

〈論 文〉

터빈 블레이드 통로에서의 3차원 점성유동에 대한 수치해석

윤준원* · 유정열**

(1991년 7월 22일 접수)

Numerical Study on Three-Dimensional Viscous Flows in Turbine Blade Passages

Jun Won Yun and Jung Yul Yoo

Key Words: Planar Turbine Cascade(평면 터빈익렬), Endwall Boundary Layer(끝벽경계층), Secondary Flows(2차 유동), Three-Dimensional Viscous Flows(3차원 점성유동)

Abstract

A numerical method based on Navier-Stokes equations has been developed for three-dimensional steady incompressible viscous flows through a planar cascade of turbine blades. Particular attention is paid to the prediction of secondary flows occurring due to the endwall boundary layer. A standard $k-\epsilon$ model is used for the modelling of Reynolds stress and boundary-fitted coordinates are adopted to represent the complex blade geometry accurately. Two differencing schemes are applied to convection terms to investigate the effect of numerical diffusion. Flow through UTRC turbine cascade is selected for code validation. Computed results are in good agreement with previous measurements and provide the information of the validity of this numerical method. Three-dimensional viscous flow phenomena and the distribution of total pressure loss caused by secondary flows are also predicted reasonably.

기 호 설 명

A_w	: 검사체적의 벽경계면에서의 면적	$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$: 직교좌표계의 단위벡터
a	: 이산화된 방정식의 계수	F	: 검사체적면에서의 질량유량
B	: 변환행렬의 곱	f	: 선형내삽상수
b	: 변환행렬	G	: 난류운동에너지의 생성항, 또는 공변 속도(contravariant velocity)
C_x	: 날개의 축방향 코드	J	: 자코비안
C_p	: 압력계수(= $(p - p_1) / \frac{1}{2} \rho_1 q_1^2$)	k	: 난류운동에너지
C_{pt}	: 전압손실계수(= $(p_{t1} - p_t) / \frac{1}{2} \rho_1 q_1^2$)	L	: 특성길이
\overline{C}_{pt}	: 질량으로 평균된 전압손실계수	l^+	: 무차원화된 벽면으로부터의 수직거리
$C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}, C_{\mu}$: 표준 $k-\epsilon$ 모델의 상수	p	: 압력
E	: 벽법칙에 사용되는 상수	p_t	: 전압
		q	: 속도벡터의 크기
		Re	: 레이놀즈수
		Res_{ϕ}	: 이산화방정식의 잔류량
		S_{ϕ}	: ϕ 에 관한 지배방정식의 일반적인 생

*정회원, 군산대학교 기계설계학과

**정회원, 서울대학교 기계공학과

	성향
\vec{T}_w	: 벽마찰력
U, V, W	: x, y, z 방향의 평균속도
u, v, w	: x, y, z 방향의 요동속도
X, Y, Z	: 무차원화된 직교좌표계
x, y, z	: 직교좌표계
δ_{ij}	: Kronecker delta
δp	: 미소압력차
δx	: 검사체적의 간격
ϵ	: 난류운동에너지 소산율
ϕ	: 지배방정식의 일반적인 유동변수
Γ_ϕ	: 유동변수 ϕ 의 확산계수
κ	: von-Karman 상수
μ	: 점성계수
μ_t	: 와점성계수
μ_{eff}	: 유효점성계수
ρ	: 밀도
$\sigma_\epsilon, \sigma_k$: 표준 $k-\epsilon$ 모델의 상수
ξ, η, ζ	: 일반곡선좌표계
$E, W, P, etc.$: 각 방향의 인접격자점
$e, w, p, etc.$: 각 방향의 검사체적면
i, j	: 행렬 또는 텐서의 성분
*	: 가정된 값
'	: 보정되는 값
1	: 입구유동면에서의 값
1, 2, 3	: 각방향의 성분

1. 서 론

터빈 성능의 예측과 향상 그리고 하류에서의 유동각과 손실분포의 파악을 위한 터빈익렬 내의 유동해석은 익렬형상의 설계관점에서 중요한 문제이다. 터빈익렬 내의 유동은 실제적으로 여러가지 3차원 점성유동현상을 포함하며 따라서 큰 유동손실이 수반되기 때문에 이를 정확하게 파악하기 위해서는 3차원 점성유동에 대한 해석이 필요하다. 그 중에서 터빈 익렬의 입구유동면에 존재하는 끝벽(endwall) 경계층유동에 의하여 익렬 내의 유동에서 발생하는 2차유동(secondary flow)과 이에 따른 유동손실의 해석은 중요한 문제로 대두되었다. Fig. 1은 2차유동의 원인이 되는 여러 와류들의 개략적인 모습을 나타낸다. Salvage⁽¹⁾와 Sieverding⁽²⁾은 2차유동현상과 이에 따른 유동손실의 해석에 대한 기존의 연구들을 고찰하였는데, 특히 후자의

경우에는 말굽형 와류(horseshoe vortex), 통로와류(passage vortex), 모서리와류(corner vortex) 등 터빈익렬 내의 복잡한 와류구조와 이들이 끝벽 경계층에 미치는 영향 및 이에 따른 손실의 발생, 성장, 공간분포에 관하여 토의하였다. 한편, Langston 등⁽³⁾은 대규모 터빈익렬 내의 3차원 유동에 대하여 광범위하고도 정교한 실험적 연구를 수행함으로써 2차유동현상의 여러 특성을 정량적 및 정성적으로 명확하게 제시하였으며, Langston⁽⁴⁾은 끝벽 경계층유동에 대한 측정을 수행함으로써 3차원 경계층 특성을 보여주었다. Moore 등⁽⁵⁾은 익렬선단(leading edge)의 현상이 유동손실에 미치는 영향을 관찰하였으며, Moore 등⁽⁶⁾은 익렬선단에서 에틸렌을 분사시키는 방법을 이용하여 하류에서의 유동손실 특성과 말굽형 와류의 존재를 확인하였다. Moore 등⁽⁷⁾은 이전의 연구들을 발전시켜 하류지역의 유동장을 측정함으로써 통로와류의 소멸과 이에 따른 유동손실의 분포를 제시하였으며 결과적으로 터빈익렬의 하류지역에서도 상당한 유동손실이 발생함을 보였다. Hah⁽⁸⁾은 완전한 타원형(fully elliptic type)의 3차원 Navier-Stokes 방정식을 해석하였는데, 수치확산의 영향으로 2차유동에 대한 정량적인 예측에 있어서는 많은 차이를 보여주고 있다. Moore 등⁽⁹⁾은 격자점들 사이에 대류항의 선형변화를 가정한 새로운 차분기법과 상류 검사체적(upwind control volume)을 사용하여 적은 격자수로도 유동손실의 예측에 있어서 실험결과와 잘 일치하였지만, 사용한 격자수의 한계성으로 인하여 국소적인 유동현상에 대한 결과는 제시하지 않았

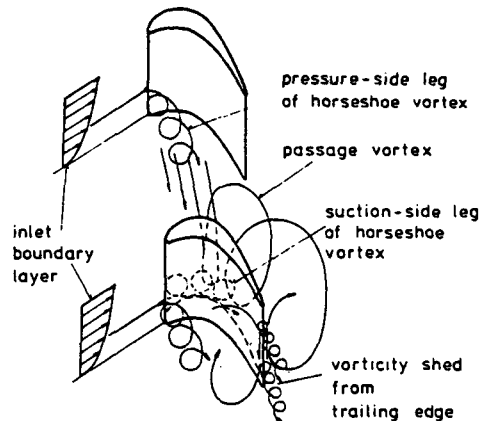


Fig. 1. Secondary flow mechanisms in a turbine passage(Moore et al.⁽⁶⁾)

다. 이상에서 살펴보았듯이 실험적 연구에서는 많은 연구가 수행되어 유용한 결과를 제시하고 있지만, 수치해석적 연구에 있어서는 유동의 복잡성과 3차원 점성방법의 적용에 따른 어려움 등으로 인하여 연구결과가 부족한 실정이며 또한 기존의 연구결과를 고찰해 볼 때 정확한 유동해석을 위해서는 수치해석방법의 개발 및 개선이 요구되고 있다.

