

〈論 文〉

경계요소법을 이용한 주철제 주형의 온도해석에 관한 연구

閔壽泓* · 曹穰一** · 金鉦三**

(1991년 7월 20일 접수)

A Study on the Temperature Analysis of Casting Mould by Boundary Element Method

Soo-Hong Min, Eui-Il Cho and Ok-Sam Kim

Key Words : Boundary Element Method(경계요소법), Metal Mould for Casting(주조금형), Temperature Distribution(온도분포), Heat Conduction Problem of Unsteady State(非定常 열전도 문제), Temperature Gradient(온도구배)

Abstract

It is well-known that the analysis of temperature distribution is substantially important in optimal design of casting mould. The unsteady state temperature gradients generated during the solidification process of ingot and mould have been analyzed by two dimensional heat conduction problem. Distributions of temperatures of the mould are calculated by the boundary element method and compared with experimental results. At early stage of the casting process, the abrupt temperature gradient has been shown in the vicinity of the inner surface of the mould. A coincidence between the analytical and experimental results is found to be fairly good, showing that the proposed analytical method is reliable.

기 호 설 명

a : 전열 파라미터

c : 비열

d_{ij} : 점 i 에서 요소 j 의 연장 수직선 길이

E_I : 지수함수

G_{ij} : 경계의 법선방향 성분

H_{ij} : 경계의 접선방향 성분

n : 외향법선

p : 영역에 대한 열확산 계수

Q : 단위체적당 발열량

q : 경계의 열류속(熱流束)

r : 점 i 에서의 거리

SG : 적분경로의 회전방향

T : 온도

t : 시간

V_{ij} : 기지의 온도 또는 열류속의 절점

a : 길이에 대한 열확산 계수

Γ : 경계의 구분

δ : 델타함수

Δt : 미소시간

η : 가우스적분의 가중함수

λ : 열전도도

ρ : 밀도

Ω : 내부영역

ω : 가중함수

θ : 점 i 에서 적분경로의 각도

1. 서 론

*정회원, 인하대학교 기계공학과

**정회원, 여수수산대학교 기계공학과

주조공정을 하는 현장에서는 주물의 응고나 냉각

후 주조제품의 상태를 보고 그 작업과정의 적부성을 판단하거나, 경험에 의한 정성적인 평가가 이루어지는 경우가 대부분이므로 미리 공정중의 온도분포나 응력상태를 이론적으로 추찰하는 것은 매우 효과적인 방법이라고 생각한다.

주철제 주형의 냉각과정에서 발생하는 온도분포를 해석하고자 하는 시도는 컴퓨터가 산업현장에 도입된 후 가능하여 졌기 때문에 현재까지 많은 연구가 이루어 지지는 못하였으나 지금까지 진행된 주요 연구들은 다음과 같다. 過共晶주철의 응고에 관한 해석적 연구를 1975년 M.N.Sinivason⁽¹⁾이 시도 하였고, 주물의 상변화에 따른 응고과정의 비선형 열전달 문제를 해석하여 주물 및 주형의 온도변화를 밝힌 연구결과는 K.J. Bathe와 W.D. Rolph⁽²⁾, G.P.Steven⁽³⁾등이 발표하였으며 R.S.Gupth와 A.Kumar⁽⁴⁾ 및 N.C.Banik⁽⁵⁾등은 다차원 스테판(Stefan) 문제를 위한 해석을 다양한 방법으로 실시하였다. 응용으로서 K.Minami, A.Kanalya등⁽⁶⁾은 알루미늄과 주형의 경계면에서의 열적거동에 관한 온도변화를 유한요소법으로 구하고 주조방법의 최적화에 관하여 서술하였으며 국내에서 金등⁽⁷⁾은 L형 주조금형에 알루미늄을 주조하는 경우에 관하여 유한차분법으로 응고과정을 해석하였고, 洪등⁽⁸⁾은 개량차분법으로 주강품 및 대형 인고트의 응고 해석과 수축예측을 하였다. 또한 閔, 具, 金등은 유한요소법으로 주조금형의 온도해석⁽⁹⁾ 및 주형의 모서리부 형상변화가 열응력분포에 미치는 영향⁽¹⁰⁾을 연구하였다.

본 연구에서는 제철, 제강공정에서 많이 사용하고 있는 C22FR1.4형의 주형을 상사적으로 축소시킨 주철제(GC25) 주형에 순알루미늄(순도99%)의 주물을 용입하여 응고 및 냉각 과정의 주물 및 주철제 주형에 미치는 열의 영향에 관하여 2차원 非定常 열전도 문제를 경계요소법으로 해석하고 실험을 통하여 검증하였다.

2. 경계요소법에 의한 온도해석

주철제 주형 및 주물의 온도해석에 이용되는 경계요소법⁽¹¹⁾은 테일러 전개 차분법이나 유한요소법 등과는 매우 다른 원리를 기초로 하고 있으며 본 연구에서 해석하고자 하는 非定常 온도해석^(12,13)의 문제에 있어서도 분할요소의 형상 및 크기의 제한이 비교적 적다는 이점이 있다.

非定常 열전도 문제의 기초식은 열전도도 λ 가 방향과 온도에 대하여 의존하지 않는다고 한다면

$$\lambda \nabla^2 T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q(x, y, t) = 0 \quad (1)$$

와 같고 여기에서 Q 는 점 (x, y) 에서 시간 t 에 발생하는 단위체적당의 발열량이다. 경계조건으로서

$$\begin{cases} T = \bar{T} \text{ (constant)} & \Gamma_1 \text{ 상} \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \bar{q} \text{ (constant) (내측으로 향하는)} & \Gamma_2 \text{ 상} \\ \text{방향이 +이다)} & \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{및} \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_0) \quad \Gamma_3 \text{ 상} \quad (3)$$

등의 열전달 경계조건이 필요하고 T 는 주어진 기지의 일정온도, q 는 주어진 기지의 일정 열유속, $\partial T / \partial n$ 는 경계에서의 법선방향의 온도구배이며 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$ 이다.

$$\begin{aligned} T &= T_1 \quad t < 0 \text{ in ingot} \\ T &= T_\infty \quad t < 0 \text{ in mould} \end{aligned} \quad (4)$$

Fig. 1의 전영역에 있어서 에너지 보존법칙이 성립한다고 보면 비정상 열전달 방정식은 식(1)에 가중함수 ω 를 곱하고 공간 Ω 뿐만 아니라 시공간 τ 에서도 적분하여

$$\int_0^\tau \int_\Omega (\lambda \nabla^2 T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + Q) \omega d\Omega dt = 0 \quad (5)$$

와 같이 되는데 여기에서 Green정리 및 부분적분 공식인

$$\begin{aligned} \int_\tau \int_\Omega \frac{\partial T}{\partial t} \omega d\Omega dt &= \int_\tau \int_\Omega \frac{\partial T \omega}{\partial t} d\Omega dt \\ &\quad - \int_\tau \int_\Omega T \frac{\partial \omega}{\partial t} d\Omega dt \\ &= \left[\int_\Omega T \omega d\Omega \right]_0^\tau \\ &\quad - \int_\tau \int_\Omega T \frac{\partial \omega}{\partial t} d\Omega dt \end{aligned} \quad (6)$$

