

〈論 文〉

회전축의 기동·정지시의 비틀림 진동제어

김중배* · 이상조** · 박영필**

(1991년 7월 4일 접수)

Torsional Vibration Control of a Rotating Shaft in Starting and Stopping Process

Joong-Bae Kim, Sang-Jo Lee and Young-Pil Park

Key Words: Torsional Vibration(비틀림 진동), Optimal Control(최적제어), Model Following Controller(모델 추종 제어기), Model System(모델계), Extended System(확대계)

Abstract

The problem of torsional vibration control of a rotating shaft in starting and stopping process is considered in this paper. The discrete model following method based on the optimal control theory is applied to the controller in order to control the torsional vibration. Experiments are carried out and the results are compared with those of the computer simulation. These results show that the torsional vibration can be decreased enough and effectively by the model following method.

기 호 설 명

A, A_c, A_d, A_m, A_p : 플랜트 행렬

B, B_c, B_d, B_m, B_p : 입력 행렬

C_m, C_p : 출력 행렬

B_1, B_2 : 점성감쇠계수

$d(k)$: 외란

$e(k)$: 오차

I_a : 아마츄어에 흐르는 전류

J_1, J_2 : 관성모멘트

J_N : 평가함수

K : 비틀림 강성계수

K_a : 전류 모드 증폭기의 이득

K_t : 모터 토크 상수

$\underline{K}(k)$: 최적귀환이득

l : 축의 길이

\underline{L} : 외란 행렬

$P(k), \underline{P}$: Riccati 방정식의 해

Q, q : 상태변수의 가중치

R : 입력의 가중치

r : 모델계의 입력

T : 샘플링 시간

T_d : 동마찰 토크

T_m : 모터 발생 토크

T_s : 정마찰 토크

$U_p(k), U_m(k), U^o(k)$: 입력

V_{in} : 입력 전압

$X_p(k), X_m(k), X'(k)$: 상태변수 벡터

$Y_p(k), Y_m(k)$: 출력

$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$: 각속도

$\bar{\theta}$: 상대 비틀림각

ω_{nm} : 고유진동수

ζ : 감쇠비

1. 서 론

*정회원, 연세대학교 기계공학과 대학원

**정회원, 연세대학교 기계공학과

응력을 발생시키며 공진 현상의 발생으로 인하여 축계에 악영향을 준다. 특히 터빈 발전기와 같은 대형의 회전축에서 발생하는 비틀림 진동은 회전축에 손상을 주는 원인이 되며, 또한 이상진동의 원인이 된다. 이에 따라 최초 설계시 터빈과 발전기 회전축의 비틀림 진동의 문제가 고려되고 있으나, 터빈에 의한 작용 토크의 변화, 발전기 회전축의 반작용 토크의 변화 그리고 변화가 큰 가변속도 구간이 있을 경우, 비틀림 진동이 유발되고 있으며 이러한 현상은 특히 기동과 정지시에 가장 문제가 된다. 이와 같은 이유로 이상진동진단 시스템을 통한 비틀림 진동의 감시체제를 구축하거나 비틀림 진동을 감소시킬 수 있는 방법을 제안하여야만 한다. 따라서 본 논문에서는 두 개의 원판과 유연한 축(flexible shaft)으로 구성된 비틀림 진동계에 대하여 제어기를 통한 능동제어를 구현함으로써 비틀림 진동을 감소시키기 위한 연구를 실시하였다.

모델추종 제어문제에 있어서 Kreindler⁽¹⁾는 플랜트의 상태변수에 대한 귀환이득문제로 원란이 있을 경우 정상상태에서의 편차에 대한 문제를 해결하지 못했다. Davison^(2,3)은 선형 시불변 다변수계에 대하여 강건제어기가 존재하기 위한 필요충분조건에 대하여 연구하였으며, 미지의 외란과 플랜트의 파라미터 변동에도 관계없이 점근적인 추종과 수렴이 이루어지도록 제어기를 설계하였다. Furuta⁽⁴⁾는 최적화기법을 이용하여 모델추종 서보 시스템을 설계하였으며 플랜트의 계단입력응답이 모델의 계단입력응답을 추종하도록 하였다. Nonami⁽⁵⁾는 최적 레귤레이터와 최적 트래킹 방법을 이용하여 회전축의 기동, 정지시에 발생하는 비틀림 진동을 제어하였으며, 최적 트래킹에 의한 접근방법이 최적 레귤레이터 보다 제어성과 비틀림각의 감소면에서 우수하다는 것을 제시하였다. 그리고 Kaufman⁽⁶⁾은 모델규범형제어(model reference control)와 최적제어기가 고전제어이론에 의한 제어(phase-lag type, proportional type) 보다 CNC(computerized numerical control) 공작기계의 이송제어에 더욱 효과적임을 제시하였다. 그리고 Kim⁽⁷⁾ 등은 유연한 회전축의 비틀림 진동을 제어하기 위해 모델추종법을 적용하였으며, 모델추종 제어기의 효과적인 비틀림 진동의 제어성능을 제시하였다.

