

# 유한요소법을 이용한 전방압출공정의 내부결함에 관한 연구

김태형\* · 이진희\* · 권혁홍\* · 김병민\*\* · 강범수\*\* · 최재찬\*\*

## A Study on Central Bursting Defects in Forward Extrusion by the Finite Element Method

T. H. Kim, J. H. Lee, H. H. Kwon, B. M. Kim, B. S. Kang, J. C. Choi

### ABSTRACT

According to the variation of hydrostatic pressure on the central axis of deformable material, the V-shaped central bursting defect may be created in extrusion or drawing processes. The process factors which affect the generation of defects are semi-angle of die, reduction ratio of cross-sectional area, friction factor, material properties and so on. The combination of these factors can determine the possibility of defect creation and the shape of various round holes which have been created inside already. By the rigid plastic finite element method, this paper describes the observations of change in shape of round holes with process conditions such as semi-angle of die, reduction ratio of cross-sectional area and friction factor at the non-steady state of axisymmetrical extrusion process when the round hole is already existed inside the original billet. Also, the effects of process factors are investigated to prevent the possible defects.

**Key Words** : finite element method, forward extrusion, central bursting defects, internal hole

### NOTATION

$\pi, \Phi$ : functional	$B$ : strain rate - nodal velocity matrix
$\delta$ : variation	$D$ : flow matrix
$V$ : volume	$N$ : matrix of shape functions
$\bar{\sigma}$ : effective stress	$t$ : traction vector
$\bar{\epsilon}$ : effective strain	$\xi$ : tolerance of convergence
$\dot{\bar{\epsilon}}$ : effective strain rate	$m$ : friction factor ( $0 \leq m \leq 1$ )
$K$ : penalty constant	$\alpha$ : semi-angle of die
$\bar{t}_i$ : prescribed surface traction	$R$ : reduction ratio of cross-sectional area
$S_F$ : a part of surface prescribed surface traction	$\sigma_m$ : hydrostatic pressure
$\hat{v}$ : vector of nodal velocities	$Y_0$ : initial yield stress

\* 부산대학교 대학원

\*\* 정회원 부산대학교 기계기술연구소

## 1. 서 론

압출 또는 인발공정에서 발생하는 결함은 표면이나 모서리 부분에 균열이 생기는 외부결함과 재료 내부에 발생하는 내부결함으로 나눌 수 있으며, 내부결함은 가시적으로 확인되지 않기 때문에 결함 발생을 예측하고 방지하는 것은 중요하다. 압출 및 인발시 발생하는 내부결함은 Jennison<sup>[1]</sup>에 의해 최초로 보고되었으며, 다이 형상이 내부결함 발생에 큰 영향을 미치므로 적절한 다이설계로 내부결함을 방지할 수 있다고 제안했다. 내부결함 발생에 대한 체계적인 연구는 Avitzur<sup>[2]</sup>가 다이 반각-단면적 감소율에 따른 내부결함 발생 판정식을 상계해석을 이용하여 구하였으며, 상계 하중을 계산하여 하중이 작아지면 내부결함이 발생한 것이라고 하였다. 그 후 Zimmerman 과 Avitzur<sup>[3]</sup>는 재료의 가공경화성을 고려하여 내부결함의 발생을 조사하였다. Tanaka<sup>[4]</sup>는 어떤 다이 반각과 단면적 감소율에서 소재의 중심축을 따라 정수 인장응력 성분이 존재하면 중심축선상에서 국부적인 인장파손이 생긴다고 제안했다. Choi<sup>[5,6]</sup>등은 재료의 중심축선상에 내재된 원형공을 비례 유동 모델과 내부결함 유동 모델로 가정하여 상계해석에 의한 내부결함 발생을 예측하였다. 지금까지 언급된 연구결과들은 주로 상계해석 등을 통하여 하중의 증감에 따라 내부결함을 예측한 반면에 유한요소법에 의한 내부결함 발생의 예측은 Chen, Oh, Kobayashi<sup>[7-8]</sup>등에 의해 시도되었으며, 그들은 압출 및 인발가공에서 중심축선상에 인장상태의 정수압응력이 생길 때 내부결함이 발생한다고 제안하였다. Aravas<sup>[9]</sup>는 두 종류의 다이 반각에 대해 정상상태에서 유한요소법으로 해석하였으며, 그는 중심축선상의 정수압응력이 음에서 양의 값으로 변할 때 내부결함이 발생한다고 하였다. 이 외에도 Yoshida<sup>[10]</sup>등은 구리의 인발가공중 재료 내부의 산소 함유량의 증가가 결함에 관계되었음을 실험을 통해 입증했고, Ayada<sup>[11]</sup>등은 불균질 재료에 대한

결함 발생을 해석하였다.