을 사용하면 식(5)는

$$\begin{aligned} &\int_\tau \int_\Omega T (\lambda \nabla^2 \omega + \rho c \frac{\partial \omega}{\partial t}) d\Omega dt \\ &+ \int_\tau \int_\Omega (\lambda \omega \frac{\partial T}{\partial n} - \lambda T \frac{\partial \omega}{\partial n}) d\Gamma dt \\ &- \rho c \left[\int_\Omega T \omega d\Omega \right]_0^\tau + \int_\tau \int_\Omega Q \omega d\Omega dt = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식의 제 1항은

$$\lambda \nabla^2 \omega + \rho c \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$\int_{\Omega} T \omega d\Omega \Big|_{t=\tau} = T_i \text{ (점 } x_i, y_i \text{에서의 값)} \quad (9)$$

를 만족하는 Green 함수 T^*

$$T^* = \frac{1}{[4\pi a(\tau-t)]^{d/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4a(\tau-t)}\right) \quad (10)$$

과 같이 표현되며 여기에서 a , r 및 d 는

$$a = \frac{\lambda}{(\rho c)}, \quad r^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2, \quad d = 2 \text{ (2차원)} \quad (11)$$

로 표현된다. 즉 식(7)은

$$T_i + \frac{a}{\lambda} \int_0^\tau \int_r T_i^* d\Gamma dt = \frac{a}{\lambda} \int_0^\tau \int_r q T^* d\Gamma dt + \frac{a}{\lambda} \int_r \int_{\Omega} q T^* d\Omega dt + \int_{\Omega} T T^* d\Omega \Big|_{t=0} \quad (12)$$

로 나타낼 수 있고 이 식은 非定常 열전도 문제에 대한 경계요소법의 기초식이다. 다만 q 와 q^* 은

$$q = \lambda \frac{\partial T}{\partial n}, \quad q^* = \lambda \frac{\partial T^*}{\partial n} \quad (13)$$

과 같다. 여기에서 시간의 적분영역 $0 \sim \tau$ 를 미소 시간간격 $t_1 \sim t_2$ 라 하고 T 및 q 의 시간변화가 T^* 와 q^* 에 비교하여 적고, 시간 $t_1 \sim t_2$ 사이에서 일정하다고 가정하면 식(12)는

$$T_i + \frac{a}{\lambda} \int_r T \int_{t_1}^{t_2} q^* dt d\Gamma = \frac{a}{\lambda} \int_r q \int_{t_1}^{t_2} T^* dt d\Gamma + \int_{\Omega} T T^* d\Omega \Big|_{t=t_1} + \frac{a}{\lambda} \int_{\Omega} Q \int_{t_1}^{t_2} T^* dt d\Omega \quad (14)$$

와 같이 된다. 그러나 이 식을 본 연구의 주철제 주형에 대한 열전도해석에 관하여 적합하도록 수정하면 2차원의 경우에는

$$\int_{t_1}^{t_2} T^* dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{4\pi a(t_2-t)} \exp(-p) dt = \int_{p_1}^{\infty} \frac{1}{4\pi a} \cdot \frac{e^{-p}}{p} dp = \frac{E_i(-a)}{4\pi a} \quad (15)$$

로 나타낼 수 있으며 p 와 a 는

$$p = \frac{r^2}{4a(t_2-t)}, \quad a = \frac{r^2}{4a(t_2-t_1)} \quad (16)$$

과 같고
지수함수

$$E_i(-a) = -\int_a^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -\frac{e^{-a}}{a} \left(1 - \frac{1}{a}\right)$$

$$+ \frac{2!}{a^2} - \frac{3!}{a^3} + \dots = 0.57722 + \log|a| - a + \frac{a^2}{2 \cdot 2!} - \frac{a^3}{3 \cdot 3!} + \dots \quad (17)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} q^* dt = \lambda \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T^*}{\partial n} dt = \lambda \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial r}{\partial n} \cdot \frac{\partial T^*}{\partial r} dt = \frac{\lambda}{2\pi a r} \exp(-a) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (18)$$

등을 이용하여 내부점의 온도를 나타내는 식은

$$T_i - \frac{1}{4\pi\lambda} \int_r q E_i(-a) d\Gamma = -\frac{1}{2\pi} \int_r \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} e^{-a} d\Gamma + \frac{1}{4\pi a \Delta t} \int_{\Omega} T \Big|_{t_1} e^{-a} d\Omega - \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{\Omega} Q E_i(-a) d\Omega \quad (19)$$

로 표현할 수 있고, 이때 a 와 Δt 는

$$a = \frac{r^2}{4a\Delta t}, \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad (20)$$

이다. 이 식에 의하면 시간 t_1 에서 $T|_{t=t_1}$ 이 기지의 값인 경우 Δt 후의 점 i 의 온도 T_i 를 구하는 것이 가능하다. 그러나 경계상의 점에서는 식(19)의 우변 제1항에 $r \Rightarrow 0$ 이고 $T/r \Rightarrow \infty$ 가 되기 때문에 Fig. 1과 마찬가지로 i 점 근방의 적분경로를 우회시켜

$$\int_r \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} e^{-a} d\Gamma = \int_{r-r_\epsilon} \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} e^{-a} d\Gamma$$

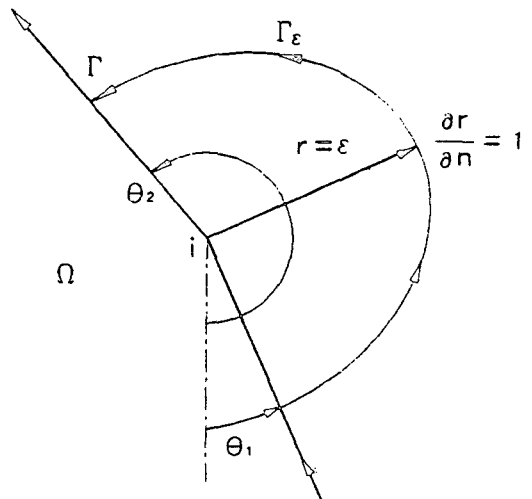


Fig. 1 Singular point i on the boundary surrounded by part of a circular surface

$$+ \int_{r\epsilon} \frac{T}{\epsilon} e^{-a \cdot \epsilon} d\theta \quad (21)$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{r\epsilon} \frac{T}{\epsilon} e^{-a \cdot \epsilon} d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} T d\theta = T_i (\theta_2 - \theta_1) = \pi T_i \quad (22)$$

가 되기 때문에 경계점의 온도를 나타내기 위하여는 아래와 같이

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} T_i - \frac{1}{4\pi\lambda} \int_r q \cdot E_i(-a) d\Gamma \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{r-\pi\epsilon} \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} e^{-a \cdot} d\Gamma \\ &+ \frac{1}{4\pi a \Delta t} \int_{\Omega} T|_{t=t_1} \cdot e^{-a \cdot} d\Omega \\ &- \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{\Omega} Q \cdot E_i(-a) d\Omega \quad (23) \end{aligned}$$