본 논문에서는 비틀림 진동계에 있어서의 비틀림 진동현상을 억제하도록 제어하기 위하여 최적제어이론에 기초한 모델추종법을 비틀림 진동계에 적용

하였다. 디지털 컴퓨터에 의한 제어를 위하여 제어 알고리즘은 디지털 설계로 되어 있다. 제어는 각속도와 비틀림 진동제어의 양면으로 수행되며, 축의 각속도는 모델의 출력을 추종하게 되며 이와 동시에 비틀림각도 감소하게 된다.

2. 이론해석 및 실험

2.1 비틀림 진동계의 모델

Fig. 1은 본 논문에서 제어대상으로 고려한 회전축계의 형태이며 2개의 원판과 이들을 연결하는 축으로 구성된다. 이에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \dot{\theta}_1 + K(\theta_1 - \theta_2) &= T_m \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 + K(\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 J_1, J_2 는 각각 원판 1과 원판 2의 회전관성 모멘트, K 는 회전축의 비틀림 강성계수이며 T_m 은 회전축의 원판1에 부가되는 토크이다. 그리고 B_1 과 B_2 는 점성감쇠계수를 의미하며 B_1 은 모터 베어링부의 점성감쇠계수이며, B_2 는 원판 2를 지지하는 베어링부의 점성감쇠계수이다. 그리고 축의 내부감쇠는 고려하지 않았다. 원판 1에 모터를 연결하여 모터에 의해 발생하는 작용 토크가 원판에 전달되고, 모터에 부가되는 전류를 커환시켜 주어진 입력전압에 대하여 흐르는 전류를 일정하게 유지하도록 해주는 전류 모드 증폭기를 사용할 경우, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$T_m = K_t I_a = K_t K_a V_{in} \quad (2)$$

여기서 T_m 은 모터 발생 토크, K_t 는 모터의 토크상수, I_a 는 모터의 아마츄어에 흐르는 전류, K_a 는 전류 모드 증폭기의 이득이며 V_{in} 은 증폭기의 입력전압이다. 따라서 플랜트인 비틀림 진동계에 대한 식(1)을 상태방정식으로 나타내면 다음과 같으며

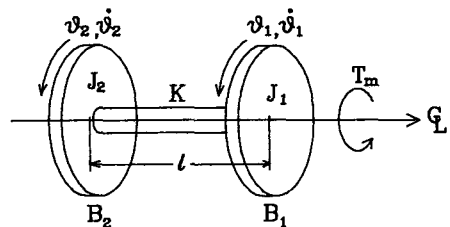


Fig. 1 Rotational shaft system

출력은 원판2의 각속도이다.

$$\dot{X}_p = \begin{bmatrix} -B_1/J_1 & 0 & -K/J_1 \\ 0 & -B_2/J_2 & K/J_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} X_p + \begin{bmatrix} K_s K_a / J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (3)$$

$$Y_p = [0 \ 1 \ 0] X_p$$

여기서 $X_p = \{\theta_1 \ \dot{\theta}_2 \ \bar{\theta}\}^T$ 이며 $\bar{\theta} = \theta_1 - \theta_2$ 이다.

2.2 모델추종 제어기

모델추종 제어기의 기본개념은 제어신호에 따른 플랜트의 출력을 모델의 출력과 비교하여 양 출력의 차이인 편차가 존재하면 제어신호는 플랜트의 출력을 모델에 접근시키도록 하여 결과적으로 플랜트의 출력은 설정된 모델의 출력을 추종하도록 하는 것이다. 따라서 본 논문에서는 식 (3)으로 주어지는 단일 입출력계(SISO)인 비틀림 진동계에 대하여 다음과 같은 모델 추종 제어이론을 적용하도록 한다^(1,4). 이와 같은 제어대상이 되는 플랜트의 상태방정식을 이산시간계에서 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_p(k+1) &= \underline{A}_p X_p(k) + \underline{B}_p U_p(k) + \underline{L}_p d(k) \\ Y_p(k) &= \underline{C}_p X_p(k) + \underline{F}_p d(k) \dots \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 플랜트는 선형 시불변계이며, $X_p \in R^{np}$: 상태변수, $U_p \in R^m$: 계의 입력, $Y_p \in R^m$: 계의 출력, $d \in R^s$: 계의 입력과 출력에 작용하는 일정의란이며 행렬 \underline{A}_p , \underline{B}_p , \underline{C}_p , \underline{F}_p , \underline{L}_p 는 각각 시스템에 적합한 차원의 행렬이다. 그리고 시스템(\underline{A}_p , \underline{B}_p , \underline{C}_p)는 가제어, 가관측하다. 식(3)과 (4)를 연관지어 고려하면 식(4)의 \underline{A}_p , \underline{B}_p 는 식(3)의 플랜트 행렬과 입력 행렬을 샘플링 시간 T 로써 이산화시킨 경우이다.

