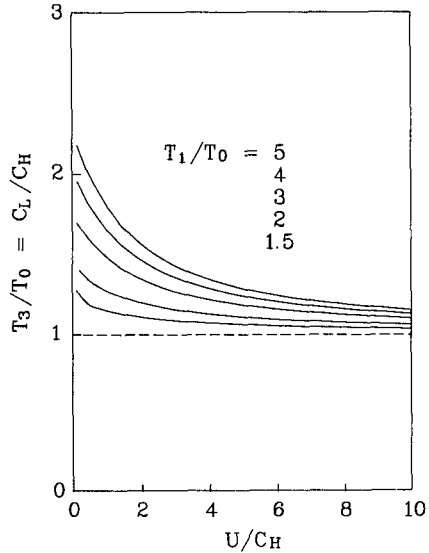


Fig. 6 T_3/T_0 and C_L/C_H as a function of U/C_H with various T_1/T_0 at maximum exergy output conditions. ($T_3 = T_{3mm}$, $C_L = C_{Lmm}$)

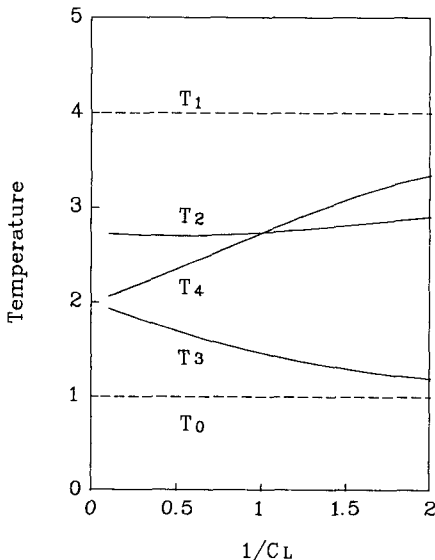


Fig. 5 Temperatures as a function of $1/C_L$ With various U's at T_{3m} ($T_1 = 4$, $T_0 = 1$, $C_H = 1$)

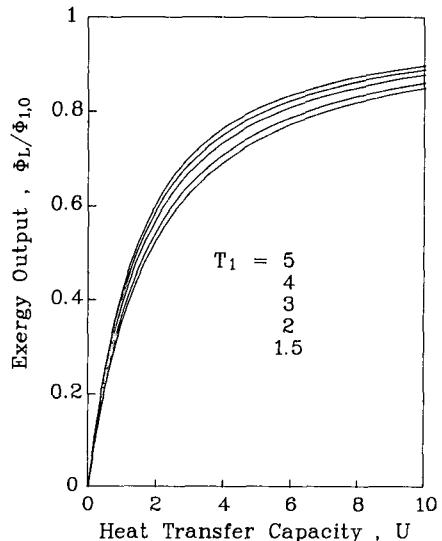


Fig. 7 Exergy output as a function of U with various T_1 at maximum exergy output conditions ($T_0 = 1$, $C_H = 1$, $C_L = C_{Lmm}$, $T_3 = T_{3mm}$)

것을 보여주고 있고, 그림에서 보듯이 최대출력조건에서 C_L 은 C_H 보다 커야함을 알 수 있다. 즉, 최대출력조건에서 다음 식들이 성립함을 알 수 있다.

$$C_{L,mm}/C_H = T_{3,mm}/T_0 \quad (22)$$

$$C_{L,mm} > C_H \quad (23)$$

식(22)는 특히 의미있는 결과인데, 그 식으로 부터 주어진 열원과 열교환기에 대하여 최대의 출력을 얻기 위한 것으로서 저온유체의 물질과 유량이 결정되면 그 유체의 입구온도를 결정할 수 있고, 또한 그 역도 가능하다. 이 결과는 본 저자들이 변분법을 이용하여 증명한바 있다.⁽⁹⁾

Fig.7에서 보듯이 주어진 열원으로 부터 유한한 열교환기에 의하여 저온유체가 획득할 수 있는 최대 엑서지 출력은 열교환기의 전열용량의 증가에 대하여 단조 증가하나 그 증가율은 급격히 감소하고 있다. 이와 같이 열역학적으로 볼 때 가용에너지 출력은 전열용량에 대하여 최적조건이 존재하지 않음을 알 수 있다. 그러나 경제적 측면에서 볼 때, 주어진 열원으로 부터 엑서지를 추출하기 위한 적절한 전열용량이 존재할 것이며, 이것은 엑서지 출력에 대한 열교환기의 비용을 최소화 하는 조건으로 부터 구할 수 있을 것이다. 대체로 열교환기의 전체비용은 장치비용과 열원을 만드는데 소요되는 비용의 합으로 볼 수 있다.⁽¹⁰⁾ 여기서 다음 식과 같이 장치의 비용은 전열용량에 단순히 비례하고, 열원생성의 비용은 유동열용량에 역시 비례한다고 생각하면 전열용량당 장치단가(K_U)와 유동열용량당 열원단가(K_C)는

$$K_U = \text{Equipment Cost}/U \quad (24)$$

$$K_C = \text{Heat Source Cost}/C_H \quad (25)$$

와 같다. 따라서 단위 엑서지 출력당 비용, 즉 엑서지 출력단가는

$$K = (K_U U + K_C C_H) / \Phi_L \quad (26)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 그런데 열원이 주어져 있다는 것은 이미 일정량의 열원생성비가 투입된 것으로 볼 수 있으므로 식(26)을 정리하면

$$KT_0/K_C = [(K_U/K_C)(U/C_H) + 1] / [\Phi_L / (C_H T_0)] \quad (27)$$

이 된다. 이 식으로 부터 U 가 0일 때 열원생성은 일정하나 Φ 가 0이 되므로 출력단가는 무한대가 되고, U 가 무한대로 커지면 장치비용은 무한대가 되나 엑서지 출력은 일정한 값 즉 열원의 엑서지로

