

# 비축대칭 압출 공정의 근사 3차원 유한 요소 해석

신현우\* · 김동원\*\* · 김낙수§

## A Simplified Three-Dimensional Finite Element Analysis of the Non-axisymmetric Extrusion Process

H. W. Shin\* · D. W. Kim\*\* · N. Kim§

### ABSTRACT

In this study a new simplified three-dimensional numerical method and the associated computer program have been developed to simulate the non-axisymmetric extrusion processes. The two-dimensional rigid-plastic finite element method under the generalized plane-strain condition is combined with the slab method.

To define the die geometry for a non-axisymmetric extrusion, area mapping technique was used. Streamlined die surface was used to minimize the total extrusion pressure. Extrusion of square, hexagonal and 'T' section from round billet have been simulated and experimented with a model material. The computed results were in good agreement with the experiments in cross-sectional grid distortion. Computational results will be valuable for designing tool geometries and corresponding processes.

**Key Words :** non-axisymmetric extrusion processes, finite element method, slab method, streamlined die, area mapping technique

### 1. 서 론

압출이란 콘테이너 속의 재료를 램으로 밀어 내어 적당한 형상을 가진 다이출구를 통하여 단면 형상이 일정한 제품을 만들어 내는 제조 공정이다. 따라서 압출된 제품의 단면 형상은 매우 다양하여 속이 찬 제품, 속이 빈 제품, 복잡한 형상(T, L, Z, H, U) 등이 있다. 이러한 압출가공은 생산성이 높고 간편하다는 잇점 때문에 관심이 집중되고 있으며 알루미늄, 강재, 합금

강 등 많은 재료에 적용되고 있다. 그러나 단순하게 보이는 압출 가공에 있어서도 다이 내에서의 재료의 유동이 압출 방향축에 대해 회전속도 성분을 가지며 상당히 복잡하여 이러한 거동을 파악하는 것은 쉽지 않다. 따라서 필요한 제품을 얻기 위한 적절한 가공조건 혹은 적절한 다이 형상 치수 등을 구하는 것도 어렵기 때문에 경험적으로 해결하는 경우가 대부분이다.

과거에는 연구자들의 대다수가 축대칭 및 비축대칭 압출시의 금속 유동을 해석하는데 주로

\* 서울대학교 정밀기계설계공동연구소

\*\* 서울대학교 기계설계학과

§ 홍익대학교 기계공학과

상계 해법을 이용해왔다. Avitzur 등<sup>[1,2]</sup>은 초기 연구에서 유동에 따른 동적 가용 속도장(kinematically admissible velocity field)을 유도하고 이를 평면 변형 인발 및 압출에 적용하였다. Kiuchi<sup>[3]</sup>는 Avitzur의 축대칭 속도장을 비축대칭 변형도 포함되도록 확장시켰다. 이러한 3차원 속도장은 사각형, 육각형 봉과 관재의 성형시 급속 유동을 알아내는데 사용되었으며 L, T, H형과 같은 복잡한 형태도 해석하였다.

Yang<sup>[4,5]</sup>은 conformal mapping 방법을 사용하여 임의의 형상을 원형 형상으로 사상하여 원형 형상을 상계해법으로 풀 후 다시 실제 형상으로 사상하여 타원형, 클로버 형상의 압출과정에 적용시켰다. Nagpal 등<sup>[6]</sup>은 압출 다이의 형상을 최적화하기 위하여 부가적 변형을 최소화하고 출구 속도가 일정하다는 조건에서 기하학적 조건을 결합시켜 T형과 같은 복잡한 형태의 다이를 설계하였다.

Chen 등<sup>[7,8]</sup>은 강소성 유한요소법을 이용하여 축대칭 압출/인발을 해석하였으며, 소재뿐만 아니라 다이와 펀치에 대한 해석이 Lange<sup>[9]</sup>와 Hirai와 Ishise<sup>[10]</sup> 등에 의해 이루어졌다. 3차원 해석로는 Boer와 Webster<sup>[11]</sup>가 원형으로부터 사각형으로 인발을 해석하였으며 Yang 등<sup>[12]</sup>은 강소성 유한 요소법으로 타원형과 클로버 형상의 압출 과정을 해석하였다.

3차원 소성 가공 문제를 유한 요소법으로 해석하기 위해서는 대용량과 빠른 속도의 컴퓨터가 요구되는데 반하여, 해석하고자 하는 문제들은 좀 더 현실에 가깝고 복잡화 되어 가고 있는 실정이다. 따라서 계산량을 줄이면서도 정확한 해를 구할 수 있는 해석에 대하여 몇몇 연구자들이 제안한 방법중의 하나가 유한 요소법과 슬래브 법을 결합한 방법이다. 이 방법은 최초로 Kiuchi 등<sup>[13]</sup>에 의해 개발되어 여러가지 형강 압연에 적용되었고, 그 후 Kim과 Altan<sup>[14]</sup>은 Kiuchi의 방법을 더욱 수정하고 단순화하여 평압연 및 형강 압연에 적용하여 완전 3차원 해석에 비하여 정확성이 떨어지지 않으면서도 계산량을 대폭 감소시킨 결과를 보였다.