그리고 선형 시불변계인 모델의 이산시간계에서의 상태방정식을 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} X_m(k+1) &= \underline{A}_m X_m(k) + \underline{B}_m U_m(k) \\ Y_m(k) &= \underline{C}_m X_m(k) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $X_m \in R^{nm}$: 상태변수, $U_m \in R^m$: 계의 입력, $Y_m \in R^m$: 계의 출력이며 행렬 \underline{A}_m , \underline{B}_m , \underline{C}_m 은

각각 시스템에 적합한 차원의 행렬이며 시스템(\underline{A}_m , \underline{B}_m , \underline{C}_m)은 가제어 가관측하며 점근안정하다.

제어기의 목적은 플랜트의 출력이 모델의 계단입력응답을 추종하도록 하는 것이다. 따라서 모델의 출력은 플랜트에 대한 출력기준이 되며 플랜트의 동특성을 고려하여 모델을 설정하는 것이 바람직하다. 플랜트에 작용하는 외란을 일정하다고 가정하면,

$$d(k+1) - d(k) = 0 \quad (6)$$

가 성립한다. 그리고 모델계에 추가되는 입력도 계단입력이므로 같은 방법으로 다음이 성립한다.

$$U_m(k+1) - U_m(k) = 0 \quad (7)$$

플랜트의 출력과 모델의 출력과의 차이인 오차는 다음과 같다.

$$e(k) = Y_p(k) - Y_m(k) \quad (8)$$

따라서 식(4), (5), (8)을 이용하여 다음과 같은 오차의 변화량을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} e(k+1) - e(k) &= \underline{C}_p \{X_p(k+1) - X_p(k)\} \\ &\quad - \underline{C}_m \{X_m(k+1) - X_m(k)\} \end{aligned} \quad (9)$$

샘플링 시간 T 를 이용하여 다음과 같은 상태변수의 변화율을 정의한다.

$$\underline{X}'(k) = \frac{X(k+1) - X(k)}{T} \quad (10)$$

따라서 식(9)와 (10)으로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e(K+1) &= T \underline{C}_p \underline{X}'(k) \\ &\quad - T \underline{C}_m \underline{X}_m'(k) + e(k) \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)이 유도된 방법으로 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{X}_p'(k+1) &= \underline{A}_p \underline{X}_p'(k) + \underline{B}_p U_p'(k) \\ \underline{X}_m'(k+1) &= \underline{A}_m \underline{X}_m'(k) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 식(11)과 (12)로부터 다음과 같은 확대된 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\underline{X}(k+1) = \underline{A} \underline{X}(k) + \underline{B} U(k) \quad (13)$$

여기서 $\underline{X}(k) = \{\underline{X}_p'(k) \ e(k) \ \underline{X}_m'(k)\}^T$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_p & \underline{0} & \underline{0} \\ T \underline{C}_p & 1 & -T \underline{C}_m \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{A}_m \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \underline{B}_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

$$U(k) = U_p'(k)$$

이제 식(13)의 상태변수와 제어력에 대해 다음과 같은 평가함수(cost function)를 생각한다.

$$J_N = \sum_{k=0}^N \{ \underline{X}^T(k) \underline{Q} \underline{X}(k) + U^T(k) R U(k) \} \quad (14)$$

여기서 \underline{Q} 는 상태변수와 관련된 positive semi-definite 가중행렬이며, R 은 제어력과 관련된 positive definite 가중치로서 이 행렬들은 상태변수 오차 및 제어력을 최소화시키는 정도를 결정하며 이에 따른 최적귀환이득을 얻을 수 있다. 평가함수를 최소화시키는 최적귀환이득 $\underline{K}(k)$ 를 구하면 최적입력 $U^*(k)$ 는 다음과 같다.

$$U^*(k) = -\underline{K}(k) \underline{X}(k), \quad k=0, \dots, N-1 \quad (15)$$

최적귀환이득 $\underline{K}(k)$ 는 다음식에서 구할 수 있으며

$$\underline{K}(k) = \{ \underline{B}^T \underline{P}(k+1) \underline{B} + R \}^{-1} \underline{B}^T \underline{P}(k+1) \underline{A} \quad (16)$$

여기서 행렬 $\underline{P}(k)$ 는 다음의 이산 Riccati 방정식의 해이다.

$$\begin{aligned} \underline{P}(k) = & \underline{A}^T \underline{P}(k+1) \underline{A} + \underline{Q} \\ & - \underline{A}^T \underline{P}(k+1) \underline{B} \{ \underline{B}^T \underline{P}(k+1) \underline{B} \\ & + R \}^{-1} \underline{B}^T \underline{P}(k+1) \underline{A} \end{aligned} \quad (17)$$