본 연구에서는 터빈익렬의 입구유동면에 주어지는 끝벽 경계층유동에 의하여 익렬 내의 유동에서 발생하는 여러 와류들에 의한 2차 유동과 이와 연관된 여러가지 3차원 점성유동 현상 그리고 이에 따른 유동손실을 보다 정확히 예측하기 위한 수치해석적 연구를 수행하였으며, 이에 필요한 수치해석코드를 작성하였다. 유동특성에 대하여 상세한 연구결과가 보고되어 있는 UTRC(United Technologies Research Center) 평면 터빈익렬을 연구대상으로 채택하여 익렬 내의 3차원 유동특성을 연구하고 계산한 결과를 기존의 결과와 비교 검토하였다. 강한 2차유동이 존재하는 경우에 발생하는 수치확산을 감소시키기 위하여 대류항에 대하여 2차 정확도(second-order accuracy)의 선형상류도식(linear upwind scheme)을 사용하여 일반적으로 널리 사용되는 하이브리드도식(hybrid scheme)에 의한 해석결과와 비교하였다. 터빈익렬 내의 난류유동은 익렬의 회전과 유선의 만곡 등에 의한 영향으로 복잡한 유동현상을 나타내지만, 터빈익렬 내의 난류유동 특성에 대한 실험결과가 아직까지는 부족하고 또한 본 연구에서는 평균유동값의 정확한 해석에 중점을 두었으므로 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다.

2. 지배방정식과 경계조건

2.1 지배방정식

Fig. 2는 터빈익렬을 통하는 3차원 유동영역 및 좌표계를 나타내었다. Fig. 2에서 A로 표시된 유동장 입구면에 끝벽 경계층을 포함하고 속도가 q_0 인 자유유동이 유입되어 터빈익렬 내부를 통하여 하류로 빠져 나가는 유동장을 형성한다. 본 연구에서 채택한 터빈익렬은 스패(span)방향으로 익렬형상이 동일한 평면익렬이므로 터빈익렬 및 유동을 나타내기 위하여 직교좌표계를 채택하여 축방향을 x , 피치방향을 y , 그리고 스패방향을 z 로 정하였다. 본 연구에서 유속이 크지 않은 범위를 고려하므로

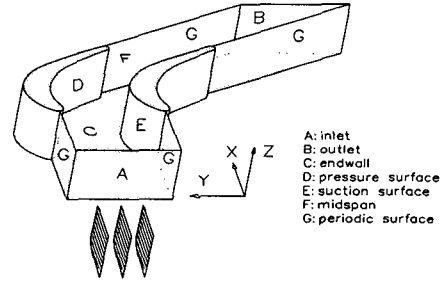


Fig. 2 Coordinate system and boundary surfaces in the physical domain

비압축성 정상유동으로 간주하고 Reynolds가 제시한 시간평균방법에 의해 직교좌표계에서 텐서형태로 표시하면 다음과 같은 지배방정식을 얻는다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial(\rho U_k)}{\partial x_k} = 0 \tag{1}$$

운동량방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho U_k U_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] \tag{2}$$

터빈익렬 내의 3차원 난류유동은 매우 복잡한 유동으로 유선곡률과 회전, 심한 압력구배, 박리, 그리고 난류의 비등방성(nonisotropy)등의 영향으로 인하여 적절한 난류모델의 채택이 매우 어려운 문제이다. 여러 유동특성에 각각 적용된 난류모델에 대하여 Lakshminarayana⁽¹⁰⁾가 고찰한 바 있지만, 터빈익렬 내의 유동에 있어서는 아직까지 타당한 난류모델이 보고되어 있지 않다. Hah⁽⁸⁾는 유선곡률과 회전을 고려한 대수레이놀즈응력 모델을 터빈익렬 내의 유도에 적용하였으나 그의 계산결과에서는 부적절한 계산격자수 및 차분기법으로 인하여 상당한 수치확산 오차가 발생하였다. 또한, 난류량의 제시 및 비교 검토가 이루어지지 않았기 때문에 채택한 모델의 우수성을 확인할 수 없었다. 본 연구에서는 평균유동값의 정확한 해석을 위한 차분기법의 연구에 1차적인 중점을 두었으므로 난류모델로서는 일반적으로 널리 사용되는 표준 $k-\epsilon$ 모델을 사용하기로 하고, 터빈익렬 내의 유동 특성에 보다 적합한 난류모델 자체에 관한 연구는 추후에 다루기로 한다.

$k-\epsilon$ 모델은 와점도형 모델의 일종으로 와점성계

수 μ_t 를 도입하여 레이놀즈응력을 다음과 같이 가정한다.

$$-(\rho \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k) = \mu_t \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \quad (3)$$

위 식에서 와점성계수 μ_t 는 난류운동에너지 k 와 난류운동에너지 소산률 ϵ 으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

난류운동에너지 k 와 난류운동에너지 소산률 ϵ 에 대한 전달방정식을 유도과정은 생략하고 직교좌표계에서 텐서형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \epsilon \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \epsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G \\ &\quad - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ 로 유효 점성계수를 나타내고 G 는 난류운동에너지의 생성항으로 다음과 같이 표시된다.

$$G = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

식(4), (5), (6)에 나타나는 상수들은 실험적으로 구해지는 모델상수들로서 $C_\mu = 0.09$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ 등의 표준적인 값을 사용하였다.

2.2 좌표계 및 지배방정식의 변환

터빈익렬의 복잡한 형상을 정확히 모사하고 계산 격자를 유동현상에 따라 적절하게 배치하며 경계조건 적용을 원활하게 하기 위하여 계산영역 상의 모든 경계면이 좌표면과 일치하는 경계밀착좌표계 (boundary-fitted coordinate)의 도입이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 좌표계 변환에 따른 사상관계식을 통하여 직교좌표계를 비직교 경계밀착좌표계 (ξ, η, ζ) 로 좌표변환하였으며, 이에 따라 직교좌표계 상에서 정의되는 속도성분을 취하여 지배방정식을 변환하였다. 2.1절에 주어진 지배방정식을 일반적인 보존형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho V \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho W \phi)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S_\phi \quad (8)$$

위 식을 변환하면 아래와 같은 지배방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho G^1 \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho G^2 \phi) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\rho G^3 \phi) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_1^1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_2^2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_3^3 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_2^1 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_3^2 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_1^3 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_3^1 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_1^2 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\Gamma_\phi}{J} B_2^3 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + J S_\phi \end{aligned} \quad (9)$$

