

(論 文)

## 유연 볼 엔드밀에 의한 가공오차의 Off-line 제어

심충건\* · 양민양\*\*

(1991년 7월 22일 접수)

### Off-line Control of Machining Error in a Flexible Ball End Milling System

Choong-Gun Sim and Min-Yang Yang

**Key Words :** Ball-End Milling(볼 엔드밀링), Cutter Deflections(공구의 처짐), Machining Errors(가공 오차), Machining(절삭), Control(제어), Free-form Surface(자유 곡면), Machining Tolerance(가공 공차)

#### Abstract

Cutter deflections in the ball-end milling process is one of the main causes of the machining errors on a free-form surface. In order to avoid machining errors in this process, a methodology avoiding these machining errors on the free-form surfaces has been developed. In this method, feedrates in the finish cuts are adjusted for the prevention of machining errors. A model for the prediction of machining errors on the free-form surface is analytically derived as a function of feed and normal vector at the surface of contact point by the cutter. This model is applied to the determination of the adjusted feedrates which satisfy the machining tolerance of the surface. In the finish cuts of a simple curved surface, the suggested model is examined by the measurements of the generated machining error on this surface. And also, this surface is machined with the adjusted feedrates for the given machining tolerance. The measured machining errors on this surface are compared with the given tolerance. In this comparisons, it is shown that the predicted errors are fairly good agreement with the test results.

#### 기 호 설 명

$\Delta A_{rea}$  : 미소 절삭날에 걸리는 칩의 단면적  
 $d_a(j)$  :  $a-b-c$  좌표계에서 임의 절삭날의  $j$ 번째 미소 절삭날의 절삭폭  
 $d_e(j)$  : 절삭폭  $d_a(j)$ 에 대한 3차원 절삭에서의 상당값  
 $df^*(i,j)$  : 이전 절삭날에 발생한 처짐으로 인하여, 임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날에 걸리는 칩 두

께의 증가량

$df(i,j)$  : 현재의 절삭날에 발생한 처짐으로 인하여, 임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날에 걸리는 칩 두께의 감소량  
 $df_e^*(i,j)$  : 칩 두께  $df^*(i,j)$ 에 대한 3차원 절삭에서의 상당값  
 $df_e(i,j)$  : 칩 두께  $df(i,j)$ 에 대한 3차원 절삭에서의 상당값  
 $E_n$  : 곡면위의 한점에서 법선 방향으로 생기는 가공오차(machining error)  
 $\Delta F_u, \Delta F_v, \Delta F_w$  :  $u-v-w$  좌표계에서의 각 방향 미

\*한국과학기술원 정밀공학과

\*\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

- 소 절삭력
- $\Delta F_t, \Delta F_r$  : 미소 절삭날에 걸리는 접선 방향과 법선 방향의 미소 절삭력
- $F_u, F_v, F_w$  :  $u-v-w$  좌표계에서의 각 방향 절삭합력
- $F_p$  : 공구의 축방향에 수직으로 걸리는 절삭력 ( $F_p = (F_u^2 + F_v^2 + F_w^2)^{1/2}$ )
- $f_c(i, j)$  :  $a-b-c$  좌표계에서 이송에 의한 임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날에 걸리는 이송량
- $f_e(i, j)$  : 이송량  $f_c(i, j)$ 에 대한 3차원 절삭에서의 상당값
- $fm$  : 단위 절삭날 당 평균 이송량
- $f_r$  : 각 절삭날의 걸리는 기준 이송량 (reference feed)
- $f_{ta}$  : 가공오차의 제어를 위하여 조정된 이송 속도 (adjusted feedrate)
- $K_t(i, j)$  : 임의 공구의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날의 접선 방향 절삭력 방정식에서의 절삭력 상수
- $K_r(i, j)$  : 임의 공구의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날의 법선 방향 절삭력
- $M_t$  : 곡면위의 한점에서 법선 방향으로 주어진 가공 공차 (machining tolerance)
- $R$  : 공구의 반경
- $N$  : 좌표계  $u-v-w$ 에서 가공되는 공작물 표면의 법선 벡터 ( $N = N_u i + N_v j + N_w k, |N| = 1$ )
- $E$  : 좌표계  $u-v-w$ 에서 공구의 이송 방향 단위 벡터 ( $|E| = 1$ )
- $P$  : 좌표계  $u-v-w$ 에서 가공되는 공작물 상의 한점  $P$ 의 단위 위치벡터 ( $|P| = 1$ ) 방정식에서의 절삭력 상수
- $Q$  : 좌표계  $u-v-w$ 에서 임의 위치  $Q$ 점에 있는 미소 절삭날의 위치 벡터 ( $Q = Q_u i + Q_v j + Q_w k, |Q| = R$ )
- $\lambda$  : 곡면 위에 남겨진 정삭 여유량
- $\theta_d(i, j)$  : 가공되는 공작물의 한 지점에서 이송에 의한 이전 절삭날과 현 절삭날간의 위상 차이
- $\theta(j)$  :  $j$ -번째 위치의 미소 절삭날의 위치각 (바닥 끝에서  $j=0$ )
- $\theta(i)$  : 절삭날의 회전 위치중  $i$ -번째 위치각 (절삭날이  $u$ 축에 접할때  $i=0.180$ )

$\theta_r(j)$  :  $j$ -번째 미소 절삭날에서의 비틀림 각

## 1. 서 론

볼 엔드 밀링 작업은 금형 및 항공기 부품의 가공에 널리 쓰이고 있으며 터빈 블레이드와 같은 3차원 자유 곡면체의 공작물 가공에 적합한 공정이다. 최근 CAD/CAM 시스템 및 CNC 동작기계의 발달에 따라 비교적 복잡한 형상의 가공물에 대하여도 공구의 정확한 위치 (cutter location) 정보 산출 및 그것의 정밀 제어가 가능하여 졌으나, 볼 엔드 밀링 작업이 근본적으로 공구와 공작물간의 접촉점에서 이루어지는 점 가공의 형태이고 경험에 의해 절삭조건을 부여하기 때문에 가공의 비효율성이 더욱 높아지고 있다.

이러한 비효율성을 극복하기 위한 노력으로 최적 공정계획의 수립에 관한 연구와 더불어 플랫 엔드 밀을 적용하려는 연구<sup>(1)</sup> 등 점 가공의 비효율성을 가능한 한 줄이려는 것과 적절한 가공 조건의 선정으로부터 곡면 가공에서 발생할 수 있는 과대 또는 과소 절삭을 방지하려는 위한 연구<sup>(2,3)</sup>가 있어 왔다. 특히, 과대 및 과소 절삭의 방지를 위하여 밀링 공정에 대한 절삭력 모델 연구가 많이 있어 왔는데, 크게 한 절삭날에 의해 제거되는 칩의 체적이나 단면적으로부터 절삭력을 구하려는 방법<sup>(4,5,6)</sup>과 미소 절삭날에 대한 3차원 절삭 이론을 적용하여 절삭력을 구하려는 방법<sup>(7,8,9)</sup>으로 구분하여 볼 수 있다.

본 논문에서는 기존의 유연 볼 엔드밀의 절삭력 모델<sup>(9,10)</sup>을 바탕으로 자유 곡면의 정삭 가공에서 발생할 수 있는 과대 또는 과소 절삭을 방지하면서 그 가공의 효율성을 높이기 위한 볼 엔드밀의 이송 속도 결정법을 제시하고자 한다. 먼저, 자유 곡면의 가공에서 발생될 수 있는 공구의 처짐에 따른 가공오차에 대하여 볼 엔드밀 공구의 처짐벡터와 공작물의 공구 접촉점에서의 법선벡터로 표현되는 가공오차 (machining error) 예측 모델식을 유도하였다. 본 가공오차 예측 모델식에서 공작물은 강성체로 가정되었으며 그 처짐은 고려되고 있지 않다. 이 가공오차 예측 모델식은 다시 절삭날당 가지는 이송량의 함수로 전개되어 그 곡면의 주어진 가공 공차 (machining tolerance)를 만족시키는 이송속도를 결정하게 된다.

여기서 제시하는 가공오차 예측 모델은 일정한

두께의 정삭여유를 가진 코사인 커브 형태의 2차원 곡면 가공으로부터 그 유효성을 검증받고 있다. 또한, 본 곡면의 정삭가공을 위한 CL(cutter location) 데이터의 각 블록(block)들에 이 제시된 방법에 의해 결정되는 이송속도를 부여하여 임의의 가공 공차를 갖는 곡면의 가공을 수행하였다. 그 가공면에서 측정된 가공오차를 곡면에 주어진 가공 공차와 더불어 비교하였으며, 그때의 소요 절삭시간을 기존의 방법에 의한 결과와 비교하였다.