식(16)의 $\underline{K}(k)$ 가 일정한 상태로 수렴하게 되는 정상상태에 대하여 식(17)의 $\underline{P}(k)$ 는 $\underline{P}(k) = \underline{P}(k+1)$ 인 관계가 성립되며 이때 일정한 값을 갖는 행렬 $\underline{P}(k)$ 를 \underline{P} 로 표현하면 \underline{P} 는 다음의 대수 Riccati 방정식의 해이다.

$$\begin{aligned} \underline{\hat{P}} = & \underline{A}^T \underline{\hat{P}} \underline{A} + \underline{Q} \\ & - \underline{A}^T \underline{\hat{P}} \underline{B} \{ \underline{B}^T \underline{\hat{P}} \underline{B} + R \}^{-1} \underline{B}^T \underline{\hat{P}} \underline{A} \end{aligned} \quad (18)$$

따라서 $\underline{\hat{P}}$ 를 식(16)의 $\underline{P}(k+1)$ 에 대입함으로써 \underline{K}

(k)가 구해지며 이때 $U^*(k)$ 는 평가함수(14)를 최소로 하며, 구해진 정상상태에서의 최적귀환이득 \underline{K} 와 식(15)에 의하여 다음과 같은 모델추종 제어기를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} U^*(k) = & U^*(k-1) - \underline{K}_1 \{ \underline{X}_p(k) - \underline{X}_p(k-1) \} \\ & - K^2 T e(k-1) - \underline{K}_3 \{ \underline{X}_m(k) - \underline{X}_m(k-1) \} \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 2는 전체 제어계의 블록도를 제시하고 있다. 제어기는 오차 $e(k)$ 를 적분하는 형태로 되어 있으며 이로 인하여 제어기는 플랜트에 작용하는 일정 외란이나 플랜트 파라미터의 변동에 대해서도 강건한(robust) 특성을 나타내게 된다.

2.3 컴퓨터 시뮬레이션과 실험

모델은 다음과 같은 선형 2차계를 선정한다.

$$\dot{X}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_{nm}^2 & -2\zeta\omega_{nm} \end{bmatrix} X_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (20)$$

$$Y_m = [\omega_{nm}^2 \ 0] X_m$$

여기서 r 은 원판2의 목표 회전각속도, ζ 는 모델계의 감쇠비이며 ω_{nm} 은 모델계의 고유진동수이다.

일반적으로 디지털 컴퓨터로써 제어를 수행하기 위해 식(3)과 (20)으로 주어지는 플랜트와 모델을 이산시간계로 설계하여, 이산시간영역에서 제어 성능을 해석할 필요가 있으므로 다음과 같은 방법으로 연속시간계를 이산시간계로 변환한다.

$$\underline{A}_d = e^{A_c T}, \quad \underline{B}_d = \int_0^T e^{A_c r} \underline{B}_c dr \quad (21)$$

여기서 첨자 c 는 연속시간계를 그리고 d 는 이산시간계를 의미하며, A, B 는 각각 제어계의 플랜트 행렬과 입력, 행렬이고 T 는 샘플링 시간으로서 0.0052

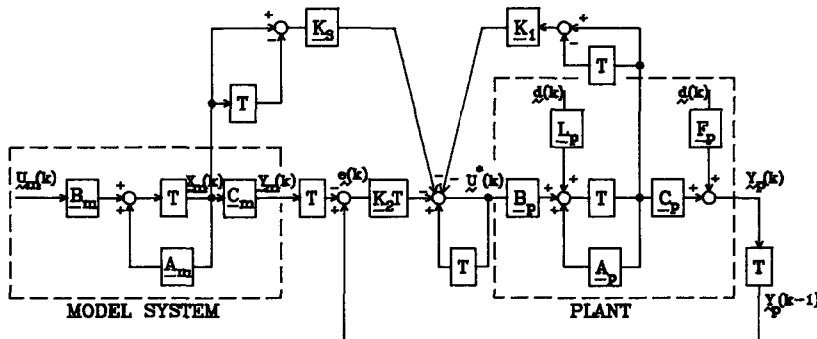


Fig. 2 Model following control system block diagram

Table 1 Optimal feedback gains

Weighting	Model parameters	K_1			K_2	K_3	
$R=0.1$	$\zeta=0.85, \omega_{nm}=2$	0.22459	0.20693	1.52441	3.03227	-1.72344	-0.11142
$Q=\text{diag}\{0, 0, 0, 1, 0, 0\}$	$\zeta=1.0, \omega_{nm}=2$	0.22459	0.20693	1.52441	3.03227	-1.72281	-0.10873
$R=0.01$	$\zeta=0.85, \omega_{nm}=2$	0.42905	0.35358	5.59222	9.21396	-3.13345	-0.12046
$Q=\text{diag}\{0, 0, 0, 1, 0, 0\}$	$\zeta=1.0, \omega_{nm}=2$	0.42905	0.35358	5.59222	9.21396	-3.13312	-0.11903