과 같이 나타낼 수 있으며 식(19)와 식(23)은 모델의 내부와 경계상의 온도를 구하는 식이다. 여기서 이산화를 도모하면 정상문제의 경우에는 내부와 경계의 온도를 나타내는 기초식의 적분항을 표면적분 하지만 비정상 문제의 경우에는 초기온도 $T|_{t=t_1}$ 체적적분이 필요하여 [식 (19)와 식(23)의 우변 제 2항 참조], 내부영역 Ω 도 요소로 분할할 필요가 있다. 그러므로 본 연구에서와 같이 일정요소를 이용한 2차원 非定常 열전달 문제의 경우 식(19)를 다음과 같이 이산화 할 수 있다.

$$T_i = \sum_j q_i H_{ij} - \sum_j T_j G_{ij} + \sum_k T_k^B V_{ik} - \sum_k Q_k H_{ik} \quad (24)$$

또한 경계의 온도를 나타내는 기초식인 식(23)은

온도와 열류속의 기지의 값 \bar{T} 와 \bar{q} 로 하고 미지의 값 T 와 q 를 분리하면

$$\begin{aligned} & \frac{T_i}{2} - \sum_1^{N\Gamma_j} h_1 T_1 H_{i1} + \sum_j^{N\Gamma_j} T_j G_{ij} = \sum_j^{N\Gamma_j} \bar{q}_j H_{ij} \\ & - \sum_1^{N\Gamma_j} h_1 T_1 H_{i1} - \sum_j^{N\Gamma_j} \bar{T}_j G_{ij} \\ & + \sum_k T_k^B V_{ik} - \sum_k Q_k H_{ik} \quad (25) \end{aligned}$$

와 같이 된다. 여기에서 $i \neq j$ 인 경우에는

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{r_j} E_i(-a) d\Gamma \\ &= \frac{1}{4\pi\lambda} \sum_{k=1}^4 \omega_k E_i(-a_{ijk}) \cdot \frac{\Delta\Gamma_j}{2} \quad (26) \end{aligned}$$

이고 $i = j$ 인 경우에는

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{1}{4\pi\lambda} \int_{-1}^1 E_i(-\rho\epsilon^2) d\epsilon = \frac{1}{2\pi\lambda} \left[0.5772157 \right. \\ & \left. + \ln p + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-p)^n}{n(2n+1)n!} \right] \quad (27) \end{aligned}$$

과 같이 나타낼 수 있다. 다만 a_{ijk} 는 점 i 의 거리 r_{ijk} 에 대하여

$$a_{ijk} = \frac{r_{ijk}^2}{4a\Delta t}, \quad p = \frac{\Delta\Gamma_j^2}{4a\Delta t} \quad (28)$$

$$E_j(a_{ijk}) = 0.5772157 + \ln|a_{ijk}| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-a_{ijk})^n}{(n \cdot n!)} \quad (29)$$

이다. 또한 G_{ij} 는 $i \neq j$ 인 경우에는

$$G_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{r_j} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} e^{-a \cdot} d\Gamma$$

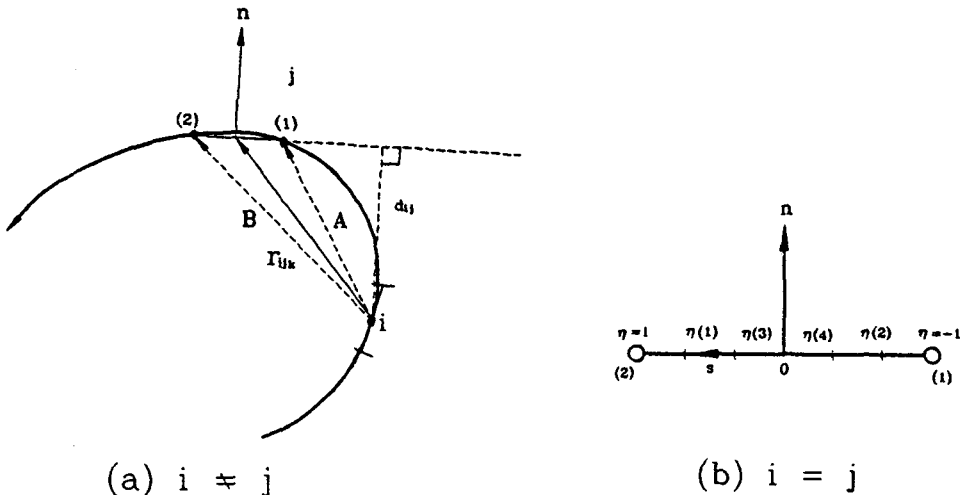


Fig. 2 Method of calculating for G_{ij} and H_{ij}

$$= \frac{1}{2\pi} SG d_{ij} \sum_{k=1}^4 \left(\frac{\omega(k)}{r_{ijk}} \right) \exp(-a_{ijk}) \cdot \frac{\Delta T_i}{2} \quad (30)$$

과 같이 표현할 수 있고 $i=j$ 인 경우에는

$$G_{ij}=0 \quad (31)$$

이다. 여기서 Gauss 적분공식에 있어서 가중치 ω 는 $\omega(1)=0.3478548$, $\omega(2)=\omega(1)$, $\omega(3)=0.6521451$ 및 $\omega(4)=\omega(3)$ 이고 세분계수 $\eta(k)$ 는 $\eta(1)=0.8611363$, $\eta(2)=-\eta(1)$, $\eta(3)=0.3399810$, $\eta(4)=(3)$ 으로서 Fig.2에서와 같이 i 요소 중심까지의 거리를 의미한다. d_{ij} 는 Fig. 2의 점 i 에서 요소 j 또는 j 의 연장선상으로 내리는 수직선의 길이로서

$$d_{ij} = \frac{|ax_i - y_i + y_1 - ax_1|}{\sqrt{1+a^2}}$$

$$a = \begin{cases} (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2) & (x_1 \neq x_2) \\ |x_i - x_1| & (x_1 = x_2) \end{cases} \quad (32)$$

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) 는 요소의 좌표이다. 그리고 SG 는 $\partial r / \partial n$ 의 부호와 달리 외향법선 n 과 r 이 동일 방향이면 positive이고 반대방향이면 negative로서 Fig. 2의 점 i 에서 요소 j 의 (1)과 (2)점으로의 벡터의 곱 $A \times B$ 방향의 正, 負와 같다. 즉 A 에서 B 로 오른나사 진행 방향으로 회전하는 방향이 요소