본 연구에서는 초기 빌렛의 중심축선상에 원형공이 존재해 있을 때, 비정상상태의 축대칭 압출공정에서 단면적 감소율, 다이 반각, 마찰상수 등의 공정조건에 따른 원형공의 형상변화 및 체적변화를 강소성 유한요소법을 이용하여 해석하였으며, 또한 원형공의 체적변화와 내부결함 발생의 관계를 조사하였다.

## 2. 유한요소 수식화

강소성 유한요소법을 활용한 소성가공 공정의 시뮬레이션은 이미 많이 확립되어 있고, 여러 문헌<sup>[13]</sup>에 소개되어 있으므로 간단하게 언급하기로 한다. 가상일의 원리로부터 유도된 범함수의 변분은 식 (1)과 같다.

$$\delta\pi = \int_V \bar{\sigma} \delta \dot{\epsilon} dV + K \int_V \dot{\epsilon}_v \delta \dot{\epsilon}_v dV - \int_{S_F} \bar{t}_i \delta v_i dS = 0 \quad \dots\dots (1)$$

이를 벡터 및 행렬형태로 표시하면 식 (2)와 같다.

$$\Phi(\hat{v}) = \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \hat{v} + K \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{c} \mathbf{c}^T \mathbf{B} dV \hat{v} - \int_{S_F} \mathbf{t}^T \mathbf{N} dS = 0 \quad \dots\dots (2)$$

식 (2)를 편의상 아래의 식 (3)과 같이 표기한다.

$$\Phi(\hat{v}) = \mathbf{F}(\hat{v}) \hat{v} + \mathbf{G} \hat{v} - \mathbf{h} = 0 \quad \dots\dots (3)$$

$$\mathbf{F}(\hat{v}) = \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV, \quad \dots\dots (4)$$

$$\mathbf{G} = K \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{c} \mathbf{c}^T \mathbf{B} dV, \quad \dots\dots (5)$$

$$\mathbf{h}(\hat{v}) = \int_{S_F} \mathbf{t}^T \mathbf{N} dS. \quad \dots\dots (6)$$

수렴조건으로 아래의 놈(Norm)을 이용하였다.

$$\frac{\| \Delta \hat{v}^{(n)} \|}{\| \hat{v}^{(n)} \|} \leq \xi. \quad \dots\dots (7)$$

### 3. 유한요소 모델링

시뮬레이션에 사용된 재료는 응력-변형률의 관계가  $\bar{\sigma} = Y_0(1 + \bar{\epsilon}/0.319)^{0.34}$ 이고 초기 항복강도( $Y_0$ )가 0.10686 N/mm<sup>2</sup>인 순수알루미늄이며, 빌렛의 치수와 형상은 중심축선상에 밀면으로부터 9 mm높이에 지름의 1/20 크기의 원형공이 존재해 있는 반지름이 15 mm, 높이 30 mm인 원형봉을 사용하였다. 본 연구에 사용된 빌렛의 격자시스템은 Fig. 1과 같으며 요소의 갯수가 449개, 절점이 500개이다. 공정조건은 Fig. 2의 Avitzur가 제시한 내부결함 발생조건과 비교하기 위하여 다이 반각이 15°, 45°일때

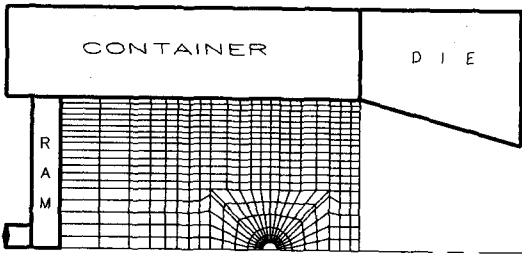


Fig. 1. Mesh system with a hole.

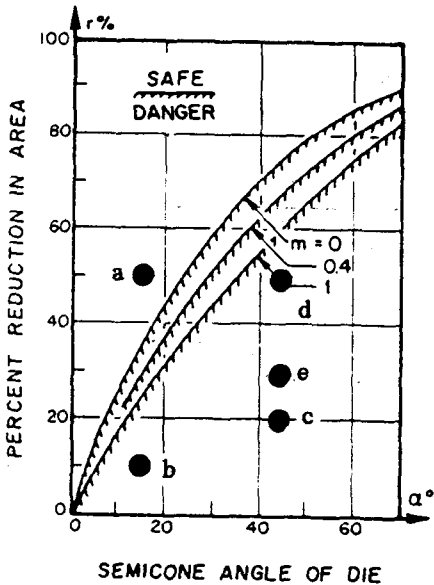


Fig. 2. Avitzur's criterion for central bursting defects.