## 2. 유연 볼 엔드밀에 의한 가공오차 발생 메카니즘

### 2.1 절삭력 예측

#### (1) 칩 두께의 계산

Fig. 1은 회전 위치  $\theta(i)$ 에 있는 절삭날의  $j$ -번

째 위치에 존재하는 미소 절삭날 OA에 작용하는 미소절삭력을 정의된 좌표축들과 같이 보여 주고 있다. 지난 연구<sup>(10)</sup>에서 처짐이 일어나는 볼 엔드 밀 공구의 칩 두께(underformed chip thickness)는 다음과 같이 기술되었다.

$$tc(i,j) = f_e(i,j) + df_e^*(h,j) - df_e(i,j) \quad (1)$$

$$f_e(i,j) = f_c(i,j) / \sin \gamma(j) \quad (2)$$

$$df_e^*(h,j) = df^*(h,j) / \sin \gamma(j) \quad (3)$$

$$f_c(i,j) = fm \cdot \cos \eta = fm \cdot E \cdot Q(i,j) / R \quad (5)$$

$$h = (\theta(i) + \theta_a(i,j)) / \Delta \theta(i)$$

$$\tan \theta_a(i,j) = fm \cdot \sin(\theta(i) - 90) / (R \cdot \sin \theta(j) - fm \cdot \cos(\theta(i) - 90))$$

여기서,  $tc(i,j)$ 는 임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서 위치각  $\theta(j)$ 에 있는 미소 절삭날에 걸리는 실제

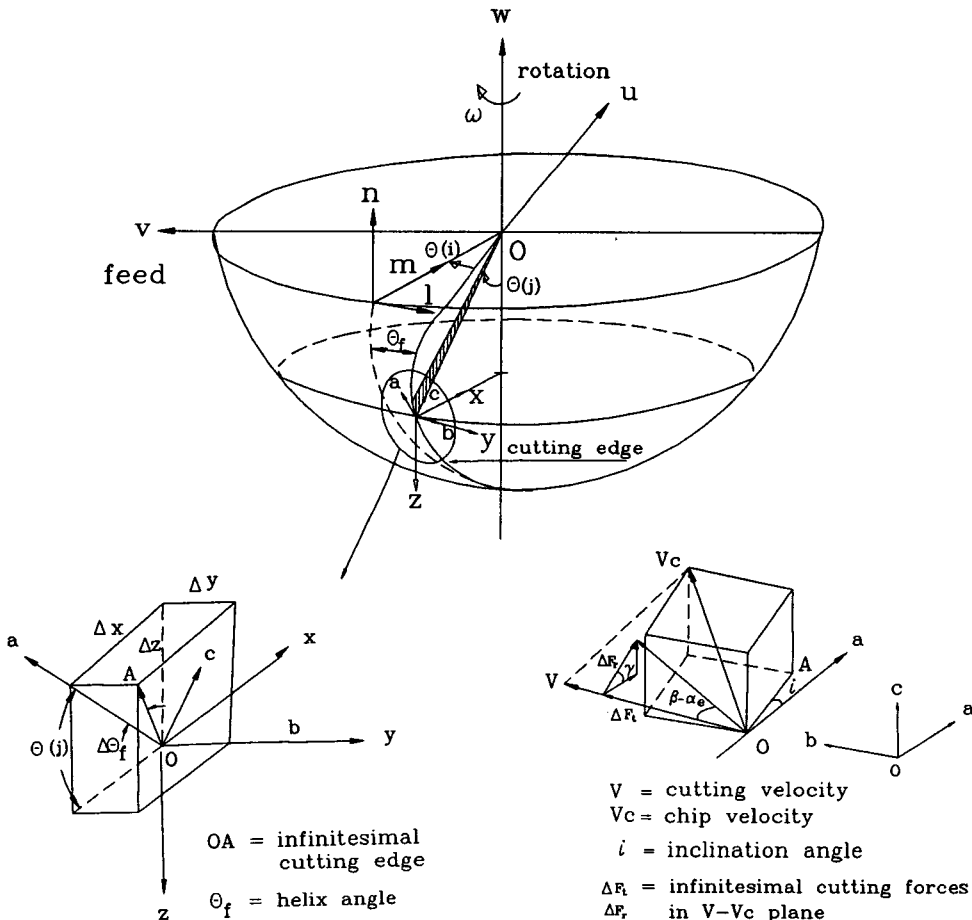


Fig. 1 Cutting forces acting on a small element OA sitting on the ball part of ball-end mill with definitions of a-b-c, x-y-z, l-m-n, and u-v-w coordinates

칩의 두께이며, 식(5)의  $f_c(i,j)$ 는 이송에 의한 이론적인 칩 두께로 Fig. 2에서 보듯이 이송 방향 단위벡터  $\bar{E}$ 와 미소절삭 날의 위치 벡터  $Q(i,j)$ 로 표현된다. 또한,  $df(i,j)$  및  $df^*(h,j)$ 는 각각 현재 절삭날의 처짐 및 이전 절삭날에서의 처짐으로 인한 칩 두께의 변화량을 표시한다.  $\gamma(j)$ 는 절삭날의 기하학적 형태에 따라 결정되는 것으로 Fig. 1에서 보여 주듯이  $j$ -번째 미소 절삭날에 대하여 절삭 속도와 칩 흐름 속도가 이루는 평면과 절삭 속도의 접 평면이 이루는 각이다. 식(2), (3) 및 (4)의  $f_e(i,j)$ ,  $df_e(i,j)$  및  $df_e^*(h,j)$ 는 각 3차원 절삭으로 본 그 상당값에 해당된다.

(2) 절삭력 상수의 산출

절삭에 참여하는 각각의 미소 절삭날에 대하여

접선 방향과 법선 방향의 절삭력을 결정하는 절삭력 상수값  $K_t$  및  $K_r$ 는 식(6) 및 식(7)에서와 같이 절삭 매개 변수들로 정의할 수 있다<sup>(11)</sup>.

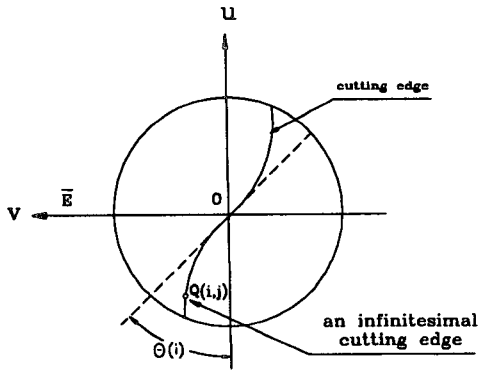
$$\Delta F_t = K_t \Delta A_{rea}$$

$$\Delta F_r = K_r \Delta F_t \tag{6}$$

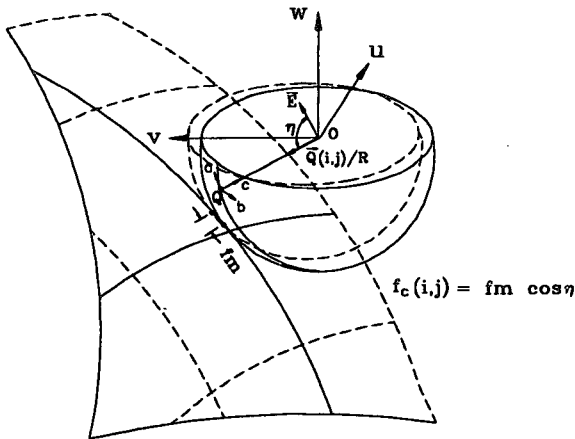
$$K_t = \tau_s \cos(\beta - \alpha) / [\sin \phi \cos(\phi + \beta - \alpha_e)]$$

$$K_r = \tan(\beta - \alpha) \tag{7}$$

지난 연구<sup>(9)</sup>에서 HSS 공구에 의한 SM45C 공작물 가공의 경우, 공작물의 전단각( $\phi$ , 도), 전단응력( $\tau_s$ , Kg/mm<sup>2</sup>) 및 마찰각( $\beta$ , 도)을 절삭 속도( $V$ , m/min), 이송량( $f$ , m/tooth) 및 윗면 경사각( $\alpha$ , 도)의 함수로 표현되는 아래의 실험식을 얻을 수 있었다.



(a) Top view



(b) Perspective view

$\Theta(i)$  = rotation angle

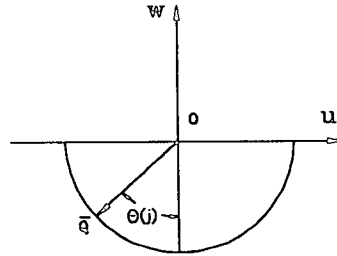
$\Theta(j)$  = positional angle

$f_m$  = feed per tooth

$\bar{E}$  = unit vector of feed direction

$\bar{Q}$  = positional vector of an infinitesimal cutting edge

$f_c(i,j)$  = feed acting on an infinitesimal cutting edge due to  $f_m$



(c) Side view

Fig. 2 Feed at an infinitesimal cutting edge in the machining of free-form surface

$$\begin{aligned}\phi &= 106.7(Vf)^{0.5} + 3.375\alpha + 13.64 \\ r_s &= 1.586(Vf)^{-0.25} + 67.703 \\ \beta &= 48.4(Vf)^{0.125} + 28.586 + \alpha - \phi\end{aligned}\quad (8)$$

만약 볼 엔드밀 공구의 임의 미소 절삭날이 갖는 절삭 속도, 이송속도 및 윗면 경사각의 값을 알게 되면, 실험식(8)과 식(7)로부터 각각의 미소 절삭날에 걸리는 식(6)의 실험적인 상수값  $K_t$  및  $K_r$ 을 각각 산출할 수 있게 된다.

