

確率的 修理費用과 臨界水準을 考慮한
週期的 交替 模型에 관한 研究
(A Periodic Replacement Model with
Random Repair Costs and Threshold Levels)

姜永吉, 姜聲振*

Abstract

A policy of periodic replacement with minimal repair at failure is considered for a complex system. Under such a policy the system is replaced at periodic times, iT ($i=1, 2, \dots$), while minimal repair is performed at any intervening system failures. The cost of the j -th minimal repair to the component which fails at age t is $g(C(t), c_j(t))$, where $C(t)$ is the age-dependent random part, $c_j(t)$ is the deterministic part which depends on the age and the number of the minimal repair to the component, and g is a positive nondecreasing continuous function. The cost of replacement is expensive when the number of failures occurring in $(0, T)$ is greater than a threshold level. The problem of determining the optimal replacement period, T^* , which minimizes the total expected cost per unit time over an infinite time horizon is considered. Various special cases are considered.

* 國防大學院

1. 序 論

현재 軍이나 産業體에서 사용중인 복잡한 무기체계나 고가장비들의 가격 및 유지비가 점점 상승추세에 있으므로 適切한 時期에 시스템을 交替하는 것은 국방예산의 효율적 사용과 軍의 전투력 향상에 기여할 것이다. 따라서 시스템의 最適交替週期 判斷을 위한 理論的 模型開發의 필요성이 대두된다.

시스템이 故障났을때 다시 작동하기 위한 최소한의 修理만 하여서 그 시스템이 수리되었을 때의 고장율이 수리하기 직전의 故障率과 같도록 해 주는 것을 最小修理(minimal repair) [8]라고 한다.

시스템을 일정한 주기 iT ($i=1, 2, \dots$) 시점에서 교체하고 교체간 고장발생시는 최소수리하는 정책을 週期的 交替政策(periodic replacement policy)이라고 한다. 이러한 형태의 정책은 Barlow Hunter[1]에 의하여 최초로 제시되었으며, 그들은 수리비용과 교체비용을 모두 일정한 상수로 가정하고 단위시간당 總期待費用을 최소화하는 최적교체주기 T^* 를 구하는 방법을 제시하였다. Tilquin과 Cleroux [12]는 임의의 한 주기동안 總期待費用으로 Barlow Hunter가 제시한 비용뿐만 아니라 시스템의 운영시간에 따라 증가하는 비용, 즉 減價償却費 혹은 調整費用(adjustment cost), 利子, 賃貸料, 檢査費用 등이 존재한다고 보고 이 비용들을 모형에 추가시켰다. 그러나 그들은 수리비용과 교체비용은 Barlow와 Hunter와 같이 일정한 상수로 처리했다.

Boland와 Proschan[5]은 Barlow 와 Hunter가 제시한 비용중에서 修理費用이 항상 一定한 것이 아니라 修理回數에 의존하여 점점 증가한다고 보았지만 교체비용은 일정한 상수로 처리했다. Boland[4]는 修理費用이 修理回數에 의존한다기 보다는 시스템의 運營時間에 의존하여 점점 증가한다고 보았으며 교체비용은 일정한 상수로 처리했다. Sheu[11]는 Tilquin과 Cleroux, Boland와 Proschan, Boland의 費用處理概念을 綜合하여 시스템의 운영시간과 수리회수에 의존하는 確率的 修理費用을 제시하였지만, 교체비용을 일정한 상수로 처리했다. 한편 Nakagawa[9]는 修理費用은 一定한 常數이지만, 交替費用은 交替週期 내에서 발생하는 故障回數가 臨界水準(threshold level) k 를 초과할 때는 더 비싸다고 보았다. 왜냐하면 교체주기내에서 $(k-1)$ 개의 豫備修理附屬을 보유하고 있는데 k 번 이상 고장이 발생하면, 시스템의 가동정지로 인한 機會費用과 緊急 注文 및 引導費用, 正常的인 豫防交替費用 등으로 總 費用의 증가를 초래할 것이므로 追加的으로 소요되는 비용을 交替費用에 포함시킨다면 더 많은 交替費用이 소요되기 때문이다.

上記의 模型들에서 나타난 費用處理概念은 修理費用과 交替費用中에서 어느 하나의 비용은 一定한 常數로 처리하고 나머지 하나의 비용을 變數로 처리한 경우이다. 그러나 現實的으로 修理費用과 交替費用 모두를 變數로 처리하는 것이 바람직할 수 있으며, 融通성인 모형을 얻을 수 있다.