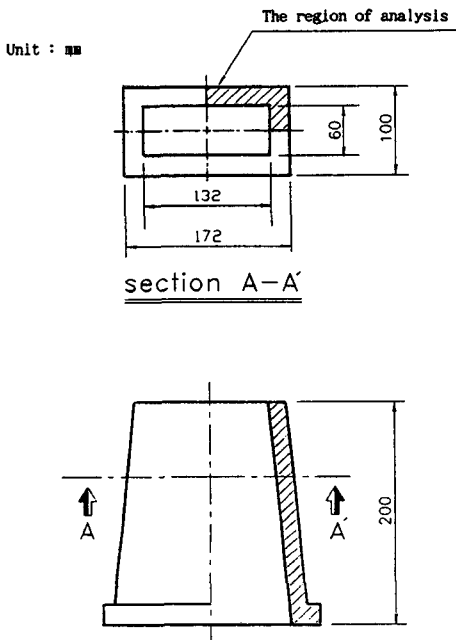


Fig. 3 Shape and dimensions of the casting mould

j 의 방향과 일치하면 positive이지만 본 연구의 경우는 반대로 진행되고 있어 negative로 설정하였다. 또한 SG 와 V_{ik} 는

$$SG = -\{(x_1 - x_i)(y_2 - y_i) - (x_2 - x_i)(y_1 - y_i)\} \quad (33)$$

$$V_{ik} = \frac{1}{4\pi a \Delta t} \int_{\Omega} e^{-a} d\Omega \quad (34)$$

를 의미한다.

3. 해석과정 및 실험

3.1 해석과정

모델의 온도해석은 非定常 열전도 문제에 대한 경계요소식에 식(2)와 (3)의 경계조건식과 식(4)의 초기온도식을 이용하여 주형의 내부점 온도를 계산하는 식(19)과 경계점 온도를 계산하는 식(23)를 explicit법에 의하여 순차적으로 해석 하였다. 주형의 크기는 X축으로 내측길이가 132mm, 외측길이가 172mm이고, Y축으로는 내측이 60mm, 외측이 100mm이며 두께는 공히 20mm이며 형상은 Fig. 3과 같다. 경계요소법의 해석을 위한 요소분할은 중앙횡단면에 대하여 형상 및 경계조건이 대칭이므로 모델의 우측상단 1/4단면부만을 하였으며 온도변화가 큰 주물과 주형의 경계면을 세밀하게 분할하였다. 온도해석에 사용된 주물의 내부절점 및 요소수는 Fig. 4와 같이 각각 21개와 23개로 하여 형상자료의 입력은 문답식으로 하였다.

주형 각부의 열전달 경계조건은 주물과 주형의 경계면과 주형과 대기가 접하는 부분이 상이하므로 서로 다른 경계조건으로 취하여 주형과 주물의 계면에서의 열전달계수는 $h_1=0.03\text{cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ 이

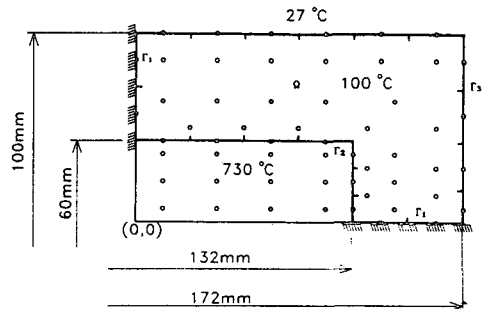


Fig. 4 Mesh and boundary conditions used for temperature analysis in the ingot and mould

며 주형과 대기가 접하는 면의 열전달계수는 $h_m = 0.005 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot ^\circ\text{C}$ 로 참고문헌 9)와 10)을 이용하였다.

앞에서 언급한 경계요소법의 계산을 위하여 초기 상태에서 시간증분 Δt 를 주었으며 전단계와의 온도차이가 항상 존재하는 범위내에서 수렴되도록 하여

$$\max\{|T\}_{t+\Delta t} - \{T\}_t| < T_{min} \quad (35)$$

이면 시간증분을 2배로 하여 다시 계산하였다. 또한

$$\max\{|T\}_{t+\Delta t} - \{T\}_t| > T_{max} \quad (36)$$

이면 시간증분을 1/2로 하여 다시 계산하였으며 이 조작에 의하여 항상

$$T_{min} < \max\{|T\}_{t+\Delta t} - \{T\}_t| < T_{max} \quad (37)$$

을 만족시키고 있다. 여기에서 $\max\{|T\}_{t+\Delta t} - \{T\}_t|$ 는 각 절점의 전단계에서의 온도차이 가운

데 최대치이며 T_{min} 과 T_{max} 는 미리 설정된 값이다. 여기에서 T_{min} 과 T_{max} 는

$$\begin{aligned} \text{알루미늄(순도99\%)} : T_{min} &= 4^\circ\text{C}, T_{max} = 20^\circ\text{C} \\ \text{주철형 주형(GC25)} : T_{min} &= 2^\circ\text{C}, T_{max} = 40^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (38)$$

이다. 그리고 초기온도는 용융 알루미늄에 유동성을 부여하기 위하여 730°C 로 주입하였고 주형의 예열온도는 100°C 로 하였다. 또한 알루미늄의 잠열 및 응고온도는 $1=394 \text{ cal/kg}$ 과 $T_f=660^\circ\text{C}$ 이고 주물과 주형의 밀도, 비열 및 열전도도 등은 Fig.5와 6에 나타내었다. 해석과 실험의 냉각완료 시간은 1200초까지 하였으며 시간증분은 60초 까지는 1초 간격으로, 600초까지는 10초간격으로, 그 이후에는 50초간격으로 계산하였으며 계산과정은 Fig. 7과 같다.

3.2 실험

주형의 온도분포를 측정하기위한 시험편의 치수

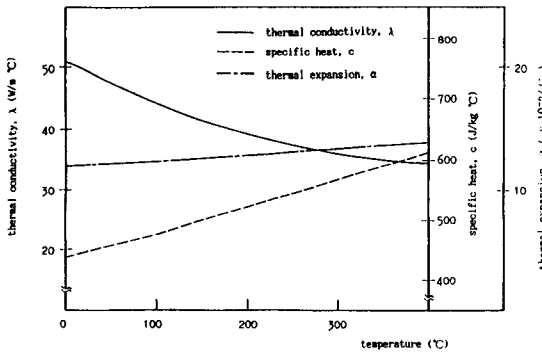


Fig. 5 Variation of material properties according to temperature in ingot. (Al, purity 99%)

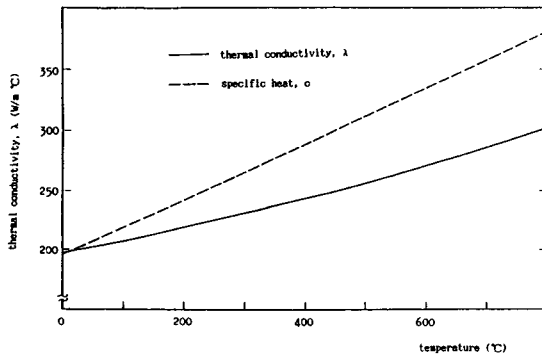


Fig. 6 Variation of material properties according to temperature in mould. (GC25)