### (3) 순간 절삭력의 계산

임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서  $j$ 번째의 미소 절삭날이 절삭에 참여하고 있다면, 이 미소 절삭날에 걸리는 접선 방향과 법선 방향의 미소 절삭력은 위에서 산출되는 해당 절삭력 상수로부터 식(6)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_t(i,j) \\ \Delta F_r(i,j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ K_r(i,j) \end{bmatrix} [K_t(i,j) d_e(j) tc(i,j)] \quad (9)$$

여기서  $d_e(j)$ 는  $j$ 번째 미소 절삭날에 걸리는 상당 절삭폭으로 Fig. 1을 보면 미소 절삭날 OA에 대하여 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}d_a(j) &= |OA| \cos \Delta\theta_f \\ d_e(j) &= d_a(j) \sin \gamma(j)\end{aligned}\quad (10)$$

Fig. 1에서 보여주고 있는 미소 절삭력을  $u-v-w$  좌표계로 변환하면 미소 절삭날의 위치각  $\theta(j)$ , 절삭날의 회전각  $\theta(i)$  및 비틀림 각  $\theta_r(j)$ 로 다음의 매트릭스 변환 형태로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_u(i,j) \\ \Delta F_v(i,j) \\ \Delta F_w(i,j) \end{bmatrix} = [A][B][C][D] \begin{bmatrix} \Delta F_t(i,j) \\ \Delta F_r(i,j) \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} -\sin \theta(i) & \cos \theta(i) & 0 \\ -\cos \theta(i) & -\sin \theta(i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\sin \theta_r(j) & \cos \theta_r(j) & 0 \\ \cos \theta_r(j) & \sin \theta_r(j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} -\sin \theta(j) & 0 & \cos \theta(j) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta(j) & 0 & -\cos \theta(j) \end{bmatrix}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & \cos \gamma(j) \\ 1 & 0 \\ 0 & \sin \gamma(j) \end{bmatrix}$$

$$[E] = \begin{bmatrix} 1 \\ K_r(i,j) \end{bmatrix}$$

식(9)을 이용하여 식(11)을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_u(i,j) \\ \Delta F_v(i,j) \\ \Delta F_w(i,j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_u(i,j) \\ T_v(i,j) \\ T_w(i,j) \end{bmatrix} tc(i,j) \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{bmatrix} T_u(i,j) \\ T_v(i,j) \\ T_w(i,j) \end{bmatrix} = [A][B][C][D][E] K_t(i,j) d_e(j)$$

따라서, 임의 절삭날의 회전각  $\theta(i)$ 에서의 순간 절삭합력은 절삭에 참여하고 있는 모든 미소 절삭날에 대하여 식(12)의 미소 절삭력을 합하게 되면 아래와 같이 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned}F_u &= \sum_j T_u(i,j) tc(i,j) \\ F_v &= \sum_j T_v(i,j) tc(i,j) \\ F_w &= \sum_j T_w(i,j) tc(i,j)\end{aligned}\quad (13)$$

자유 곡면의 가공에 참여하고 있는 볼 엔드밀의 절삭날에서 어떤 미소 절삭날들이 순간 순간 절삭에 참여하고 있는 지는 다음의 2.2절에서 서술되고 있다.

## 2.2 공구-공작물간의 접촉 부위 산출

가공오차의 발생이 주로 정삭 가공에서 나타나는 만큼 여기서는 일정 두께의 정삭 여유를 남겨둔 가공물로부터 공구-공작물간의 접촉부위를 산출하고, 본 접촉부위 정보로부터 회전 중인 절삭날의 어떤 미소 절삭날들이 매순간 절삭에 참여하는지를 알게 된다.

어떤 곡면을 연속가공하고 있는 공구의 임의 미소 절삭날에서 절삭이 일어나기 위하여는 다음의 세 조건이 함께 만족되어야 한다. 첫째, 가공 위치에

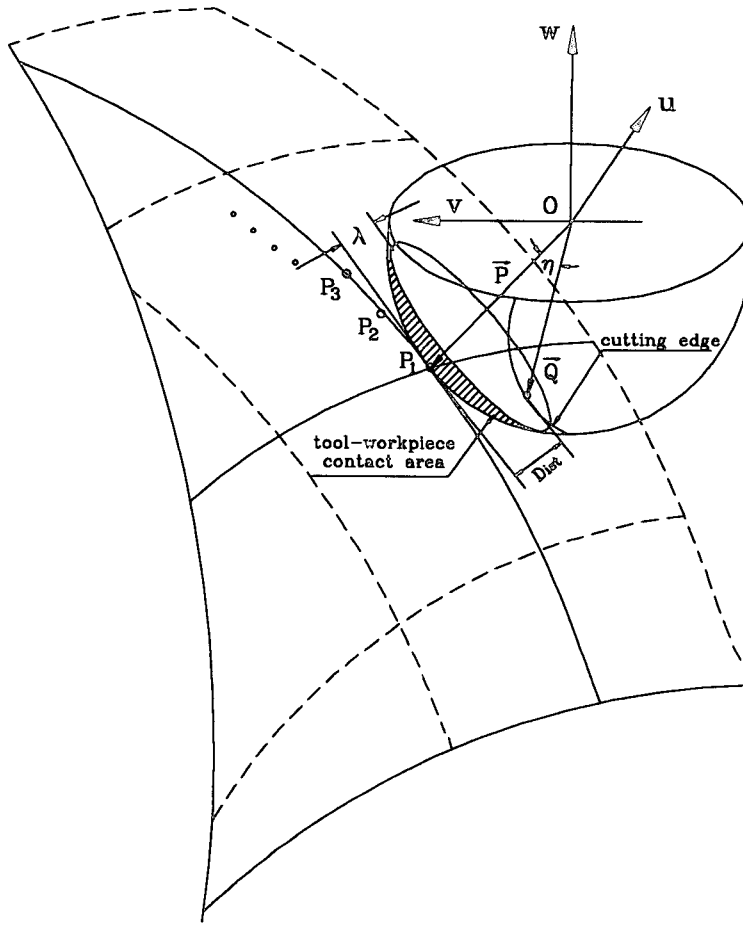


Fig. 3 Tool-workpiece contact area by the offset surface remained for finish cuts in the rough cutting

서 공구의 절삭날이 일정 두께의 정사 여유면 이내에 포함되어야 한다. 둘째, 가공 위치에서 공구의 절삭날이 반경방향 절삭폭에 포함되어야 한다. 셋째, 공구의 절삭날이 이송 방향의 전반부에 있어야 한다. 이는 진행 방향의 후반부에는 이미 공작물이 절삭되어 없어졌기 때문이다. 다음은 위의 조건들에 따른 접촉부위의 판별을 위한 각각의 판별식을 보여주고 있다.

(1) 정사 여유면에 의한 접촉부위

Fig. 3을 보면 공구가 공작물상의 한점  $P_1$ 에서 접촉할 경우 정사 여유면에 대하여  $P_1$  점을 포함한 앞으로 가공될 점  $P_2, P_3, \dots$ 의 단위 위치벡터들  $P$ 와 임의 미소 절삭날의 위치벡터  $Q$ 로부터 그 미소 절삭날의 접촉 여부를 아래와 같이 판별할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_{ist} &= R - |P||Q|\cos \eta \\ &= R - P \cdot Q \\ R - P \cdot Q &\leq \lambda \end{aligned} \tag{14}$$

여기서  $D_{ist}$ 는 임의 미소 절삭날이 곡면에 이르는 최소 거리에 해당한다. 따라서, 식(14)를 만족하는 임의 미소 절삭날은 절삭에 참여할 수 있다.

(2) 절삭폭에 의한 접촉부위

Fig. 4을 보면 공구의 현 가공 위치로부터 가장 근접한 이전 가공 경로 중의 한점  $N$ 과 그때의 이송 방향 단위 벡터  $W$ 를 알면, 점  $N$ 으로부터 현재 공구의 임의 미소 절삭날의 위치 벡터  $A$ 와 더불어 아래와 같이 구면 부위 및 원통 부위의 미소 절삭날들에 대하여 절삭 폭에 의한 접촉 여부를 알 수 있게 된다.

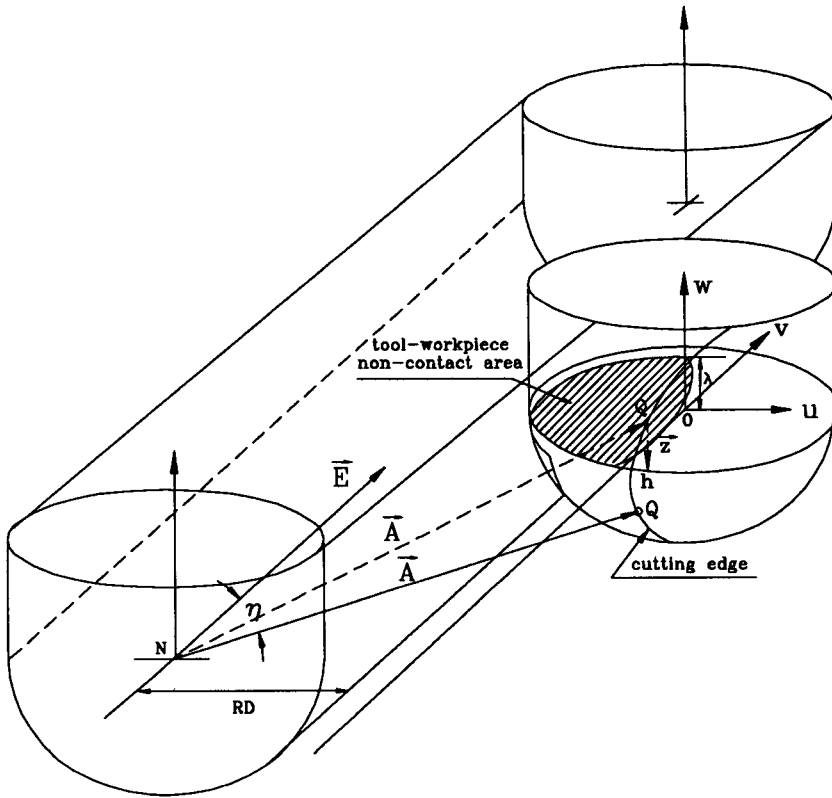


Fig. 4 Tool-workpiece contact area by the radial depth of cut

$$\begin{aligned}
 &|A|\sin \eta \geq RD \\
 &|A \times E| \geq RD && \text{구면 부위} \\
 &|(A+Z) \times E| \geq RD && \text{원통 부위} \quad (15)
 \end{aligned}$$

여기서,  $RD$ 는 반경 방향 절입폭이고  $\eta$ 는 벡터  $A$ 와  $E$ 간의 사이각이다.