각각의 단면적 감소율이 10%, 20%, 50%에 대하여 마찰상수를 0.2, 0.6으로 정하여 비정상 상태의 축대칭 압출공정으로 해석하였다.

### 4. 결과 및 고찰

앞에서 언급한 바와 같이 Fig. 2의 Avitzur가 제시한 내부결함 발생 공정조건 a,b,c,d,e에 대하여 강소성 유한요소법으로 축대칭 전방 압출공정을 해석하였다.

#### 4. 1. 비정상상태 압출공정에서의 원형공의 형상변화

각 공정조건에 대해 Fig. 1과 같은 동일한 격자 시스템을 이용하였으며, Avitzur가 제시한 내부결함 발생 공정조건과 비교하기 위해 마찰상수는 0.2, 0.6으로 택하여 해석하였다. Fig. 2의 a점의 공정 조건에서 마찰상수가 0.2일 경우에 대한 압출공정시, 펀치 행정에 대한 소재 내의 원형공의 형상변화를 Fig. 3에 나타내었으며 원형공이 다이의 감소부를 지나면서 원형공 주위의 격자가 왜곡되기 시작하며, 다이를 빠져나온 후에는 원형공 주위의 격자 왜곡의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. Fig. 2의 b,c,d,e의 각 공정조건에 대한 원형공의 최종 형상은 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4(a)는 Fig. 3과 동일한 다이 반각과 단면적 감소율에서 마찰상수가 더 큰 경우로서 원형공이 다이를 빠져나온 후의 그림으로 마찰이 커지면 원형공의 압착이 더 커짐을 알 수 있다. Fig. 4(a)와 4(e)를 비교하여 보면, 동일한 단면적 감소율과 마찰조건에서 다이 반각이 더 작은 Fig. 4(a)의 경우가 공정후 원형공 주위의 압착이 더 큼을 볼 수 있다. Fig. 4(b)와 4(c) 그리고 Fig. 4(d), 4(e)는 동일한 다이 반각, 단면적 감소율에서 마찰조건의 변화에 따라 원형공이 다이를 빠져나온 후의 그림이며, 이 경우 역시 마찰이 커지면 원형공의 압착이 더 큼을 볼 수 있다. Fig. 4(f), 4(g)는 동일한 다이 반각에 대해 단면적 감소율의 변화에 따른 원형공 주위의 형상변화를 도시한 것이며, 단면적 감소율이 증가하면 원형공 주위의 압착

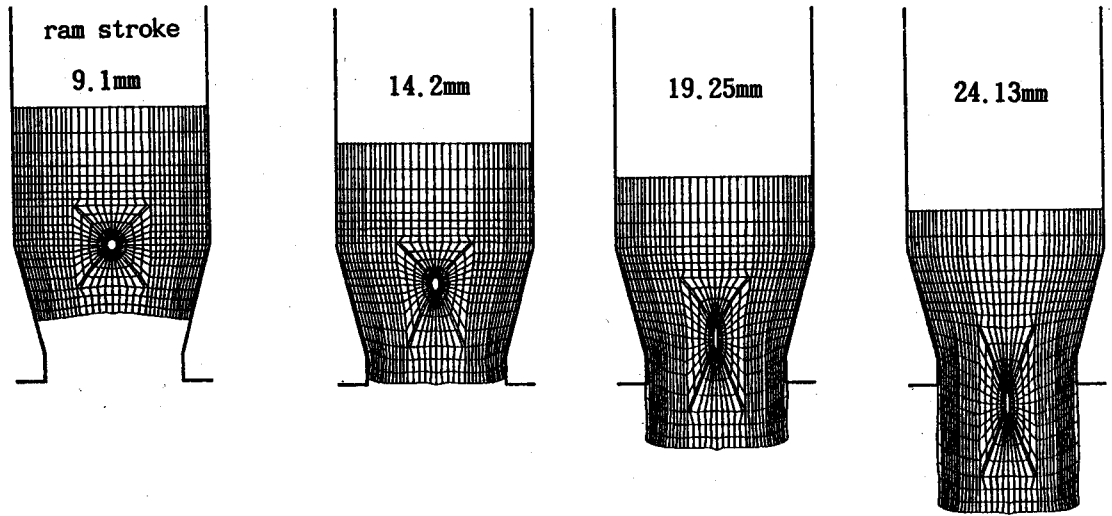


Fig. 3. Non-steady extrusion process. ( $\alpha=15^\circ$ ,  $R=50\%$ ,  $m=0.2$ )