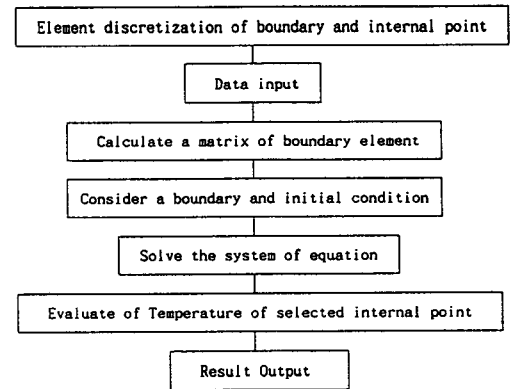


Fig. 7 Flow chart for temperature calculation by boundary element method

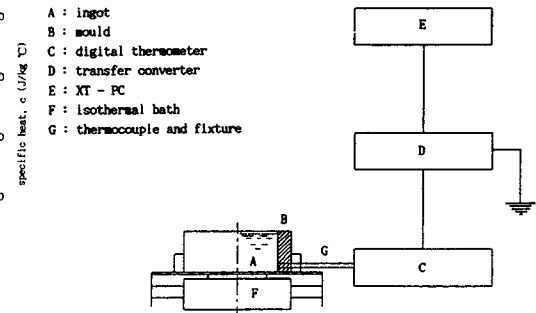


Fig. 8 Schematic diagram of experimental apparatus

및 형상을 Fig. 3에 나타냈고, 실험장치의 개요도는 Fig. 8과 같다. Fig. 8의 C는 digital thermometer이며 D는 transfer convertor이고 온도센서는 크로멜-알루미늄을 주성분으로 하는 K-type의 0.4급 열전대를 사용하여 온도허용 오차는 $\pm 1.5^{\circ}\text{C}$ 또는 측정온도의 $\pm 0.4\%$ 정도이다. K-type 열전대에 최근 문제가 되고 있는 단범위 규칙화 오차(short range ordering error)는 사용초기에 plus 방향의 drift가 관측되는 현상인데 본연구의 경우는 주형의 최고 측정온도가 400°C 이하여서 사용온도의 약 $\pm 0.15\%$ 의 오차를 발생시킬 것으로 사료되지만 0.4급의 허용오차 이내이기 때문에 무시하였다. 알루미늄을 용해시키는 전기로는 수평개방로이며 최대발열량은 4.3Kw이며 자동온도 조절기에 의하여 노내온도를 $750 \pm 5^{\circ}\text{C}$ 로 유지하였다.

주철제 주형의 온도 측정장치는, 열전대를 welding condensor와 1500°C 까지 견디는 알루미늄나 파우더에 의해서 접합시키고 multicorder와 연결하여 data가 입력되도록 구성하였다. 또한 열전대의 끝면을 주형에 일치시키기 위하여 접착면을 편평하게 가공하였다. 주형의 온도측정을 정확하게 하기 위하여 주형의 장변측과 단변측 및 모서리부에서 주형과 주물의 경계면으로부터 1mm, 9mm 및 18 mm 위치에 C-A thermocouple를 점접합시키고 2-way 애자로 충분한 절연을 유지한 후 고정하였다. 또한 주형의 온도변화를 측정하기 위하여 주물과 주형의 초기온도가 $730 \pm 5^{\circ}\text{C}$ 와 $100 \pm 2^{\circ}\text{C}$ 인지를 확인한 후 래들(ladle)을 이동시켜 주입하였다. 주입순간부터 작동시킨 digital thermometer와 transfer convertor의 전기적 신호는 sample/hold amplifier를 통하여 컴퓨터에 input file로 내장된다. 아울러 주형의 하단부에는 주형의 초기온도를 $100 \pm 2^{\circ}\text{C}$ 로 일정하게 하기 위하여 isothermal bath를 설치하였다.

4. 해석 및 실험결과의 고찰

용융온도는 660°C 정도이지만 주물의 유동성을 부여하기 위하여 730°C 정도의 온도로 가열한 알루미늄(순도 99%)을 주철제(GC25) 주형에 주입한 후 6초가 경과하였을 때 주물과 주형에 나타나는 등온도선을 3차원적으로 형상화 시킨 것이 Fig. 9이다. 주물과 주형의 경계면에서는 비교적 심한 온도구배를 형성하고 있으나 주물과 주형의 중심부에는 아

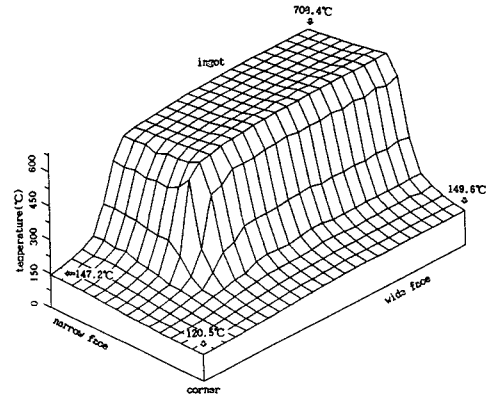


Fig. 9 Temperature distribution of the ingot and mould (6sec. after pouring)

직 열확산이 충분하게 이루어지지 못하여 완만한 온도분포를 보이고 있다. 이것은 주형과 주물의 경계면에 존재하고 있는 국부 열저항의 영향으로 생각되며 시간과 온도에 의존하고 있는 열전달계수의 거동에 관한 완전한 규명이 선행되어야 할 것으로 사료된다. 이때 주형의 온도는 장변과 단변에서 149.6°C 와 147.2°C 를, 모서리부 외측에서는 120.5°C 를 보여 주고 있다.

주물의 주입후 8초가 경과 하였을때 등온도선을 나타낸 Fig. 10은 주물이 698.2°C , 주형의 장변과 단변이 149.8°C 및 148.4°C 그리고 모서리부에서 122.4°C 의 온도를 보여준다. 앞에서 언급한 Fig. 9에 비교하여 주형의 단변과 모서리부에서 온도가 상승하고 주물의 온도는 저하하는 경향이 커서 주물과 주형 모서리 부분에서의 온도차이가 약 587.9°C 에서 575.8°C 정도로 감소하였다. 이렇게

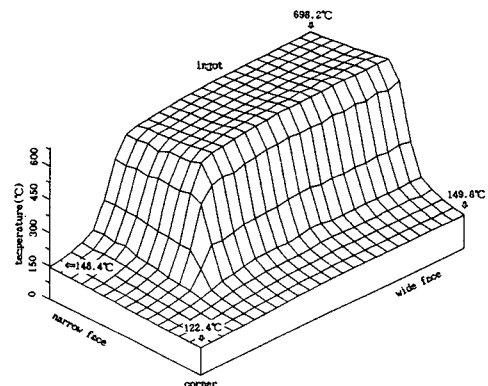


Fig. 10 Temperature distribution of the ingot and mould (8sec. after pouring)

온도구배가 완만하여지는 현상은 주형에 발생하는 열응력을 효과적으로 억제할 수 있는 인자가 될 수 있을 것으로 사료된다.