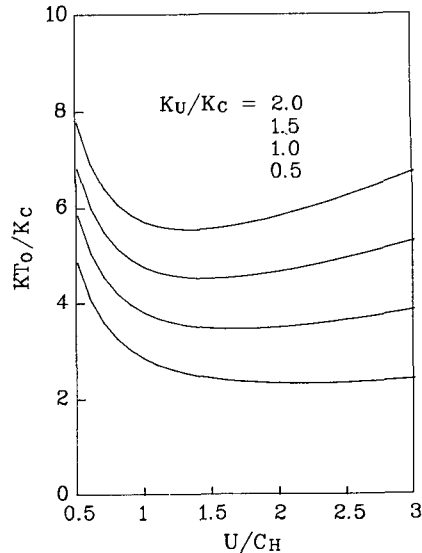


Fig. 8 Unit cost of exergy as a function of U/C_H With various K_U/K_C at the maximum exergy output conditions ($T_1=4, T_0=1, T_3=T_{3,mm}, C_L=C_{L,mm}$)

서 유한하므로 역시 출력단가는 무한대가 되게 된다. 그러므로 적당한 U 값에서 출력단가가 최소가 되는 조건, 즉 경제적 최적조건이 존재하게 됨을 유추할 수 있다. 이것을 최대출력조건에 대하여 계산해 보면

$$KT_0/K_C = [(K_U/K_C)(U/C_H) + 1] / [\Phi_{L,mm} / (C_H T_0)] \quad (28)$$

이 되며, 적절한 외부조건에 대한 계산결과가 Fig. 8에 나타나 있다. 그림에서 보듯이 최소단가조건이 존재하며, 그 조건에서 U/C_H 는 장치단가와 열원단가의 비(K_U/K_C)의 증가에 따라 감소함을 알 수 있다.

4. 결론

열교환기는 에너지 변환장치의 일종으로서 출력과 효율을 여러가지로 정의할 수 있으며 열역학 제 2법칙적 관점에 의하면, 출력은 저온유체의 가용 에너지획득량으로, 효율은 고온유체의 입구상태에서의 엑서지에 대한 출력의 비로서 정의할 수 있다. 본 연구에서는 대항류 열교환기에 대하여 출력과 효율 등을 계산하는 예를 보이고, 동시에 최대의 출력을 얻기 위한 조건들을 수치적으로 구하였다.

열원유동이 주어질 때 열교환기의 가용 에너지 출력은 저온유체의 유동열용량 및 입구온도에 대하여 극대값을 가지고, 최대출력조건에서 저온유체의 유동열용량은 열원의 것 보다 크게 되며, 대기온도에 대한 저온유동 입구온도의 비는 열원유동과 저온유동의 유동열용량의 비와 완전히 일치하였다. 또한 전열용량이 증가함에 따라 출력도 단조증가하나 그 증가율이 급격히 감소하므로 주어진 열원에 대하여서는 경제적 최적조건이 존재하게 되며, 이에 대하여도 계산례를 보였다.

후 기

본 연구는 터보-동력기계연구센터의 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Haywood R.W., 1980, "Analysis of Engineering Cycles, 3rd ed., Pergamon press.
- (2) John E. Aern, 1980, "The Exery Method of Energy System Analysis," John Wiley & Sons, Inc.
- (3) Witte L.C. and Shamsundar N., 1983, "A Thermodynamic Efficiency Concept for Heat Exchanger Devices," J. Eng. for Power, Vol. 105, pp. 199~203.
- (4) Adrian Bejan, 1982, "Entropy Generation through Heat and Fluid Flow," John Wiley.
- (5) A. Kerim Kar, 1985, "Exergy Efficiency and Operation of Solar Collectors," Applied Energy, vol.21, pp. 301~304.
- (6) San, J.Y., Worek W.M. and Lavan Z., 1987, "Second Law Analysis of a Two Dimensional Regenerator," Energy, Vol.12, No.6, pp. 485~496.
- (7) 정평석, 김수연, 1989, "열교환기의 효율 및 최대출력조건", 대한기계학회 '89년도 춘계학술대회논문집, pp.168~171.
- (8) Alexis de Vos, 1985, "Efficiency of Some Heat Engines at Maximum Power Conditions", Am.J. Phys., Vol. 53, No. 6, pp. 570~575.
- (9) 정평석, 김창욱, 김효경, 1990, "열교환기의 가용에너지 최대전달조건", 대한기계학회논문집, 제14권, 제4호, pp.907~911.
- (10) 정평석, 김수연, 1987, "열기관의 최적운전조건", 대한기계학회논문집, 제11권, 제6호, pp. 971~974.