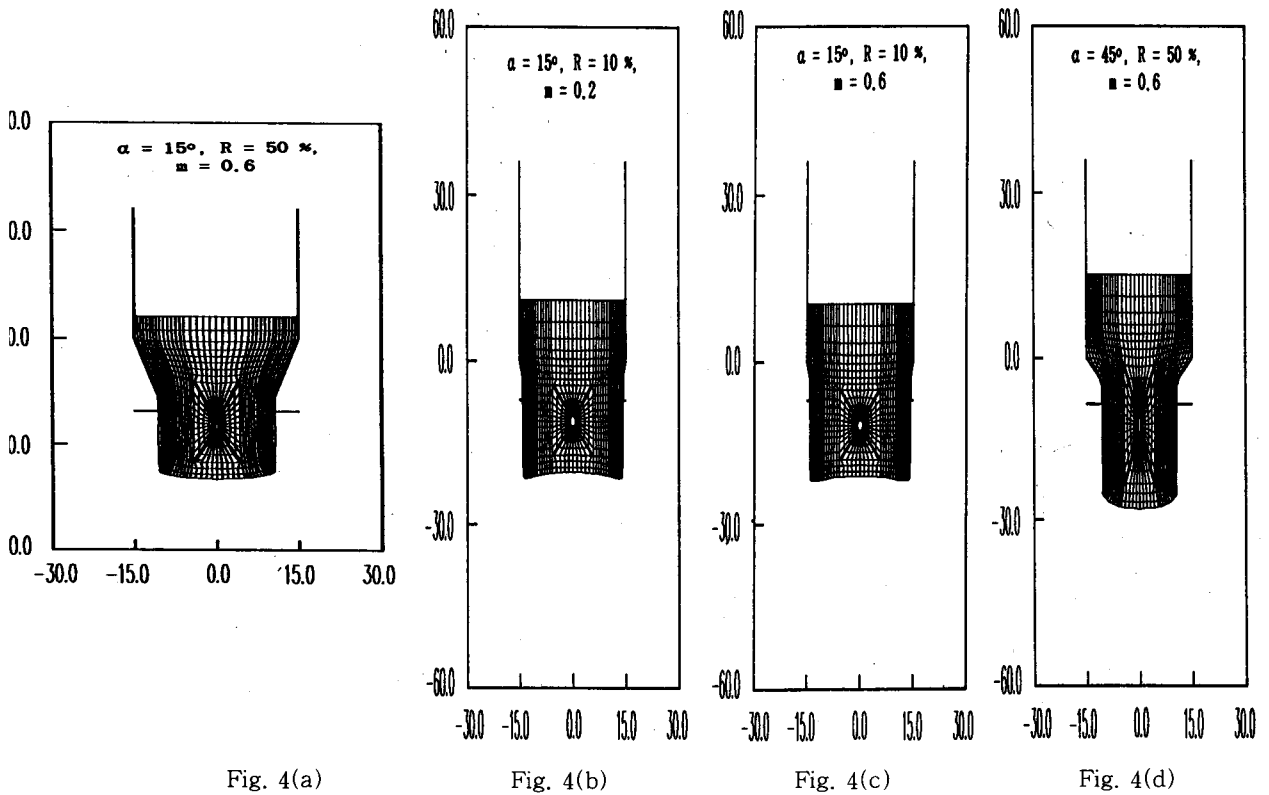


Fig. 4. The deformed hole shape of final stages in various process conditions.

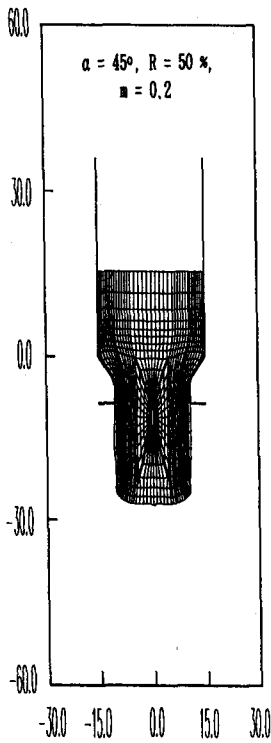


Fig. 4(e)

