

研究論文
------

大韓熔接學會誌  
 第10卷第2號 1992年6月  
 Journal of the Korean  
 Welding Society  
 Vol. 10. No. 2, Jun., 1992

## 아아크 용접시 입열 조건의 최적화에 관한 연구

박 일 철\* · 박 경 진\* · 엄 기 원\*

### Optimization of the Heat Input Condition on Arc Welding

I. C. Park\*, G. J. Park\*, K. W. Um\*

**Key Words** : Transient Heat Conduction Analysis(과도적 열전도 해석), Optimization of Welding(용접 최적화), Convective Heat Loss(대류 열손실), Welding Variable(용접 변수), Design Variable(설계 변수), Cost Function(목적 함수), Constraint Condition(계약 조건), Forced Conduction(강제 대류), Latent Heat(잠열), Shielding Gas(엄폐 가스)

#### Abstract

A method of optimization of process parameters in Arc Welding has been discussed in this paper. The method of investigation is based on the numerical calculation of weld bead by a finite element method and non-linear optimization technique is applied to estimate the optimization process parameters from the numerical calculation.

The common package program(ANSYS 4.4A) was used to obtain the process parameters for a thin plate arc welding(TIG, CO<sub>2</sub>).

The results on some test are satisfactory and the used method of this paper is a useful guide to the optimum welding condition.

\* 정희원, 한양대학교 공과대학 정밀기계공학과

## 1. 서 론

용접 기술은 현재 까지는 경험적인 분야도 있었다. 실험과 경험은 용접의 현재 기술적 수준에 많은 공헌을 해왔다. 그러나 컴퓨터 시대의 출현으로, 용접의 배후에서 컴퓨터를 용접기사가 실용적으로 이용할 수 있게 되었으며, 용접에 있어서 열유동과 잔류응력을 정량화하려는 시도는 1930년대에 Rosental<sup>1)</sup>, Boulton과 Martin<sup>2)</sup>에 의해서 용접의 이론에 대한 해석적 방법을 개발하기 시작하였고, 특히 유한 요소법의 개발에 의해서 복잡한 형상의 과도적 열전도 해석을 포함<sup>3)</sup>하여 미분 방정식으로 지배되는 문제<sup>4)</sup>를 푸는 강력한 도구가 개발 되어 졌다.

최근까지 용접에 관한 전열 해석은 Tekriwal, Stitt과 Mazumder<sup>5,6)</sup>등이 GMAW과 GTAW에 관한 3차원 전열 해석을 하여 용접부의 비이드폭과 용접 깊이를 해석 하여 실험을 통하여 용착부의 형상을 비교한 것이 발표 되었다. 그러나 용접자동화와 성력화의 관점에서, 각종 용접시공 조건을 최적인 용접 조건으로 설정할 필요가 있게 되었다. 용접 최적화에 관한 보고서들은 대체로 용접 전류, 속도등 제어 가능한 변수(용접 변수)가 용접 결과(비이드 폭, 용입 깊이등)에 어떠한 영향을 미치는가를 실험식<sup>7)</sup> 또는 최소 자승 회귀 분석(Least Squares Regression Analysis)<sup>20)</sup>으로 표현하였고, 그 관계식을 사용하여 필요한 용접 변수를 산출 하는 방법이 제안 검토되어 왔다. 상술한 방법<sup>7-9)</sup>들은 간단 명료하고, 한정된 조건하에서는 잘 일치하겠지만, 범용성이 없다는 약점을 가지고 있었다.

최근에 黃地尙義 등은 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 용접 조건(용접 변수 : 용접 전류, 용접 속도)을 추정하고자 시도하여 그 결과 최적화 기법을 이용한 방법으로 최적입열 조건의 추정에 관해서 발표하였다<sup>10-12)</sup>. 그러나 이 보고서들은 온도에 따른 물성치(열전도도, 비열, 밀도)들이 불분명하고, 옴페가스(Shielding Gas)에 의한 대류를 고려하지 않았다.

그래서 본 연구에서는 최적화 기법을 사용하여 계산 모델에 의한 최적용접 조건을 추정하였다. 용접 열원은 이동 점열원으로 하였고, 열전도도와 비열의 온도 의존성을 고려하였다. 또한 자연대류와 옴페가스의 강제 대류를 고려하였으며, 용착부의 상변태에 의한 잠열을 고려하였다.

여기서는 최적 용접 조건의 비이드 폭(일정한 비

이드 폭)을 만들기 위한 방법으로서 열원 축방향의 평가점(용접 진행의 폭 방향 3mm 지점)을 두고 일정한 온도값(Mild Steel=1400℃, 알루미늄 합금=600℃)을 유지시키기 위해서 용접 변수(용접 전류, 아아크 전압)들을 설계 변수(Design variable)로 하여 계산 모델에 의해 최적 용접 조건을 구하였다. 용접 변수중에 용접 속도는 추후에 적용시킬 예정이다.

여기서 사용한 Package는 ANSYS 4.4 A의 전열 해석 모듈(Thermal Analysis Module)과 설계 최적 모듈(Design Optimal Module)을 사용하였다.

## 2. 용접 열원의 해석 방법

### 2.1. 해석 모델링

이 해석 모델은 ANSYS 4.4A의 요소 형식 57의 등변수 4면 전열 셀(Isoparametric Quadrilateral Thermal Shell)를 사용 하였다. Fig.1은 유한 요소 모델을 나타내고 있으며 밑줄친 번호들은 절점 번호를 나타내고 있다.

