

〈論 文〉

## 보강된 복합재 셸구조의 좌굴강도 개선을 위한 직교배열 이용 설계방법

구정서\* · 권오건\* · 최진민\* · 권영두\*\*

(1991년 10월 29일 접수)

### Design Strategy of Stiffened Composite Shell Structure to Improve the Buckling Strength Using Numerical Experiments Based on Orthogonal Arrays

Jeong Seo Koo, Oh Geon Kwon, Jin Min Choi and Young Doo Kwon

**Key Words :** Stiffened Composite Shell(보강된 복합재 셸) Buckling Analysis(좌굴해석) Orthogonal Array(직교배열) Optimal Design(최적설계) Taguchi Method(다구지 방법)

#### Abstract

A design technology of composite shell structure with stiffeners has been studied to improve the buckling strength using numerical experiments based on the orthogonal arrays of Taguchi method. Finite element method and subspace iteration method are used for the buckling analysis of structure. An optimization problem can be composed such that the buckling load per unit volume of structure is maximized about design parameters; size, shape and the number of stiffeners, and fiber orientation. This problem has been solved by iterative pattern using the interval halving search method. Also, the additivity of objective function about design parameters has been checked by comparing the predicted optimal value with the calculated one, and considering the error variance obtained through ANOVA. Remarkable improvement in buckling strength has been accomplished by application of current design method.

#### 1. 서 론

복합재는 경량이면서도 기계적 성질이 우수하기 때문에 항공기, 자동차 등 주요 산업분야의 구조 재료로서 각광 받고 있다.

복합재 구조는 특성상 셸의 형태로 사용되는 경우가 많으며, 셸은 막강성이 강한 반면 굽힘강성이 약하기 때문에 보강재를 필요로 하게 된다. 또한 구조의 경량화 추세는 좌굴붕괴에 의한 파손 가능성을 증대시켰으며, 좌굴강도는 설계에서 중요한

고려 요소의 하나가 되었다. 보강된 복합재 셸의 경우 좌굴강도에 영향을 줄 수 있는 설계변수는 보강재의 배열, 단면형상, 단면의 크기, 그리고 복합재의 섬유 방향성 등을 들 수 있으며, 기존의 최적화 방법을 사용하여 이 문제를 해결하려면 보강재의 배열과 관련하여 불연속 설계변수가 발생하게 되고, 이는 정수계획법과 연계된 비선형 최적화 문제로 귀결되어서 최적화에 적지 않은 어려움이 따른다.

복합재 구조의 좌굴강도 최적화의 관련하여 보강재가 없는 셸의 경우<sup>(1~4)</sup>에 대해서는 많은 연구가 이루어졌으나 보강재가 존재하는 경우<sup>(5)</sup>에 대한 연구는 많지 않은 실정이며, 특히 실제적인 설계 관

\*정회원, 한국기계연구소 시스템설계실

\*\*정회원, 경북대학교 기계공학과

점에서 용이하게 설계 개선을 얻고, 각 설계변수들이 좌굴에 미치는 영향을 체계적으로 구할 수 있는 연구는 거의 찾아 볼 수 없는 실정이다.

본 논문에서는 Taguchi 방법<sup>(6)</sup>에 사용된 직교배열 이용 실험 계획법에 의한 최적화 방법으로 보강된 복합재 셸 구조의 좌굴강도 최적화를 수행하고 타당성을 고찰하였다. 한 방향의 압축하중을 받는 단순 지지된 복합재 평판과 Cut-out을 가진 원통형 판넬의 보강재 및 섬유방향 최적 설계에 본 방법을 적용시켜 본 결과, 현저한 설계 개선과 아울러 각 설계 변수가 좌굴강도에 미치는 영향을 파악할 수 있었다. 특히 이 방법은 함수의 미분값을 이용한 민감도 해석대신에 함수값의 평균치 분석(ANOM) 및 분산 분석(ANOVA)을 사용하기 때문에 구조 해석 프로그램만으로도 쉽게 최적화를 수행할 수 있으며, 각 설계변수들의 변화에 대해 평균적인 의미의 최적화를 이룰 수 있기 때문에 설계변수의 변화에 덜 민감한 설계를 얻을 수 있다.

## 2. 유한요소 좌굴해석

### 2.1 복합재 셸 요소의 강성행렬

복합재 셸 구조의 유한요소 좌굴해석을 수행하기 위하여 3차원 20절점 Brick 요소로부터 수정된 8절점 등계수 굽은 셸 요소를 사용한다. 수직화에 사용된 좌표계는 Fig.1과 같고, 절점  $i$ 에서 중립면에 수직인 벡터를  $c_i = [c_i^1 \ a_i^2 \ c_i^3]^T$ , Natural Coordinate (s,t,r)에서 s방향의 단위 벡터를  $a_i = [a_i^1 \ a_i^2 \ a_i^3]^T$ 로 정의하면, 이 두벡터에 수직인 벡터  $b_i$ 는 다음과 같다.

$$b_i = c_i \times a_i \tag{1}$$

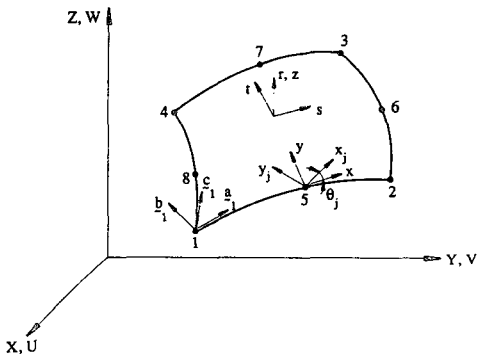


Fig. 1 Geometry of a composite shell element

또한 절점  $i$ 의 좌표를  $X_i, Y_i, Z_i$ , 셸의 두께를  $t_i$ 라 하면, 삼간된 요소의 좌표는 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^8 N_i \frac{rt_i}{2} \begin{bmatrix} c_i^1 \\ c_i^2 \\ c_i^3 \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서  $N_i$ 는 8절점 등계수 셸 요소의 형상함수이다.

또한 전체좌표계에 관한 절점  $i$ 의 이동변위를  $u_i, v_i, w_i$ , 국부좌표계에서  $a_i, b_i$ 관한 회전변위를  $\theta_x^i, \theta_y^i$ 라 하면, 요소변위와 절점 변위의 관계는 다음과 같이 표현된다<sup>(7)</sup>.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^8 N_i \frac{rt_i}{2} \begin{bmatrix} -b_i^1 & a_i^1 \\ -b_i^2 & a_i^2 \\ -b_i^3 & a_i^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_x^i \\ \theta_y^i \end{bmatrix} \tag{3}$$

섬유강화 복합재 셸은 몇개의 단층을 적층하여 만들어지며, 각 단층들은 횡등방성이라고 가정할 수 있다<sup>(8)</sup>. 셸 두께 방향의 수직응력은 무시할 수 있으므로 각 층의 재료 주축 좌표계 ( $x_j, y_j$ )에 관한 변형도-응력 관계식은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\{\sigma\}_j = [\bar{D}]_j \{\epsilon\}_j \tag{4}$$

여기서,

$$\{\sigma\}_j = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{xz}]^T$$

$$\{\epsilon\}_j = [\epsilon_x \ \epsilon_y \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}]^T$$

$$[\bar{D}]_j = \begin{bmatrix} AE_1 & A\nu_{21}E_1 & 0 & 0 & 0 \\ A\nu_{21}E_1 & AE_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & fG_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & fG_{13} \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{E_2}{E_2 - \nu_{21}^2 E_1}$$