따라서 本 研究에서는 上記의 費用處理概念을 綜合하여 修理費用은 시스템의 運營시간과 수리회수에 의존하는 確率變數로 처리하고, 交替費用은 계획된 교체사이에서 발생하는 故障回數가 臨界水準 k 를 초과할 때와 초과하지 않을 때로 區分 處理하여 모형을 제시하고 最適解를 얻어 既存의 模型들과 비교한다.

2. 模型 設定

本 研究의 모형 설정에 필요한 假定事項은 다음과 같다.

(1) 구성품의 故障은 시스템의 故障을 유발하며(직렬 체계), 고장 발생 즉시 탐지되며 最小修理에 소요되는 時間은 무시한다.

(2) t 시점에서 고장난 시스템을 j 번째 最小修理할 때의 修理費用은 $g(C(t), c_j(t))$ 이며, 函數 g 는 陽의 非減少 連續函數(positive nondecreasing continuous function)이다. 여기서 $C(t)$ 는 時間(t)에 의존하는 確率的 要素(random part)이고, $c_j(t)$ 는 時間(t)와 修理回數(j)에 의존하는 決定的 要素(deterministic part)이다.

(3) 交替週期 內에서 발생하는 故障回數가 臨界水準 k 를 초과할 때의 交替費用은 초과하지 않을 때보다 더 많이 소요된다.

(4) 故障率 函數 $h(t)$ 는 연속이고 증가하는 함수(IFR)이다.

本 研究에서 사용되는 變數들을 정의하면 다음과 같다.

T : 시스템의 交替週期

T^* : 시스템의 最適交替週期

$N(T)$: 구간 $(0, T)$ 에서 발생한 시스템의 故障回數(確率變數)

$f(t)$: 故障密度函數 (time to failure density function)-p. d. f

$F(t)$: 故障分布函數 (time to failure distribution function)-c. d. f

$$f(t) = dF(t)/dt$$

$R(t)$: 信賴度 函數 (reliability function),
 $R(t) = 1 - F(t)$

$h(t)$: 故障率 函數 (failure rate or hazard function)

$H(t)$: 故障率 函數의 分布函數

$$h(t) = dH(t)/dt$$

$E(X)$: 確率變數 X 에 관한 기대값

S_j : 시스템의 j 번째 故障 發生 時點(確率變數)

$C(t)$: t 시점에서의 確率的 修理費用(確率變數)

$c_j(t)$: t 시점에서 j 번째 最小修理할 때 소요되는 決定的 修理費用

$g(C(t), c_j(t))$: t 시점에서 j 번째 수리할 때 소요되는 修理費用을 나타내는 函數

$A(T)$: $(0, T)$ 구간에서 발생하는 總 修理費用

$E[A(T)]$: $(0, T)$ 구간에서 발생하는 期待修理費用

k : 주어진 臨界水準 (given threshold level)

c_2 : $N(T) < k$ 일때 交替費用 즉, 정상적인 교체비용

$c_3 : N(T)$ k 일때 交替費用 즉, 정상적인 교체비용과 시스템의 가동정지로 생산차절이나 임무차절에 대한 기회비용, 긴급주문 및 인도비용 등을 합한 비용

$g(C(S_j), c_j(S_j))$ 가 되고 $(0, T)$ 구간에서 발생하는 總修理費用(total repair cost)은 다음과 같이 된다.

$$A(T) = \sum_{j=1}^{\infty} g(C(S_j), c_j(S_j))$$

여기서 $S_j \leq T$ 이라는 조건이 만족해야 한다. 따라서 $(0, T)$ 구간에서 발생하는 期待修理費用(expected repair cost)은 다음과 같다.

가) 模型의 設定

시스템이 j 번째 고장나서 최소수리하는 시점을 S_j 라고 할때 S_j 시점에서의 수리비용은

$$E[A(T)] = \sum_{j=1}^{\infty} E[g(C(S_j), c_j(S_j)) | S_j \leq T] = \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^T E[g(C(t), c_j(t))] f_{S_j}(t) dt$$

한편 $\{S_j \leq t\}$ 라는 사상(event)은 $\{N(t) \geq j\}$ 라는 사상과 같고[6], $N(t)$ 는 모수(parameter) $H(t)$ 를 갖는 non-stationary Poisson 분포를 따르므로[8] S_j 에 대한 分布函數 및 密度函數는 다음과 같다.

$$F_{S_j}(t) = P\{S_j \leq t\} = P\{N(t) \geq j\} = \sum_{i=j}^{\infty} \frac{(H(t))^i}{i!} \cdot \exp(-H(t))$$

$$f_{S_j} = h(t) \cdot \frac{(H(t))^{j-1}}{(j-1)!} \cdot \exp(-H(t)) = h(t) \cdot P\{N(t) = j-1\}$$