### 2.2. 전열 해석 방법

#### 2.2.1. 용접 과정 및 방법

용접 방법은 GMAW(Gas Metal Arc Welding, Mild Steel)과 GTAW(Gas Tungsten Arc Welding, Al-Alloy)이고, 이 과정은 다음과 같다.

- 1) 열의 일부는 평판에 도달하기 전에 주위로 방출된다.
- 2) 용융금속과 아아크 열은 공작물에서 3차원 열유동을 일으킨다.
- 3) 열전달 과정에서 열의 대류를 고려하였지만, 복사는 고려하지 않았다.
- 4) 옴페가스(CO<sub>2</sub>, Ar)의 흐름은 표면의 일부에서 강제 대류 열손실을 일으키며, 그 이외 표면에서는 자연대류를 일으킨다.
- 5) 재료의 온도 성질(열전도도, 비열)의 변화와 잠열<sup>6,19)</sup>등을 고려하였다.
- 6) 용접 과정에서 금속의 증발은 무시한다.
- 7) 열원은 용접선에 대칭으로 한다.
- 8) 와이어 송급 속도, 용융 속도는 고려하지 않았다.

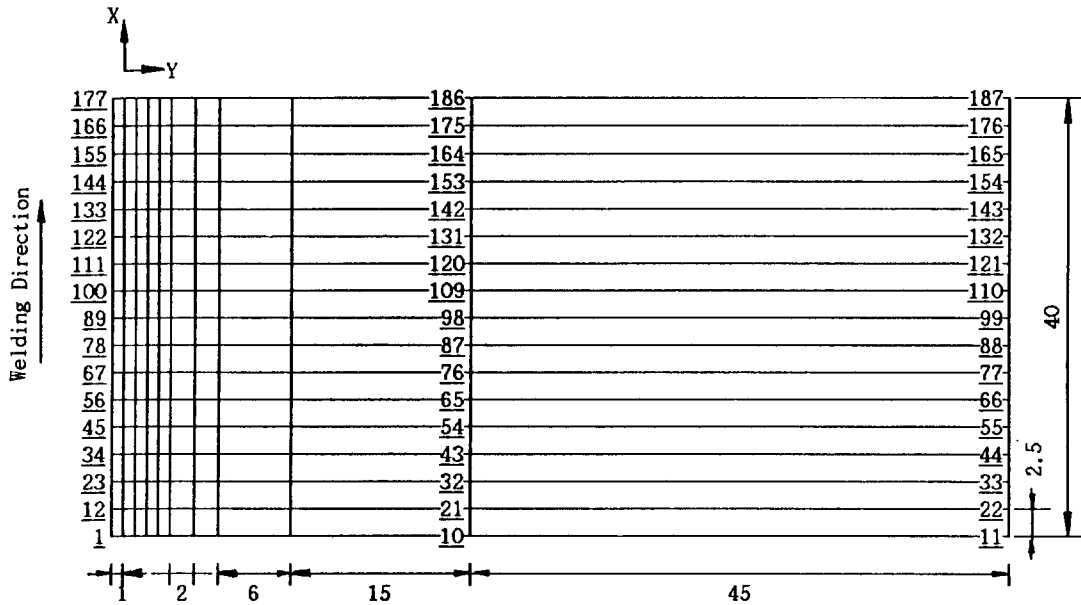


Fig.1 Finite Element Model

9) 아아크 열원은 방향으로 대칭인 Gaussian 분포로 고려하였다.

이 전열 해석에 사용한 재료(SS41과 A5052, 두께는 2mm)의 온도 정수들은 SS41의 경우 Fig.2를 참조<sup>5,13)</sup>하였고, Al-합금의 경우 Fig.3을 참조<sup>20)</sup>하였다. 주위 온도는 20°C로 한다. 용융 잠열의 영향<sup>22)</sup>은 상변태(Phase Change)가 일어날 때 생긴다.

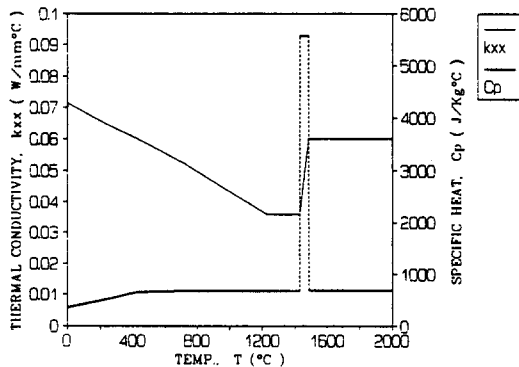


Fig. 2 Thermal Conductivity and Specific Heat Temp. for Mild Steel

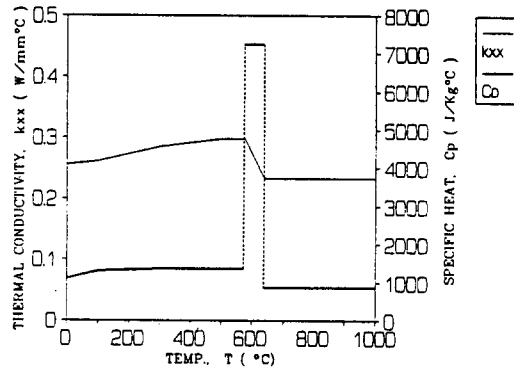


Fig. 3 Thermal Conductivity and Specific Heat Temp. for Al-alloy

2.2.2. 열원의 에너지 방정식

1) 내부의 열발생이 없을때 에너지 방정식은

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(K \nabla T) \tag{1}$$

$\rho$  = 금속의 밀도(kg/m<sup>3</sup>),  $C_p$  = 금속의 비열(J/kg°C),

$K$  = 금속의 열전도도(W/m°C),

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k, T = \text{금속의 온도}(^{\circ}\text{C})$$

2) 경계 조건은 푸리에 방정식(Fourier Equation)으로

$$q'' = -K \nabla T \quad (2)$$

$q'' = \text{표면 열유동}(W/m^2)$

3) 표면 열유동( $q''$ )은 경계에 의존하는 다음의 열 전달 형태로서 구성된다.