$f$ : 전단 보정 계수

$j$ : 단층의 번호

재료의 주축좌표계에 관한 탄성행렬  $[D]_j$ 를 전체 좌표계에 관한 표현으로 변환하기 위해 변환행렬  $[T_m]_j$ 를 사용한다<sup>(9)</sup>. 즉

$$[D]_j = [T_m]_j^T [\bar{D}]_j [T_m]_j \tag{5}$$

셸 중립면에 수직인 방향의 전단변형을 허용하는

요소의 변형도-변위 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \\ v_{,z} + w_{,y} \\ u_{,z} + w_{,x} \end{bmatrix} \quad (6)$$

그리고, 식(3), (6)으로부터 변형도와 절점 변위 사이의 관계를 구하면,

$$\{\epsilon\} = [B]\{u_i\} \quad (7)$$

여기서,  $\{u_i\}$ 은 전체좌표계에 관한 요소의 절점변위 벡터이다. 식(4), (5), (7)과 적층 쉘의 개념을 사용하면, 가상일의 원리로부터 요소의 강성행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$[K_i] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( \sum_{j=1}^n \int_{r_j^b}^{r_j^t} [B]^T [T_m]_j [D]_j [T_m]_j [B] \det[J] dr \right) ds dt \quad (8)$$

위 식에서  $nl$ 은 단층의 수를,  $r_j^b$ ,  $r_j^t$ 는 각각 단층  $j$ 의 아랫면과 윗면의  $r$ 값을 나타낸다.

### 2.2 쉘 요소의 초기응력 강성행렬 구성

선형 좌굴해석을 수행하려면 막응력(membrane stress)에 의한 강성효과를 나타내는 초기응력 강성행렬(initial stress stiffness matrix)을 구해야 하는데 이것은 초기응력  $[\sigma_0]$ 가 주어진 상태에서 Green Strain의 비선형 변형도에 의한 포텐셜 에너지 개념으로부터 구해진다<sup>(10)</sup>. 쉘 요소의 대한 Green Strain은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{,x} + \frac{1}{2}(u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2) \\ u_{,y} + \frac{1}{2}(u_{,y}^2 + v_{,y}^2 + w_{,y}^2) \\ u_{,y} + v_{,x} + (u_{,x}u_{,y} + v_{,x}v_{,y} + w_{,x}w_{,y}) \\ v_{,z} + w_{,y} + (u_{,y}u_{,z} + v_{,y}v_{,z} + w_{,y}w_{,z}) \\ u_{,z} + w_{,x} + (u_{,z}u_{,x} + v_{,z}v_{,x} + w_{,z}w_{,x}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

위 식에서 비선형 항과 초기응력 $[\sigma_0]$ 에 의한 포텐셜 에너지는

$$U_s = \int_v \left[ \frac{1}{2}(u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2) \sigma_{x0} + \dots + (u_{,z}u_{,x} + v_{,z}v_{,x} + w_{,z}w_{,x}) \sigma_{xz0} \right] dV \quad (10)$$

이고, 식(3)을 식(10)에 대입하여 행렬의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$U_s = \frac{1}{2} \{u_i\}^T \left( \int_v [S_g]^T [S_m] [S_g] dV \right) \{u_i\} \quad (11)$$

여기서,  $[S_m]$ 은  $[\sigma_0]$ 로 구성된 초기응력 행렬이고,  $[S_g]$ 는 전체 좌표계에 관한 변위의 미분벡터  $[u_{,x} \ u_{,y} \ u_{,z} \ v_{,x} \ v_{,y} \ v_{,z} \ w_{,x} \ w_{,y} \ w_{,z}]^T$ 와 요소의 절점 변위 벡터  $\{u_i\}$  사이의 관계를 나타내는 계수 행렬이다. 식(11)로부터 요소의 초기응력 강성행렬  $[S_i]$ 이 구해진다.

$$[S_i] = \int_v [S_g]^T [S_m] [S_g] dV \quad (12)$$

### 2.3 3차원 보 요소의 강성행렬

Fig. 2는 3차원 보 요소의 개요를 나타낸 것으로, 본 논문에서는 처짐 방향의 전단 변형을 허용하는 3절점 등계수 요소<sup>(11)</sup>를 사용하였다. 절점  $i$ 에서 Natural Coordinate에 관한  $r$ ,  $s$ 방향의 단위 벡터를  $V_r^i$ ,  $V_s^i$ 라 하면,  $V_t^i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$V_t^i = V_r^i \times V_s^i \quad (13)$$

절점  $i$ 의 좌표를  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ 라 하고,  $V_s^i$ ,  $V_t^i$ 방향의 보 두께를  $\beta_i$ ,  $\alpha_i$ 로 정의하면 요소내의 임의점의 좌표는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^3 h_i \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 h_r \frac{t\alpha_i}{2} \begin{bmatrix} V_{ix}^i \\ V_{iy}^i \\ V_{iz}^i \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 h_s \frac{s\beta_i}{2} \begin{bmatrix} V_{sx}^i \\ V_{sy}^i \\ V_{sz}^i \end{bmatrix} \quad (14)$$

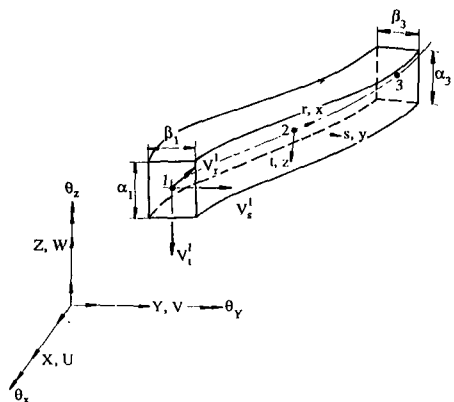


Fig. 2 Geometry of a 3-dimensional beam element

또한 전체좌표계에 관한 절점  $i$ 의 이동변위를  $u_i, v_i, w_i$ 로, 회전변위를  $\theta_x^i, \theta_y^i, \theta_z^i$ 로 정의하면 요소의 변위는 다음과 같이 삽입된다<sup>(11)</sup>.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^3 h_i \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 h_i \{t(\bar{g})^i + s(\bar{g})^i\} \begin{bmatrix} \theta_x^i \\ \theta_y^i \\ \theta_z^i \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서

$$(\bar{g})^i = \frac{\alpha_i}{2} \begin{bmatrix} 0 & -V_{xz}^i & V_{iy}^i \\ V_{xz}^i & 0 & -V_{ix}^i \\ -V_{iy}^i & -V_{ix}^i & 0 \end{bmatrix}$$

$$(\bar{g})^i = \frac{\beta_i}{2} \begin{bmatrix} 0 & -V_{xz}^i & V_{iy}^i \\ V_{xz}^i & 0 & -V_{ix}^i \\ -V_{iy}^i & -V_{ix}^i & 0 \end{bmatrix}$$

식(15)  $h_i$ 는 3절점 등계수 보요소의 형상함수를 나타낸다.