그러므로 $(0, T)$ 구간에서 발생하는 期待修理費用은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} E[A(T)] &= \int_0^T \sum_{j=1}^{\infty} E[g(C(t), c_j(t))] P\{N(t) = j-1\} h(t) dt \\ &= \int_0^T \sum_{j=1}^{\infty} E[g(C(t), c_j(t))] P\{N(t) + 1 = j\} h(t) dt \\ &= \int_0^T E[g(C(t), c_{N(t)+1}(t))] \cdot h(t) dt \\ &= \int_0^T b(t) \cdot h(t) dt \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $b(t) = E[g(C(t), c_{N(t)+1}(t))]$ 이다.

그리고 期待 交替 費用(expected replacement cost)을 구하면 다음과 같다.

$$c_2 P\{N(T) < k\} + c_3 P\{N(T) \geq k\} \quad (2)$$

式 (1)과 式 (2)을 가지고 任意의 한 주기동안의 單位時間當 總期待費用을 구하면 다음과 같이 된다.

$$C(T) = \frac{c_2 + (c_3 - c_2)P\{N(T) \geq k\} + \int_0^T b(t) \cdot h(t) dt}{T} \quad (3)$$

여기서

$$c_3 \geq c_2,$$

$$b(t) = E\{g(C(t), c_{N(t)+1}(t))\},$$

$$P\{N(T) \geq k\} = 1 - P\{N(T) < k\} = \sum_{i=k}^{\infty} \frac{(H(T))^i}{i!} \cdot \exp(-H(T)),$$

$$H(T) = \int_0^T h(t) dt,$$

$k =$ 예비수리부속수준($k-1$ 개) + 시스템에 부착되어 있는 부속수준(1개).

지금부터 提案된 模型인 式 (3)의 最適解가 존재하는지를 알아본다. 먼저 式 (3)을 微分하여 정리하면,

$$C'(T) = \frac{1}{T^2} \left[(c_3 - c_2) \{T \cdot f_{S_k}(T) + R_{S_k}(T)\} + \int_0^T [b(T)h(T) - b(t)h(t)] dt - c_3 \right] \quad (4)$$

이 되고 $C'(T) = 0$ 으로 두고 정리하면 式 (5)를 얻을수 있다.

$$(c_3 - c_2) \{T \cdot f_{S_k}(T) + R_{S_k}(T)\} + \int_0^T [b(T)h(T) - b(t)h(t)] dt = c_3 \quad (5)$$

한편 式 (3)의 制約式에서 $c_3 \geq c_2$ 이므로 $c_3 = c_2$ 인 경우를 고려하면(9), 式 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\int_0^T [b(T)h(T) - b(t)h(t)] dt = c_3 \quad (6)$$

여기에서 $b(t)h(t)$ 가 t 에 대해 非減少 連續函數라면 式 (6)을 만족하는 최적해 T_1^* 는 다음과 같은 조건이 만족한다면 有限하다(finite).

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [b(T)h(T) - b(t)h(t)] dt > c_3 \quad (7)$$

더우기 $b(t)h(t)$ 가 t 에 대해 絶對 增加函數라면 T_1^* 는 唯一하다(unique).

한편 $c_3 \geq c_2$ 인 경우에 $(c_3 - c_2) \{T \cdot f_{S_k}(T) + R_{S_k}(T)\} \geq 0$ 가 성립하므로 式 (5)의 最適解 T^* 는 式 (6)의 最適解 T_1^* 보다 적은 값이 될 것이다.

나) 演算 節次 (algorithm)

提案된 模型인 式 (3)의 最適解를

bisection method [3] 를 이용하여 구하는
절차는 다음과 같다.

段階 1) $F(t)$ 와 $f(t)$, $h(t)$ 및 $g(C(t))$,

$c_j(t)$)를 定義한다. 그리고 計算을 終了하는 기준값 $e=0.0001$ 로 두고, $k=1,2,\dots,20$ 에 대해 <段階 2>부터 <段階 5>까지 반복한다.

段階 2) 最初 IOU (Interval of Uncertainty)의 값인 $AM=0.001$, $BM=1000.0$ 으로 둔다. $M=1$ 로 두고, M 을 반복회수로 정의한다. 최초 IOU의 길이를 UM_0 라 할 때 $UM_0=BM-AM$ 이다.