Fig. 11은 주물의 주입후 10초가 경과하였을 때 주형과 주물의 온도분포를 나타낸 그림으로서 주물이 682.4℃, 주형의 모서리부가 123.8℃ 정도의 온도를 나타낸다. 이상과 같이 냉각초기 단계인 주입후 6~10초 사이에는 1초 경과시 주물의 온도가 6.5℃ 정도가 低下되고, 주형의 장변 및 단변의 단위시간당 온도증가 속도는 0.18℃/sec와 0.48℃/sec, 모서리부는 0.83℃/sec 정도 상승하는 경향을 보여준다.

주물의 주입후 70초가 경과하였을 때 주물과 주형의 온도분포를 나타낸 Fig. 12는 주물의 중심부가 470.2℃, 주형의 장변과 단변이 290.7℃와 270.4℃, 모서리부가 253.2℃를 보여준다. 주물의 주입후 6~10초 경과시의 온도분포와 비교하였을

때 주물의 온도는 감소하고 주형의 온도는 증가하여 온도편차가 현저하게 감소되는 것을 알 수 있다.

Fig. 13은 주물의 주입후 100초가 경과하였을 때 주형과 주물의 온도분포를 도시한 그림으로서 온도변화의 거동은 Fig. 12와 비슷하였으나 주물의 온도는 약 11.9℃ 감소하였고, 주형의 장변과 단변 및 모서리부는 3.9℃, 2.2℃, 3.6℃가 증가하였다.

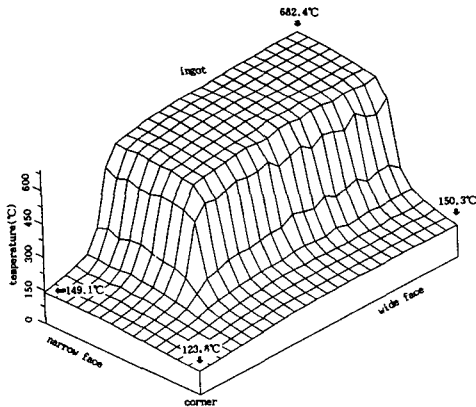


Fig. 11 Temperature distributioun of the ingot and mould(10sec. after pouring)

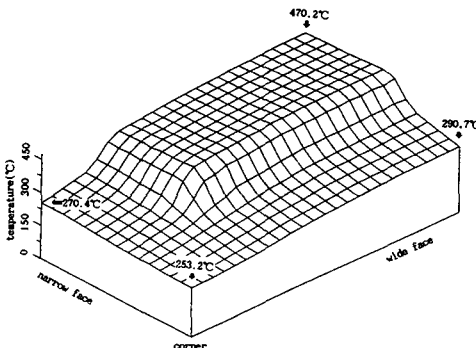


Fig. 12 Temperature distributioun of the ingot and mould(70sec. after pouring)

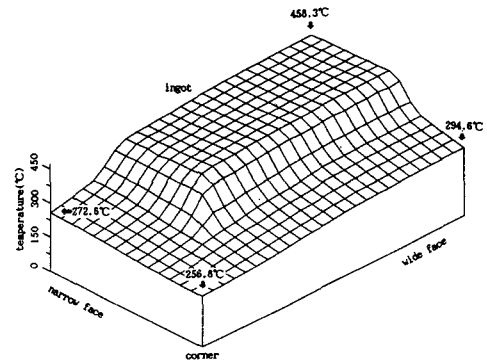


Fig. 13 temperature distributioun of the ingot and mould(100sec. after pouring)

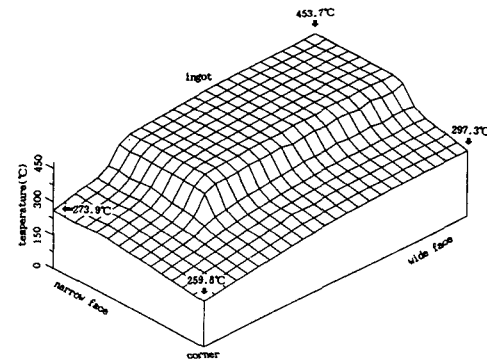


Fig. 14 Temperature distributioun of the ingot and mould(130sec. after pouring)

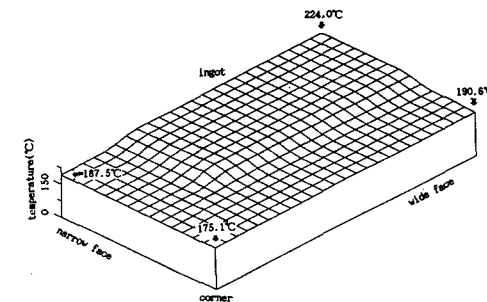


Fig. 15 Temperature distributioun of the ingot and mould(1000sec. after pouring)

알루미늄의 용융체를 주철제 주형에 용입한 후 130초가 지난 후의 주물과 주형의 온도분포를 나타낸 Fig. 14는 주형 장변의 온도가 모서리부의 온도 분포보다 약 37.5°C 정도 높은 것을 보여주며 모서리부의 온도구배(선의 기울기로 표현됨)가 주형의 장변과 단변에 비교하여 큰 것을 알 수 있다. 이것은 모서리부가 주형의 단변에 비하여 열의 전열면적이 넓어 열의 이동이 원활하게 진행되기 때문으로 사료된다.

냉각말기 단계인 주입후 1000초가 경과하였을 때 온도분포를 나타낸 Fig. 15는 주물과 주형이 열적 평형상태에 진입하였음을 알 수 있고 주형의 모서리부 역시 단변과 장변에 비교하여 비슷한 온도분포를 나타내고 있다. 이때 주물의 온도도 224°C이며 주형의 장변과 단변의 온도가 190.6°C와 187.5°C이며 모서리 부가 175.1°C이다.

Fig. 16은 주물의 주입후 1100초가 경과하였을 때 주형과 주물의 온도분포를 나타낸 그림으로서 Fig. 15와 비슷한 양상으로 주물 및 주형의 온도가 감소하고 있다. 그러나 주물과 주형 모서리부의 온도편차는 Fig. 15의 경우 48.9°C이었으나 여기에서

는 37.2°C로 나타나 주형과 주물의 온도차이가 감소하는 추세로 보여주며 거의 열적 평형상태에 도달되어지는 것을 알 수 있다.

냉각완료 시간으로 설정한 주입후 1200초 경과시 주물의 온도는 201.6°C이며 주형의 장변 및 단변은 186.2°C 및 183.2°C 그리고 모서리부는 168.7°C 정도의 온도분포를 나타내는 Fig. 17은 주물과 주형의 경계면에서도 거의 온도변화가 없는 양상을 보여준다.