Fig. 2의 Convected Coordinate( $x, y, z$ )를 사용하여 응력-변형도 관계를 나타내면,

$$\{\bar{\sigma}\} = [\bar{D}]\{\bar{\varepsilon}\} \quad (16)$$

여기서,

$$\{\bar{\sigma}\} = [\sigma_x \ \sigma_{xy} \ \sigma_{xz}]^T$$

$$\{\bar{\varepsilon}\} = [\varepsilon_x \ \gamma_{xy} \ \gamma_{xz}]^T$$

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & fG_{12} & 0 \\ 0 & 0 & fG_{13} \end{bmatrix}$$

$f$ : 전단 보정계수

식(15)와 변형도-변위 관계에서 절점변위와 변형도 관계식을 구할 수 있다.

$$\{\bar{\varepsilon}\} = [\bar{B}]\{u_i\} \quad (17)$$

여기서  $\{u_i\}$ 은 전체좌표계에 관한 요소의 절점변위 벡터이다. Convected Coordinate에 대하여 표현된  $[\bar{B}]$ 를 전체좌표계에 대하여 변환하기 위하여 변환행렬  $[T]$ 를 사용한다<sup>(11)</sup>. 즉,

$$[\bar{B}] = [T][B] \quad (18)$$

보요소의 강성행렬은 식(16), (18) 사용하여 다음

과 같이 구해진다.

$$[K_i] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [T]^T [\bar{D}] [T] [B] \det[J] dr ds dt \quad (19)$$

### 2.4 보요소의 초기응력 강성행렬

보요소의 초기응력 강성행렬은 앞에서 언급한 셀의 경우와 동일한 방법으로 구해진다. Convected Coordinate에 관한 보요소의 Green Strain은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{,x} + \frac{1}{2}(u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2) \\ u_{,y} + v_{,x} + (u_{,x}u_{,y} + v_{,x}v_{,y} + w_{,x}w_{,y}) \\ v_{,z} + w_{,x} + (u_{,z}u_{,z} + v_{,z}v_{,x} + w_{,z}w_{,x}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

이 식의 비선형항과 초기응력  $[\bar{\sigma}_0]$ 에 의한 포텐셜 에너지는

$$U_0 = \int_v \left[ \frac{1}{2}(u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2) \sigma_{x0} + \dots + (u_{,z}u_{,x} + v_{,z}v_{,x} + w_{,z}w_{,x}) \sigma_{xzo} \right] dV \quad (21)$$

이고, 식(15), (21)로부터

$$U_0 = \frac{1}{2} \{u_i\}^T \left( \int_v [\bar{S}_g]^T [\bar{S}_m] [\bar{S}_g] dV \right) \{u_i\} \quad (22)$$

여기서  $[\bar{S}_m]$ 은  $[\bar{\sigma}_0]$ 로 이루어진 초기응력 행렬이고,  $[\bar{S}_g]$ 는 Convected Coordinate에 관한 변위의 미분벡터  $[u_{,x} \ u_{,y} \ u_{,z} \ v_{,x} \ v_{,y} \ v_{,z} \ w_{,x} \ w_{,y} \ w_{,z}]^T$ 와 요소의 절점변위벡터  $\{u_i\}$  사이의 관계를 나타내는 계수행렬이다.  $[\bar{S}_g]$ 를 전체좌표계로 변환하기 위하여 변환행렬  $[\hat{T}]$ 를 사용한다<sup>(11)</sup>.

$$[\bar{S}_g] = [\hat{T}][S_g] \quad (23)$$

식(22), (23)으로부터 보요소의 초기응력 강성행렬은 다음과 같이 구해진다.

$$[S_i] = \int_v [S_g]^T [\hat{T}]^T [\bar{S}_m] [\hat{T}][S_g] dV \quad (24)$$

### 2.5 좌굴모우드 해석

본 논문에서는 대형구조물의 좌굴해석을 효율적으로 수행하기 위하여 부공간 축차법(subspace iteration method)를 사용하였다<sup>(11)</sup>. 이 방법은 전체 자유도가 대단히 많은 고유치 문제의 해석에서 관심

이 있는 최하위 몇개의 고유치, 고유벡터를 효과적으로 구할 수 있는 방법이다. 식(8), (12), (19), (24)을 전체 구조에 대하여 조립하면

$$[K][U] = \lambda[S][U] \quad (25)$$

여기서  $[K]$ ,  $[S]$ 는 각각 전체 구조에 대한 강성행렬, 초기응력 강성행렬이다. 식(25)에서 최하위  $p$ 개의 고유치, 고유벡터가 구해졌다고 가정하면 다음의 관계가 성립된다.

$$[K][U] = [S][U][A] \quad (26)$$

여기서,  $[A] = [\text{diag}(\lambda_i)]$ ,  $[U] = [\{U_1\}, \{U_2\}, \dots, \{U_p\}]$ 이고, 부공간 축차법은  $p$ 개의 고유치, 고유벡터를 구하기 위하여  $q$  ( $q > p$ )개의 축차벡터(iteration vector)로 구성된 부공간상에서 고유치 해석을 수행하는 방법이며, 다음의 3단계로 구성된다.

(1)  $q$ 개의 초기 축차벡터(starting iteration vector)를 구성한다.

(2)  $q$ 개의 벡터에 대하여 Inverse Iteration과 Ritz 해석방법을 사용하여 근사적인 고유치, 고유벡터를 구한다.

(3) 수렴 판정식 및 Sturm Sequence 점검을 통하여 구해진 고유치, 고유벡터의 정당성을 평가한다.

$k$ 번째 축차벡터로 구성된 행렬을  $[U]_k$  ( $k=1, 2, \dots$ )라 하면, Inverse Iteration 방법에 의하여, 부공간  $E_k$ 에서  $E_{k+1}$ 로의 축차는

$$[K][\bar{U}]_{k+1} = [S][U]_k \quad (27)$$

이고,  $[K]$ ,  $[S]$ 의  $E_{k+1}$  공간으로의 투영(projection)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [K]_{k+1} &= [\bar{U}]_{k+1}^T [K] [\bar{U}]_{k+1} \\ [S]_{k+1} &= [\bar{U}]_{k+1}^T [S] [\bar{U}]_{k+1} \end{aligned} \quad (28)$$

부공간에 대한 고유치 문제를 구성하면,

$$[K]_{k+1}[Q]_{k-1} = [S]_{k+1}[Q]_{k+1}[A]_{k+1} \quad (29)$$

이식은 Jacobi Iteration 방법 등에 의하여 모든 고유치 ( $[A]_{k+1}$ ), 고유벡터 ( $[Q]_{k+1}$ )를 구할 수 있다. 따라서 축차에 의하여 개선된 고유벡터는

$$[U]_{k+1} = [\bar{U}]_{k+1}[Q]_{k+1} \quad (30)$$

에 의하여 구해지는데,  $[U]_1$  속하여 있는 초기 축차벡터가 구하려는 고유벡터에 수직하지 않으면,

$k \rightarrow \infty$  때  $[A]_{k+1} \rightarrow [A]$ ,  $[U]_{k+1} \rightarrow [U]$ 의 결과를 얻을 수 있다. 여기서 초기 축차벡터의 구성은 Bathe에 의하여 제안된 방법을 사용하였으며<sup>(11)</sup>, 축차과정에서 수렴여부를 판정하기 위하여 다음의 식을 사용하였다.

$$\frac{|\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^{(k)}|}{|\lambda_i^{(k-1)}|} \leq \text{tol}, i=1, 2, \dots, p \quad (31)$$

위 식의 tol은  $10^{-2s}$ 를 사용하며, 이때  $s$ 는 정확한 값을 얻기 위하여 필요한 고유치의 유효 숫자의 수이다.