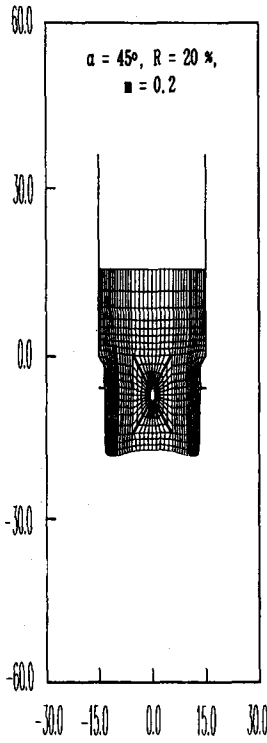


Fig. 4(f)

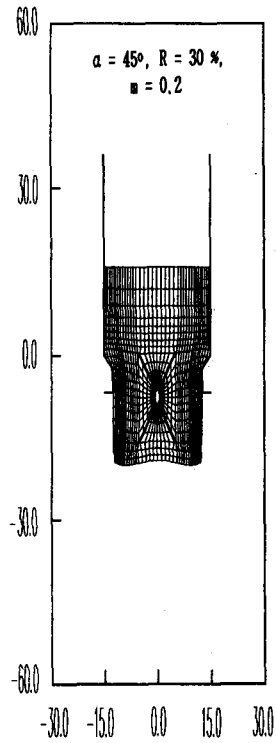


Fig. 4(g)

Fig. 4. The deformed hole shape of final stages in various process conditions.

이 더 적음을 알 수 있다.

#### 4. 2. 원형공 내부의 체적변화

Fig. 2의 각 공정조건에 대해 펀치 행정이 진행됨에 따른 원형공 내부의 체적변화를 Fig. 5에 도시하였다. Fig. 5에서 보는 바와 같이 단면적 감소율과 다이 반각이 동일한 조건에서 모든 경우에 마찰이 클수록 공정후 원형공 내부의 체적이 더 작음을 알 수 있다. 동일한 단면적 감소율에 대해서는 다이 반각이 작을수록 공정후 원형공 내부의 체적이 더 작음을 알 수 있으며, 같은 다이 반각에 대해서는 단면적 감소율이 클수록 공정후 원형공 내부의 체적이 더 작음을 알 수 있다. 다이 반각이 15°, 단면적 감소율이 50%인 공정조건(Fig. 2의 a점)은 Avitzur

가 내부결함이 발생하지 않는다는 공정영역이었으며, 이 경우에 대해서는 공정의 진행과 함께 원형공 내부의 체적은 급격히 감소함을 볼 수 있었다. 다이 반각이 15°, 단면적 감소율이 10%인 공정조건(Fig. 2의 b점)과 다이 반각이 45°, 단면적 감소율이 20%인 공정조건(Fig. 2의 c점)들은 Avitzur가 내부결함이 발생한다는 공정영역이었으며, 원형공 내부의 체적이 압출 공정 중 소재가 다이 감소부를 지나면서 원형공 내부의 체적이 감소하다가 다이를 빠져나오면서 다시 체적이 증가함을 볼 수 있다. 이 경우 원형공 내부의 체적은 초기의 원형공 내부의 체적보다 증가했음을 알 수 있다. 다이 반각이 45°, 단면적 감소율이 50%인 공정조건(Fig. 2의 d점)은 Avitzur가 예측한 내부결함이 발생하는