Table 2 Parametes used in simulation and experiment

Moment of inertia (J_1)	1.180×10^{-3} (kg·m ²)
Moment of inertia (J_2)	1.227×10^{-3} (kg·m ²)
Mass of the disk ₁	1.039 (kg)
Mass of the disk ₂	1.031 (kg)
Diameter of the disk ₁	φ99.5 (mm)
Diameter of the disk ₂	φ99.3 (mm)
Thickness of the disk ₁	16.7 (mm)
Thickness of the disk ₂	17 (mm)
Viscous damping coeff. (B_1)	2.030×10^{-4} (N·m/rad·s ⁻¹)
Torsional stiffness (K)	3.4020 (N·m/rad)
Length of the shaft (l)	0.187 (m)
Diameter of the shaft (d)	0.003 (m)
Static friction torque (T_s)	0.01 (N·m)
Dynamic friction torque (T_d)	0.008 (N·m)
Amp. gain (K_a)	2 (A/V)
Motor torque constant (K_t)	0.041 (N·m/A)

초이다.

이와 같은 과정을 통해 확대계인 식(13)이 구해지며 여기에 평가함수를 도입하여 최적화 과정을 통해 최적귀환이득을 구하게 된다. 상태변수에 대한 가중행렬은 오차에 대한 항만을 고려하였으며 P 행렬에 대한 해는 Dorato⁽⁹⁾가 제안한 방법을 이용하였다. 구해진 최적귀환이득이 Table 1에 제시되어 있다. 그리고 컴퓨터 시뮬레이션과 제어 프로그램에 사용된 시스템의 파라미터들이 Table 2에 제시되어 있다. 특히 감쇠계수의 실험적 측정에 있어서 B_1 만을 측정하였으며, B_2 는 B_1 에 비해 상대적으로 작다고 가정하였다. B_1 의 측정은 모터에

원판1만을 부착한 상태에서 회전속도를 변화시켜 가면서 정속회전시에 모터의 각속도를 ω 라 할 때, 모터에 의해 발생하는 토크 T_m 과 ω 와의 관계는 $B_1\omega = T_m$ 이며, $T_m = K_t i$ (K_t : 모터 토크 상수, i : 아마추어에 인가되는 전류)이므로 실험적으로 구할 수 있었다.

그리고 Fig. 3에 실험장치에 대한 구성의 개략도가 소개되어 있으며, 원판 1, 원판 2 그리고 이들을 연결하는 축으로 비틀림 진동계를 구성하고 있다. 이 진동계에 대한 비틀림 고유진동수는 감쇠를 고려하지 않은 경우 $\omega_n = \{K(J_1 + J_2)/J_1 J_2\}^{1/2}$ 로 부터 약 12Hz임을 알 수 있다. 제어용 모터는 직류 서

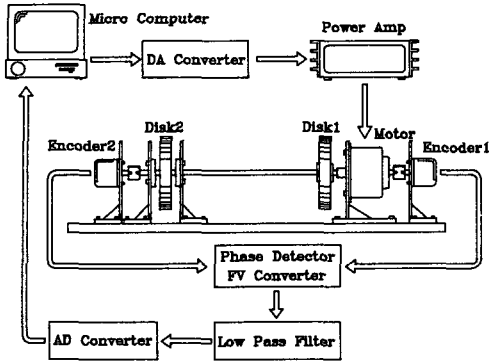


Fig. 3 Schematic diagram of experimental set-up

보 모터를 사용하였으며 각 원판의 각속도에 대한 정보는 각각의 원판에 연결된 엔코더로부터 출력되는 펄스를 FVC(frequency to voltage converter)를 사용하여 검출하였다. 그리고 회전축의 상대 비틀림각은 원판1에 대한 원판2의 상대 비틀림각으로 설정하여 두 개의 엔코더에서 발생하는 펄스의 위상차를 위상판별하여 이를 아날로그 전압으로 출력시키도록 회로를 구성함으로써 상대 비틀림각을 측정하여 상태변수로서 제어기에 귀환시키고 동시에 상대 비틀림각에 대한 데이터를 수집하였다. 사용한 엔코더는 축의 비틀림을 고려하여, 축의 비틀림에 의해 발생하는 두개의 엔코더의 출력 펄스의 상호 위상차가 최대 $\pm 2\pi$ 를 초과하지 않도록 하기 위해 1회전당 100개의 사각펄스가 발생(100PPR)하는 엔코더(Koyo, TRD-J100-RZ)를 선정하였다.