2.3 경계조건

계산영역의 경계면은 입구경계면, 출구경계면, 끝벽과 터빈익렬의 압력면 (pressure surface) 및 흡입면 (suction surface) 등의 벽경계면, 중간스팬 경계면, 주기경계면 (periodic boundary) 등의 5개로 구성된다. Fig. 2에는 실제영역 상의 경계면을 나타내었다. 입구경계조건은 평형상태의 끝벽 경계층을 가진 자유유동으로 고려할 수 있으므로, 입구경계면에서의 유동변수값은 실험에 의하여 측정된 자료 및 평판경계층 실험에서 얻어진 경험식을 이용하여 지정하였다. 그리고 경계층 밖에서 ϵ 은 다음과 같은 식으로 주었다.

$$\epsilon = \frac{C_\mu k^{3/2}}{L} \quad (10)$$

여기서 L 은 특성길이로 $L = 0.01 L_1$ (L_1 은 터빈익렬의 피치)으로 정하였다. 출구경계면은 2차유동 및 후류 (wake)가 소멸되고 압력이 거의 회복되어, 유동방향으로 유동변수의 변화율이 적어지는 지역에 위치하므로 점근적 경계조건으로 처리하였다. 전체 유동장에서 질량보존이 이루어지게 하기 위하여 출구의 계산된 속도값을 입구유량에 맞추어 보정하였다. 벽경계면에서는 원래 점착조건 (no-slip condition)이 사용되어야 하지만 격자수를 감소시키기 위하여 기존의 벽법칙 관계식을 이용하여 경계조건을 설정하였다. 이러한 벽법칙에 의하여 벽마찰력

(wall shear stress) \vec{T}_w 은 벽에 평행한 인접 격자점(예를 들어 P 점)의 속도성분 (\vec{q}_p)_{parallel}의 함수로 나타난다.

$$\vec{T}_w = \frac{-\rho_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \chi}{\ln(EI_p^+)} (\vec{q}_p)_{parallel} A_w \quad (11)$$

여기서 $\chi=0.4187$ (von Karman 상수), $E=9.793$ 이다. 운동량방정식은 직교좌표계 방향으로 풀리지기 때문에 결과적으로 벽마찰력 \vec{T}_w 은 직교좌표계의 성분으로 나타내어야 한다. 따라서 벽마찰력의 성분은 속도벡터의 성분으로 주어지므로 벽에 평행한 속도성분을 직교좌표계의 성분으로 구하여야 한다. 벽 근처에서 속도가 벽에 평행하고 속도벡터의 회전이 없다고 가정하면, 벽에 평행한 인접 격자점의 속도는 다음과 같이 단순한 형태로 주어진다.

$$(\vec{q}_p)_{parallel} = U_p \vec{e}_x + V_p \vec{e}_y + W_p \vec{e}_z \quad (12)$$

그러므로 식 (11)을 직교좌표계 상의 성분으로 표시하면 다음과 같다.

$$T_{wi} = \frac{-\rho_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \chi}{\ln(EI_p^+)} U_{pi} A_w \quad (13)$$

이상과 같이 하여 구한 벽마찰력으로 검사체적(control volume)에 대하여 적분된 i 성분 운동량 방정식의 벽경계면에서의 확산항을 대치한다. 중간스팬경계면은 스펠방향으로 유동이 대칭인 면이므로 여기서는 대칭조건을 부여하였다. 주기경계면은 터빈익렬의 주기성으로 인하여 입구경계면으로부터 익렬선단까지, 그리고 익렬끝단(trailing edge)으로부터 출구경계면까지 설정된 경계면으로 여기서는 모든 유동변수에 대하여 주기조건을 부여하였다.

3. 수치해석방법

3.1 격자계 생성 및 검사체적의 구성

축방향과 스펠방향, 피치방향에 대하여 일정한 공비로 주어지는 직교좌표계 상의 간격을 대수적인 방법에 의하여 등간격의 일반곡선좌표계로 변환하여 격자를 생성하였다. Fig. 3은 격자계를 나타낸다. 계산격자수는 축방향으로 100개, 피치방향으로 35개, 스펠방향으로 19개를 사용하였다.

지배방정식의 이산화(discretization)를 위한 격자계의 구성은 엇갈림 격자계(staggered-grid system)를 채택하였다. 엇갈림 격자계에 의하여 압력 등의 스칼라변수는 주격자점들에 위치하며, 각 속

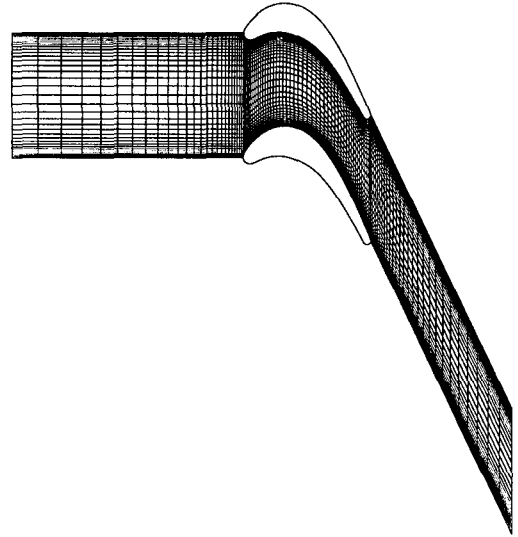


Fig. 3 Blade-to-blade grid system(100×35×19)

도성분들은 격자점들 사이에 두었다. 벽 지역에서와 같이 속도성분의 변화가 심한 곳에서의 엇갈림 격자계의 사용은 벽함수를 이용한 경계조건의 처리에 문제가 있지만, 본 연구에서는 벽 부근에서 속도가 벽에 평행하다는 가정 하에 많은 오차가 발생하는 속도성분을 다른 속도성분 및 기하학적 형상에 따라 내삽함으로써 이것을 극복하였다. 그리고 지배방정식의 이산화는 검사체적에 기초한 유한체적법을 사용하였다.

3.2 차분기법

대류항에 대한 차분기법으로 하이브리드도식과 선형상류도식⁽¹¹⁾을 사용하였다. 하이브리드도식은 대류항이 큰 경우에 유동방향과 격자선이 심하게 어긋나면, 수치확산(numerical diffusion)이 큰 문제점으로 대두된다. 그러므로 본 연구에서는 2차정확도의 선형상류도식을 대류항에 적용하여 하이브리드도식에 의한 계산결과와 비교하였다. 선형상류도식은 검사체적면에서의 유동변수값을 유동방향에 따라 상류지역의 2개의 유동변수값으로부터 외삽하여 구함으로써 수치확산을 상당히 줄일 수 있다. 1차원 유동의 경우에 대하여 검사체적의 e 면 을 예로 들어 적용하면 다음과 같다.

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P + (\phi_P - \phi_W)(1 - f_w) & \text{if } F_e > 0 \\ \phi_E + (\phi_E - \phi_{EE})f_E & \text{if } F_e < 0 \end{cases} \quad (14)$$

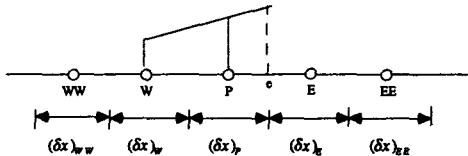


Fig. 4 Schematic presentation of linear upwind scheme

여기서 f_E, f_w 는 인접하는 검사체적면들 사이의 거리비를 나타내는 선형내삽상수로서

$$f_w = \frac{(\delta x)_w}{(\delta x)_P + (\delta x)_w} \tag{15}$$

$$f_E = \frac{(\delta x)_E}{(\delta x)_E + (\delta x)_{EE}} \tag{16}$$

이며, Fig. 4에는 식(14)-(16)의 의미를 간단한 개략도로 예시하였다.