(1)  $h(T - T_a)$ , 대류 열손실 :

$$h = \text{열전달 계수}(W/m^2^{\circ}\text{C}),$$

$$T_a = \text{분위기 온도}(^{\circ}\text{C})$$

(2) 지정된 열유동( $-q''_s$ )을 받는다면,  $q''_s$ 는  $y=0$ 평면에서는 대칭으로 인해  $q''=0$ 이다. 모든 다른 표면들은 대류 열손실을 초래한다. 그리고, 용접봉과 접해있는 용접면( $z=$ 두께)만이 아아크로부터 열유속을 받는다.

### 2.2.3. 아아크 열원의 모델

아아크에서 평판으로의 아아크 열원은 Smartt<sup>15)</sup>등이 Gaussian분포에 맞는 열유속에 대해 실험으로 구했고, Goldak<sup>16)</sup>등은 Profile에 바탕을 둔 반경 방향의 대칭인 Gaussian분포로 시간에 따라 이동하는 열원으로 발표하였다.

본 연구에서도 시간에 따라 이동하는 열원을 반경 방향의 대칭인 Gaussian분포로 가정하였다.

Gaussian분포 :

$$q''(r) = q''_0 * \exp(-3r^2/rb^2) \quad (3-a)$$

또는

$$q''(x,y,t) = \frac{3n_aVI}{\pi rb^2} \exp(- * [(x-ut)^2 + y^2]/rb^2) \quad (3-b)$$

여기서  $q''(r)$  = 평판상의 위치  $r$ 에 입사된 단위 면적 단위 시간당의 열유속

$$q''_0 = \text{최대 } q''(r=0 \text{에서}),$$

$r$  = 아아크 중심으로 부터의 거리

$r_b$  = 全熱의 95%가 평판상에 입사되어지는 영역을 묘사하는 아아크 기둥 반경(본 연구에서는  $r_b=3\text{mm}$ )

$V$  = 용접 전압,

$I$  = 용접 전류,

$t$  = 용접 시간(sec)

$x$  = 용접이 진행되는 방향(mm),

$y$  = 용접이 진행되는 직각 방향(mm)

$\eta_{eff} = 0.8$  (용접 효율)<sup>5)</sup>

### 2.2.4. 표면 열손실

자연 대류 열전달은 대칭면( $y=0$ )을 제외한 평판의 모든 표면에서 발생한다. 그러나 토오치의 노즐 아래의 영역은 직접적으로 임페가스( $\text{CO}_2, \text{Ar}$ )의 흐름으로 인하여 강제대류를 받으며 용접 열원에서 7mm까지 영향을 받는 것으로 하였다. 자연 대류는 Frideman<sup>14)</sup>등의 보고서를 참고하여  $h=10W/m^2^{\circ}\text{C}$ 를 임페가스에 의해 영향을 받지 않는 모든 표면에 적용하였다. 용접 노즐 아래의 평판 표면 일부에 대해서 아래와 같이 강제대류를 적용하였다<sup>5,6)</sup>.

$$h = 13 * Re^{1/2} * Pr^{1/3} * K_{gas}/NPD$$

$$\text{레이놀드 수}(Re) = V_{gas} * D * \rho_{gas}/\mu_{gas}$$

$$\text{프랜틀 수}(Pr) = V_{gas}/\alpha_{gas} = \mu_{gas} * C_{pgas}/k_{gas}$$

여기서  $V_{gas}$  = 임페가스( $\text{CO}_2, \text{Ar}$ )의 유속( $0.8514m^3/sec$ )

$D$  = 노즐 직경( $18 \times 10^{-3}m$ )

$\rho_{gas}$  = 임페가스의 밀도 :

$$\text{CO}_2 = 1.773\text{kg}/m^3, \text{Ar} = 1.7837\text{kg}/m^3$$

$\mu_{gas}$  = 동점계수 :

$$\text{CO}_2 = 149 \times 10^{-7}\text{kg}/m\text{-sec}, \text{Ar} = 221.7 \times 10^{-7}\text{kg}/m\text{-sec}$$

$\alpha_{gas}$  = 임페가스( $\text{CO}_2, \text{Ar}$ )의 열확산(m/sec)

$C_{pgas}$  = 임페가스의 비열 :

$$\text{CO}_2 = 851\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}, \text{Ar} = 570.816\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$$

$K_{gas}$  = 임페가스의 열전도도 :

$$\text{CO}_2 = 16.55 \times 10^{-3}\text{W}/m^{\circ}\text{C}, \text{Ar} = 17.8 \times 10^{-3}\text{W}/m^{\circ}\text{C}$$

$NPD$  = 노즐과 평판 사이의 거리( $18 \times 10^{-3}m$ )

일정한  $h$ 값이 노즐 아래의 모든 점에 대해서 사용되며,  $h$ 의 반경방향 변화(Radial Variation)는 없다.