段階 3) 반복회수 M 에서 이전 반복회수($M-1$)에서의 IOU를 평가한다. $UM_1=BM-AM$ 이라 두고, 만약 $UM_1 < e$ 이면 段階 5)로 간다. 그렇지 않으면 $T=(0.5^{**M}) * UM_0 + AM$ 으로 두고 段階 4)로 간다.

段階 4) $C'(T)$ 를 구하여 만약 $C'(T) \geq 0$ 이면 $BM=T$, $M=M+1$ 로 두고 段階 3)으로 간다. 그렇지 않으면 $AM=T$, $M=M+1$ 로 두고 段階 3)으로 간다.

段階 5) $C(T)$ 를 구해 K , T 및 $C(T)$ 를 프린트하고 이 節次를 중단한다.

다) 既存 模型과의 比較

提案된 模型에서 臨界水準 k 와 修理費用 函數 g 를 어떻게 적용시키느냐에 따라 다음과 같이 既存의 交替模型으로 변한다.

(1) $k=0$ 혹은 ∞ , $g(C(t), c_j(t)) = c$ 로 적용시킨 경우.

$k=0$ 혹은 ∞ 일때는 $P\{N(T) \geq k\} = 1$ 혹은 0 이 되어 임계수준을 고려하지 않는다는 의미이며, 이때는 交替費用이 一定한 常數가 된다. 그리고 修理費用 函數 g 가 一定한 常

數 c 이므로 제안된 模型에서 $b(t)=c$ 가 되어 提案된 模型은 Barlow와 Hunter의 模型(1)이 된다.

(2) $k=0$ 혹은 ∞ , $g(C(t), c_j(t)) = c_j$ 로 적용시킨 경우.

이 경우는 交替費用이 첫번째 경우와 같이 一定한 常數이며, 修理費用은 修理回數에 의존한다고 본 경우이다. 이 假定을 적용시 제안된 模型에서 $b(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$b(t) = E\{c_{N(t)+1}\} = \sum_{j=1}^{\infty} c_j P\{N(t) = j-1\}$$

따라서 $(0, T)$ 구간에서의 期待修理費用은 다음과 같이 된다.

$$\int_0^T b(t)h(t)dt = \int_0^T \sum_{j=1}^{\infty} c_j P\{N(t) = j-1\} h(t) dt$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} c_j \int_0^T f_{S_j}(t) dt$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} c_j F_{S_j}(T)$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} c_j P\{N(T) \geq j\}$$

$$= c_1 P\{N(T) = 1\} + (c_1 + c_2) P\{N(T) = 2\} +$$

...

$$= \sum_{j=1}^{\infty} c_j^* P\{N(T) = j\}$$

여기서 $c_j^* = c_1 + c_2 + \dots + c_j$ 이다.

그러므로 修理費用은 修理回數가 증가됨에 따라 점점 증가한다고 假定한 Boland와 Proschan의 模型(5)이 된다.

(3) $k=0$ 혹은 ∞ , $g(C(t), c_j(t)) = c(t)$ 적용시킨 경우.

이 경우는 交替費用이 一定한 常數이며, 修理

費用은 時間에 依存한다고 본 경우이다. 제안된 모형에서 $b(t)=c(t)$ 가 되어, 修理費用이 時間이 경과함에 따라 감소하지 않고 증가한다고 假定한 Boland의 模型(4)이 된다.

(4) $k=0$ 혹은 ∞ , $g(C(t), c_j(t)) = C$ 로 적용시킨 경우.

이 경우는 交替費用이 一定한 常數이며, 修理費用은 修理回數나 時間에 依存하지 않으며, 임의의 시점에서 수리할때 소요되는 修理費用의 정확한 액수는 모르고 단지 어떤 確率分布를 따른다고 본 경우이다. 따라서 C 는 確率變數이므로 제안된 모형에서 $b(t)=E[C]$ 가 된다.

(5) $k=0$ 혹은 ∞ , $g(C(t), c_j(t))$ 自體를 적용시킨 경우.

이 경우는 交替費用이 一定한 常數이며, $b(t)$ 는 提案된 模型의 $b(t)$ 와 같고 時間과 修理回數에 依存하는 確率的 修理費用을 갖는 Sheu의 模型(11)이 된다.

(6) $k = 0, \infty$, $g(C(t), c_j(t)) = c$ 로 적용시킨 경우.

이 경우는 제안된 모형에서 $b(t)=c$ 가 되어 修理費用이 一定한 常數이며, 臨界水準에 따라 交替費用이 달라지는 Nakagawa의 模型(9)이 된다.

3. 適用 例

提案된 模型에 적용하기 위해 다음과 같은 假定事項을 설정한다.