식(9)에서 나타나는 검사체적면을 가로지르는 3개의 정규적인 확산항과 검사체적면에 놓이는 6개의 교차방향 확산항은 일반적으로 사용되는 중심차분에 의하여 차분하였고 여기서 필요한 유동변수값은 선형내삽으로 구하였다. 교차방향 확산항은 격자계가 직교적이면 0이 된다. 그렇지만 비직교성이 커지면 이 항들의 크기가 커지고 때로는 정규적인 확산항의 크기를 능가하여 수치적인 유계성(boundedness)의 문제가 발생하지만 본 연구에서는 이항들을 현시적 생성항으로 처리함으로써 문제되지 않았다.

3.3 압력보정방정식

압력을 계산하기 위하여 일반적으로 널리 사용되는 SIMPLE 알고리즘을 사용하였다. SIMPLE 알고리즘에 의하여 이산화된 연속방정식의 검사체적 e 면을 예로 들어 $e-w$ 방향을 j 방향으로 하여 질량유량을 나타내면 다음과 같으며

$$(\rho G^j)_e = (\rho G^j)_e + \rho(bf)_e(Q_i^j \delta p^1 + Q_i^j \delta p^2 + Q_i^j \delta p^3)_e \tag{17}$$

여기서 $Q_i^j = -bi/a_e$ 로서 우변의 두번째 항은 운동량방정식을 이용하여 속도보정량을 압력보정항으로 나타낸 것이다⁽¹²⁾. 식(17)을 살펴보면 교차방향으로의 미소압력차 성분도 나타나므로 각각의 검사체적면에 대하여 이산화시켰을 경우에는 18개의 주변 격자에서의 값들이 사용되어 많은 기억용량 및 계산시간을 요구하며 또한 적절한 경계조건이 주어져

야 한다. 이 문제를 해결하기 위하여 교차방향의 미소압력차를 현시적으로 처리하여 생성항(source term)에 포함시키는 방법이 있으나, 이 경우에도 압력보정방정식의 반복계산 중에 이 항들을 새롭게 계산해야 하므로 이것을 계산하는데 소요되는 시간이 전체 계산시간의 많은 부분을 차지하며 따라서 계산시간이 상당히 길어진다. 그러므로 교차방향의 미소압력차를 무시하였는데, 비직교성이 강한 본 연구의 계산형상에서 해의 수렴에 영향을 미치지 않았다.

3.4 수치해석절차

주어진 지배방정식은 완전한 타원형이므로 각 유동변수에 대하여 반복계산에 의하여 해가 결정된다. 여기서 이산화된 방정식의 해를 구하는 방법으로 널리 사용되는 TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)에 근거한 ADI 방법을 사용하였다. 전체적인 수치해석절차는 다음과 같다.

- (1) 대수적인 방법에 의하여 격자를 생성한 후 각 유동변수의 검사체적에 대한 자코비안 및 변환행렬을 구한다.
 - (2) 입구경계면에서의 속도성분과 k, ϵ 을 결정한다.
 - (3) X, Y, Z 성분 운동량방정식 순서로 전 영역의 속도장을 계산한다.
 - (4) 압력보정방정식을 해석하여 압력과 속도를 보정한다.
 - (5) 계산된 속도로부터 k, ϵ 을 계산한다.
 - (6) 계산된 난류량으로부터 와점성계수를 계산한다.
 - (7) 수렴된 값이 얻어질 때까지 (3)~(6)의 과정을 반복하여 수행한다.
- 수렴조건은 다음과 같다.

$$\frac{\sum |Res_e|}{\sum N_e} < 10^{-3} \tag{18}$$

여기서 $\sum N_e$ 는 입구경계면에서의 기준량을 나타낸다.

본 연구를 수행한 컴퓨터 기종은 Cray-2S 슈퍼 컴퓨터이며 계산시간은 선형상류도식을 사용한 경우에 3시간 가량 소요되었는데, 이것은 익렬선단과 끝단에서의 특별한 수치처리로 말미암아 적절한 프로그램의 벡터화(vectorization)가 이루어지지 못했기 때문이다.

4. 결과 및 고찰

Langston 등^(3,4)에 의한 실험적 연구에서 채택된 UTRC 평면 터빈익렬을 계산대상으로 하여 실험에서 측정된 입구유동값에 맞추어 계산을 수행하였다. Fig. 5에는 익렬의 단면형상과 축방향 코드로 무차원화된 좌표계를 나타내었고, 익렬의 기하학적 형상에 대한 자료는 아래와 같다.

- 축방향 코드, $C_x=281.3\text{mm}$
- 코드/축방향 코드=1.2242
- 피치/축방향 코드=0.9555
- 종횡비(스팬/축방향 코드)=0.9888

그리고 입구경계면(익렬선단에서 유동방향으로 0.66m 상류지점)에서의 유동값은 다음과 같다.

- 자유유동속도, $q_0=33.5\text{m/s}$
- 레이놀즈수, $Re(=\rho q_0 C_x/\mu)=5.9 \times 10^5$
- 경계층 두께, $\delta=33\text{mm}$
- 경계층 배제두께, $\delta^*=3.45\text{mm}$
- 경계층 운동량두께, $\theta=2.57\text{mm}$
- 입구유동각, $\alpha=45.3^\circ$
- 난류강도=1%

Fig. 6은 끝벽으로부터 스팬의 0.5%되는 거리에서 계산된 속도벡터를 나타내었다. 이것은 끝벽에서 수행된 기존의 유동가시화 실험결과(Langston 등⁽³⁾의 Fig. 3)와 비교될 수 있는데, 익렬선단 부

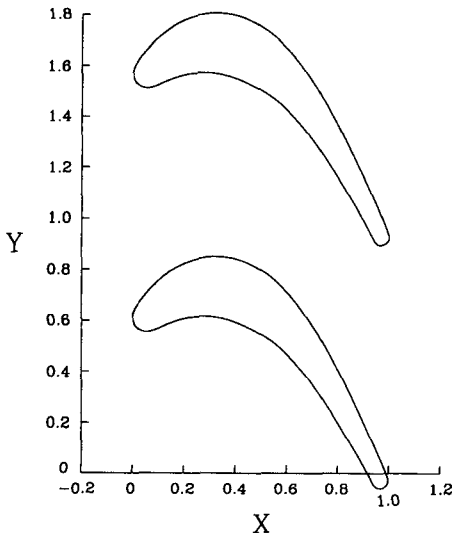


Fig. 5 Blade section and non-dimensional cartesian coordinate system

근에서 형성되는 말굽형 와류에 의하여 나타나는 2개의 박리선(separation line)과 2개의 부착선(attachment line), 안장점(saddle point)의 위치 등이 매우 잘 예측되었음을 알 수 있다. 다만 끝벽으로부터의 스팬거리(0.5% span)로 인하여 안장점 및 박리선과 부착선의 정확한 위치에 있어서는 약간의 차이가 있음을 알 수 있다. 익렬선단 지역을 지난 유동은 강한 통로와류의 형성으로 인하여 유동통로 및 하류에서 주유동이 익렬의 흡입면으로 쏠리는 과회전(overturning)의 경향을 보여줌으로써 3차원 유동특성을 나타내고 있다. 그리고 익렬 끝단 부근에 미약한 후류의 발생을 보이고 있다.