### 3. 직교배열 이용 최적 설계

#### 3.1 직교배열 이용 실험계획법

모든 실험인자(factor)의 가능한 수준(level)의 조합에 대하여 실험을 실시하는 전조합 실시법(full-factorial experiment)은 인자 및 수준의 수가 증가함에 따라 실험 회수가 급격히 증가하게 된다. 예를 들어 3수준-40인자의 경우 전조합 실시법에 의한 총 실험 회수는  $3^{40}$ 이다. 그러나 각 실험 인자들의 교호작용(interaction)을 무시할 수 있는 경우(additive model)는 최소한의 실험으로 모든 경우에 대한 실험값을 예측할 수 있으며, 이러한 실험이 가능하도록 만든 실험 배열을 직교배열이라 한다. 직교배열 이용 실험계획법에서는 전체 실험에 대하여 실험인자들 각 수준의 균형 특성(balancing property)이 유지되므로 한 인자의 효과를 구할 때 다른 인자의 영향에 대한 치우침이 없는 장점이 있다. 위의 예의 경우, 직교배열 이용 실험 회수는 81이 되며, 직교 배열표는  $L_{81}(3^{40})$ 으로 나타낸다<sup>(6)</sup>. 여기서 81은 총 실험 회수, 3은 수준의 수, 40은 인자의 수를 나타낸다.

직교행렬 이용 실험계획법을 이용한 최적화 과정을 설명하기 위하여 3수준-4인자 경우인  $L_9(3^4)$ 를 예시한다<sup>(12)</sup>. 4개의 실험인자를 A, B, C, D라 하고 각 수준을 1, 2, 3으로 정의하면, 각 인자의 수준을 Table 1과 같이 나타낼 수 있다.

여기서 각 인자 수준의 변화량을  $\Delta_A, \Delta_B, \Delta_C, \Delta_D$ 라 하면  $A_1, A_3$ 는 각각  $(A - \Delta_A)$ ,  $(A_2 + \Delta_A)$ 가 되며 B, C, D 인자도 동일한 방법으로 정의된다. 표 1에 대한 직교행렬 이용 실험계획표는 Table 2와 같다.

**Table 1** Factors and their levels

Factors	Levels		
	1	2	3
A	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>
B	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
C	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
D	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>

**Table 2** Matrix experiment [ $L_9(3^4)$ ]

Expt. No.	Factors				Observation ( $\eta$ )
	A	B	C	D	
1	1	1	1	1	$\eta_1$
2	1	2	2	2	$\eta_2$
3	1	3	3	3	$\eta_3$
4	2	1	2	3	$\eta_4$
5	2	2	3	1	$\eta_5$
6	2	3	1	2	$\eta_6$
7	3	1	3	2	$\eta_7$
8	3	2	1	3	$\eta_8$
9	3	3	2	1	$\eta_9$

Table 2에 나타난 행렬값 1, 2, 3은 각 인자의 수준을 나타내는데, 각 열은 서로 직교성을 가지며, 각 인자의 열에는 같은 횟수의 인자 수준이 나타남을 알 수 있다. 이러한 특성을 균형 특성(balancing property)라 한다.

**3.2 평균치 분석과 인자의 최적 수준 선택**

실험치에 대한 인자의 영향을 체계적으로 해석하기 위하여 평균치 분석(alalysis of mean)을 수행한다. 본 논문에서 사용된 인자는 보강재의 수, 크기, 형상 및 섬유방향 등이며, 실험치는 구조물의 단위 부피당 좌굴하중으로 정의한다. 그런데, 이 실험치는 실험 모델의 가산성을 높이기 위하여 S/V비(dB)의 개념으로 사용된다<sup>(12)</sup>. 즉,

$$\eta_i = 10 \text{Log}_{10} \left[ \frac{(P_{cr})_i}{Vol} \right]^2 \quad (32)$$

여기서  $(P_{cr})_i$ 은  $i$ 경우의 실험에 대한 좌굴하중을 나타내며, Vol은 전체 구조의 체적을 나타낸다. 먼저 Table 2에서 전체 실험에 대한 실험치의 평균을 계산해 보면

**Table 3** Average  $\eta$  by factor levels(dB)

Factors	Levels		
	1	2	3
A	$m_{A_1}$	$m_{A_2}$	$m_{A_3}$
B	$m_{B_1}$	$m_{B_2}$	$m_{B_3}$
C	$m_{C_1}$	$m_{C_2}$	$m_{C_3}$
D	$m_{D_1}$	$m_{D_2}$	$m_{D_3}$

$$m = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \eta_i \quad (33)$$

이 되고, 전체 실험에서 각 인자의 수준이 같은 회수로 사용되었기 때문에  $m$ 은 전 실험 영역에 대하여 균형성 있는 평균치가 된다. 각 인자의 수준에 대한 실험치 영향을 파악하기 위하여 해당인자의 수준이 사용된 실험들만으로 평균치를 구한다. 만약 A인자의 1수준에 관한 평균치를 구하면

$$m_{A_1} = \frac{1}{3} (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) \quad (34)$$

이 되고, A<sub>1</sub>의 영향은  $(m_{A_1} - m)$ 이 된다. Table 3은 인자 수준에 따른 실험치의 평균을 나타낸다.

실험계획의 궁극적인 목적은 최대 실험치를 얻을 수 있는 인자의 수준을 정하는데 있으며, 가산적인 실험모델인 경우에는 각 인자의 수준별 평균값이 최대가 되는 인자 수준들의 조합으로 구해진다. 만약  $m_{A_1}, m_{B_2}, m_{C_2}, m_{D_3}$ 가 각 인자에 대해 최대값이면, A<sub>1</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>3</sub>가 최대실험치를 얻을 수 있는 최적 인자 수준이 된다.

**3.3 분산 분석**

각 인자들이 실험치에 주는 상대적인 영향성을 평가하기 위하여 분산 분석(analysis of variance)를 수행하며<sup>(12,13)</sup> 이것은 각 인자에 대한 오차분산(error variance)과 예측오차분산(variance of the prediction error)을 계산하고 모델의 가산성(additivity)을 점검하는 경우에도 사용된다. 먼저 분산 분석을 위하여 총자승합(total sum of squares)을 계산하여야 하는데 이것은 다음과 같이 정의된다.

$$S_T = \sum_{i=1}^9 (\eta_i - m)^2 \quad (35)$$

그리고 각 인자에 의한 자승합(sum of squares)은 그 인자의 수준별 평균치와 전체 평균값 사이의 편

Table 4 ANOVA Table

Factor	Degree of Freedom	Sum of Squares	Mena Squares	F-Ratio
A	$\phi_A$	$S_A$	$V_A$	$F_A$
B	$\phi_B$	$S_B$	$V_B$	$F_B$
C	$\phi_C$	$S_C^*$	$V_C$	
D	$\phi_D$	$S_D^*$	$V_D$	
Error	0	0		
Total	$\phi_T$	$S_T$		
(Error)	( $\phi_e$ )	( $S_e$ )	( $V_e$ )	

(\*Indicates sum of squares added together to estimate the pooled error sum of squares indicated by parentheses)

차를 제공하여 합한 것으로, 인자 A에 대하여 구해보면

$$S_A = \sum_{i=1}^3 3(m_{A_i} - m)^2 \quad (36)$$

이 되고,  $S_B, S_C, S_D$ 도 같은 방법으로 구해진다. 또한 가산 모델의 개념으로부터 실험치에 대한 인자 수준의 자유도를 정의할 수 있는데, 이것은 인자의 자승평균(mean square)를 구하기 위하여 필요하며, 일반적으로 인자 수준의 수보다 1이 적은 값이 된다. 여기서 각 인자의 자승평균은 그 인자에 의한 자승합을 자유도로 나눈 값으로 정의된다. Tabel 4는 분산분석을 위한 ANOVA표를 나타낸 것이다.