실험에 있어서 특히 회전하는 계를 제어함을 목적으로 하고 있으므로 정마찰과 동마찰에 대한 보상은 제어성능을 높이기 위해서 반드시 필요하다고 생각한다. 따라서 정마찰에 대한 보상은 최적입력에 실험을 통해 얻어진 정마찰 토크에 해당하는 값을 기동 초기에 바이어스로 보상해 주고 동마찰 토크에 대한 값은 실험을 통해 얻은 값을 제어 구간에서 보상해 준다. 제어대상이 되는 비틀림 진동계는 두 개의 원판이 비틀림 강성을 갖는 회전축으로 연결되어 있으므로 양자를 분리하여 정마찰과 동마찰을 보상하기는 매우 까다롭기 때문에 전체 비틀림 진동계에 대한 보상을 실시했다. 정마찰과 동마찰은 토크-각속도 선도에서 부터 구하였다. 실험결과 정마찰 토크 $T_s=0.01(N\cdot m)$, 동마찰 토크 $T_d=0.008(N\cdot m)$ 로 측정되었다⁽¹⁰⁾. 따라서 이를 기초로하여 기동초기에는 $0.01N\cdot m$ 에 해당하는 최

적입력을 순간적으로 출력시키고, 그 이후에는 $0.008 N\cdot m$ 에 해당하는 동마찰을 보상하도록 하였다.

전체 페루프계의 제어과정에 대하여 부여하면, 원판2의 각속도는 원하는 동적특성을 갖는 모델의 출력을 추종하도록 되며, 이와 동시에 원판1과 원판2 사이의 상대 비틀림각은 억제되도록 된다. 이를 위한 제어력(작용 토크)은 원판1과 직접 연결되어 있는 모터에 의하여 부가되며, 제어는 원판2의 각속도의 속도제어와 상대 비틀림각을 감소시키도록 실시된다.

2.4 시뮬레이션, 실험결과 및 고찰

실험은 크게 기동시와 정지시의 비틀림 진동제어의 두가지로 나누어 실시하였다. 기동시에는 모델의 파라미터 $\zeta=0.85$ 와 $\omega_{nm}=2$ 를 사용하였고, 원판2의 각속도가 모델을 추종하면서 30 rad/sec 에 이르도록 하였으며, 이러한 과정에서 비틀림각을 최소화하도록 하였다. 정지시에는 모델의 파라미터 $\zeta=1.0$ 과 $\omega_{nm}=2$ 를 사용하였고 원판의 각속도가 30rad/sec 의 속도에서 정지하는 과정까지 모델을 추종하도록 하였다.

Fig. 4는 0.49 volts 의 계단입력을 증폭기에 부가하여 모터를 구동시켰을 때의 진동계의 계단입력응답을 나타내고 있다. 이 실험은 제어를 하지 않은 상태이며, 동일한 시간에 제어를 한 상태와 같은 회전속도에 이르는 과정에서 비틀림 진동의 크기를

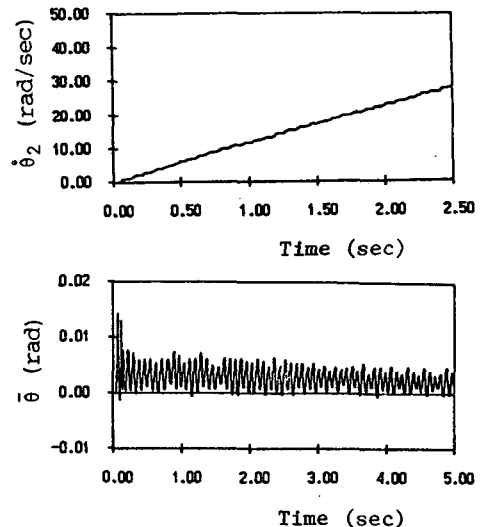


Fig. 4 Experimental results in starting process without control, step input of 0.49 volts

비교하기 위해 실시한 것이다. 실험결과와 같이 원판2의 속도는 진동을 일으키며 증가하고 있으며, 비틀림각은 거의 감소함이 없이 계속 진동하고 있다.

Fig. 5는 $R=0.1$, $q=1$ 의 가중치와 목표 각속도를 30rad/sec일 경우의 모델 추종제어에 의한 비틀림진동의 제어효과를 나타내고 있다. 원판2의 각속도는 모델을 잘 추종하고 있음을 알 수 있다. 그리고 비틀림각도 제어를 하지 않는 경우와 비교하여 많이 감소하였다. Fig. 6은 $R=0.01$, $q=1$ 의 경우이며 비틀림각은 초기에는 $R=0.1$ 의 경우 보다 더 큰 변화가 있으나 곧 감소함을 알 수 있다.