Fig. 7은 익렬흡입면으로부터 익렬사이 거리의

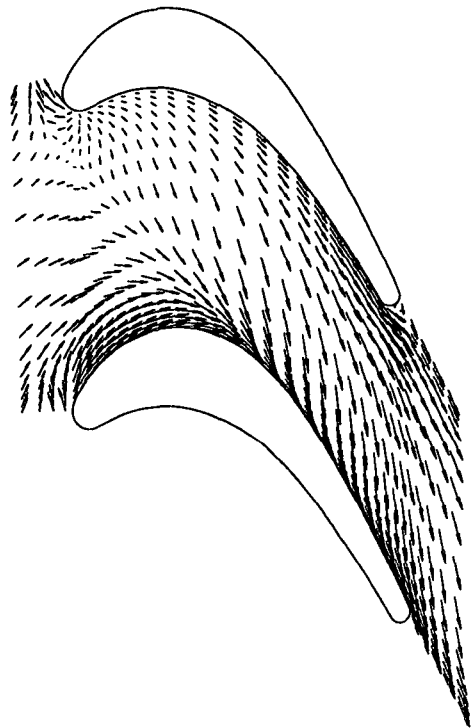


Fig. 6 Flow velocity vectors on blade-to-blade passage at 0.5% span

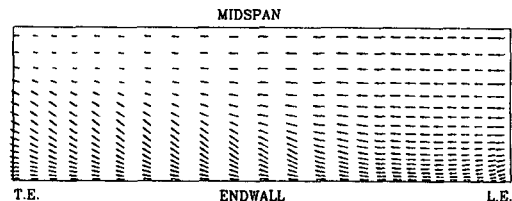
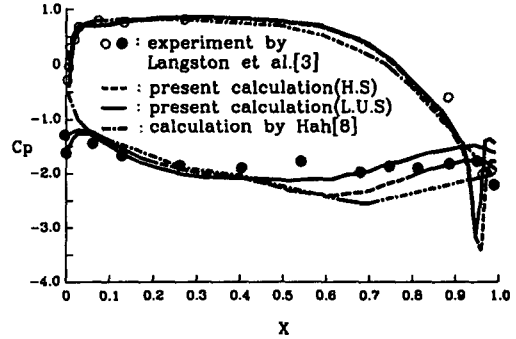


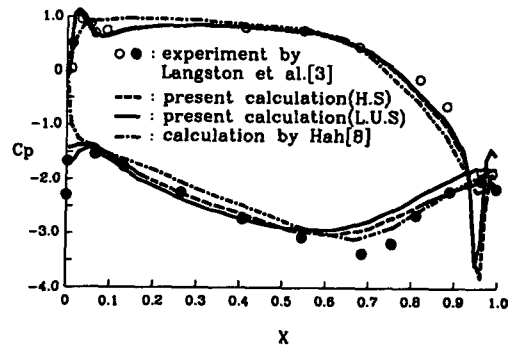
Fig. 7 Flow velocity vectors near the suction surface (0.35% of the local blade-to-blade distance)

0.37% 지점에서 계산된 속도벡터를 나타낸다. 계산결과에서 나타나는 한계유선(limiting streamline)의 위치 및 방향이 익렬 흡입면에서 수행된 기존의 유동가시화 실험결과(Langston 등⁽³⁾의 Fig. 4)와 잘 일치하고 있다. 유동통로를 따르는 통로와류의 크기 및 중심위치에 대응하여 끝벽에서 중간스팬 쪽으로 큰 유동각을 보이고 있으며, 이 영향에 의하여 한계유선과 중간스팬 사이에 존재하는 흡입면에서의 경계층도 2차원 형태가 아니다.

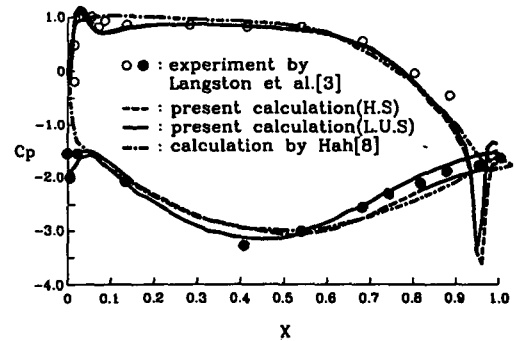
Fig. 8은 각각 끝벽으로부터 스패의 2.3%, 12.5%, 50%되는 거리에서 터빈익렬의 압력면과 흡입면에서의 압력계수(pressure coefficient, $C_p = (p - p_1) / \frac{1}{2} \rho q_1^2$) 분포를 나타내는데, 하이브리드도식과 선형상류도식을 사용한 계산결과를 실험결과⁽³⁾ 및 $53 \times 31 \times 20$ 격자계를 사용한 기존의 계산결과⁽⁶⁾와 비교하였다. 실험결과와 비교하여 대체로 정량적 및 정성적으로 잘 예측되었음을 알 수 있다. 터빈익렬의 압력면을 따르는 압력계수값은 스패위치에 따라 거의 변화가 없음을 보여주고 있으며, 익렬의 흡입면을 따르는 압력계수의 분포는 터빈익렬 통로에서 발생하는 강한 통로와류의 영향으로 스패위치에 따라 큰 차이를 보이고 있다. 모든 스패위치의 익렬끝단 부근에서 발생하는 실험결과와의 불일치는 끝단 부근에서 급격한 변화를 가지는 익렬의 기하학적 형상에 의한 수치오차에 기인하여 일반적으로 나타나는 것으로 오히려 이 지역에서는 적은 계산격자수(예를 들어 Hah⁽⁶⁾와 같이)를 사용하는 것이 이러한 불일치를 줄이는데 효과적일 수도 있다. Fig. 8(a)의 2.3% 스패위치에서는 익렬선단 부근에서 형성되는 말굽형 와류에 의한 유동손실을 나타내고 있으며, 유동 바리의 영향으로 유동통로를 따라 평탄한 경향을 보이고 있다. Fig. 8(b)의 12.5% 스패위치에서는 최소 압력계수의 위치가 Fig. 8(c)의 50% 스패위치에 비하여 더 하류로 이동함을 알 수 있는데 압력계수의 최소값 및 그 위치가 실험결과와 불일치를 보이고 있다. 이것은 통로와류의 중심위치 및 크기를 정확하게 예측하지 못한데 원인이 있는 것으로 생각된다. 기존의 계산결과와 비교할 때 익렬선단 부근의 압력계수값 예측에 있어서 본 계산결과와 정확성이 입증되며 전체적인 양상도 본 계산결과가 실험결과에 더 잘 일치함을 알 수 있다. 하이브리드도식 및 선형상류도식을 사용한 계산결과와의 비교로부터 선형상류도식에 의한 계산결과가 훨씬 우수함을 알 수