3수준 인자를 사용한 실험의 경우, 각 인자의 자유도는 2이며, Table 4의 오차 항은 풀링(pooling)에 의하여 구해지는데, 자승평균이 작은 순서로 총 자유도의 절반정도에 해당하는 인자를 오차 인자로 택한다. 위의 표에서 나타낸 것과 같이  $V_C, V_D$ 가  $V_A, V_B$ 에 비해 작은 값을 갖는다고 가정하면 C, D 인자가 오차항이 되며, 오차 항의 자유도 및 자승합은

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_C + \phi_D \\ S_e &= S_C + S_D \end{aligned} \quad (37)$$

이다. 또 오차분산(또는 오차의 자승 평균)  $V_e$ 는

$$V_e = \frac{S_e}{\phi_e} \quad (38)$$

가 된다. 오차 분산에 대한 인자 영향의 상대적인

크기를 나타내기 위하여 F-비(분산비)의 개념을 사용한다. 분산비는 각 인자의 자승 평균과 오차 분산의 비로 정의되며, 인자 A의 경우에는

$$F_A = \frac{V_A}{V_e} \quad (39)$$

로 계산된다. F-비가 4 이상이면 그 인자의 영향이 매우 큰 것으로, F-비가 1이하이면 가산 모델의 오차보다 해당 인자의 영향이 작은 것으로 평가된다.

### 3.4 실험 모델의 가산성 평가

직교배열을 이용한 실험계획법의 가장 중요한 전체 조건은 모델의 가산성에 있으며, 이것의 성립 여부를 평가하는 것은 대단히 중요하다. 만약 가산성이 없는 모델에 대하여 직교배열 이용 실험계획법을 사용하면 전혀 적합하지 못한 결과를 얻을 수도 있을 것이다. 이미 언급한 평균치 분석과 분산분석을 통하여 최적의 인자 수준과 오차 항에 해당하는 인자를 결정하였으므로 가산모형에 의해 예측할 수 있는 최적값은 전체 평균과 오차 항에 포함되지 않은 인자들에 의한 가산 효과를 합하여 구할 수 있다. 만약  $A_1 B_2 C_2 D_3$ 가 최적조건이고 C, D 인자가 오차 항에 포함되면, 예측된 최적값(predicted optimal value)은 다음과 같이 계산한다.

$$\eta_{opt}^{pred} = m + (m_{A_1} - m) + (m_{B_2} - m) \quad (40)$$

또한 최적조건하의 실험에 의하여 최적값을 구할 수 있으므로 이를 두 최적값을 비교하면, 가산성을 평가할 수 있다. 여기서, 예측된 최적값과 실험으로 구한 최적값 사이의 상대적인 일치성을 평가하기 위하여 예측 오차의 분산(variance of prediction error)을 사용한다. 이것은 평균치로부터 최적값을 예측함으로써 발생하는 오차와 실험으로 최적값을 구할때의 실험 오차로 나누어 생각할 수 있으며, 수치 실험인 경우에는 후자에 의한 오차는 의미가 없다. 따라서 수치 실험에서의 예측 오차분산은 전자의 오차 개념만을 사용하여 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\sigma_{pred}^2 = \frac{\sigma_e^2}{n_0} \quad (41)$$

여기서,  $n_0$ 는  $\eta_{opt}^{pred}$ 를 평가하기 위한 표본의 크기를 나타내는 값으로 식(40)의 경우에는

$$\frac{1}{n_0} = \frac{1}{n} + \left[ \frac{1}{n_{A_1}} - \frac{1}{n} \right] + \left[ \frac{1}{n_{B_2}} - \frac{1}{n} \right] \quad (42)$$

로 정의된다. 여기서  $n$ 은 전체 실험 회수를,  $n_{A_1}$ ,  $n_{B_2}$ 는 수준  $A_1$ ,  $B_2$ 가 전체 실험에서 사용된 회수를 나타낸다. Table 2의 실험 계획에서는  $n=9$ ,  $n_{A_1} = n_{B_2} = 3$ 이 된다. 모델의 가산성은 예측에 의한 최적값과 수치 해석으로 구한 최적값의 차이로 평가하는데, 예측 오차분산에 의한 95% 신뢰도 범위를 사용한다.

$$\left| \eta_{opt}^{pred} - \eta_{opt}^{exp} \right| \leq 2\sigma_{pred} \quad (43)$$

여기서,  $\eta_{opt}^{exp}$ 는 실험으로 구한 최적값이다. 만약 실험 모델의 가산성이 만족되지 않을 경우에는  $S/N$ 비의 정의, 인자의 선택, 수준의 범위 등을 재검토하여 새로운 모델을 세워야 하며, 교호작용(interaction)이 매우 큰 인자가 있는 경우에는 교호작용항을 실험계획에 포함시키는 것도 고려하여야 한다 (12,13).

### 3.5 축차적 최적화

평균치 분석으로 인자의 최적 수준이 결정되면, 분산 분석을 통하여 모델의 가산성을 점검한 후, 향상된 인자의 값을 사용하여 다음 실험을 수행하는 축차적 방법에 의하여 최적 설계를 도출한다. 본 논문에서는 오차항에 포함되지 않은 각각의 설계 변수(실험인자)에 대하여 다음의 3 단계의 탐색 방법을 사용하였다.

(1) 최대의 평균치를 갖는 설계 변수값(실험인자의 수준)이 중앙(제2의 수준)에 위치할 때까지 설계구간 탐색을 시행한다.

(2) 설계 변수의 변화량이 허용 공차(tolerance) 이하가 될 때까지 구간 반 분법(interval halving)으로 줄여 나간다(14).

(3) 가산 모델등에 의한 탐색 오차를 보정하기 위하여 단계 1과 같은 절차를 시행한 후, 수렴 여부를 판정하고 수렴하지 않은 경우에는 구간 반분과 단계 1의 절차를 반복 시행한다.

여기서, 허용 공차 이하로 축소된 설계 변수가 설계 제한 조건의 경계에서 최대 값을 갖는 경우와 불연속 설계 변수의 경우에는 해당 변수의  $F$ -비가 타변수의 것보다 가장 크게 되는 축차에서 설계 변수 값을 고정 시켰으며, 최적값의 수렴성은 실험된 최적값에 대한 예측된 최적값 및 전체실험 평균값

의 상대오차로 평가한다. 직교배열 이용 실험계획법에 의한 최적화는 기존의 Gradient-Based Method에 비하면, 미분을 사용한 민감도 해석이 필요없고, 불연속 변수의 처리가 용이하며, 분산분석으로부터 구조의 특성을 파악할 수 있으므로 설계자의 의도를 쉽게 반영할 수 있다. 또한 평균치 분석으로 구한 각 인자의 수준 별 평균값에 대하여 구간 반분 및 탐색을 시행하기 때문에 전체적인 관점의 최적화가 가능하다.