Fig. 7은 정지시의 원판2의 각속도와 상대 비틀림각을 제시하고 있다. 최초에 회전축은 30rad/sec의 속도로 회전하고 있으며, 임의의 순간에 모터의 구동 토크를 0으로 해준다. 이에 따라 회전축은 정지해 가는 과정에 있게 된다. 실험결과와 같이 제어를 하지 않은 경우 원판2의 각속도는 진동 하면서 감소하고 있으며 비틀림각은 거의 감소함이 없이 진동하고 있다.

Fig. 8은 가중치 $R=0.1$, $q=1$ 인 경우이며 제어를 한 경우이다. 원판2의 각속도는 모델을 잘 추종하고 있으며 비틀림각은 제어를 하지 않은 경우와 비교해서 매우 감소하였음을 알 수 있다. Fig. 9은

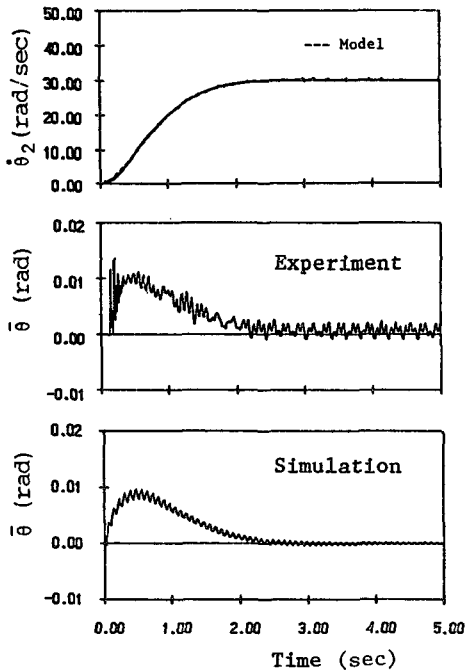


Fig. 5 Simulation and experimental results in starting process by model following control ($R=0.1$, $q=1$, $r=30$, $T=5.2\text{ms}$)

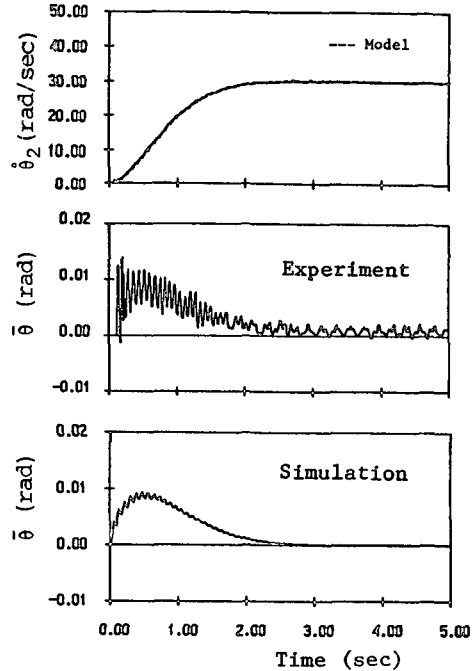


Fig. 6 Simulation and experimental results in starting process by model following control ($R=0.01$, $q=1$, $r=30$, $T=5.2\text{ms}$)

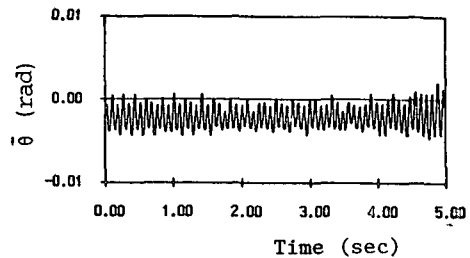
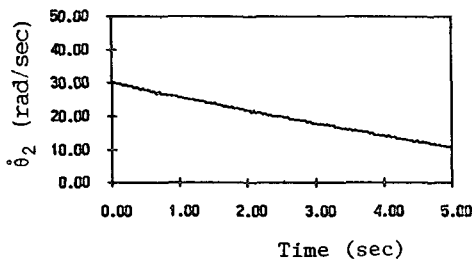


Fig. 7 Experimental results in stopping process without control, zero input torque at 30 rad/sec

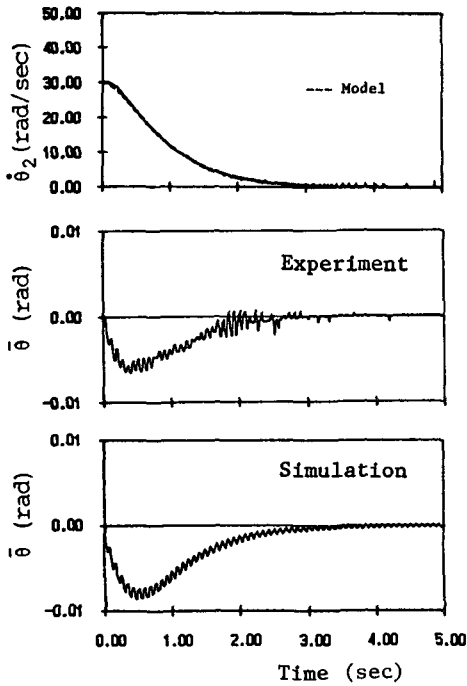


Fig. 8 Simulation and experimental results in stopping process by model following control ($R=0.1$, $q=1$, $T=5.2\text{ms}$)