(a) 2.3% span



(b) 12.5% span



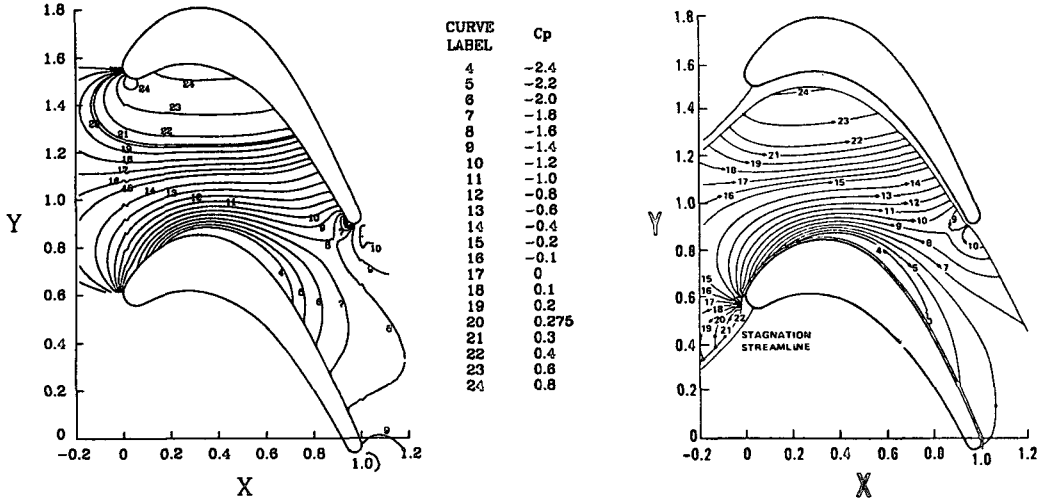
(c) 50% span

Fig. 8 Static pressure distribution on the blade surfaces

있다.

Fig. 9는 중간스팬 위치에서의 압력분포를 포텐셜방정식의 해석결과와 비교하여 나타내었다. 전반적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며 다만 실제 유동에서 나타나는 후류의 영향으로 본 연구의 계산결과는 익렬끝단 부근에서 유동방향에 대하여 수직적인 압력분포를 보이고 있다.

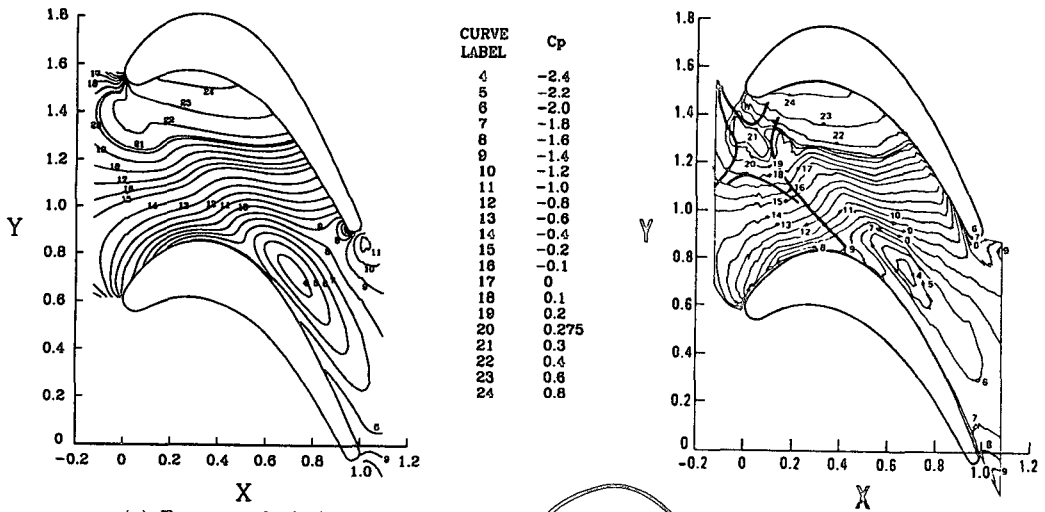
Fig. 10은 끝벽으로부터 스패의 0.5%되는 거리



(a) Present calculation

(b) Potential calculation

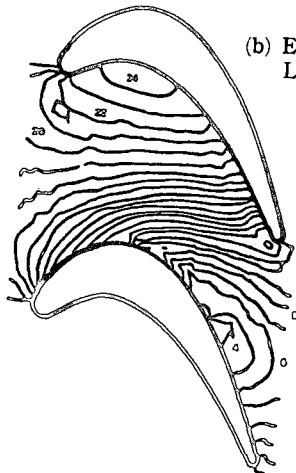
Fig. 9 Static pressure distribution on the midspan



(a) Present calculation

(b) Experimental result by Langston et al.⁽³⁾

CURVE LABEL	Cp
4	-2.4
5	-2.2
6	-2.0
7	-1.8
8	-1.6
9	-1.4
10	-1.2
11	-1.0
12	-0.8
13	-0.6
14	-0.4
15	-0.2
16	-0.1
17	0
18	0.1
19	0.2
20	0.275
21	0.3
22	0.4
23	0.6
24	0.8



(c) Calculation by Hah⁽⁶⁾

Fig. 10 Static pressure distribution on the endwall

에서의 압력분포에 대한 계산결과를 실험결과⁽³⁾ 및 기존의 계산결과⁽⁶⁾와 비교하여 나타내었다. 전체적으로 압력분포 경향이 실험결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이 단면에서의 압력분포는 강한 2차유동의 영향으로 인하여 중간스팬 위치에서의 압력분포에 비하여 복잡한 모습을 보이고 있다. 즉, 압력의 최소값이 익렬흡입면 표면이 아닌 흡입면 부근의 유동통로에서 나타나고 있으며 익렬선단 부근에서 발생하는 말굽형 와류의 형성에 따라 국소적인 최대압력값이 안장점 위치와 일치하여 나타나고 있다. 그리고 박리선과 평행한 방향으로 흡입면 쪽으로 강한 음압력구배가 실험결과와 비교하여 잘 보여지고 있다. Hah⁽⁶⁾의 결과에서는 이러한 특성이 거의 나타나지 않음을 볼 수 있는데, 이것은 수치확산의 영향으로 생각된다. 하이브리드도식을 사용한 계산결과는 여기에 제시하지 않았지만 그 결과는 수치확산에 의하여 유동특성을 매우 완화시킨 양상을 보였다.

Fig. 11과 Fig. 12는 축방향을 따른 각 단면에서 2차유동에 대한 속도벡터 및 전압손실계수(total loss coefficient, $C_{pt} = (p_{t1} - p_t) / \frac{1}{2} \rho q^2$)를 나타낸

그림이다. 여기서 횡단면(cross section)에 놓이는 속도성분값은 Langston 등⁽³⁾이 사용한 방법에 따라 단면 내의 속도성분값에서 단면의 중간스팬에 놓이는 값을 택으로써 구하였다. 이러한 방식은 정확한 2차유동 현상을 나타내는데 문제가 있지만, 근사적인 방법으로 타당하다고 생각된다. Fig. 11(a)와 Fig. 12(a)의 $X=0.144$ 위치는 안장점을 지난 후에 익렬선단의 인접 하류지점으로 대체적으로 서로 평행한 경계층 유동을 보여주지만 익렬의 압력면과 흡입면 쪽에 말굽형 와류의 압력면 부분과 흡입면 부분이 나타나고 있다. 따라서 전압손실계수에 대한 결과를 살펴보면 이 지역에서 높은 값이 나타나고 있으며 이러한 경향이 실험결과(Langston 등⁽³⁾의 Fig. 7와)와 잘 일치하고 있으나 정량적으로 약간의 차이가 있다. Fig. 11(b)과 Fig. 12(b)의 $X=0.551$ 위치에서는 강한 통로와류가 형성되어 그 중심이 익렬의 흡입면과 끝벽 부근에 위치하고 있으며, 말굽형 와류의 흡입면 부분은 아직 미약하게 보이고 있음을 알 수 있다. 그리고 큰 전압손실계수값을 가지는 지역이 통로와류의 중심 쪽으로 이동하고 있음을 알 수 있다. 이것을 실험결