따라서, 식 (15)을 만족하는 임의 미소 절삭날은 절삭에 참여할 수 있다.

(3) 이송 방향에 의한 접촉부위

Fig. 5를 보면 현재의 이송 방향 단위벡터  $E$ 와 미소 절삭날의 위치 벡터  $Q$ 로부터 아래의 조건으로 그 미소 절삭날이 진행 방향의 전반부 또는 후반부에 위치하는가를 판별할 수 있다.

$$E \cdot Q \geq 0 \quad (16)$$

따라서, 식 (16)을 만족하는 임의 미소 절삭날은 절삭에 참여할 수 있다.

### 2.3 가공오차 예측모델

공작물의 처짐이 무시될 수 있는 공작물의 가공

에 있어서 그 가공면에 발견되는 가공오차는 일반적으로 공구의 처짐에 기인한다. 곡면 가공에 있어서 공구의 처짐량과 그 처짐형태로 절삭날의 회전 중에 다양하게 변하는데, 특히 가공해야 될 곡면 위의 공구-곡면간의 접촉면에서 일어나는 공구의 처짐은 그 절삭날로 하여금 가공되어야 될 곡면을 어떤 편차(deviation)를 가지고 지나가게 만든다. 그리고, 그 편차는 곧 가공오차로 그 곡면위에 나타나게 된다.

Fig. 6에서와 같이 유연 볼 엔드밀이 자유 곡면 위의 한 점  $P$ 를 가공해야 할 경우, 가공 오차  $E_n$ 는 절삭에 참여하는 미소 절삭날들이 그리는 궤적들과 곡면 위의 한점  $P$ 에서의 접평면이 만드는 편차들 중의 그 최소값으로 정의 할 수 있다. Fig. 6(b)를 보면, 절삭날의 회전위치  $\theta(i)$ 에서 처짐으로 인한 공구의 중심이  $O'$ 에 존재하고 임의 미소 절삭날의 궤적이  $Q'$  점을 지나고 있다면, 이때 이 미소 절삭날이 가지는 편차는 그 궤적의 위치로부터 접평면에 이르는 수직 수직 거리이며 다음과 같

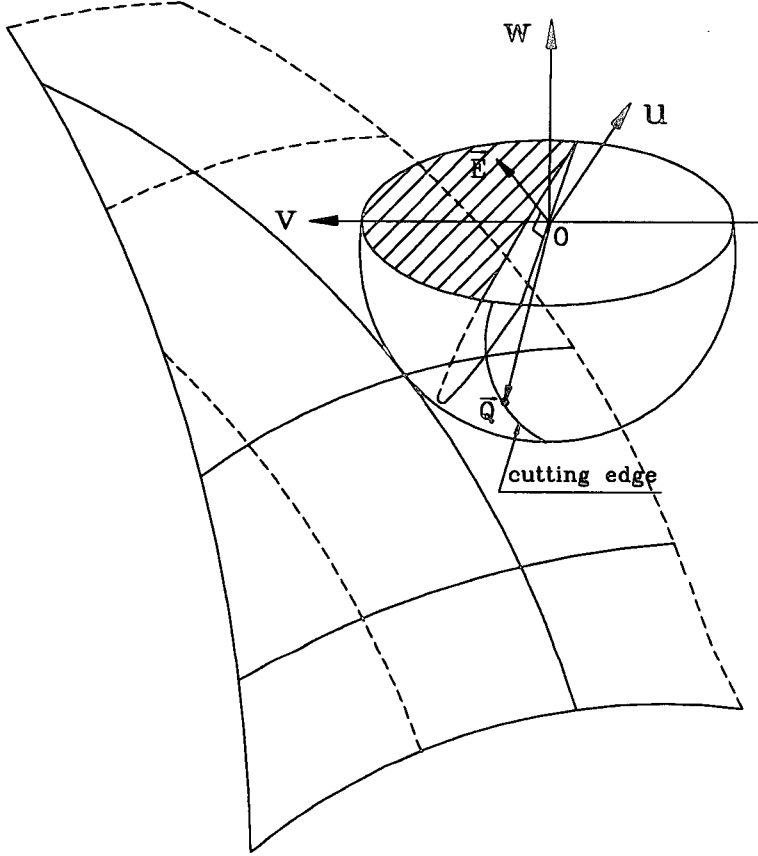


Fig. 5 Tool-workpiece contact area by the direction of feed

이 얻어진다.

$$D_{ist} = R - |N| |Q'| \cos / Q'OP$$

$$= R + N \cdot Q' \tag{17}$$

$$Q' = Q + \delta_t \tag{18}$$

여기서,

$D_{ist}$  = 수직 거리

$O, O'$  = 처짐이 일어나기 전과 후의 공구의 중심 위치

$Q$  = 처짐이 일어나기 전의 임의 미소 절삭날의 위치 벡터

$Q'$  = 처짐이 일어난 후의 임의 미소 절삭날의 위치 벡터

$\delta_t$  =  $uv$  평면에서의 공구의 처짐 벡터

$N$  = 공작물 위의  $P$ 점에서 법선 단위 벡터

따라서, 절삭에 참여하는 각각의 미소 절삭날의 체적과 접평면이 만드는 편차들은 각각의 수직 거

리들로 다음의 집합으로 볼 수 있다.

집합  $A = \{D_{ist}(1), D_{ist}(2), \dots$  절삭에 참여되는 모든  $\theta(i)$  및  $\theta(j)$ 에 대하여에 대하여}

가공오차는 위 집합  $A$ 의 요소값 중 최소값으로 결정되며, 식(17)으로부터 다음과 같이 정의한다.

$$E_n = \text{집합 } A \text{의 성분값 중 최소값}$$

$$= \text{Min.}[R + Q' \cdot N, \text{ 절삭에 참여되는 모든 } \theta(i) \text{ 및 } \theta(j) \text{에 대하여}] \tag{19}$$

식(13) 및 식(18)을 이용하여 식(19)에서 정의되는 가공오차 식을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$E_n = \text{Min.}[R + (Q_u + Q_v J + Q_w K + (F_u I + F_v J) / k_{t1}) \cdot (N_u I + N_v J + N_w K), \text{ 절삭에 참여되는 모든 } \theta(i) \text{ 및 } \theta(j) \text{에 대하여}]$$

$$= \text{Min.}[R + (Q_u + F_u / K_{t1}) \cdot N_u + (Q_v + F_v / K_{t1}) \cdot N_v + Q_w \cdot N_w, \text{ 절삭에 참여되는 모든 } \theta(i) \text{ 및 } \theta(j) \text{에 대하여}] \tag{20}$$



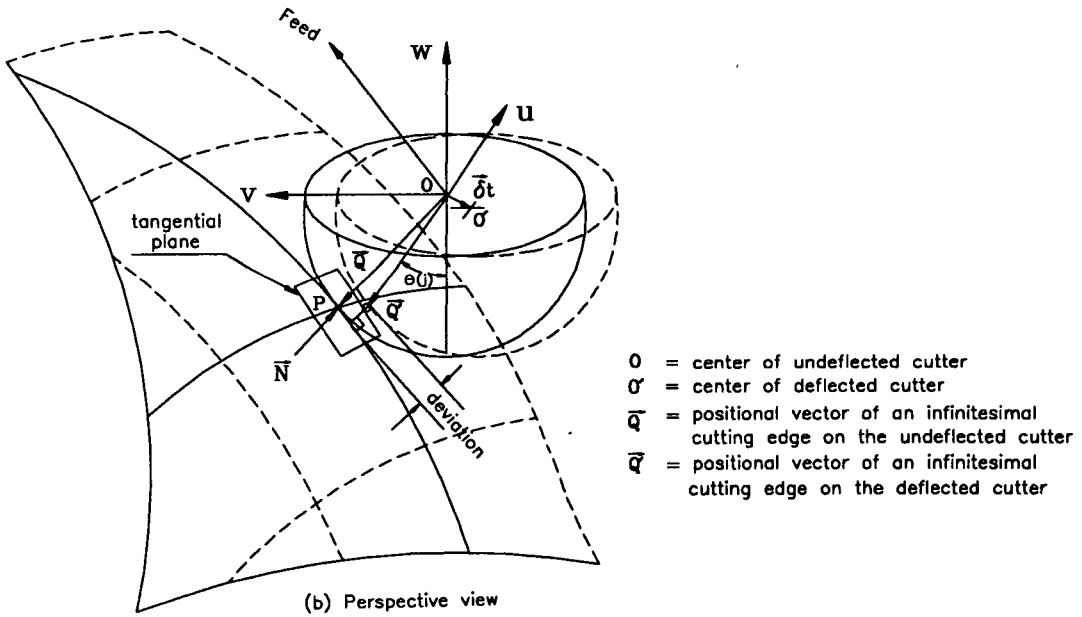
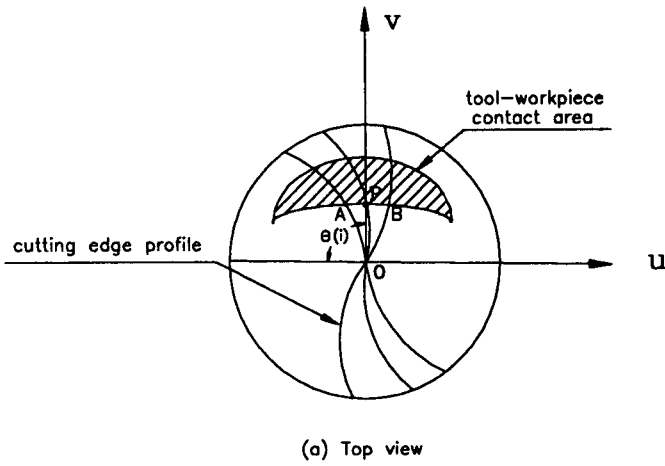


Fig. 6 The generation of machining error on the free-form surface

여기서,  $K_{11}$  공구의 끝에서 얻어지는 공구의 절삭력에 의한 탄성 계수로 외팔보 또는 단진 외팔보 (stepped cantilever beam) 이론을 적용하여 구해 질 수 있다<sup>(10)</sup>. 회전 중인 공구 절삭날의 궤적을 fig. 6(a)에서보면 그 가공오차를 결정하는 최소 편차는  $P$ 점 부근의 임의 회전위치  $A$  지점에서부터  $B$  지점 사이에서 일어 날 수 있는데, 식(19)의 가공오차를 결정하는 정확히 한 지점을 알 수 없는 것은 공구-공작물 간의 접촉부위의 다양한 변화로 인하여 회전 중 공구의 치점벡터가 일정하지 않

때문이다.