### 3. 용접 열원의 최적화 방법

#### 3.1. 최적화의 이론

최적 설계의 이론은 다음과 같다<sup>18)</sup>.  
 목적 함수를 최소화시키기 위하여 설계 변수(Design Variables)의  $n$ - 벡터를  $x=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 라 할때  
 목적 함수(Cost Function)  $f(x)$ 는  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 가 되고 (5)  
 제약조건(Constraint conditions)들은  
 등가 제약(Equality Conditions)을  $h_j(x)$ 라 할때

$$h_j(x) = h_j(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad j=1,2,\dots,p \quad (6)$$

로 표시 할 수 있고, 비등가 제약(Inequality Conditions)을  $g_i(x)$ 라 하면

$$g_i(x) = g_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq 0 \quad i=1,2,\dots,m \quad (7)$$

가 된다. 여기서  $p$ 는 등가 제약들의 총 수, 그리고  $m$ 은 비등가 제약들의 총수를 나타낸다.

#### 3.2. 용접 열원의 최적화

식 (3-b)의 열량( $q''$ )의 식에서 용접변수(전압, 전류)를 설계 변수(Design Variables)로 하여, 목적 함수를 나타내면 다음과 같다.

$$\text{목적 함수} : f(I, V) = (T_m - T_0)^2 \quad (8)$$

여기서,  $T_m$ =요구하는 온도(연강=1400°C, 알루미늄 합금=600°C)

$T_0$ =최적화를 원하는 각 점의 온도(°C)

단  $T_m$ 의 온도는 임의의 온도이며, 용접 속도( $vt$ )는 2.5mm/sec, 용접 효율( $\eta_{eff}$ )은 0.8, 아아크의 반경( $rb$ )은 3mm로 일정하게 놓고 용접 열원의 최적화를 하였고, 설계 변수의 조건은 아래의 조건에서 적용하도록 하였다.

연 강 ; 용접전류( $I$ ) : 30A <  $I$  < 150A

아아크 전압( $V$ ) : 15V <  $V$  < 25V  
 알루미늄 합금 ; 용접전류( $I$ ) : 30A <  $I$  < 100A  
 아아크 전압( $V$ ) : 10V <  $V$  < 25V

제약 조건(Constraint Conditions)에서 최적화를 원하는 각 점의 온도( $T_p$ )는

연 강 ; 1380°C <  $T_p$  < 1420°C ( $p=1,2,\dots,17$ )

알루미늄 합금 ; 590°C <  $T_p$  < 610°C ( $p=1,2,\dots,17$ )

로 하였다.

Fig.4에는 bead-on plate용접에 대한 최적화의 모델을 나타내고 있다.

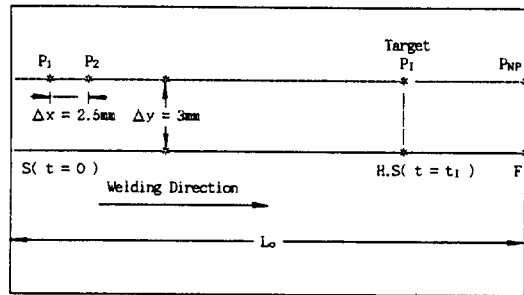


Fig. 4 Model of Optimal Heat Input

Fig.4는 용접의 초기 상태에서 준정상 상태를 지나 용접 종료 상태까지를 일정한 속도(2.5mm/sec)로 이동할 때, 열원 측방향( $\Delta y=3mm$ )의 위치에서 어느 평가점( $\Delta x=2.5mm$ )들의 온도를 일정값(Mild Steel=1400°C, 알루미늄 합금=600°C)으로 만들기 위한 모델을 나타내고 있다.

본 연구에서는, 이 모델에 비선형 최적화 방법을 적용하여 최적 용접조건(용접 전류, 아아크 전압)을 역추정 하였다.