## 4. 수치예제 및 고찰

### 4.1 보강재를 가진 단순지지 사각평판의 해석

본 논문에서 기술한 유한요소 좌굴해석 방법의 신뢰성을 평가하기 위하여 Fig. 3과 같이 단순지지 경계조건을 가진 등방성 보강 사각판이 횡방향 균일분포 압축하중을 받는 경우를 가상하여, 유한요소해석으로 구한 결과와 Ritz의 방법으로 구한 이론 해를 비교 검토하였다. 사용된 보강재 및 판의 재료 특성은 다음과 같다.

$$E = 2.0 \times 10^5 \text{N/mm}^2, \nu = 0.3$$

Table 5는 해석결과와 이론 해를 비교한 것인데,  $\alpha$ 가 1인 경우에는 비교적 오차가 크나, 2인 경우는 잘 일치함을 알 수 있다. 이것은 본 예제의 이론 해가  $\alpha \geq 2$ 에서 정확한 해를 얻을 수 있기 때문

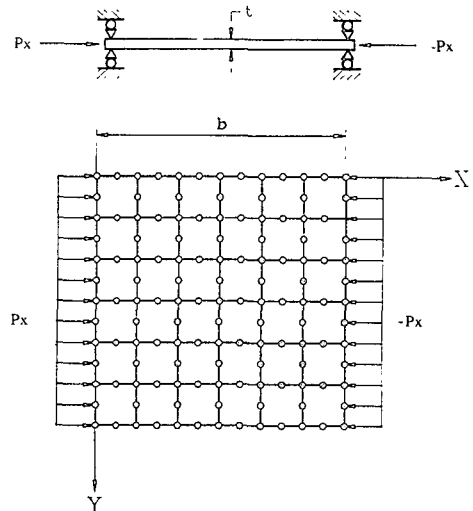


Fig. 3 Finite element model of rectangular plate with one longitudinal stiffener



**Table 5** Non-dimensional buckling parameters for simply supported rectangular plate with stiffener

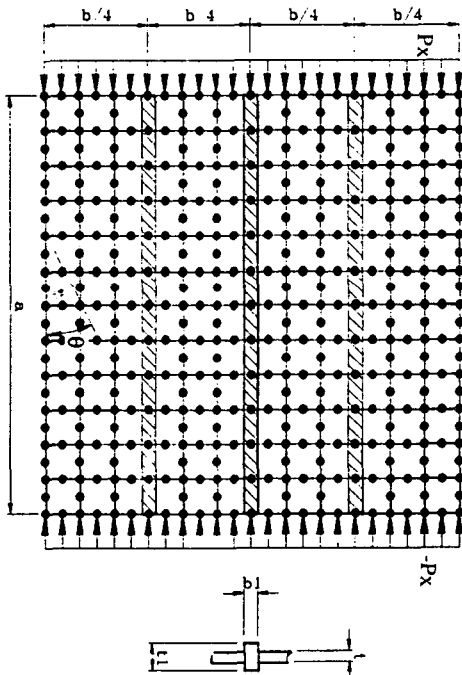
$\alpha=(a/b)$	Non-dimensional buckling parameters $\left[ \lambda = \frac{(1+\alpha^2)^2 + (1-\nu^2)\beta\gamma^3}{\alpha^2(1+2\beta\gamma)} \right]$		
	Theory <sup>(15)</sup>	Present	Error(%)
1	5.46	5.27	3.5
2	5.89	5.96	1.2

\*  $\alpha=(a/b)$ ,  $\beta=(b_1/b)$ ,  $\gamma=(t_1/t)$

으로<sup>(15)</sup> 추정된다.

**4.2 보강된 복합재 사각평판의 좌굴강도 설계**

일반적으로 복합재 구조물의 설계에는 적층방법, 보강재의 크기, 형상, 위치 등과 관련하여 많은 설계 변수를 고려해야 하며, 체계적인 설계 방법 없이는 최적의 구조를 도출하기 어렵다. 복합재 구조물의 좌굴강도 설계에 직교배열 이송 실험계획법이 유용하게 사용될 수 있음을 보이기 위하여 균일 압



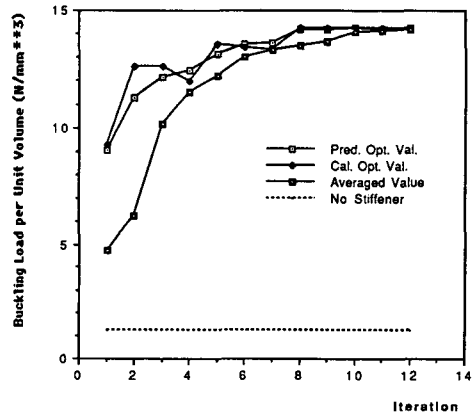
**Fig. 4** Finite element model of rectangular plate with three stiffeners

축 분포하중을 받는 단순지지 경계의 사각평판에 대하여 보강재의 개수, 크기, 형상 및 판의 섬유방향( $\theta$ )을 설계 변수로 하여 두가지 경우의 최적화 문제를 구성하였다. 먼저 경우 I은 다음과 같다.

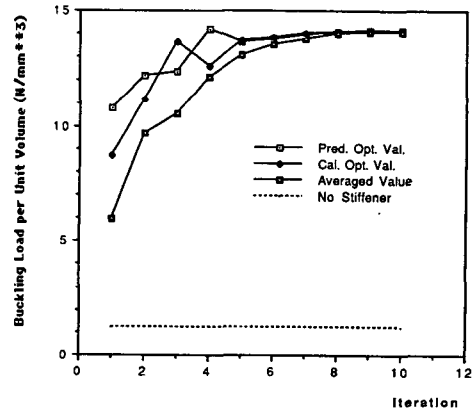
$$\text{Max} \left( \frac{P_{cr}}{\text{Vol}} \right)$$

$$\text{s.t. } 1 \leq t_1 \leq 8, 1 \leq b_1 \leq 8, 0 \leq \theta \leq 90, n=1, 2, 3$$

여기서  $t_1$ ,  $b_1$ ,  $n$ 은 보강재의 높이, 폭, 개수를 나타내며, 설계변수의 제한 범위는 적당한 값으로 하였다. Fig. 4는 보강재가 3개인 경우에 대한 유한요소 모델이다. 평판의 적층순서는  $[\pm\theta]_{2s}$ , 각 단층의 두께는 0.125mm이며 재료는 T300/5208



(a) Case I ( $1 \leq t_1 \leq 8, 1 \leq b_1 \leq 8, 0 \leq \theta \leq 90, n=1, 2, 3$ )



(b) Case II ( $A_1 \geq 0, 1 \leq \frac{t_1}{b_1} \leq 5, 0 \leq \theta \leq 90, n=1, 2, 3$ )

**Fig. 5** Iterative optimization of stiffened rectangular plate

(Graphite/Epoxy)로서, 재료의 특성은 다음과 같다.

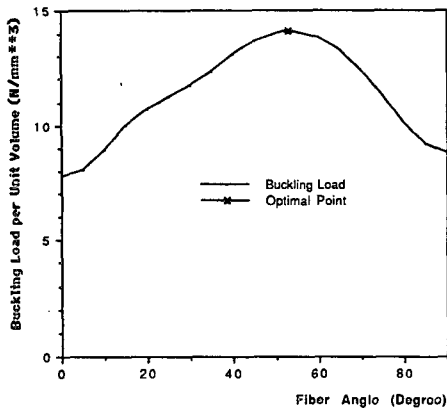
$$E_1=1.81 \times 10^5 \text{N/mm}^2, E_2=1.03 \times 10^4 \text{N/mm}^2$$

$$G_{12}=G_{23}=G_{13}=7.17 \times 10^3 \text{N/mm}^2, \nu_{12}=0.28$$

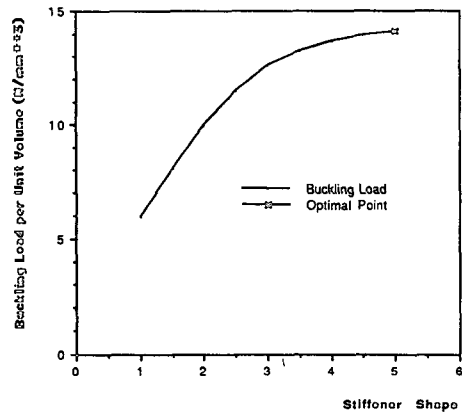
축차적 최적화 과정을 Fig. 5(a)에 나타내었는데, 12회의 축차를 수행한 결과,  $t_1=8$ ,  $b_1=1.4375$ ,  $\theta=57.65625$ ,  $n=3$ 때, 단위 체적당 좌굴하중  $14.2697 \text{N/mm}^3$ 을 얻을 수 있었다. 이때 최종적으로 반분법에 의하여 축소된 설계변수 변화량은  $\Delta t_1=0$ ,  $\Delta b_1=0.109375$ ,  $\Delta \theta=1.40625$ ,  $\Delta n=0$ 이었다. 그런데 이 결과를 보면 보강재의 크기가 좌굴강도에 직접적으로 영향을 주는 인자임을 알 수 있으므로 보강재의 단면적( $A_1$ )과 형상( $t_1/b_1$ )을 설계 변수로 택하는 것이 좋다. 따라서 경우 II의 최적화 문제