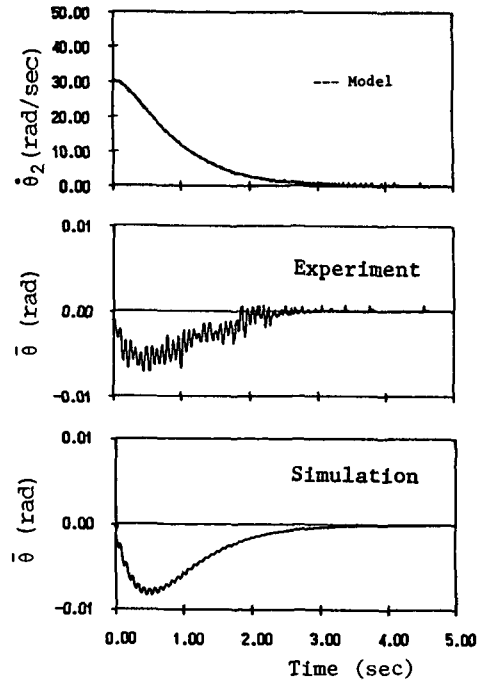


Fig. 9 Simulation and experimental results in stopping process by model following control ($R=0.01$, $q=1$, $T=5.2\text{ms}$)

$R=0.01$, $q=1$ 로써 제어를 한 경우이며 각속도는 모델을 잘 추종하고 있으며 비틀림각은 감소하였다.

이상의 실험결과 회전축의 기동과 정지시의 비틀림 진동제어에 있어서 증가된 귀환이득은 과도응답 특성을 갖고 있으며, 따라서 비틀림각은 초기에 증가하는 경향이 있으나 이러한 경우에도 비틀림각은 제어를 하지 않은 경우와 비교할 때 많이 감소하였음을 알 수 있다. 따라서 모델추종 제어기는 비틀림 진동제어에 유효함을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문의 연구결과로서 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 유연한 회전축을 갖는 비틀림 진동계의 비틀림 진동을 제어함에 있어 시뮬레이션과 실험을 통하여 검토하였으며 양자가 잘 일치함을 알 수 있었으므로 비틀림 진동계 모델링이 타당함을 알 수 있었다.

(2) 모델추종제어를 실시한 결과 회전축의 비틀

림 진동을 효과적으로 억제할 수 있었으며, 이로써 비틀림 진동문제에 적용할 수 있음을 제시하였다.

(3) 증가된 귀환이득으로 인하여 초기의 과도응답 특성이 나타나기는 하나 제어는 잘 수행되어짐을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) Kreindler, E., 1969, "On the Linear Optimal Servo Problem," INT. J. of Control, Vol. 9, No. 4, pp. 465~472.
- (2) Davison, E. J., 1972, "The Output Control of Linear Time-Invariant Multivariable Systems with Unmeasurable Arbitrary Disturbances," IEEE, Trans. AC-17-5, Oct., pp. 621~629.
- (3) Davison, E.J., 1976, "The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-Invariant Multivariable Systems," IEEE, Trans. AC-21-1, Feb., pp. 25~34.
- (4) Furuta and Komiya K., 1982, "Synthesis of Model Following Servo Controller for Multi-

- Variable Linear System," SICE, Vol. 18, No. 1, Jan., pp. 8~14.
- (5) Nonami, K. and et al, 1985, "Torsional Vibration Control of Rotating Shaft in Starting and Stopping Process," JSME, Vol. 51, No. 463, Mar., pp. 535~545.
- (6) Kaufman, H. and Uliana, C. J., 1986, "Model Reference and Optimal Control Applied to Computerized Numerical Control System," Proc. Conference on Applied Motion Control'86, Jun., pp. 31an34.
- (7) Kim, Joong-Bae, Park Nam-Soo and et al, 1989, "Torsional Vibration Control of a Rotor System by Model Following Method," Proc. of ASIA Vibration Conference, pp. 535~539.
- (8) Charles, L. Phillips, 1984, Digital Control System Analysis and Design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., pp. 311~323.
- (9) Dorato, P. and Levis, A. H., 1971, "Optimal Linear Regulators : The Discrete-Time Case," IEEE, Trans. AC-16-6, Dec., pp. 613~620.
- (10) Kuo, B.C. and Tal, J., 1977, DC Motors and Control Systems, SRL Publishing Co., p. 146.