(1) 시스템의 故障分布函數는 와이불 (Weibull) 分布函數이고, 와이불 分布의 모수 $\lambda = 0.5$, $\beta = 2, 3$ 이다.

(2) 修理費用函數 $g(C(t), c_j(t))=C(t) + c_j(t)$ 이며, 여기서 時間에 依存하는 確率的 修理費用 要素 $C(t)$ 는 평균이 $a_0 + a_1t$ 이고 분산이 σ^2 인 정규(Normal) 분포를 따르고, 時間과 修理回數에 依存하는 決定的 修理費用 要素 $c_j(t)=d_0 + jd_1 + d_2H(t)$ 이다. 여기서 修理費用 分布의 모수 $a_0 = 50$, $a_1 = 2$ 이며 $d_0 = 50$, $d_1 = 2$, $d_2 = 1$, $\alpha = 1$ 이다.

(3) 交替費用의 모수 $c_2 = 500$, $c_3 = 1000$ 이다.

(4) 臨界水準 $k = 1, 2, \dots, 20$ 이다.

上記의 假定事項에서 나타난 와이불 분포의 分布函數 $F(t)$, 密度函數 $f(t)$, 故障率 函數 $h(t)$ 는 다음과 같다.

$$F(t) = 1 - \exp[-(\lambda t)^\beta], t > 0$$

$$f(t) = \lambda \beta (\lambda t)^{\beta-1} \exp[-(\lambda t)^\beta]$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda \beta (\lambda t)^{\beta-1}$$

上記의 假定된 分布를 式 (3)에 적용시켜 정리한 單位時間當 總期待費用 函數는 다음과 같이 된다.

$$C(T) = \frac{1}{T} \left[c_2 + (c_3 - c_2) \left(1 - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda T)^i}{i!} \cdot \exp(-(\lambda T)^{\beta}) \right) \right. \\ \left. + (a_0 + d_0 + d_1) (\lambda T)^{\beta} + a_1 \frac{\beta}{\lambda(\beta+1)} (\lambda T)^{\beta+1} + 0.5d_1 (\lambda T)^{2\beta} \right. \\ \left. + d_2 \frac{1}{\alpha+1} (\lambda T)^{\alpha\beta+\beta} \right] \quad (8)$$

또한 상기의 가정된 분포를 식 (4)에 적용시켜 정리하면 $C'(T)$ 은 다음과 같이 된다.

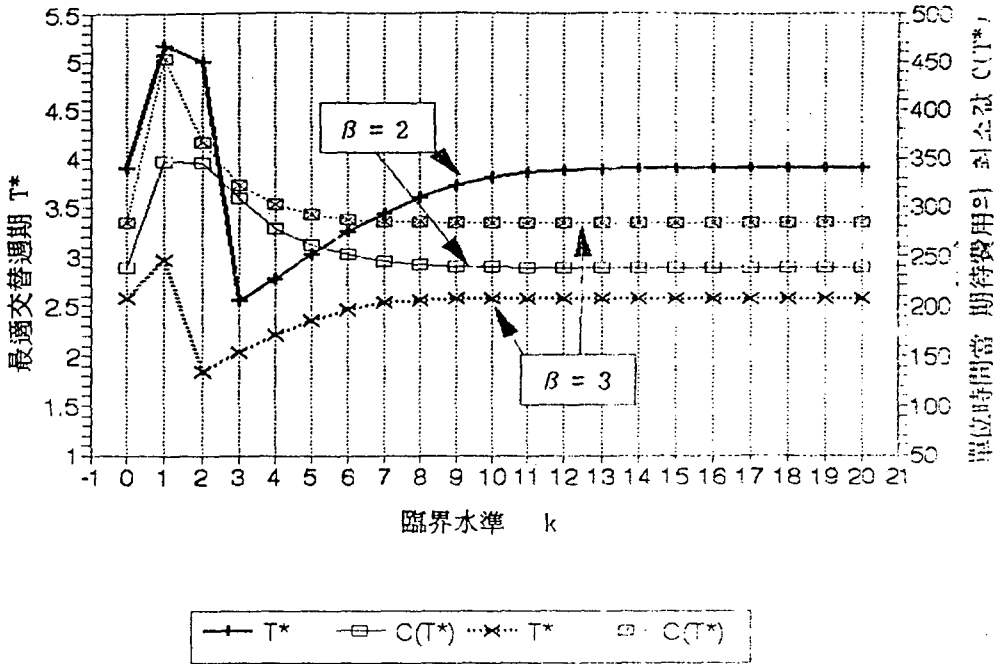
$$C'(T) = \frac{1}{T^2} \left[(c_3 - c_2) \left[T \lambda \beta \frac{(\lambda T)^{\beta k-1}}{(k-1)!} \exp(-(\lambda T)^{\beta}) + \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda T)^i}{i!} \exp(-(\lambda T)^{\beta}) \right] \right. \\ \left. + (a_0 + d_0 + d_1) (\beta-1) (\lambda T)^{\beta} + a_1 \frac{\beta^2 \lambda^{\beta}}{\beta+1} T^{\beta+1} + d_1 (\beta-0.5) (\lambda T)^{2\beta} \right. \\ \left. + d_2 \left(\beta - \frac{1}{\alpha+1} \right) (\lambda T)^{\alpha\beta+\beta} - c_3 \right] \quad (9)$$