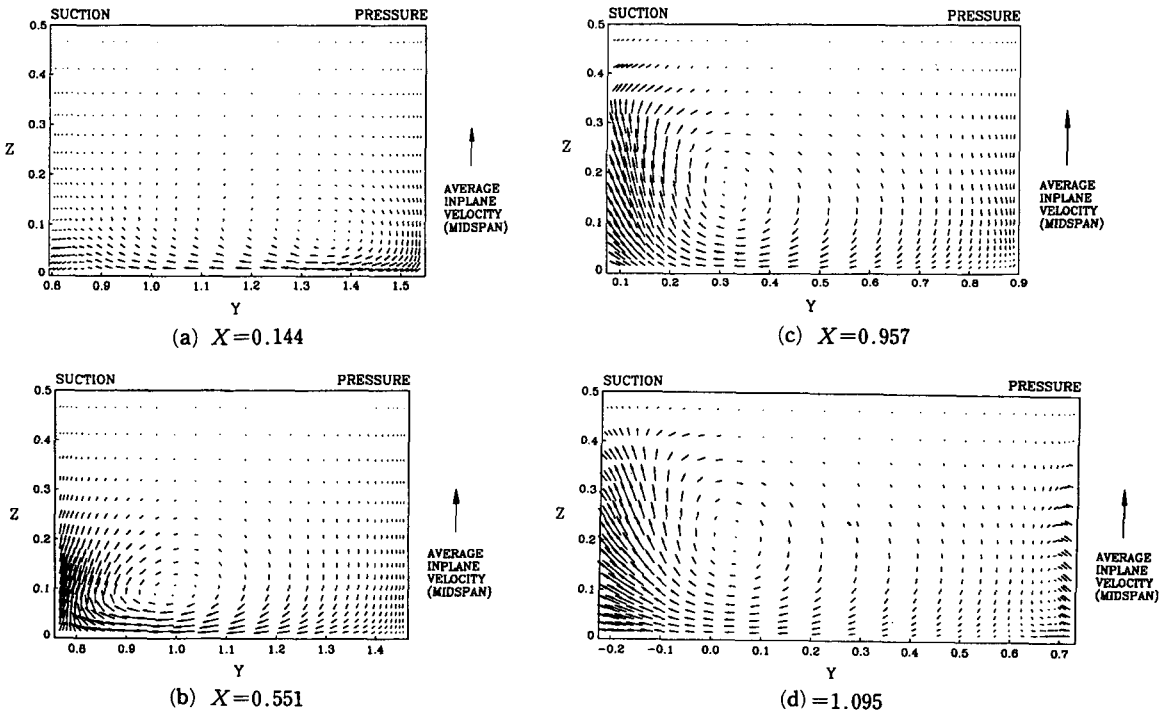


Fig. 11 Secondary flow velocity vectors in cross sections

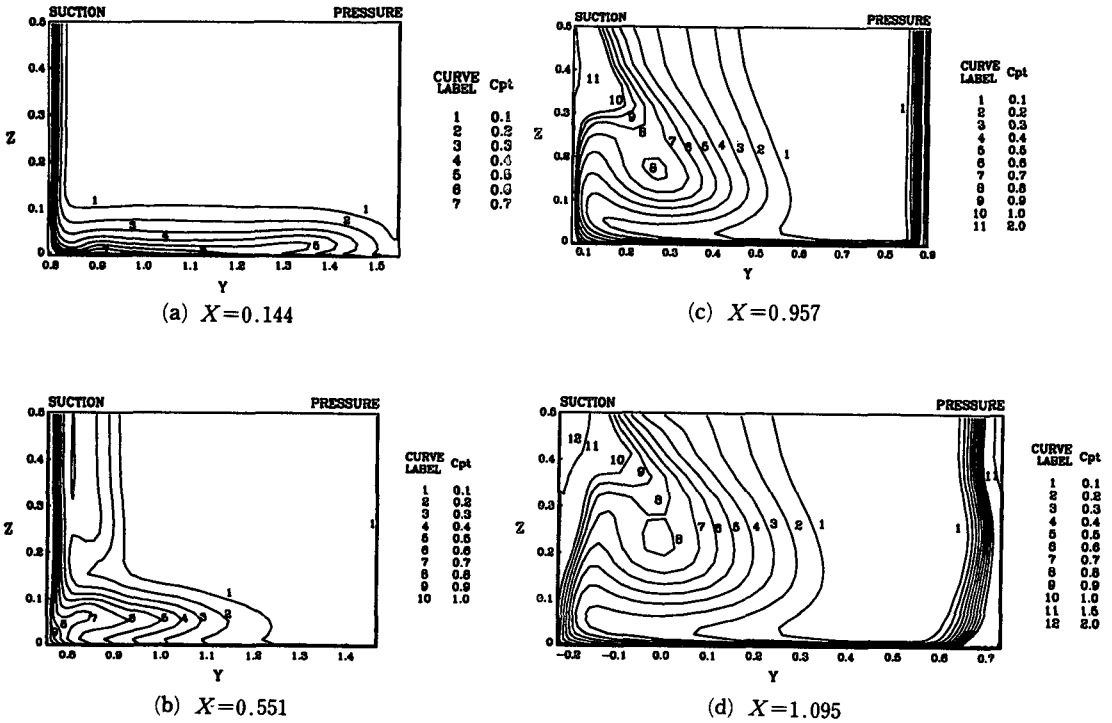


Fig. 12 Contour of total pressure loss coefficient in cross sections

과(Langston 등⁽³⁾의 Fig. 7b)와 비교하면 정성적으로 일치하지만 수치확산에 의하여 크기에 있어서 차이를 보이며 흡입면과 중간스팬 부근에 국소최대 유동 손실이 나타나고 있다. Fig. 11(c)와 Fig. 12(c)의 $X=0.957$ 위치에서는 통로와류의 중심이 중간스팬 쪽으로 더 이동하였음을 알 수 있다. 이에 따른 경향이 전압손실계수값에서 잘 나타나고 있다. 그리고 흡입면 부근에서 한계유선과 연관된 큰 유동손실 경향도 잘 나타나고 있다. 이 지역에서는 많은 수치확산에 의하여 실험결과(Langston 등⁽³⁾의 Fig. 7c)와 비교하여 정량적 및 정성적으로 차이가 존재함을 알 수 있다. Fig. 11(d)와 Fig. 12(d)의 $X=1.095$ 위치는 익렬끝단을 지난 인접 하류지점으로 통로와류가 중간스팬 쪽으로 더 이동하였고 압력면과 흡입면 부근에 통로와류와 반대 방향으로 회전하면서 발생하는 끝단와류(trailing shed vortex)의 형성이 미약하게 보이고 있다. 끝단와류의 형성으로 익렬의 압력면과 흡입면 부근에서의 전압손실계수의 등고선 형태가 변화함을 알 수 있다. 익렬 끝단을 지난 유동은 하류로 더 진행됨에 따라 와류혼합(vortex mixing)에 의하여 여러 와류들의

강도가 약해지면서 단면에서의 유동손실 분포는 완화되어 간다.