## 4. 해석 결과 및 고찰

### 4.1. 해석 결과

Fig.5는 연강(Mild Steel)의 최적 입열에 따른 이동

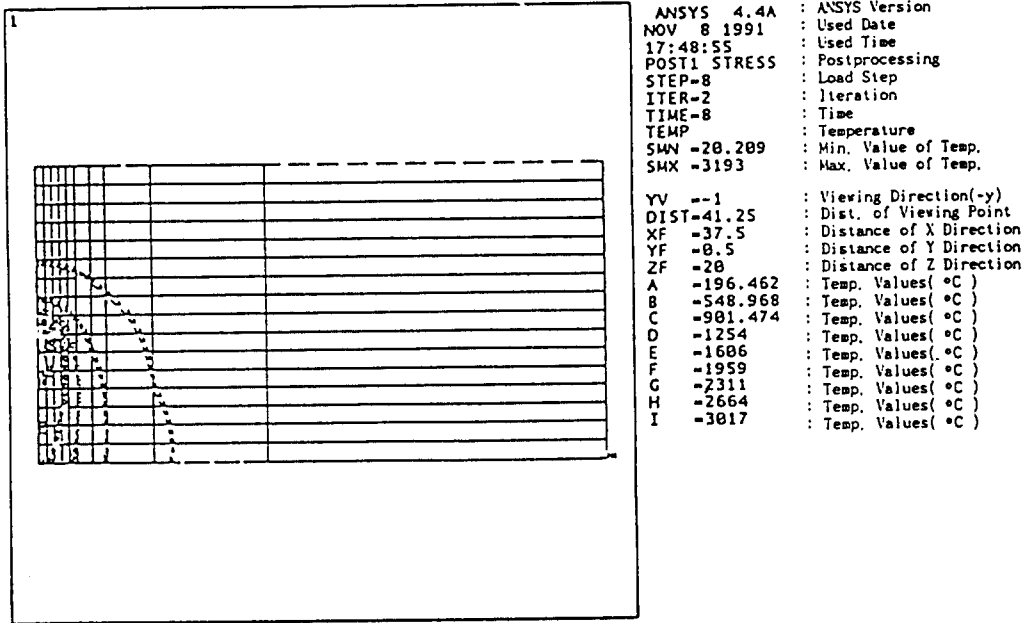


Fig. 5.1 Distribution of Temp.(8 sec after Welding)

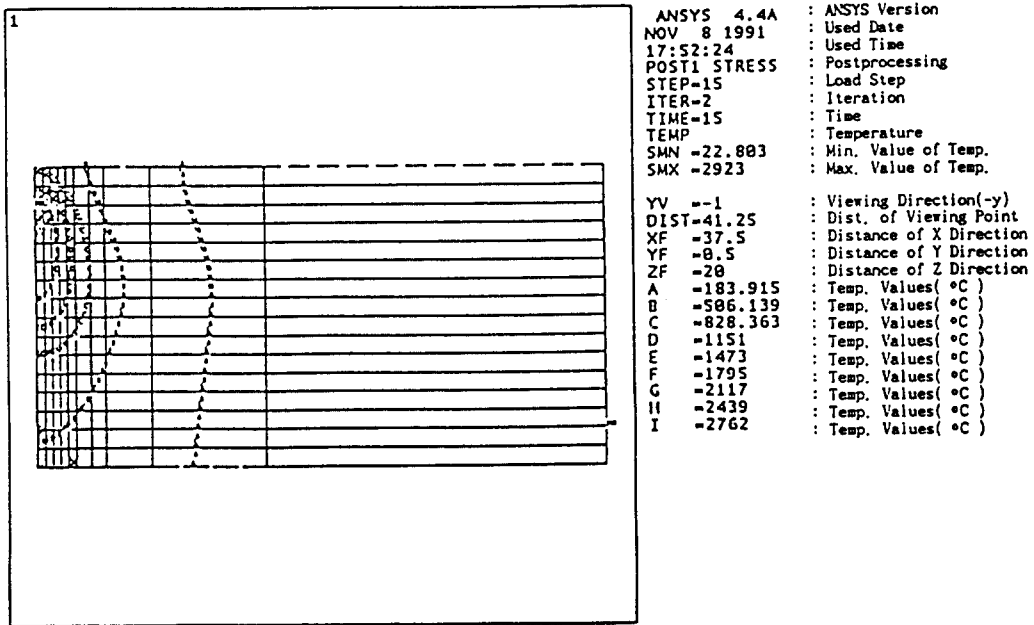


Fig. 5.2 Distribution of Temp.(15 sec after Welding)

Fig. 5 Temp. by Optimal Heat Input(Mild Steel)

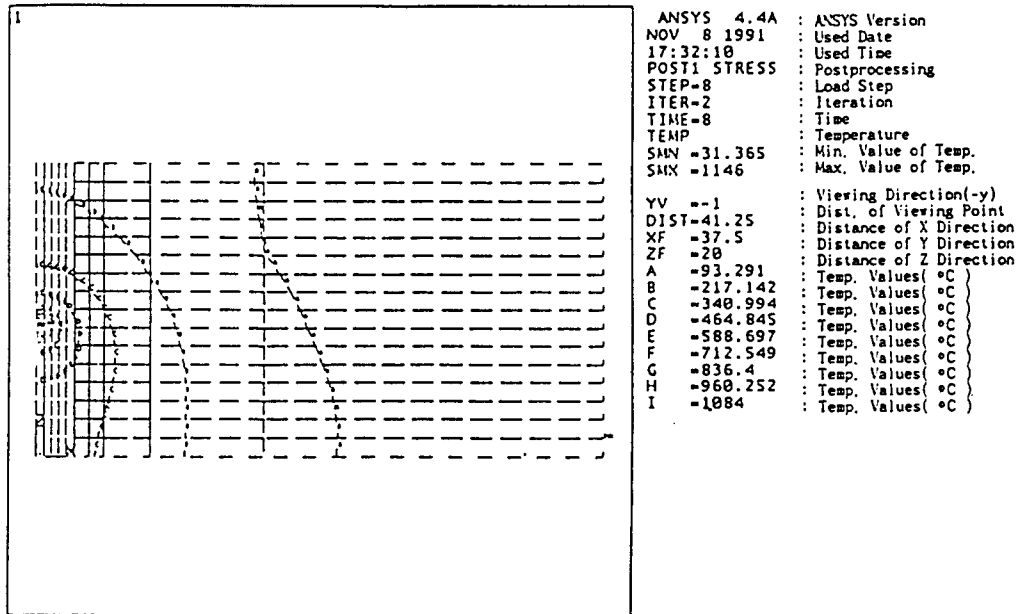


Fig. 6.1 Distribution of Temp.(8 sec after Welding)