式 (8) 혹은 式 (9)로 부터 모수의 값의 변화에 따른 最適解의 변화를 豫測하기는 어려우므로 컴퓨터의 計算結果를 가지고 이를 알아보기로 한다.

〈表 1〉 $\beta = 2, 3$ 일때의 각각의 臨界水準에 대한 最適交替週期 T^* 와 $C(T^*)$ 의 變化

($c_2=500, c_3=1000, a_0=50, a_1=2, d_0=50, d_1=2, d_2=1, \lambda=0.5$)

k	$\beta = 2$ 일때		$\beta = 3$ 일때	
	T^*	$C(T)^*$	T^*	$C(T)^*$
1	5.15721	347.0114	2.96436	453.1298
2	5.00450	346.1488	1.84462	366.4473
3	2.54748	308.6070	2.04049	323.1021
4	2.77815	278.8686	2.21525	302.6693
5	3.02193	261.6783	2.35148	292.5920
6	3.24569	251.4736	2.45724	287.7620
7	3.44012	245.4016	2.52424	285.6607
8	3.60105	241.8780	2.55988	284.8815
9	3.72503	239.9428	2.57442	284.6436
10	3.81074	238.9698	2.57895	284.5832
11	3.86129	238.5358	2.58015	284.5698
12	3.88596	238.3672	2.58038	284.5672
13	3.89598	238.3098	2.58038	284.5668
14	3.89955	238.2923	2.58050	284.5667
15	3.90063	238.2874	2.58050	284.5666
16	3.90086	238.2862	2.58050	284.5666
17	3.90098	238.2859	2.58050	284.5666
18	3.90098	238.2858	2.58050	284.5666
19	3.90098	238.2858	2.58050	284.5666
20	3.90098	238.2858	2.58050	284.5666
$k \rightarrow \infty$	3.90098	238.2858	2.58050	284.5666



〈그림 1〉 〈表 1〉의 資料에 對한 T^* 와 $C(T^*)$ 의 形態

〈表 1〉에서는 각각의 臨界水準 ($k=1, 2, \dots, 20$)에 對한 最適交替週期 T^* 와 $C(T^*)$ 를 나타냈으며, 〈그림 1〉에서는 〈表 1〉의 資料를 가지고 T^* 와 $C(T^*)$ 들을 연결하여 그래프로 나타냈다.

이 圖表와 그래프로부터 다음의 몇가지 特性을 발견할 수 있다.

첫째, 시스템 故障分布函數의 형태모수(β)와 臨界水準(k)에 따라서 T^* 와 $C(T^*)$ 가 달라진다. 즉, $\beta=2$ 이고 $k=2$ 일때는 $T^* \approx 5$, $C(T^*) \approx 346$ 이고, $\beta=2$ 이고 $k=3$ 일때는 $T^* \approx 2.5$, $C(T^*) \approx 308$ 이며, $\beta=3$ 이고 $k=2$ 일때는 $T^* \approx 1.8$, $C(T^*) \approx 366$ 이고, $\beta=3$ 이고 $k=3$ 일때는 $T^* \approx 2$, $C(T^*) \approx 323$ 이다.

둘째, 臨界水準이 一定水準以上이면 T^* 와 $C(T^*)$ 의 값이 어떤값에 수렴하는 현상을 볼 수 있다. 즉, $\beta=2$ 인 경우에 k 값이 10이상이거나, $\beta=3$ 인 경우에 k 값이 6이상일때는 T^* 와 $C(T^*)$ 들의 값이 거의 변화없이 어떤값에 수렴한다. 이러한 현상은 $C(T)$ 에 영향을 주는 $P\{N(T) \geq k\}$ 의 값이 k 가 一定水準以上の 어떤 값이면 거의 零에 가까운 값을 갖기 때문이다 (式 (3) 參照). 이러한 特性은 시스템의 故障情報(즉, 와이블 분포의 λ 와 β)가 주어진 상태에서, k 의 값을 一定水準以上으로 계속 증가시키더라도 (여기서 k 의 값을 증가시킨다는 의미는 시스템의 고장에 대비하여 예비로 보유하는 수리부속의 수준($k-1$)을 증가시킨