### 3. 가공오차 제어를 위한 이송속도 결정

앞 절에서 언급되었듯이 가공오차를 결정하는 최소 거리는 가공 지점  $P$ 점의 부근에서 일어나지만 다양하게 변하는 공구의 치점 벡터로 인하여 정확한 회전 지점을 알기 어렵다. 따라서, 본 방법에서는 강성체 볼 엔드밀 공구에 대한 절삭력 모델을

제시된 가공오차 예측 모델식에 적용하여  $P$  지점에서의 가공 공차를 만족시키는 단위 날당 기준 이송량을 먼저 결정한다. 그리고, 이 얻어진 기준 이송량으로부터 다시 유연 볼 엔드밀 공구에 대한 절삭력 모델을 적용하여  $P$ 점을 부근의 임의 회전 지점  $A$ 에서부터  $B$ 까지 발생하는 공구의 처짐벡터들을 구하여 실제 이 기준 이송량이 가져 오는 가공오차를 검증하고 조정하게 된다.

### 3.1 기준 이송량의 결정

곡면위의 가공 지점  $P$ 점을 지나는 절삭날의 회전각이  $\theta(i_c)$  라면, 이때의 예측되는 가공오차는 식(13)을 이용하여 식(20)을 다시 쓰면 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$E_n = R + (Q_u(i_c, j) + \sum_j T_u(i_c, j) tc(i_c, j) / K_{t1}) \cdot N_u \\ (Q_v(i_c, j) + \sum_j T_v(i_c, j) tc(i_c, j) / K_{t1}) \cdot N_v + Q_w \cdot N_w \quad (21)$$

강성체 볼 엔드밀 공구에 있어서 칩 두께에 대한 공구 처짐의 영향을 무시하면, 식(1)의 실제 칩의 두께  $tc(i_c, j)$ 는 이송에 의한 이론적인 칩 두께  $f_e(i_c, j)$ 가 된다. 그리고, 식(2)과 식(5)을 이용하여 식(21)의 오차식을 날당 이송량  $fm$ 의 선형 함수로 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$E_n = R + [Q_u(i_c, j) + fm(\sum_j T_u(i_c, j) (E \cdot Q(i_c, j)) \\ / \sin \gamma(j)) / (R \cdot K_{t1})] \cdot N_u [Q_v(i_c, j) \\ + fm(\sum_j T_v(i_c, j) (E \cdot Q(i_c, j)) \\ / \sin \gamma(j)) / (R \cdot K_{t1})] \cdot N_v + Q_w \cdot N_w \quad (22)$$

따라서, 절삭날의 회전각  $\theta(i_c)$ 에서 곡면의 주어진 가공 공차가  $M_t$ 라고 하면, 이를 만족시키는 기준 이송량  $f_r$ 는 식(22)를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$M_t = \frac{\partial E_n}{\partial f_m} f_r \\ f_r = M_t \frac{\partial f_m}{\partial E_n} \\ = M_t / [G_u(i_c) \cdot N_u + G_v(i_c) \cdot N_v] \quad (23)$$

여기서,

$$G_u(i_c) = [\sum_j T_u(i_u, j) (E \cdot Q(i_c, j)) / \sin \gamma(j)] \\ / (R \cdot K_{t1}) \\ G_v(i_c) = [\sum_j T_v(i_v, j) (E \cdot Q(i_c, j)) / \sin \gamma(j)] \\ / (R \cdot K_{t1})$$

위 식에서 절삭 계수  $G_u$  및  $G_v$ 는 미소 절삭력  $T_u$  및  $T_v$ 의 계산을 위한 절삭력 상수값만 주어지면 상수가 된다. 따라서, 이때 절삭력 상수를 얻기 위하여 식(8)의 절삭 매개 변수를 결정하는 절삭 속도, 이송량 및 윗면 경사각을 주게 되는데, 윗면 경사각은 측정 데이터를 주게 되고 절삭 속도는 공구의 회전속도에서 얻어지는 값을 주며 이송량은 일반 가공범위 내에서의 임의값을 선택하여 준다. 절삭력 상수의 산출을 위해 선택된 이송량은 구하고자 하는 기준 이송량과 다를 수 있으나, 그 이송량의 미소 차이가 절삭력 상수에 미치는 영향은 매우 적은 것으로 사려되었다<sup>(10)</sup>. 본 식(23)으로부터 얻어지는 기준 이송량은 절삭날이 곡면 위의 가공 지점  $P$ 를 지날때의 그 접촉점에서 일어나는 공구의 처짐 벡터만을 이용한 것으로, 실제 곡면에서의 가공 오차 예측을 위한 기준값이 되며 보다 정확한 가공오차의 제어를 위해서 3.2절에서 언급되고 있듯이 조정을 받게 된다.

### 3.2 가공오차의 제어

일반적으로 곡면의 정상 가공을 위한  $CL$  데이터에 절삭 조건을 부여하는 것은 절삭 속도가 공구 및 공자물의 재질에 따라 결정되는 것에 비하여 이송속도는 경험적으로 주어지며 또한 과대 과소 절삭의 방지를 위하여 필요 이상으로 작을 수가 있다.

이러한 정상 가공에 있어서 본 식(22)로부터 얻어지는 기준 이송량은 어떤 '연속 가공경로 상에서  $CL$  데이터가 그리는 각각의 공구 이동 궤적들에 적용되어 주어진 곡면의 가공 공차를 보장할 수 있는 것으로 기대되어 진다. 그러나, 처짐이 일어나기 쉬운 공구(slender or long ball-end mill)에 대해서는 본 기준 이송량은 보다 엄밀한 가공 공차를 보장 받기 위해 유연 볼 엔드밀 절삭력 모델을 이용하여 다음의 검증 및 조정을 받게 된다. 먼저, 기준 이송량으로부터 얻어지는 유연 볼 엔드밀에서의 실제 칩두께를 식(1)로부터 구한다<sup>(10)</sup>. 다음에 얻어진 칩두께로부터 식(13)의 절삭력을 구하고 식(19)의 일반 가공오차 모델식에  $P$ 점 부근의  $A$ 부터  $B$ 점의 위치각에 대한 공구 처짐 벡터를 적용하여 실제 유연 볼 엔드밀 공구에 의한 가공오차를 예측한다. 만약, 그 예측 결과가 허용 가공 공차를 벗어날 경우 초기에 주어진 기준 이송량을 미소량 조정하여 위의 방법으로부터 다시 검증을 받게 된다.

**Table 1** Adjusted feedrates and expected errors for the CL data in the test ball end mill : HSS  
workpiece : SM45C machining tolerance  $M_t = \pm 120\mu m$

CL DATA			Normal Vector at the surface			Feed $f_r$ (mm/tooth) [ $\theta_c$ , degree]		Adjusted feedrate $ft_a$ (mm/min)	Expected error $E_n$ ( $\mu m$ )
X	Y	Z	$N_u$	$N_v$	$N_w$	Reference	Adjusted		
	:			:			:	:	:
	:			:			:	:	:
0	4.512	-0.791	0	0.333	0.943	0.475[90]	0.250[81]	150	119
0	4.625	-0.831	0	0.340	0.940	0.482[90]	0.225[78]	135	119
0	4.851	-0.915	0	0.355	0.935	0.490[90]	0.212[74]	127	115
0	4.964	-0.958	0	0.362	0.932	0.505[90]	0.212[73]	127	115
	:			:			:	:	:
	:			:			:	:	:
0	26.823	-15.492	0	-0.432	0.901	0.133[90]	0.250[126]	150	-76
0	26.895	-15.457	0	-0.437	0.899	0.133[90]	0.250[126]	150	-80
0	26.965	-15.423	0	-0.442	0.896	0	0.250[125]	150	-83
						133[90]			
0	27.035	-15.389	0	-0.448	0.894	0.129[90]	0.150[125]	90	-90
0	27.102	-15.354	0	-0.453	0.891	0.126[90]	0.150[125]	90	-90
0	27.168	-15.321	0	-0.459	0.888	0.126[90]	0.125[124]	75	-107
0	27.231	-15.288	0	-0.464	0.885	0.126[90]	0.125[123]	75	-110
0	27.291	-15.256	0	-0.470	0.882	0.122[90]	0.123[122]	74	-112
0	27.349	-15.226	0	-0.476	0.879	0.120[90]	0.120[122]	72	-115
0	27.404	-15.195	0	-0.481	0.876	0.120[90]	0.108[121]	65	-110
0	27.455	-15.167	0	-0.487	0.873	0.121[90]	0.102[121]	61	-109
0	27.505	-15.139	0	-0.493	0.869	0.117[90]	0.100[120]	60	-109
0	27.552	-15.112	0	-0.499	0.866	0.115[90]	0.098[120]	59	-110
0	27.599	-15.085	0	-0.505	0.863	0.115[90]	0.098[120]	59	-110
0	27.647	-15.057	0	-0.511	0.859	0.116[90]	0.098[119]	59	-111
0	27.695	-15.028	0	-0.517	0.856	0.113[90]	0.095[119]	57	-112
	:			:			:	:	:
	:			:			:	:	:
0	41.193	-3.031	0	-0.566	0.825	0.106[90]	0.090[109]	54	-108
0	41.307	-2.953	0	-0.561	0.828	0.106[90]	0.097[110]	58	-110
0	41.422	-2.876	0	-0.556	0.831	0.105[90]	0.105[112]	63	-116
0	41.533	-2.801	0	-0.551	0.834	0.108[90]	0.107[113]	64	-117
0	41.650	-2.756	0	-0.546	0.838	0.110[90]	0.108[113]	65	-118
	:			:			:	:	:
	:			:			:	:	:

machining conditions : RPM = 300rev/min, no. of flute = 2, ball radius = 5mm, radial depth of cut = 5 mm, axial depth of cut ( $\lambda$ ) = 2mm, length of cutter = 50mm  $\theta_c$  : the rotation angle of cutting edge in the machining error prediction model surface :  $Z = 8\cos(2\pi Y/50) - 8$

따라서, 검증이 된 이송량으로부터 공구의 회전 속도가 주어 지면 다음과 같이 조정된 이송속도가 CL 데이터의 각 블록(block)들에 부여된다.

$$f_a = f_r \cdot \text{rpm} \cdot n \quad (24)$$

rpm = 공구의 회전수 (rev/min)

n = 절삭날의 수

f<sub>a</sub> = 조정된 이송속도 (mm/min)

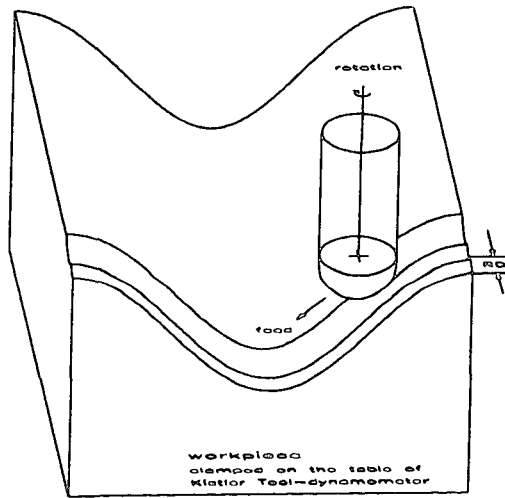
Table 1은 코사인 커브 형태인 2차원 곡면에 대

한 본 절삭 실험에 적용된 절삭 조건들로부터 CL 데이터의 각 블록에서 얻어지는 기준 이송량, 조정된 이송속도 및 예상 가공오차를 보여 주고 있다.

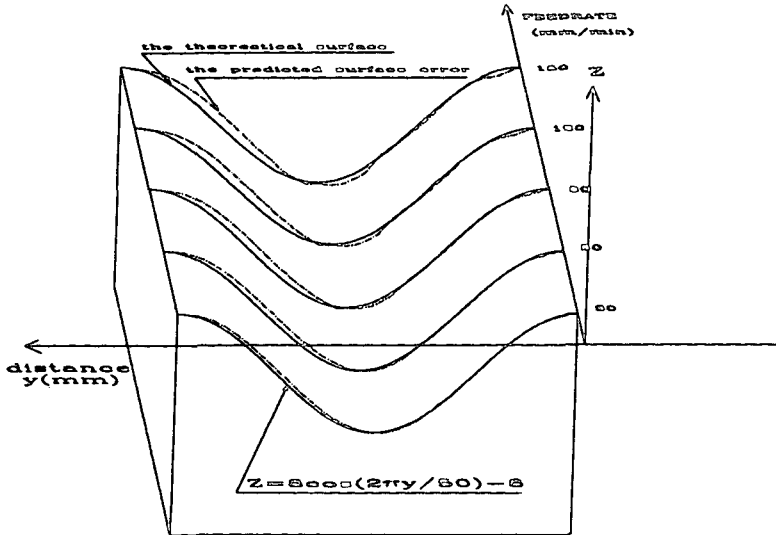
#### 4. 실험 결과 및 고찰

##### 4.1 실험

일반적인 곡면 형상의 간단한 형태로 Fig. 7(a)에 나타나 듯이 코사인 커브 형태의 2차원 곡면을



(a) The ball-end milling experiments



(b) Profiles of the predicted surface errors on the workpiece

Fig. 7 Graphic display of the ball-end milling in these experiments and the machining errors predicted on this workpiece

만들어 (주)통일 수직 머시닝 센터(TONGNIL CNC TAPS)에서 볼 엔드 밀링 작업을 하였다. 공작물의 재질은 SM45C이고 사용한 공구는 (주)SOMTA 제품으로 2 날의 HSS 재질이며 직경이 10mm이다. 볼 부위 절삭날의 비틀림각 및 윗면 경사각은 Fig. 7(b)에서와 같이 측정되었으며, 1도씩 잘게 나누어진 미소 절삭날들을 절삭력 모델에 적용하여 각각의 회전각도에서 순간 절삭력을 구하도록 하였다. 공구의 끝 지점에서 공구의 상당 탄성 계수는  $K_{t1}$ 은 100kgf/mm로 측정되었다.

실험은 크게 식(20)의 가공오차 예측 모델식을 검증하기 위한 것과 식(24)의 조정된 이송속도에 의한 가공오차 제어를 확인하는 것으로 구분하였다. 본 가공오차 모델식을 검증하기 위하여 fig. 8(a)에서와 같이 주어진 시편의 코사인 커브 형태의 2차원 곡면을 따라 임의의 절삭폭을 가지고 일

정한 이송속도로 가공하여 그 가공면에서 측정된 가공오차를 예측 결과와 비교하였다. 이때 일정 이송속도는 30, 50, 80, 120, 150mm/min로 각각 주어져 그 결과를 비교하고 있다. 조정된 이송속도에 의한 가공오차의 제어를 확인하기 위하여 주어진 시편의 코사인 커브를 따라 일정한 절삭폭을 가지고 식(24)으로 얻어지는 조정된 이송속도로 가공하였다. 이때 조정된 이송속도는 곡면의 허용 가공오차  $\pm 50\mu\text{m}$ ,  $\pm 80\mu\text{m}$  및  $\pm 120\mu\text{m}$ 에 대하여 각각 구분되어 얻어졌으며 그에 따른 가공면에서의 측정된 가공오차를 예측 결과와 비교하고 있다.

모든 실험에서 절삭유는 사용하지 않았으며, 공구의 회전 속도는 300rpm로 일정히 유지하였다.

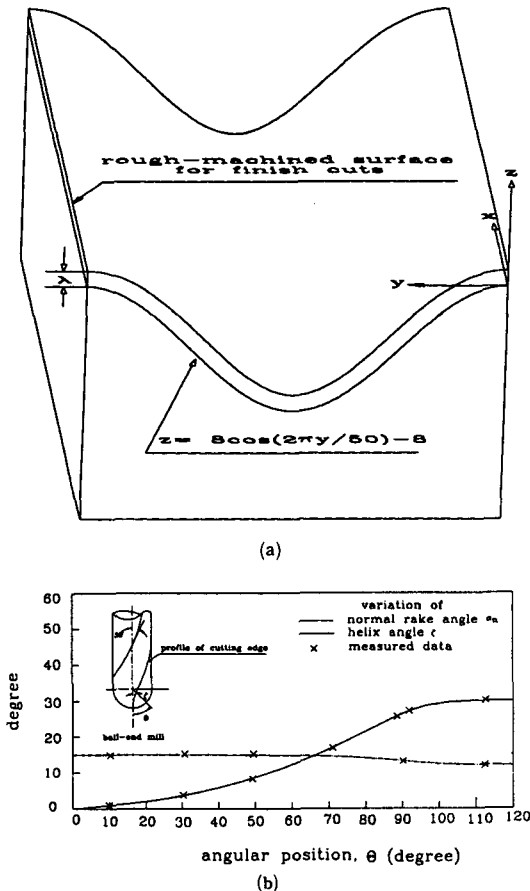


Fig. 8 The prepared workpiece and the geometry of cutting edge used in the experiments