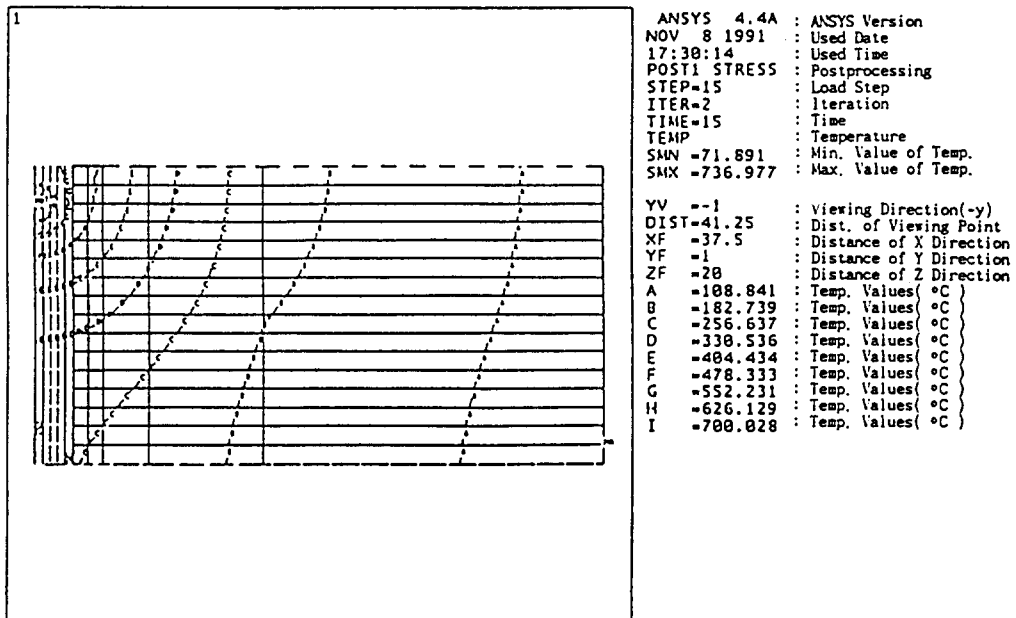


Fig. 6.2 Distribution of Temp.(15 sec after Welding)

Fig. 6 Temp. by Optimal Heat Input(Al-alloy)

열원의온도 분포를 나타내고 있고, Fig.6은 알루미늄 합금의 최적 입열에 따른 이동 열원의 온도 분포를 나타내고 있다.

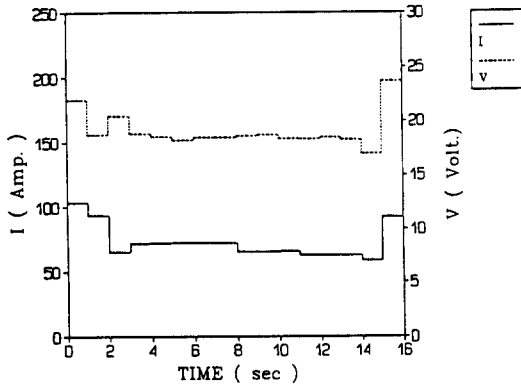


Fig. 7 Current and Voltage by Optimal Heat Input(Mild Steel)

Fig.7은 연강의 최적 입열 제어에 의한 용접 전류 값과 아아크 전압값을 나타내고 있고, Fig.8은 알루미늄 합금의 최적 입열 제어에 의한 용접 전류 값과 아아크 전압값을 나타내고 있다. Fig.7에서와 같이 연강의 경우에는 초기 상태에서 3초까지는 아아크의 불안정으로 전압값이 불안정하고, 3초 이후에는 아아크의 안정으로 거의 일정한 전압값과 전류 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. 용접 종료시에는 아아크의 불안정으로 전압값 및 전류값이 차이가 크게 되는 것을 알 수 있다.

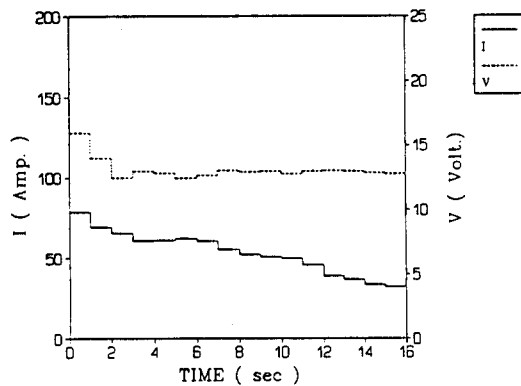


Fig. 8 Current and Voltage by Optimal Heat Input(Al-alloy)

Fig.8에서와 같이 알루미늄 합금의 경우 2초까지는

아아크의 불안정으로 전압값이 불안정하고, 그 이후에는 안정한 값을 나타내고 있으며, 열전도성이 큰 재질이므로 전류값이 약간 커지는 것을 볼 수 있다.