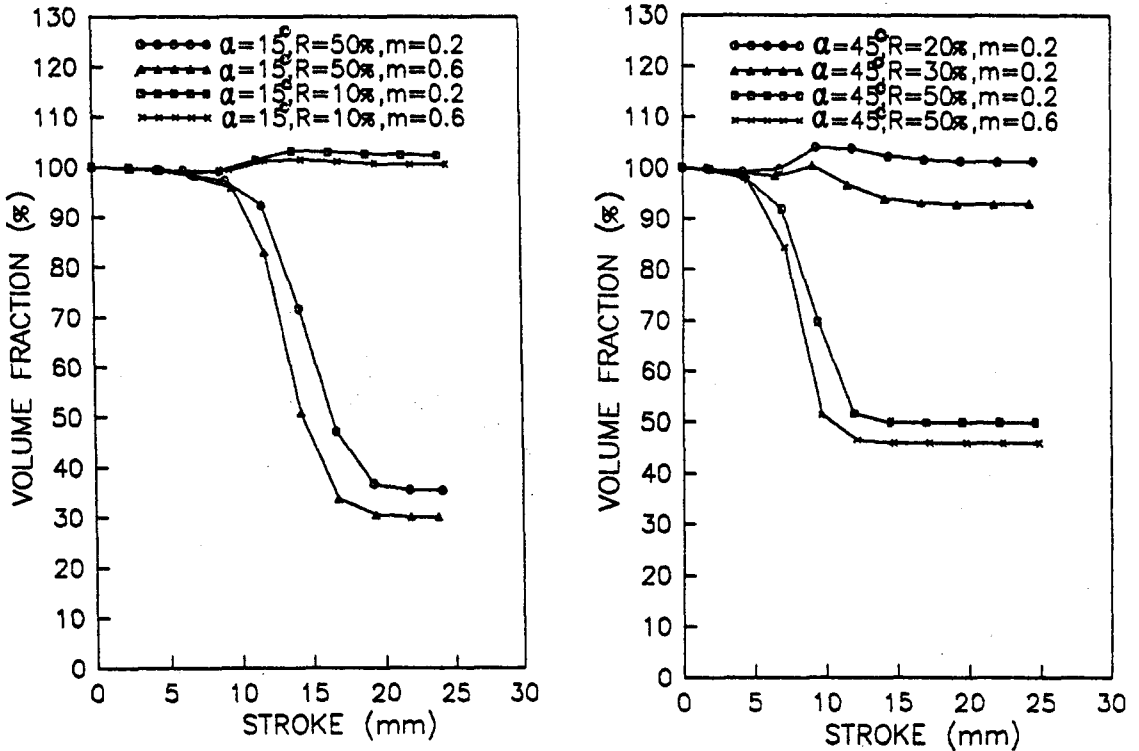


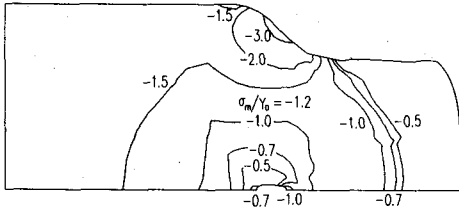
Fig. 5. Die stroke-volume change in the hole.

공정조건이었으나, Fig. 5에서 알 수 있듯이 원형공 내부의 체적은 펀치 행정에 대해 계속 감소하다가 다이를 빠져나온 후에는 체적의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 다이 반각  $45^\circ$ 인 공정조건(Fig. 2의 c, d, e점)들에서 공정 중의 체적변화를 비교해 보면 단면적 감소율이 작을수록 원형공내부의 최종 체적이 더 크음을 알 수 있다.

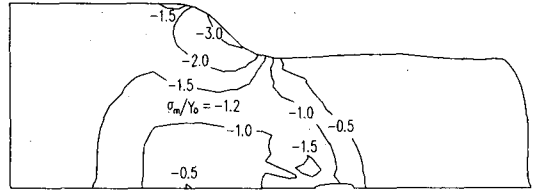
### 4. 3. 체적변화에 의한 내부결함 발생 해석

원형공의 체적변화와 내부결함 발생과의 관계를 설정하기 위하여 원형공 주위의 정수압응력의 분포를 조사하였다. Fig. 6은 다이 반각이  $45^\circ$ , 단면적 감소율이 50%, 마찰 상수가 0.2인 공정조건에서 원형공이 다이감소부를 지날 때(펀치행정 9.32 mm)와 다이를 빠져나온 경우(펀치행정 14.51 mm)에 대한 정수압 응력의 분포이며 소재의 전역에서 정수압응력이 음의 분포를 보이고 있다. 동일한 공정조건인 Fig. 5에

서는 원형공의 내부체적이 감소함을 볼 수 있으며, 이는 또한 동일한 공정 조건인 Fig. 2의 d 점에서와 같이 내부결함이 발생하지 않는 공정 조건임을 알 수 있다. Fig. 7, 8은 마찰 상수가 0.2일 때 다이 반각이  $45^\circ$ , 단면적 감소율이 20%인 공정조건과 다이반각이  $15^\circ$ , 단면적 감소율이 10%인 공정조건(Fig. 2의 b,c점)에 대하여 정수압응력의 분포를 나타낸 것으로서, Fig. 5에서 보는 것과 같이 각각의 경우에 대해 공정 후의 원형공 내부의 체적이 증가함을 알 수 있다. 이러한 결과는 Chen<sup>[7-8]</sup> 등이 재료의 중심축 선상에 정수압응력이 인장상태인 경우는 내부결함이 예측된다는 점에 비추어 볼 때 압출 가공 중의 원형공 내부의 체적 변화는 내부결함 발생여부와 깊은 관계가 있음을 알 수 있다. 즉 원형공 내부의 체적이 증가하면 내부결함의 발생이 예측되고, 원형공 내부의 체적이 감소하면 내부결함이 발생하지 않음을 알 수 있었다. 그러나 한