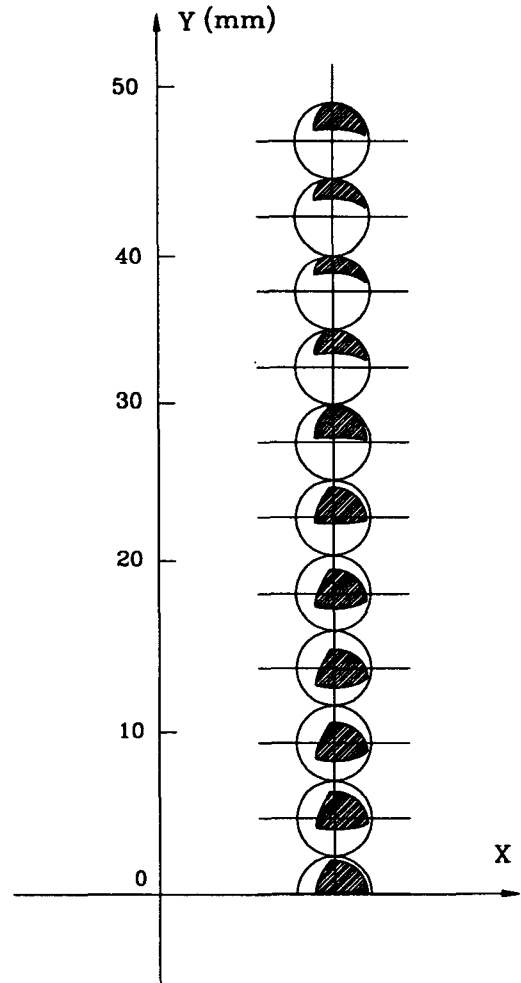


Fig. 9 The variations of tool-workpiece contact area in the machining of the cosine-curved surface (RD=5mm,  $\lambda=2\text{mm}$ )

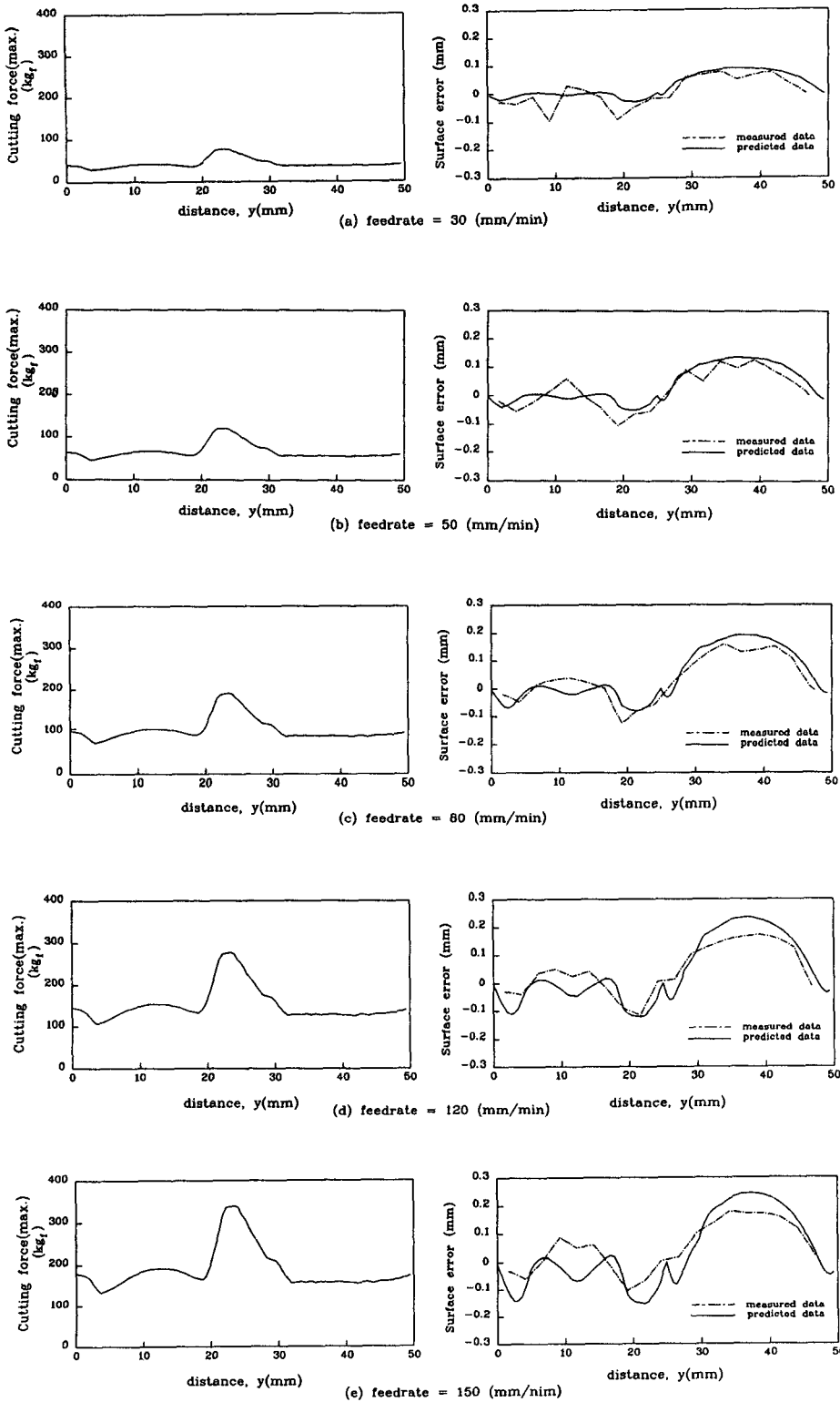


Fig. 10 Comparisons of machining errors on the machined surface for various feedrates

반경 반향 절입폭을 5mm로 주어졌으며, 준비된 시편은 Fig. 7(a)에서 보여주고 있듯이 곡선을 따라 2mm의 일정한 정삭여유 두께로 가지고 있다. 공구 경로 생성시 허용 공차는  $\pm 0.004\text{mm}$ 로 하였으며, 가공된 면에 대해 3차원 측정기 WEGU Messtechnik GmbH를 이용하여 레이저 스캐닝 한 데이터를 분석에 이용하였다.

#### 4.2 결과 및 고찰

Fig. 9는 본 실험에서 선택된 가공 조건들에 대해 코사인 커브를 따라 변화하는 공구-공작물간의 접촉 부위를 앞 2.2절에서 제시된 산출법으로부터 얻어진 결과이다. 이를 검토하여 본 결과, 본 산출법은 비교적 정확하며 PC(Personal Computer) 수준에서 쉽게 적용할 수 있을 것으로 고려되었다.

Fig. 10은 이송속도를 30, 50, 80, 120 및 150 mm/min로 각각 일정히 주어 가공된 면의 측정 결과를 예상 가공 오차와 비교하고 있다. 본 제시된 가공오차 예측 모델식에 의하여 예측되는 가공 오차가 곡면을 따라 크거나 그 형태에 있어서 측정 가공 오차값들에 매우 근접하고 있음을 보여주고 있다. 특히, Fig. 10에서 가공경로를 따라 각각의 공구 궤적에서 절삭날이 한 회전 중에 가지게 되는 순간 절삭력의 최대값을 함께 보여주고 있는데, 그 변화 형태가 가공오차의 변화 형태와는 같지 않다. 이는 엔드밀에 의한 직선 가공에서와는 달리 곡면 가공에서는 가공 오차가 최대 절삭력과 단순한 비례 관계가 아님을 보여 주는 것이며, 그 가공 오차의 제어를 위하여 단순히 절삭력만을 목적 함수로 볼 수 없는 이유이기도 한 것이다.

Fig. 8(b)은 본 시편의 곡면 가공 실험에 대하여 예상되는 가공오차를 3차원적으로 보여 주고 있는데, 일정 이송속도에 대해서 곡면을 따라 그 가공 오차의 크기가 변하고 있으며 이송속도의 증가에 따라 그 절삭량도 증가하고 있다. 또한, 곡률이 연속적으로 변화하는 곡면의 중심부위에서는 과대 절삭이 그리고 상향 경사면을 따라 과소 절삭이 일어나기 쉬운 것을 알 수 있다.

Fig. 11는 곡면의 주어진 가공 공차  $50\mu\text{m}$ ,  $80\mu\text{m}$  및  $120\mu\text{m}$ 에 대하여 각각 제시된 방법으로부터 얻어지는 조정된 이송속도들에 의해서 가공된 공작물을 측정하여 얻은 가공오차를 예상되는 가공 오차와 비교하고 있다. 이 실험에서 측정되어 얻어진 가공오차는 그 형상이나 크기에 있어서 예측치

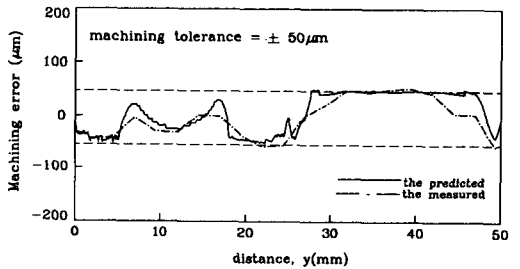
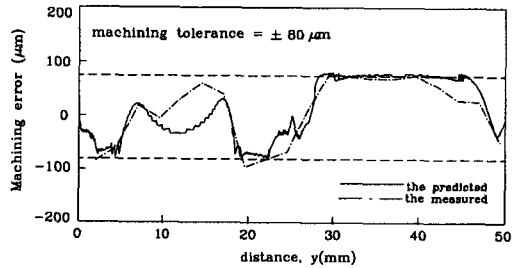
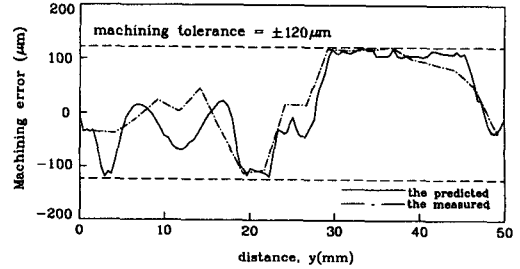


Fig. 11 The control of machining error by the adjusted feedrates for the given machining tolerance on the surface

에 비교적 잘 부합하고 있으며 주어진 곡면의 가공 오차를 만족시켜 주고 있음을 알 수 있다.