다는 의미임.) 시스템의 最適交替週期는 거의 변하지 않는다는 사실을 말해주고 있다. 이것은 또한 提案된 模型이 k가 일정수준이상이면 의미가 없는 결과를 야기시킨다는 점을 말해주고 있지만, 現實적으로 한 교체주기동안 시스템의 고장이 언제, 얼마나 발생할지도 모르는 상황에서 그 故障에 對備하여 豫備修理 附屬을 無限定 保有할수 없다는 점을 감안할 때 k의 水準이 一定水準 以下로 制限될수 밖에 없기 때문에 提案된 模型은 問題가 되지 않는다고 볼수 있다.

셋째, 시스템의 故障分布函數인 Weibull 분포의 형태모수(β)의 값이 큰 값일수록 모든 k 수준에 대해, 最適交替週期(T^*)가 빨라지는 반면 單位時間當 期待費用의 최소값 $C(T^*)$ 가 크다는 것을 알수 있다. 이러한 현상은 故障率 函數 $h(t)$ 가 $(\beta-1)$ 의 乘數로 증가하기 때

문이다.

〈表 2〉는 提案된 模型의 最適交替週期 T^* 와 그때의 單位時間當 期待費用 $C(T^*)$ 를 既存의 模型과 比較하기 위하여 나타냈으며, 〈表 2〉의 자료는 앞에서 언급한 바와같이 既存의 模型이 提案된 模型의 특수한 경우이므로 同一한 條件과 假定事項을 적용하여 提案된 模型으로부터 얻어진 결과이며, 〈表 2〉로부터 다음의 같은 사실을 발견할수 있다.

첫째, 提案된 模型의 結果는 臨界水準인 k의 값에 따라서 T^* 와 $C(T^*)$ 의 값이 변한다. 이것의 意味는 한 교체주기동안에 시스템의 고장에 對備하여 예비수리부속(k-1)을 얼마나 보유하는가에 따라 시스템의 最適交替週기가 변한다는 意味이다.

둘째, 臨界水準인 k의 값이 0 이거나 18이상이면 臨界水準이 고려되지 않는 Shew 模型

〈表 2〉 既存 模型과의 比較

구 분	k	$\beta = 2$		$\beta = 3$	
		T^*	$C(T)^*$	T^*	$C(T)^*$
Barlow & Hunter 모형	$0, \infty$	4.4721	223.6068	2.7144	276.3024
Boland & Proschan 모형	$0, \infty$	4.1696	230.7711	2.6472	280.2578
Boland 모형	$0, \infty$	4.2389	229.9171	2.6623	279.9437
Shew모형	$0, \infty$	3.9009	238.2858	2.5805	284.5666
Nakagawa & Yasui 모형	0	4.4721	223.6068	2.7144	276.3024
	1	6.3231	316.2242	3.3356	437.4250
	2	6.3088	316.1873	1.8615	363.8831
	3	2.6144	303.4823	2.0621	319.5792
	4	2.8484	272.7314	2.2464	298.0463
	5	3.1108	254.3002	2.3990	286.8809
	k fe	4.4721	223.6068	2.7144	276.3024
제안된 모형	0	3.9009	238.2858	2.5805	284.5666
	1	5.1572	347.0114	2.9643	453.1298
	2	5.0045	346.1488	1.8446	366.4473
	3	2.5474	308.6070	2.0404	323.1021
	4	2.7781	278.8686	2.2152	302.6693
	5	3.0219	261.6783	2.3544	292.5920
	k fe	3.9009	238.2858	2.5805	284.5666

과 같은 값을 가지며, 이때의 T^* 값은 既存의 다른 모형(즉, Barlow & Hunter, Boland & Proshan, Boland의 모형)들의 값보다 적고, $C(T^*)$ 의 값은 既存의 다른 모형들의 값보다 크다. 이러한 현상은 提案된 模型이 時間과 修理回數에 依存하여 追加的으로 발생하는 費用을 總 費用에 반영했기 때문이다.

셋째, 臨界水準인 k 의 값이 1, 2, ..., 17 일때는 同一한 臨界水準을 놓고 볼 때 Nakagawa 模型의 값보다 T^* 의 값은 적고, $C(T^*)$ 의 값은 크다. 이러한 현상은 첫번째 경우와 같이 Nakagawa 模型에서는 時間과 修理回數에 관계없이 一定한 修理費用을 고려했고, 提案된 模型은 時間과 修理回數에 依存하여 追加的으로 발생하는 費用을 總 費用에 반영했기 때문이다.