는 경우 I의 보강재 치수조건 대신에 면적 및 형상 조건  $A_1 \geq 0$ ,  $1 \leq \frac{t_1}{b_1} \leq 5$ 를 사용하였다. 이 경우, 10회의 최적화 축차를 수행하여  $A_1=41.25$ ,  $\left(\frac{t_1}{b_1}\right)=5$ ,  $\theta=53.4735$ ,  $n=3$ 때 최적값  $14.1156 \text{N/mm}^3$ 을 얻을 수 있었다.

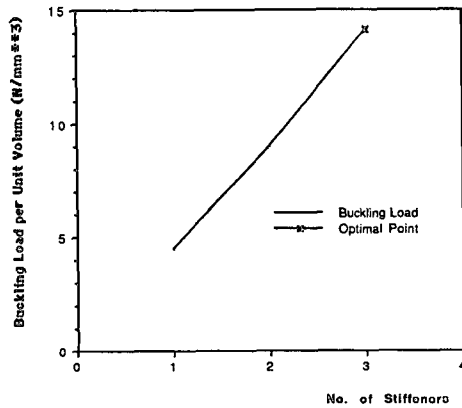
이때 설계 변수의 변화량은  $\Delta A_1=1.875$ ,  $\Delta \left(\frac{t_1}{b_1}\right)=0$ ,  $\Delta \theta=1.40625$ ,  $\Delta n=0$ 이며, Fig. 5(b)은 축차적 최적화 과정을, Fig. 6은 최적해에서 섬유의 방향이나 보강재의 수, 형상 및 크기를 변화시켰을 때의 좌굴강도의 변화와 위에서 구한 최적값을 나타낸 것인데, 본 방법의 타당성을 평가할 수 있다. Fig. 5(b)에서 축차 수가 증가할수록 최적값의 예측치, 계산치 및 전체 수치 실험에 대한 평균치로서 접근함을 알 수 있다. 위의 두 경우에 대하여 가산성(식43)을 점검한 결과, 모두 만족하였으나



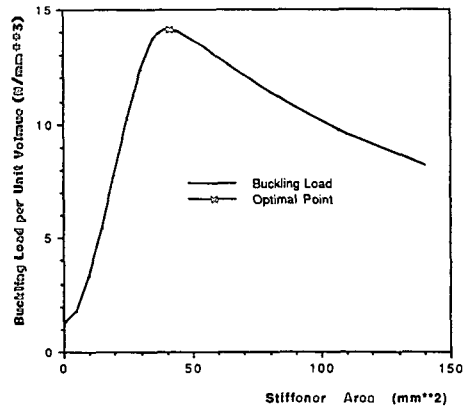
(a) Buckling strength v.s. fiber angle



(c) Buckling strength v.s. stiffener shape



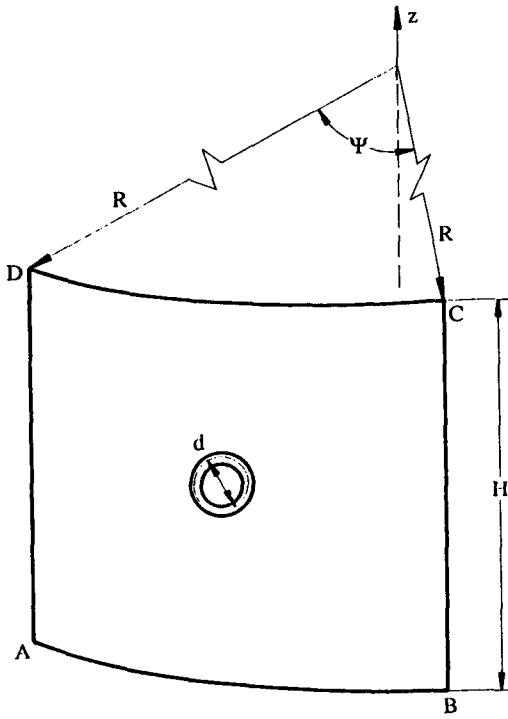
(b) Buckling strength v.s. No. of stiffeners



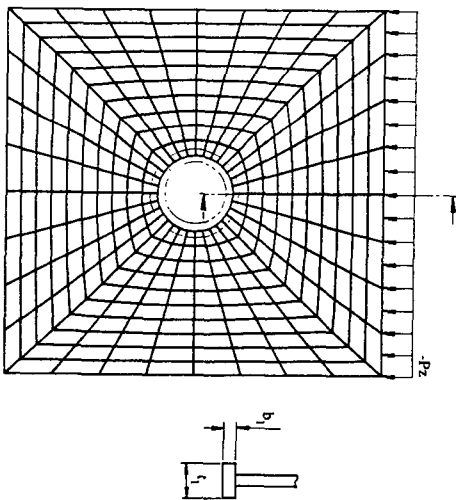
(d) Buckling strength v.s. stiffener area

Fig. 6 Variation of buckling strength for the stiffened plate(Case II)

특히 경우 II가 가산성, 수렴성 등 모든 면에서 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 경우 I, II에서 최적값의 차이는 보강재의 형상이  $\left(\frac{t_1}{b_1}\right)_I = 5.5652$ ,  $\left(\frac{t_1}{b_1}\right)_II = 5$ 으로 상이한 것에서 기인한다.