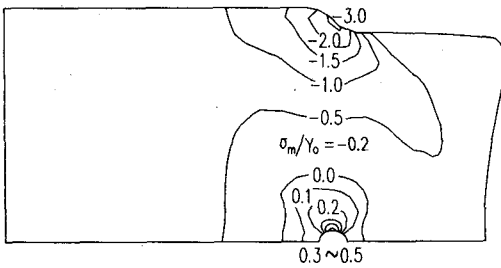


(a) ram stroke=9.43 mm

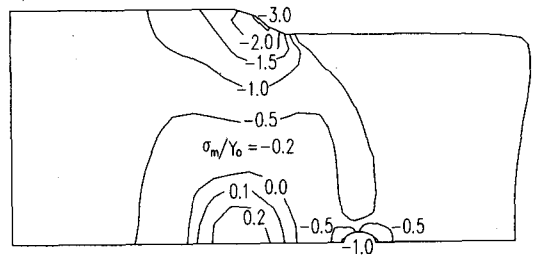


(b) ram stroke=14.51 mm

Fig. 6. Hydrostatic pressure distribution ( $\alpha=45^\circ$ ,  $R=50\%$ ,  $m=0.2$ )

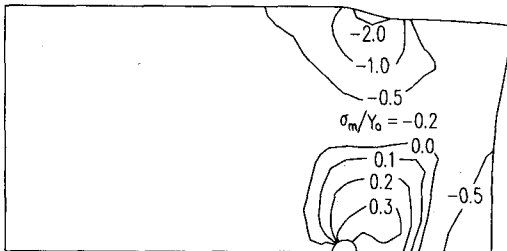


(a) ram stroke=9.32 mm

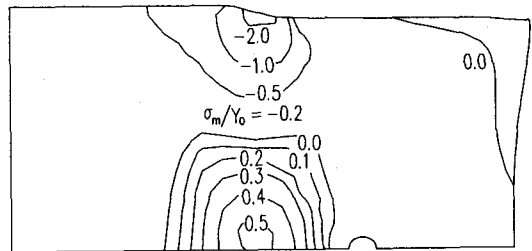


(b) ram stroke=14.42 mm

Fig. 7. Hydrostatic pressure distribution ( $\alpha=45^\circ$ ,  $R=20\%$ ,  $m=0.2$ )



(a) ram stroke=11.28 mm



(b) ram stroke=16.36 mm

Fig. 8. Hydrostatic pressure distribution ( $\alpha=15^\circ$ ,  $R=10\%$ ,  $m=0.2$ )

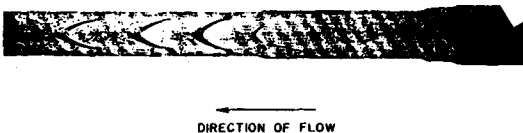
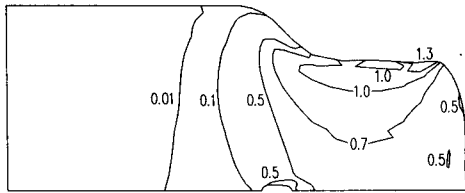
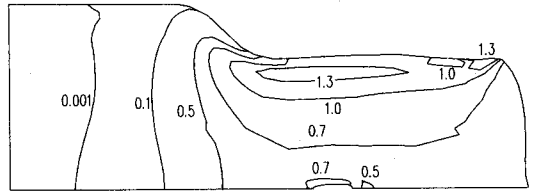


Fig. 9. Central bursting defects.

가지 특이한 점은 내부결함이 발생하는 공정조건에서의 정수압 응력의 분포는 Fig. 7(b), 8(b)에서 보는 것과 같이 원형공이 다이 감소부를 빠져나간 후 중심축선상의 다른 곳에서 정수압 응력이 인장상태로 됨을 알 수 있었다. 이는 압출이나 인발공정에서의 내부결함 특성인 Fig. 9와 같은<sup>[13]</sup> 내부 결함의 주기성과 관련이 있는 것으로 예측할 수 있다.