주물의 응고개시후 10초째 주형의 장변, 단변 및 모서리부에서 주물로부터 각각의 위치에 따른 실험과 해석결과의 온도값을 도시한 Fig. 18은 장변부

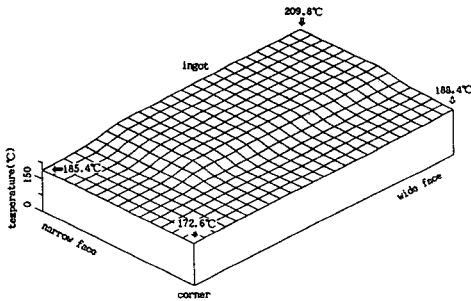


Fig. 16 temperature distribution of the ingot and mould(1100sec. after pouring)

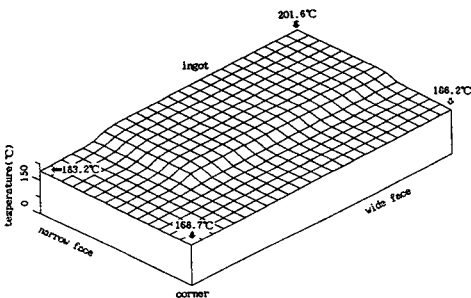


Fig. 17 Temperature distribution of the ingot and mould(1200sec. after pouring)

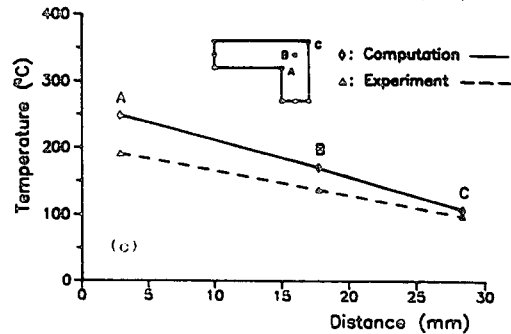
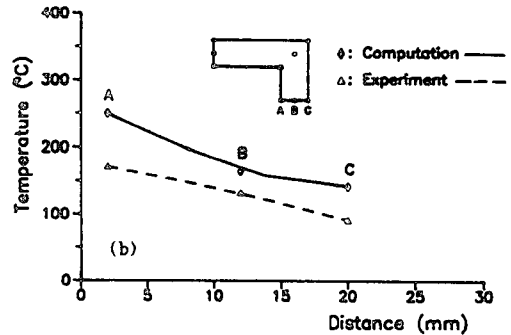
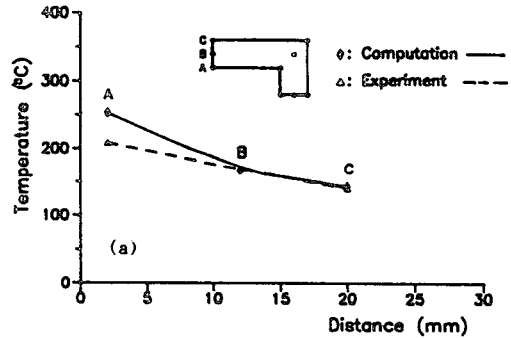


Fig. 18 Comparison of temperature according to distance between experimental and analysis value(10 sec. after pouring)

(a)의 경우 주물과 주형의 경계면으로부터 1mm 떨어진 지점에서 실험이 208°C, 해석이 253°C로 45°C의 편차를 보이고 10mm와 20mm에서는 실험 및 해석의 결과가 일치하고 있다. 단변(b)와 모서리 부(c)의 1mm 위치에서는 장변보다 실험 및 해석의 온도편차가 크게 나타나고 있으며 10mm와 20mm의 경우도 해석의 결과가 큰 값을 보여준다. 주물과 주형의 경계면으로부터 1mm 떨어진 위치에서의 측정값과 해석결과가 일치하지 않은 이유는 실험초기에 온도측정기기인 멀티코더에서 민감도의 부족으로 급격한 온도변화를 감지하지 못하고 떨림

현상을 발생함으로써 해의 안정성에 좋지 못한 영향을 끼쳤고, 주물의 장변에서는 없으나 단변과 모서리부에서 발생하는 주물의 열수축으로 인한 에어 갭의 영향으로 10mm와 20mm의 측정위치에서도 결과의 불일치를 가져왔다고 사료된다.

주형의 장변, 단변 및 모서리부에서 주물로부터 각각의 위치에 따른 실험과 해석결과를 응고개시후 100초가 경과하였을 때의 온도값을 나타낸 Fig. 19는 장변(a)의 경우 ingot으로부터 1mm지점에서는 실험이 345°C, 해석이 360°C로 15°C의 편차를 보이고 10mm지점에서는 실험이 295°C, 해석이 322°C

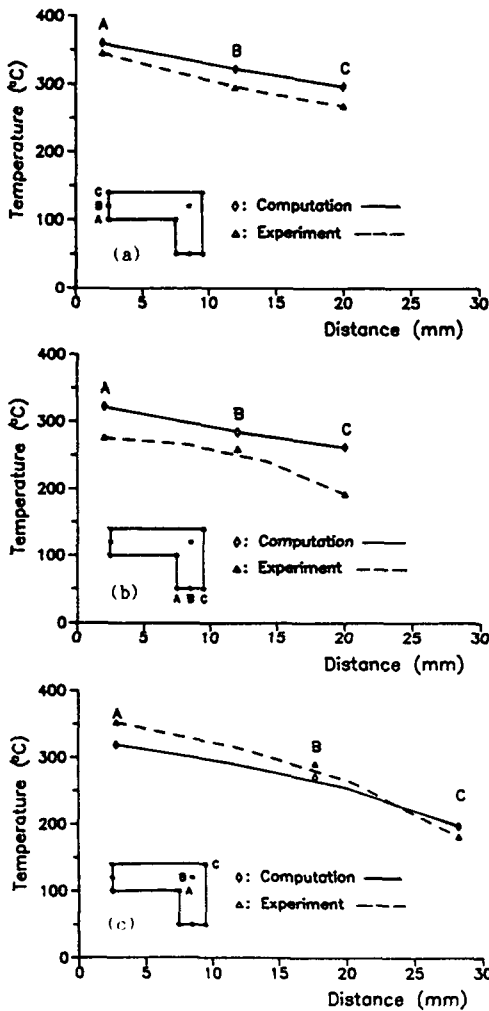


Fig. 19 Comparison of temperature according to distance between experimental and analysis value (100 sec. after pouring)

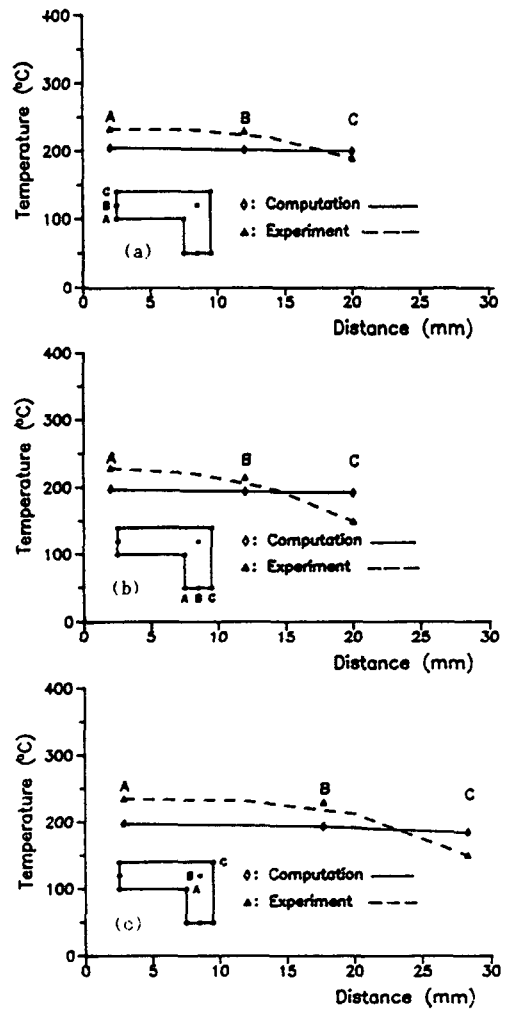


Fig. 20 Comparison of temperature according to distance between experimental and analysis value (1200sec. after pouring)