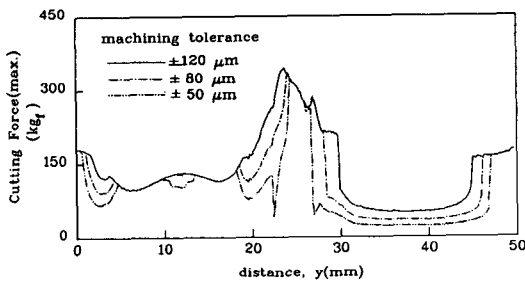
Fig. 12은 식 (25)으로부터 얻어지는 조정된 이송속도들과 이때 예측되는 가공오차 및 최대 절삭력의 변화를 나타내고 있다. Fig. 12(b) 및 Fig. 12(c)를 보면 본 조정된 이송속도가 그 곡면의 가공 공차를 보장할 수 있는 최대의 이송속도임을 알 수 있다. 여기서, 곡선의 일부에서는 허용 가공 공차를 완전히 충족하지 않고 있는데, 이는 조정된 이송속도의 최고값을 제한하기 때문이다(본 실험에서는 150mm/min로 제한하고 있음). 식 (25)으로 주어지는 조정된 이송속도는 가공되고 있는 공작물 표면이 공구축과 수직이 될 경우 매우 큰 값이 될 수 있는데, 현실적으로 공구의 파손이나 공작물의 가공 동특성 및 가공 표면의 조도등을 고려하여 이

를 제한하여야 한다.

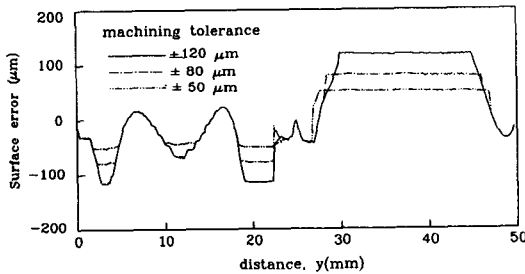
Fig. 13는 일반 엔드밀링 공정에 적용되고 있는 이송속도의 한 조정 방법으로 공구의 축에 수직으로 걸리는 절삭력( $F_p$ )을 공구의 각 이동 궤적에서 일정히 유지하는 방법에서 주어지는 이송속도의 변화와 그때의 가공오차 형상을 시뮬레이션하여 보여 주고 있다. Fig. 12(b) 및 Fig. 13(b)의 가공오차 시뮬레이션 결과에서 보듯이 본 논문에서 제시하고 있는 방법에 의한 조정된 이송속도는 곡면 가공에

있어서의 가공오차를 보다 효과적으로 제어하고 있음을 알 수 있다. 특히, Fig. 14에서 보여주는 양 방법간의 절삭 시간 비교를 통하여 본 방법이 같은 가공 공차의 공작물을 보다 효과적으로 수행하고 있음을 알 수 있다.

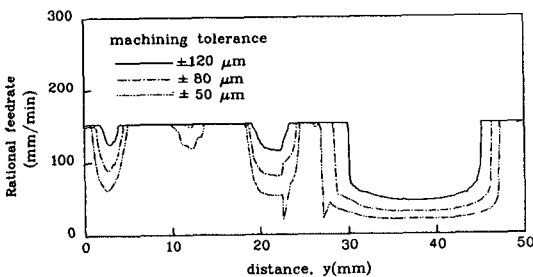
본 실험은 간단한 곡선의 2차원 곡면에 대하여 수행하였으나 3차원 곡면에 대하여 제시된 공구-공작물간의 접촉부위 산출법 및 가공오차 예측 모델을 적용하는데 어려움이 없을 것으로 본다. 또



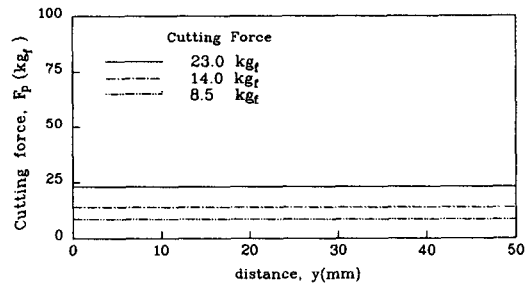
(a) The variations of cutting force



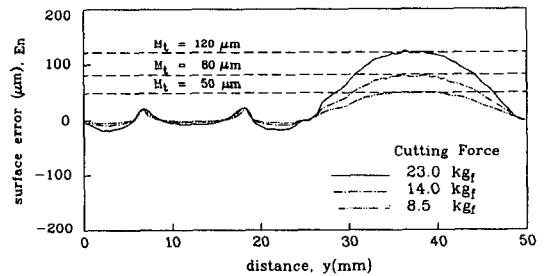
(b) The predicted surface error



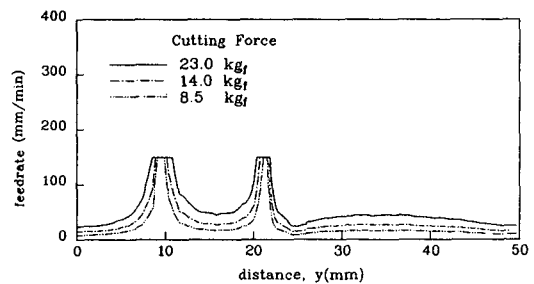
(c) The rational feedrates along the cutter path



(a) The variations of cutting force



(b) The variations of surface error



(c) The obtained feedrates along the cutter path

Fig. 12 The variation of cutting force, machining error and adjusted feedrate along the curve in the suggested method

Fig. 13 The variation of cutting force, machining error and adjusted feedrate along the curve in the conventional method



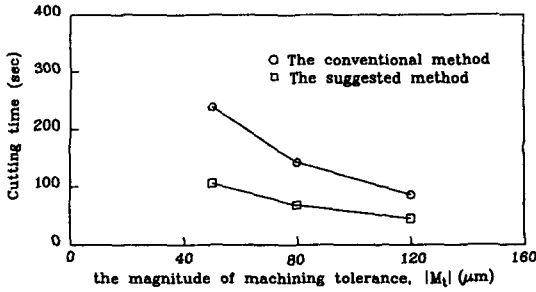


Fig. 14 The comparison of cutting times between two methods

한, 공구경로 간에 발생하는 스킨(scallop or cusp)에 의한 표면 오차(surface error) 문제는 앞으로 자유 곡면의 정밀 가공을 위하여 같이 연구되어야 할 것으로 본다.

## 5. 결 론

본 연구는 유연 볼 엔드밀에서 발생하는 공구의 처짐에 의한 자유 곡면 위의 가공오차에 대하여 공구의 처짐 벡터와 곡면의 공구 접촉점에서의 법선 벡터로 표현되는 가공오차 예측 모델식을 유도하였다. 또한, 본 모델로부터 일정 두께의 정삭여유를 가진 자유곡면의 정삭가공에서의 가공오차 제어를 위한 이송속도 조정 방법을 제시하고 있다. 이 이송속도는 기존의 공구에 발생하는 미의 절삭날의 한 회전중 일어나는 순간 절삭력들의 평균 또는 최대 절삭력이 아닌 곡면위의 가공오차를 제어함으로써 그 곡면에서 요구되는 가공공차를 보다 신뢰성 있게 만족시켜 주고 있다.

볼 엔드밀링 작업에 있어서 본 이송속도의 조정 방법은 정삭가공에서 일어날 수 있는 과대 또는 과소 절삭에 의한 가공오차의 방지 외에도 보다 짧은 절삭 시간으로 그 곡면의 주어진 가공 공차를 만족시킬 수 있을 것으로 기대된다.

## 참고문헌

(1) Vicker, G.W. and Quan, K.W., 1989, Feb., "Ball-Mills Versus End-Mills for Curved Surface Machining," ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 111,

pp. 22~26.

(2) Sutherland, J.W., DeVor, R.E., 1986, "An Improved Method for Cutting Force and Surface Error Prediction in Flexible End Milling System," ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 108, pp. 269~279.

(3) Kline, W.A., DeVor, R.E. and Shreef, I.A., 1982, Aug., "The Prediction of Surface Accuracy in End Milling," ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 104, pp. 272~278.

(4) Wang, W.P., 1988, "Solid Modeling for optimizing Metal Removal of Three-dimensional NC End Milling," J. of Manufact. Sys., Vol.7, No. 1, pp. 57~65.

(5) Voelcker, H.B. and Hunt, W.A., 1981, "The Role of Solid Modeling in Machining-process Modeling and NC Verification," SAE Technical Paper Series 810195.

(6) Hartquist, E.E. and Sungurtekin, U.A., 1988, Sep., "Solid Modeller Based Automatic NC Verification," 4th Biennial Int. Machine Tool Technology Conference.

(7) Devor, R.E., Kline, W.A. and Zdeblick, W.J., 1980, "A mechanistic model for the force system in end milling with application to machining airframe structures, 8th North American Manufacturing Conference Proceedings, p. 297.

(8) Devor, R.E. and Sutherland, J.W., 1986, "An improved method for cutting force and surface error prediction in flexible end milling systems," J. Eng. for Ind., Vol. 108, p. 269.

(9) 박희덕, 양민양, 1989, "볼 엔드밀에 의한 곡면가공의 절삭력 예측에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제13권 제3호, pp. 433~442.

(10) 심충건, 양민양, 1991, "유연성이 있는 볼 엔드밀 공구의 처짐 모델과 절삭성에 대한 연구", 대한기계학회논문집, 제15권 제3호, pp. 1067~1082.

(11) Geoffrey Boothroyd, 1975, Fundamentals of metal machining and machine tools, McGRAW-Hill, New York.