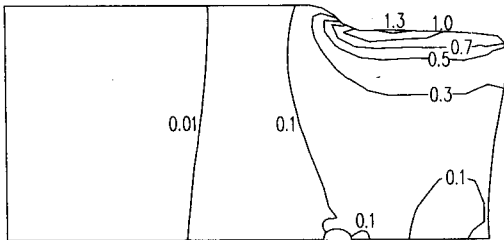


(a) ram stroke=9.43 mm

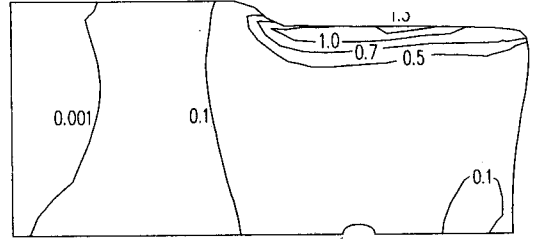


(b) ram stroke=14.51 mm

Fig. 10. Effective strain distribution, ( $\alpha=45^\circ$ ,  $R=50\%$ ,  $m=0.2$ )



(a) ram stroke=9.32 mm



(b) ram stroke=14.42 mm

Fig. 11. Effective strain distribution, ( $\alpha=45^\circ$ ,  $R=20\%$ ,  $m=0.2$ )

## 5. 결 론

강소성 유한요소법에 의하여 소재의 중심축선상의 원형공이 존재할 경우, 각 공정조건에 따라 원형공의 형상변화와 체적변화를 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 압출공정 후의 원형공의 형상은 축방향으로 장축을 가진 타원 형상으로 변화하였다.
- 2) 중심축선상의 압축상태의 정수압 응력이 클수록 원형공의 압축효과가 큼을 알 수 있었다.
- 3) 다이 반각과 마찰조건이 동일한 경우, 단면적 감소율이 클수록 공정후의 원형공 내부의 체적은 감소하였다.
- 4) 단면적 감소율과 마찰조건이 동일한 경우, 다이 반각이 클수록 공정후의 원형공 내부의

체적은 다이 반각이 작은 경우보다 증가했다.

- 5) 다이 반각과 단면적 감소율이 동일한 경우, 마찰이 클수록 공정후의 원형공 내부의 체적은 감소하였다.
- 6) 원형공 내부의 체적이 증가한 경우는 내부결함의 발생이 예측되고, 원형공 내부의 체적이 감소한 경우는 내부 결함이 발생하지 않음을 알 수 있었다.

## 6. 참고문헌

1. H. C. Jennison, Certain Types of Defects in Copper Wire Caused by Improper Dies and Drawing Practice, Tech. Pub. No. 285, Class E, Institute of Metals No. 97, The American Institute of Mining and



- Metallurgical Engineers, Waterbury, Conn., 1930.
2. B. Avitzur, Analysis of Central Bursting Defects in Extrusion and Wire Drawing, Journal of engineering for Industry, Trans. ASME, Series B, 1968., pp.79-91.
  3. Z. Zimmerman and B. Avitzur, Analysis of the Effect of Strain Hardening on Central Bursting Defects in Drawing and Extrusion, Journal of engineering for Industry, Trans. ASME, Series B, 1970., pp.135-145.
  4. H. Tanaka, On the Cause of Cuppy Defects in Drawn Material. J. Japan Inst. Metals, vol.16, 1952., p.567.
  5. B. Avitzur and J. C. Choi, Analysis of Central Bursting Defects in Plane Strain Drawing and Extrusion, Journal of engineering for Industry., Trans. ASME, 1986., p.317.
  6. J. C. Choi, and B. M. Kim, Analysis of the Strain Hardening on Central Bursting Defects in Strip Drawing, Transaction of the Korean Society of Mechanical Engineers, Vol.9, No.5, 1985., PP.677-682.
  7. C. C. Chen, S. I. Oh, and S. Kobayashi, Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion and Drawing, Part 1, J. of engineering for Industry, vol. 101, 1979., pp. 23-35
  8. S. I. Oh, C. C. Chen and S. Kobayashi, Ductile Fracture in Axisymmetric Extrusion and Drawing, Part 2, J. of engineering for Industry, vol. 101, 1979., pp. 36-44,
  9. N. Aravas, The Analysis of Void Growth that leads to Central Bursts During Extrusion, J. Mech. Phys. Solids, vol. 34, No. 1, 1986., pp. 55-79.
  10. K. Yoshida, and H. Tanaka, Cup Shaped Defects in Copper Wire Drawn from Rods of Continuous Casting and Rolling, Advanced Technology of Plasticity, Vol. & , 1987., pp.857-862.
  11. M. Ayada, T. Higashino, and K. Mori, Central Bursting in Extrusion of Inhomogeneous Materials, Advanced Technology of Plasticity, vol. , & 1987., pp. 553-558.
  12. S. Kobayashi, S. I. Oh, and T. Altan, Metal Forming and the Finite Element Method, Oxford University Press, 1989.
  13. B. Avitzur, Metal Forming: The Application of Limit Analysis, Marcel Dekker, Inc., 1980.