上記의 結果를 綜合하면 修理費用이 수리하는 시점과 수리회수에 따라서 점점 증가하고, 交替費用은 한 주기동안의 고장회수가 임계수준을 초과할때 더 비싸다는 假定이 보다 現實的이라고 본다면, 시스템의 交替週期는 既存의 模型에서 얻은 交替週期보다 더 빨리 하는 것이 最適이며, 그때의 單位時間當 期待費用은 더 많이 소요된다는 사실을 알 수 있다.

4. 結 論

本 研究에서는 既存의 模型들에서 나타난 費用處理概念들을 綜合하여 관련되는 費用들의 處理方法에 있어서 現實성에, 그리고 모형 자체의 융통성에 着점을 맞추어 交替模型을

提示하였다. 따라서 提案된 模型은 관련되는 모수들의 값을 변화시킴으로써 既存의 交替模型으로 전환되기 때문에, 만약 시스템 관리자가 本 研究에서 나타난 費用處理概念에 同意하지 않는 부분이 있다면 提案된 模型의 변화 없이 제안된 모형의 모수의 값을 변동시킴으로써 최적해를 유도할 수 있는 장점이 있다.

提案된 模型의 最適解를 數值例題를 통해 알아 본 結果, 修理費用이 수리하는 시점과 수리회수에 따라서 점점 증가하고, 交替費用은 한 주기동안의 고장회수가 임계수준을 초과할때 더 비싸다는 假定이 보다 現實的이라고 본다면, 시스템의 交替週期는 既存의 模型에서 얻은 交替週期보다 더 빨리 하는 것이 最適이며, 그때의 單位時間當 期待費用은 더 많이 소요된다는 사실을 알 수 있었다.

그리고 提案된 模型에서는 여러가지 現實 상황을 고려하다 보니 필연적으로 推定해야 할 모수들이 많다. 따라서 모수들에 대한 正確한 推定이 要求된다. 만약 修理費用과 交替費用에 대한 측정된 資料가 주어진다면, 提案된 模型에서 나타난 假定事項의 변동없이, 회귀 분석을 통하여 관련된 모수들을 추정할 수 있을 것이다. 그리고 本 研究에서는 臨界水準 k 를 주어진 特定の 값으로 보았는데 이것이 변화되는 경우와 故障探知時間이나 修理時間이 시스템의 運營時間에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다고 하였는데 이러한 時間들이 무시할 수 없는 경우에 追加的인 研究를 필요로 한다.

參 考 文 獻

- [1] Barlow, R. E. & Hunter, L. C., "Optimal Preventive Maintenance Policies", *Operation Research*, vol. 18, 1960, pp. 90-100.
- [2] Barlow, R. E. & Prochan, F., *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley Sons.
- [3] Bazaraa, M. S. & Shetty, C. M., *Nonlinear Programming*, John Wiley Sons, pp. 264-266.
- [4] Boland, P. J., & "Periodic Replacement when Minimal Repair Costs vary with Time", *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 29, 1982, pp. 541-546.
- [5] Boland, P. J. & Proschan, F., "Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs at Failure", *Operations Research*, vol. 30, 1982, pp. 1183-1189.
- [6] Cinlar, E., *Introduction to Stochastic Processes*, Prentice-Hall, Inc., pp. 70-95.
- [7] Kapur, K. C. & Lamberson, L. R., *Reliability in Engineering Design*, John Wiley Sons.
- [8] Murty, D. N. P., "A Note on Minimal Repair", *IEEE Trans. on Relib.*, Vol. 40, no. 2, 1991, pp. 245-246.
- [9] Nakagawa, T. & Yasui, K., "Periodic Replacement Models with Threshold Levels", *IEEE Trans. on Relib.*, vol. 40, 1991, pp. 395-397.
- [10] Ross, S., *A First Course in Probability*, 3rd edition, Macmillan Publishing Company, New York, p. 181.
- [11] Shue, S. H., "Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure and General Random Repair Cost for A Multi-Unit System", *Microelectron reliab.*, vol. 31, 1991, pp. 1019-1025.
- [12] Tilquin, C. & Cleroux, R., "Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure and General Cost Function", *J. of Statistical Computing and Sim.*, vol. 4, 1975, pp. 63-67.
- [13] 박경수, 「신뢰도 공학 및 정비이론」, 희중당, 1986.