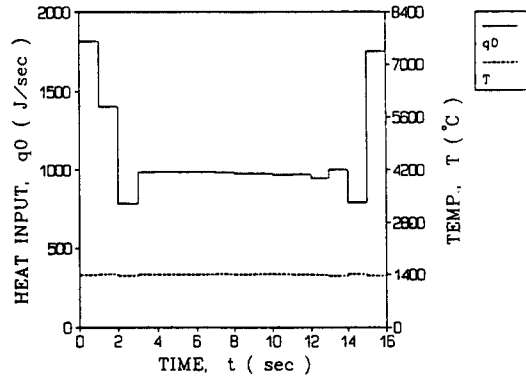


Fig. 9 Heat input and Temp. by Optimal Heat Input(Mild Steel)

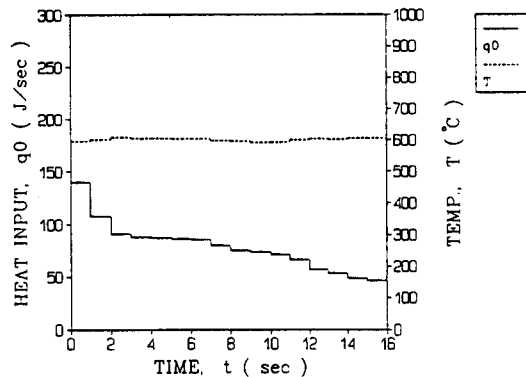


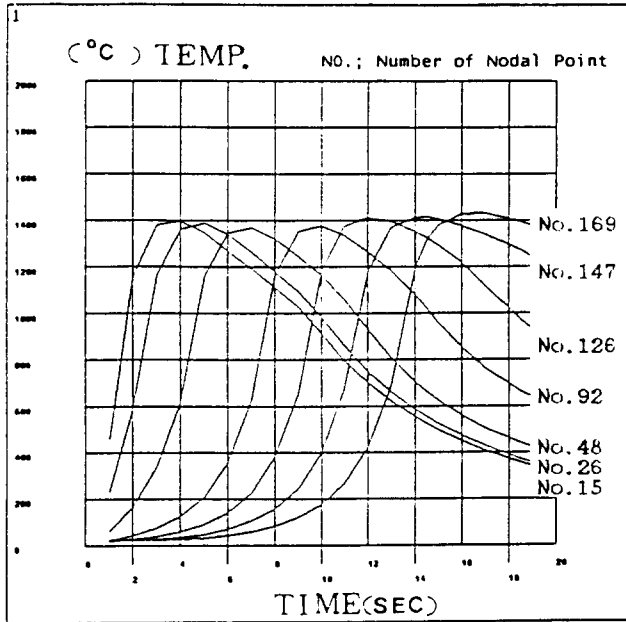
Fig. 10 Heat input and Temp. by Optimal Heat Input (Alalloy)

Fig.9와 Fig.10은 열원이 일정한 속도(2.5mm/sec)로 이동 할 때 열원 측방향 3mm 지점들의 각각의 평가 점에서의 최적 입열 제어에 대한 Heat Input값과 온도값을 나타내고 있다.

Fig.9에서 알 수 있듯이 연강의 경우 초기 상태에는 Heat Input가 최값을 나타내고 있으며, 약 3초 이후에는 준정상 상태로 된다. 종료시에는 Heat Input는 큰 값을 나타내고 있다.

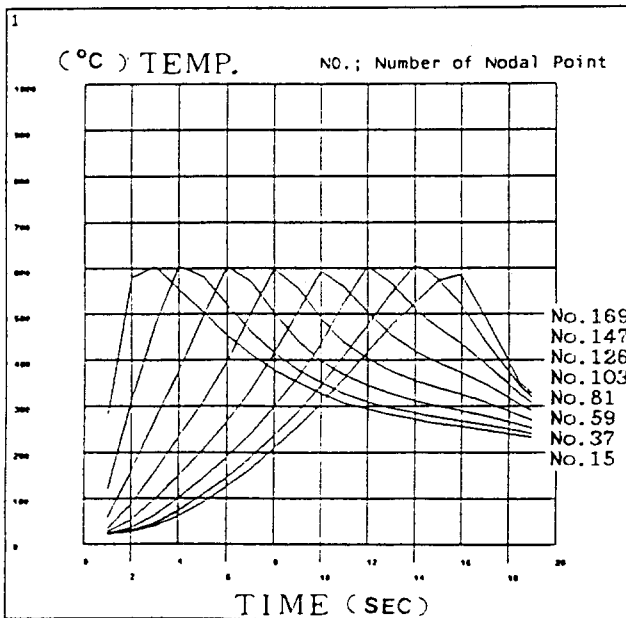
Fig.10에서와 같이 알루미늄 합금은 Heat Input의 값이 초기에 가장 큰 값을 나타내며, 그 후에는 열전도성이 큰 재질이므로 점차 작아지는 경우를 보이고 있다. 종료시에는 약간 커지는 것을 알 수 있다.





ANSYS 4.4A : ANSYS Version  
 NOV 11 1991 : Used Date  
 19:46:51 : Used Time  
 POST26 : Postprocessing( Time )  
 ZV =1 : Viewing Direction(-y)  
 DIST=0.6666 : Dist. of Viewing Point  
 XF =0.5 : Distance of X Direction  
 YF =0.5 : Distance of Y Direction  
 ZF =0.5 : Distance of Z Direction

Fig. 11 Temp. vs. Time by Optimal Heat Input(Mild Steel)



ANSYS 4.4A : ANSYS Version  
 NOV 11 1991 : Used Date  
 17:46:49 : Used Time  
 POST26 : Postprocessing( Time )  
 ZV =1 : Viewing Direction(-y)  
 DIST=0.6666 : Dist. of Viewing Point  
 XF =0.5 : Distance of X Direction  
 YF =0.5 : Distance of Y Direction  
 ZF =0.5 : Distance of Z Direction

Fig. 12 Temp. vs. Time by Optimal Heat Input(Al-alloy)

Fig.11은 연강의 최저 입열제에 의한 평가점에서의 온도 이력을 나타내고 있다.