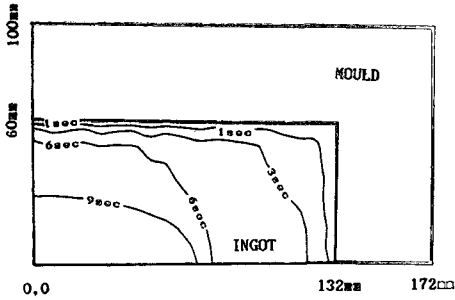


Fig. 21 Change of solidification line(660°C) according to the cooling time

정도이며 20mm지점에서는 해석이 296°C이고 실험이 268°C로 28°C의 차이를 보였다. 그 이유는 주형 외부의 공기와의 자연대류로 인한 열전달계수의 차이로 인한 것이며 온도 편차는 주형의 바깥면이 더 큰 차이를 보였다. 또한 단변부(b)에서는 1mm지점에서는 실험이 276°C, 해석이 321.8°C로 45.8°C 정도의 편차를 나타냈으며, 10mm지점에서는 실험이 259°C, 해석이 284.1°C로 25°C의 차이를 보였으며 주형의 외측면에서는 실험이 192°C, 해석이 261.5°C로 거의 70°C 정도 상이함을 나타냈다.

응고개시후 1200초 때의 주형의 각 위치에 따른 장변, 단변 및 모서리부의 온도변화를 나타낸 Fig. 20은 그림에서 알 수 있는 것과 같이 거의 같은 경향을 보이고 있으며 해석의 경우 위치에 관계없이 약 205°C에서 200°C의 일정한 온도를 보이고 있다. 또한 실험의 경우 235°C정도를 기록하므로 30°C가량의 편차를 나타내고 있는데 모두 실험값이 크다. 이는 주형내부의 잠열과 주형의 초기온도 설정을 위한 thermal bath의 예열로 인한 결과로 사료되며, 단변과 모서리부에서도 전반적으로 같은 양상을 나타내고 있다.

Fig. 21은 주물(순알루미늄)의 응고온도(660°C)의 변화과정을 contour로 표현한 그림이다. 냉각의 초기단계는 주물과 주형의 경계면 부근에서 존재하지만 냉각시간의 경과와 더불어 주물의 중심부 방향으로 이동하는 경향을 보인다.

이와 같이 경계요소법으로 해석한 결과와 실험의 결과가 보편적인 일반성이 결여되지 않는 범위에서 비슷한 경향을 나타내고 있으나, 보다 효과적이고 적절한 여러가지 조건 및 열전현상을 고려하여 해석을 시도하면 기존의 여러 수치해석적 방법보다 해의 안정성과 수렴도가 좋을 것으로 사료된다.

5. 결 론

용융 알루미늄(순도 99%)을 주철제(GC25) 주형에 주입한 후 응고 및 냉각이 이루어지는 주조공정에서 시간의 경과에 따라 주형 각 부의 온도분포를 경계요소법으로 해석하고 결과의 타당성을 검증하기 위하여 주형의 온도분포를 실측하여 비교하였다. 그 결과 주물의 주입후 6~10초 사이에 주물의 온도는 1초당 6.5°C가 저하되었고 주형은 장변 및 단변이 0.18°C/sec과 0.48°C/sec, 모서리부는 0.83°C/sec 정도 상승하였다. 주형에 알루미늄 용융체를 용입한 후 70~130초가 경과한 후에 주물의 온도는 감소하고 주형의 온도는 증가하여 냉각 초기 단계보다 완만한 온도편차를 보여 준다. 주물의 냉각 말기인 1000~1200초 경과시에는 주물이 212.8°C, 주형의 장변과 단변이 188.4°C 및 185.4°C이고 모서리부도 172.1°C 정도로 온도가 저하되었다. 실험과 경계요소법으로 해석한 주철제 주형의 온도거동은 약간의 오차는 발생하지만 온도의 상승과 저하하는 경향이 거의 유사하므로 비교적 타당성이 있다고 할 수 있다.

참고문헌

- (1) Sinivason, M.N., 1975, "Analytical Studies on the Solidification of Hypereutectic Cast Iron in Metallic Molds," AFS Cast Metals Research Journal 96, pp. 91~99.
- (2) Donald Rolph W. and Bathe Klaus-Jurgen, 1982, "An Efficient Algorithm for Analysis of Nonlinear Heat Transfer with Phase Change," International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 18, pp. 119~134.
- (3) Steven, G.P., 1982, "Internally Discontinuous Finite Elements for Moving Interface Problem," International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 18, pp. 569~582.
- (4) Gupth, R.S. and Kumar, A, 1986, "Approximate Analysis Methods for Multi-dimentional Stefan Problems," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 56, pp. 127~138.
- (5) Banik, N.C., 1984, "Constrained Integral Method for Solving Moving boundary Prob-

- lems," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, North-Holland, Vol. 67, pp. 211~222.
- (6) Minami, K., and Kanalya A., 1981, "Relation between Structure of Aluminum Ingot and Heat Transfer Behavior at Mold-Metal Interface," J. of Casting, Vol. 52, No. 1, pp. 347~353.
- (7) 김동환, 강춘식, 1984, "L型鑄造金型에注入한純粹한알루미늄의 I.A.D. 법에 의한凝固分析", 韓國鑄造學會, 第4卷, 第1號, pp.21~31.
- (8) 홍준표, 이영철, 1989, "改良差分法에 의한鑄鋼品 및 대형 잉곳의凝固解析과收縮孔豫測", 韓國鑄造工學會論文集, 제9권, 제1호, pp. 67~72.
- (9) 閔壽泓, 具本權, 金鈺三, 1991, "鑄造金型的溫度分布에 관한 研究", 韓國鑄造工學會 論文集, 第11號, 第1號, pp.79~84.
- (10) 閔壽泓, 具本權, 金鈺三, 1991, "金型 모서리부 形狀이 熱應力 分布에 미치는 影響", 大韓機械學會 論文集, 第15권, 第2號, pp. 567~574.
- (11) 神谷紀生, 1981, "新しい數値解析法-境界要素法(2)", 機械の研究 第33卷, 第12號, pp. 1367~1372.
- (12) 田中正隆, 1982, "連續體力學への境界要素法の應用(1)~(7)", 機械の研究, 第34卷, 第1號, pp. 40~44.
- (13) Brebbia C.A., 1980, "The Boundary Element Method for Engineers," Pentech Press, pp. 31~45.