Fig. 13은 질량으로 평균한 전압손실계수를 축방향에 따라 나타낸 것으로 기존의 실험결과⁽³⁾ 및 계산결과⁽⁸⁾와 본 계산의 두가지 차분기법에 의한 결과를 비교하였다. 여기서 질량으로 평균한 전압손실계수는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{C}_{pt} = \frac{\int_{y_s}^{y_p} \int_0^{MS} C_{pt} U dz dy}{\int_{y_s}^{y_p} \int_0^{MS} U dz dy} \quad (19)$$

질량으로 평균한 전압손실계수를 구하는데 있어서 전압손실계수의 계산단면 내에서의 급격한 변화를 고려하기 위하여 적분인자를 2차 다항식으로 내삽하여 구하였다. 본 연구에서 하이브리드도식을 사용한 경우에는 많은 수치확산에 의하여 아주 큰 유동손실값을 보였다. 선형상류도식을 사용한 계산결과는 실험결과와 정성적 및 정량적으로 일치하는 경향을 보이고 있다. 축방향을 따르는 통로 내의 유동손실값 경향은 일정한 경우와 일정한 증가의 경우로 보고되어 있는데⁽²⁾, 실험결과는 일정한 값

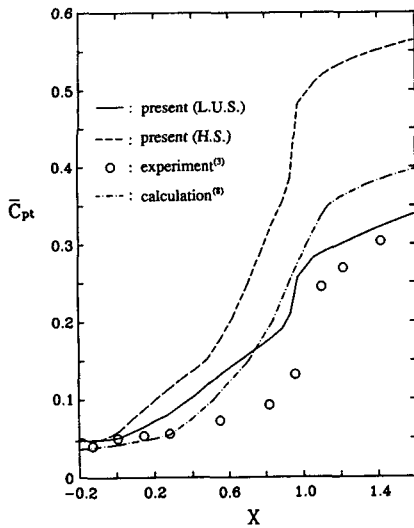


Fig. 13 Mass-averaged loss coefficient as a function of axial distance

을 가지는 경향을 나타내는 반면에 계산결과는 일정한 증가 경향을 보이고 있다. 이러한 차이가 발생하는 이유는 실험적 연구에서는 5공피토크관 (five-hole pitot tube)을 이용한 측정에서 익렬의 벽면 가까이는 측정이 불가능하므로 벽지역의 큰 전압손실계수값이 계산에 포함되지 않음으로써 실제보다 작은 값이 얻어졌고, 본 계산결과에서는 $Y-Z$ 방향으로의 격자수의 한계성에 의한 수치확산에 의하여 실제보다 높은 값으로 예측되었기 때문이라고 생각된다. 익렬끝단 부근에서 후류의 영향으로 인한 유동손실의 급격한 증가는 잘 예측되고 있다. Hah⁽⁶⁾의 계산결과는 $X=0.3$ 의 축방향 위치에서부터 급격한 유동손실의 증가를 보여주고 있는데 앞서 언급한 바와 같이 상당한 수치확산에 의하여 정성적 및 정량적으로 큰 차이를 보이고 있으며 적분인자를 3차 다항식으로 내삽하였는데 이에 따른 정확성도 문제가 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 평면 터빈익렬 내의 3차원 점성유동 현상을 정확히 예측하기 위한 수치해석적 연구를 수행하였으며 이에 필요한 수치해석코드를 작성하였다. 이를 토대로 하여 터빈 익렬 내의 여러가지 3차원 점성유동현상 중에서, 특히 입구유동면에

존재하는 끝벽 경계층 유동에 의하여 터빈익렬 내의 유동에서 발생하는 2차유동 현상과 이에 따른 유동손실의 해석에 중점을 두어 연구하였다. 본 연구에서 작성한 수치해석코드를 적용하여 계산을 수행함으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) UTRC평면 터빈익렬 내의 유동을 해석한 결과, 유동통로 내에서 발생하는 여러 와류 및 이와 연관된 평균속도와 압력값의 분포가 기존의 실험결과와 비교하여 합리적으로 예측 되었다. 전체적으로 본 연구의 계산결과는 기존의 실험결과와 잘 일치함으로써 본 연구에서 작성한 수치해석코드의 타당성을 확인할 수 있었다.

(2) UTRC평면 터빈익렬 내의 유동에 대한 해석결과로부터 익렬선단 부근에서 발생하는 말굽형 와류 및 유동통로를 따라 성장하는 통로와류, 그리고 익렬 끝단에서 발생하는 끝단 와류가 확인되었다. 이러한 여러 와류들에 의하여 주유동에 비하여 강한 2차유동이 발생하였고 이에 따라 3차원 유동 특성을 나타내었다. 익렬통로를 따르는 유동손실은 익렬통로 내에서는 완만한 증가를 보이고 익렬 끝단 부근에서 급격한 증가를 나타냄으로써 2차유동에 의한 유동손실의 경향을 잘 예측하였다.

(3) UTRC평면 터빈익렬 내의 유동에 대한 계산결과를 기존의 계산결과⁽⁶⁾와 비교하였을 때, 실험결과에 더 근접하는 결과를 얻었다. 기존의 수치해석적 연구가 고차차분기법 및 복잡한 난류유동 특성을 고려한 난류모델을 사용하였지만, 계산결과와 비교로부터 본 연구에서 채택한 차분기법 및 계산격자수가 더 합리적임을 알 수 있다. 그러므로 이를 기초로 하여 터빈 익렬 내의 유동특성에 보다 적합한 난류모델을 적용하는 것이 앞으로 매우 바람직스러운 연구방향일 것으로 판단된다.

후 기

이 연구는 한국과학재단의 목적기초연구과제의 일부와 첨단기술연구과제의 일부로 수행되었으므로 이에 심심한 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- (1) Salvage, J.W., 1974, "A Review of the Current Concept of Cascade Secondary Flow Effects," von Karman Institute for Fluid Dynamics Tech.

- nical Note 95.
- (2) Sieverding, C. H., 1985, "Recent Progress in the Understanding of Basic Aspects of Secondary Flows in Turbine Blade Passages," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 248~257.
 - (3) Langston, L. S., Nice, M. L. and Hooper, R. M., 1977, "Three-Dimensional Flow within a Turbine Cascade Passage," ASME J. of Eng. for Power, Vol. 99, pp. 21~28.
 - (4) Langston, L.S., 1980, "Crossflows in a Turbine Cascade Passage," ASME J. of Eng. for Power, Vol. 102, pp. 866~874.
 - (5) Moore, J. and Ransmayr, A., 1984, "Flow in a Turbine Cascade : Part 1-Losses and Leading-Edge Effects," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 400~408.
 - (6) Moore, J and Smith, B. L., 1984, "Flow in a Turbine Cascade : Part 2-Measurement of Flow Trajectories by Ethylene Detection," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 409~413.
 - (7) Moore, J. and Adhye, R.Y., 1985, "Secondary Flow and Losses Downstream of a Turbine Cascade," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 961~968.
 - (8) Hah, C., 1984, "A Navier-Stokes Analysis of Three-Dimensional Turbulent Flows Inside Turbine Blade Rows at Design and Off-Design Conditions," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 106. pp. 421~429.
 - (9) Moore, J. and Moore, J. G., 1985, "Performance Evaluation of Linear Turbine Cascades Using Three-Dimensional Viscous Flow Calculations," ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power, Vol. 107, pp. 969~975.
 - (10) Lakshminarayana, B., 1986, "Turbulence Modeling for Complex Shear Flows," AIAA J., Vol. 24, pp. 1900~1917.
 - (11) Peric, M. 1985, "A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph.D. Thesis, Imperial College.
 - (12) Patankar, S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," McGraw-Hill, Inc.