Fig.12은 알루미늄 합금의 최적 입열 제어에 의한 평가점에서의 온도 이력을 나타내고 있다.

연강은 Fig.11에서 볼 수 있듯이 평가점 도두 1400°C 온도 주위에서 분포함을 알 수 있고, 알루미늄 합금은 Fig.12의 경우는 평가점 모두 600°C 온도 주위에서 분포함을 알 수 있다.

그러므로 정확한 재질의 용융점 온도를 알 수 있다면 재질의 용융점을 최적 입열 제어에서 요구값으로 하면 일정한 비이드폭을 구 할 수 있다.

#### 4.2. 고찰

본 연구에서는 최적 입열 형식이 2차원 열분포를 나타내고 있지만, 여기에서 이용한 방법으로 3차원 문제에서도 적용 할 수 있다. 추후 최적입열량을 실험적으로 검토 하여 발표 할 예정이다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 용접부의 열이동 문제를 열전달 방식의 해석과 비선형 최적 입열 형식의 방법을 이용하여 얻어진 용접부의 최적 입열제어 문제에 대해서 검토했다.

본 연구에서 얻어진 결과를 요약해서 아래와 같이 서술한다.

- 1) 용접부의 온도제어 문제를 열전도 방정식의 해석해를 이용해서 최적입열 문제로 표현하였다.
- 2) 최적 입열 제어에 정확한 재질의 용융점 온도를 요구값으로 할 수 있다면 비이드폭을 제어 할 수 있다.
- 3) 본 연구의 방법으로 3차원 최적 입열 문제에 적용하면 비이드 폭 뿐만아니라 용입 깊이를 제어 할 수 있다.

### 참 고 문 헌

- 1) Rosental, D. ; 1941, Welding Journal 20(5) : pp. 220S-234S
- 2) Boulton, N.S.,and Lance Martin, H.E. ; 1936, Proc. Inst. Mech. Engrs, 123 ; pp.295-347, London, England
- 3) Wiulson, E.L, and Nickell, R.E ; 1966, Nuclear Engr. and Dsign 4 ; pp.276-286
- 4) Segerling, L.J. ; 1976, Applied Finite Element Analysis, John Wiley Sons Ins.
- 5) Tekriwal, P.,Stitt, M.,and Mazumder, J. ; 1987, Metal Constrution
- 6) Tekriwal, and Mazumder,J. ; 1988, Finite Element Analysis of Three Dimension Transient Heat Transfer in GMA Welding, Welging Journal, pp.150s-156s
- 7) 益本, 高野, 吉田, CO<sub>2</sub> I형 맞대기 일층 용접 Parameter설정 program, 용접학회지 48, No.1, pp.17-21(1979)
- 8) Lauterwald, B., Mathematische Ermittlung Optimaler Arbeitwerte fur die up-Band Uerdindungs-chweibung ZIS Mitteilungen, 12, H9, pp1249-1260(1970)
- 9) Dubovetskii, S. V.,Sergatskii, G. I.,and Kasatkin, O.G., Optimization of CO<sub>2</sub> Welding Conditions, Automatic Welding,33, No.12, pp.22-26.(1980)
- 10) 黃地尙義, 近藤勝義, 西口公地, 최적 입열 조건 추정의 알고리즘, 용접학회 논문집 제8권,(1990), 제1호, pp.48-53.
- 11) 黃地尙義, 近藤勝義, 西口公地, 森安雅治, 平本誠剛, 아아크 용접의 최적 입열제어, 용접학회 논문집, 제8권,(1990), 제2호, pp.48-53
- 12) 黃地尙義, 米谷裕次, 吉田裕彦, 西口公地, 康 鐵, 계산 모델에 의한 용접 조건 추정과 탐색, 용접학회 논문집, 제8권,(1990), 제2호, pp.9-14
- 13) Krutz, G. W.,and Segerlind, L. '. : 1978. Welding Journal 57(7), 221s-216s
- 14) Friedman, E.,and Glickstein, S. S.,Weldinig Journal 55(12) : 408s-420s
- 15) Smartt, H. B., Stewart, J. A.,and Einerson, C. J., : GTA heat input distribution measurements, Americal Weld Soc. 66th annual convection, Las Vegas USA May 1985
- 16) Goldak, J.,Chakravarti, A., and Bibby, M., : 1984, Met. Trans. 15b(6) pp.299-305
- 17) Tekriwal,P., and Mazumder,J., ; 1988, Metal Construction(to be published)
- 18) Arora, J. S., Introduction to Optimum Design, 1989.

- McGraw-Hill Company pp.45-49.
- 19) 矢羽 陸憲, 福地 虎文, 入江 卓志, 林 登;自動車における アルミウム 合金 熔接, 1991年 9月號. 熔接 技術. pp.80-85
  - 20) Y. S. Touloukian, D. P. Dewitt : Thermophysical Properties of Matter, Purdue Univ. Vol. 4, p.3
  - 21) S. Ray, M. Bhattacharyya, and S.N. Banerjee : Investigation into Optimal Welding Variables for Arc Wlded Butt Joints 1986. Wlding Research Supplement pp.39s-44s
  - 22) Julia O'Hara : ANSYS Revision 4.A Tutorials Vol. III(Heat Transfer Using the ANSYS Program