(a) Geometry



(b) F.E. model

Fig. 7 Finite element model of stiffened cylindrical panel with cut-out

### 4.3 보강된 Cut-out을 가진 원통형 판넬의 좌굴 강도 설계

앞에서 검토한 예제에 비하여 좀 더 일반적인 경우에도 본 연구의 방법이 적용될 수 있는지를 알기 위하여 원형 Cut-out이 존재하는 원통형 판넬의 보강재 설계에 적용시켜 보았다. 설계 변수로는 섬유 방향( $\theta$ ), 보강재의 치수( $t_1$ ,  $b_1$ )을 택하였으며, 판넬의 적층 순서는  $[0/\pm\theta/90]_n$ 이다. 재료는 T300/5208(Graphite/Epoxy)으로 앞결과 동일하다. Fig. 7은 본 예제의 기하학적 형상과 유한요소 모델을 나타낸 것인데, 반경  $R=300\text{mm}$ , 원호각  $\theta=57.29578\text{ deg}$ , 구멍의 지름  $d=60\text{mm}$ 이며, 경계 AD, BC는 단순지지, AB는 고정지지, CD는 수직방향 변위를 제외한 고정지지이며, 경계 CD에는 균일 분포된 압축하중이 작용한다. 단위 체적당 좌굴하중을 목적함수로 하여  $t_1 \geq 1$ ,  $b_1 \geq 1$ 의 설계 변수 제한조건을 부여하여 최적화를 수행하였다. Fig. 8은 축차적 최적화 과정을 나타낸 것이며, 최적해의 타당성을 평가하기 위하여 Fig. 9에서 섬유의 방향 및 보강재의 치수 변화에 대한 좌굴강도를 도시하였다. 7회의 축차를 수행한 후에  $t_1=6$ ,  $b_1=2$ ,  $\theta=60.46875$ 에서 최적값  $0.3380\text{N/mm}^3$ 을 얻을 수 있었다. 최종적으로 축소된 설계 변수의 변화량은  $\Delta t_1=0.5$ ,  $\Delta b_1=0.25$ ,  $\Delta \theta=1.40625$ 이었다. 본 예제에서도 전 축차구간 동안 모델의 가산성이 유지되었으며, ANOM 및 ANOVA 해석을 통하여 각 축차 단계에서 설계 변수들의 상대적 중요도와 설계 변수의 변화에 대한 목적함수의 변화량을 추정하는 것이 가능하였다.

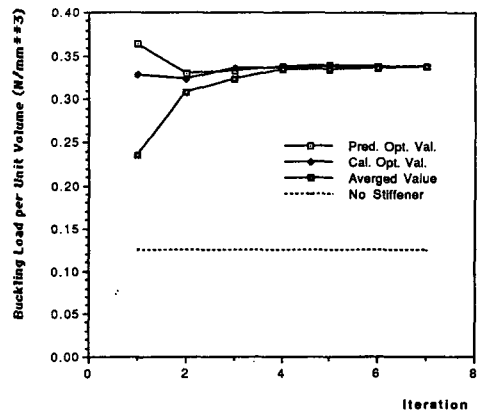
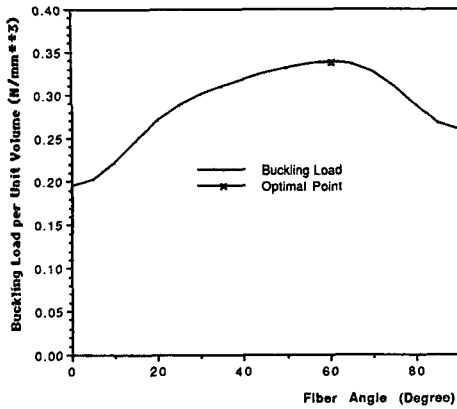
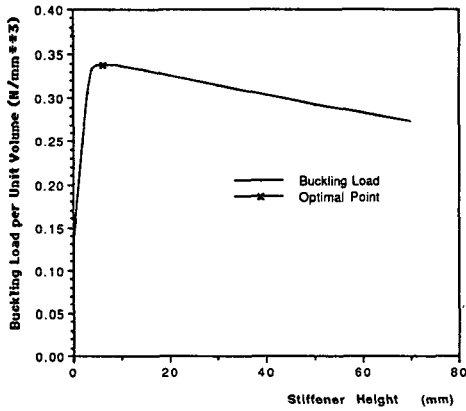


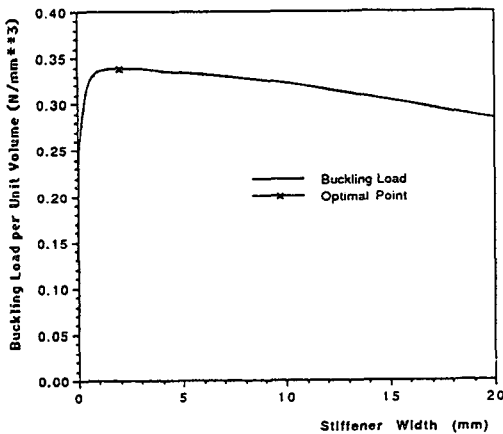
Fig. 8 Iterative optimization of stiffened cylindrical panel with cut-out



(a) Buckling strength v.s. fiber angle



(b) Buckling strength v.s. stiffener height



(c) Buckling strength v.s. stiffener width

Fig. 9 Variation of buckling strength for the stiffened cylindrical panel with cut-out

## 5. 결 론

보강재가 있는 복합재 셸 구조의 좌굴강도 최적화에 관한 연구로서 직교배열 이용 실험계획법과 구간 반분 및 탐색에 의한 축차적 최적화 방법을 적용시켜 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 직교배열이용 축차적 최적화 방법은,

(1) 보강된 복합재 셸구조의 좌굴강도 설계에 효과적으로 사용될 수 있었으며, 모델의 가산성 및 최적해의 타당성이 잘 만족되었다.

(2) 불연속 변수의 처리가 용이하며, 미분에 의한 민감도 해석이 불필요하기 때문에 별도의 최적화 프로그램이 없이도 최적화가 가능하다.

(3) 최적화 과정에서 구조의 특성에 대한 이해가 증대되며, 설계자의 의도를 용이하게 반영시킬 수 있다.

(4) 각 수준의 평균치에 의한 최적화를 수행하기 때문에 설계 변수의 변화에 덜 민감한 설계를 얻을 수 있다.

## 후 기

본 연구는 과학기술처에서 시행한 첨단요소 기술 개발 연구사업으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Chen, T.L.C. and C.B. Bert, 1976, "Design of Composite-Material Plates for Maximum Uniaxial Compressive Buckling," Proc. Oklahoma Academy of Science, Vol 56, pp. 104~107
- (2) Nshanian, Y.S. and Pappas, M., 1983, "Optimal Laminated Composite Shells for Buckling and Vibration," AIAA Journal, Vol. 21, No.3, pp. 430~437
- (3) Shin, Y.S., Haftka, R.T., Watson, L.T. and Plant, R.H., 1989, "Design of Laminate Plates for Maximum Buckling Load," Journal of Composite Materials, Vol.23, pp. 348~369.
- (4) Adali, S. and Duffy, K.J., 1990, "Design of Antisymmetric Hybrid Laminates for Maximum Buckling Load : I. Optimal Fiber Orientation,"

- Composite Structures, Vol. 14, pp. 49~60.
- (5) Bushnell, D., 1986, "PANDA2-Program for Minimum Weight Design of Stiffened Composite Locally Buckled Panels," Lockheed Palo Alto Research Laboratory, Palo Alto, CA, LMSC-D06775
- (6) Taguchi, G, 1987, "System of Experimental Design," UNIPUB/Kraus International Publications
- (7) Zienkiewicz, 1977, "The Finite Element Method," McGraw-Hill, 3rd Ed.
- (8) Jones, R.M, 1975, "Mechanics of Composite Materials," McGraw-Hill
- (9) Weaver, J.W. and Johnston, P.R., 1984, "Finite Elements for Structural Analysis," Prentice-Hall
- (10) Cook, R.D, Malkeus, D.S. and Plesha, M.E., 1989, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis," John Wiley & Sons
- (11) Bathe, K.J., 1982, "Finite Element Procedures in Engineering," Prentice-Hall
- (12) Phadke, M.S., 1989 "Quality Engineering Using Robust Design." Prentice-Hall
- (13) 박성현, 1982, "현대실험계획법", 민영사
- (14) Reklaitis, G.V., Ravindran, A. and Ragsdell, K.M., 1983, "Engineering Optimization," Wiley and Sons.
- (15) Szilard,R., 1974, "Theory and Analysis of Plates Classical and Numerical Method," Prentice-Hall