본 연구에서는 Kim과 Altan이 개발한 방법을 이용하여 3차원 압출 공정을 수치해석할 수 있는 프로그램을 개발하고, 수치해석 결과들을 실험결과와 비교하여 해석 방법의 타당성을 확인하며, 실제의 생산에 적용할 수 있는 설계 데이터로 이용할 수 있도록 하는 것을 목표로 한다.

## 2. 이론 해석

동적 정상상태의 소성 가공과정은 진행방법에 수직한 단면에 일반화된 평면 변형 조건(generalized plane strain condition)에 의한 2차원 강소성 유한요소법을 적용시킴으로써 수치적으로 해석할 수 있다. 일반화된 평면 변형 조건이란 평면에 수직한 방향으로 일정한 변형을 허용한다는 것을 의미한다. 다시 말해서 진행방향에 수직한 단면의 속도 분포 혹은 변형률 속도 분포가 일정하다고 보는 것이므로 평면이 변형 후에도 평면을 유지한다는 가정이다. 이러한 가정은 압연, 윤활제를 사용한 압출과 인발에는 적용이 가능하나 무윤활 직각 다이에 의한 압출과 같이 소재의 진행방향으로 속도 분포의 차가 큰 경우에는 정확한 해를 구할 수 없다는 단점이 있다.

소재는 강소성체이며 Hill이 제안한 관련 유동 법칙(associated flow rule)을 만족한다고 가정하였다. 한 점에서 마찰력은 접촉하고 있는 공구 표면 상대속도의 반대방향을 가지며, 단면적당의 마찰력은  $\tau = mk$ 를 따른다고 가정하였으며, 여기서  $k$ 는 순수전단 항복응력,  $m$ 은 마찰 비정수(friction factor)로서 0과 1사이의 값을 가진다. 소재와 공구의 경계면의 3차원 형상을 고려하여 마찰력과 압력을 포함한 전 외력(total external force)이 계산된다. 그림 1에 보인 바와 같이 소재를 진행방향으로 몇 개의 슬래브 요소로 나누고, 그 슬래브 요소의 면에 대하여 2차원 강소성 유한요소법을 적용시킨다. 그 다음 슬래브 요소에서의 외력과 응력분포는 진행 방향의 힘의 평형을 만족하여야 하며 그 식들은

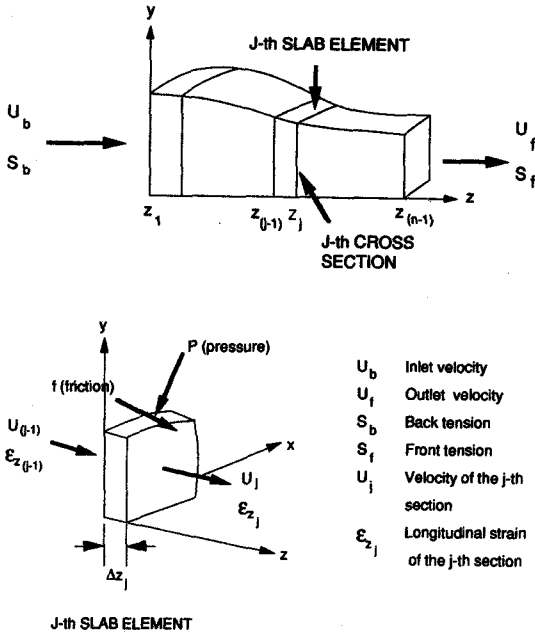


Fig. 1. Application of finite and slab element method to extrusion processes.

변분식(variational formulation)으로부터 얻어진다.

표면 S로 둘러싸인 체적 V의 강소성체를 생각한다. 표면의 일부 S<sub>F</sub>에 단위 면적당 표면력  $t^*$ 가 작용하고 S<sub>U</sub>에 속도가 알려져 있을 때 강소성 경계치 문제로서 다음의 지배방정식을 만족한다.

$$\text{평형방정식} : \sigma_{ij,j} = 0 \quad \text{in } V. \quad \dots (1)$$

$$\text{경계조건} : \begin{aligned} v_i &= v_i^* & \text{on } S_U \\ t_i &= t_i^* & \text{on } S_F \end{aligned} \quad \dots (2)$$

$$\text{구성식} : \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \sigma'_{ij} \quad \dots (3)$$

$$\text{적합조건} : \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \quad \dots (4)$$

여기서  $\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{(2/3)\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}}$ ,  $\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2)\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}}$ 이며  $\dot{\bar{\epsilon}}$ 는 상당 변형률 속도,  $\bar{\sigma}$ 는 상당응력을 나타낸다.

식 (1)과 식 (2)는 경계치 문제를 나타내며 이 식들의 약형식(weak form)을 취하면 다음

과 같다.

$$\int_V \sigma_{ij,j} \delta v_i dV + \int_S (t_i^* - t_i) \delta v_i dS = 0. \quad \dots (5)$$

식 (5)를 (1)~(4)의 관계를 이용하여 정리하고 체적 불변성 조건  $\dot{\epsilon}_{ii} = 0$ 을 부가하면 식 (5)는 다음과 같이 된다.

$$\int_V \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \dot{\epsilon}_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + k \int_V \dot{\epsilon}_{ii} \delta \dot{\epsilon}_{ii} dV - \int_{S_F} t_i^* \delta v_i dS = 0 \quad \dots (6)$$

여기서 k는 벌칙 상수(penalty constant)로서 상당히 큰 값( $10^5 \sim 10^6$ )을 가진다. 한편 식 (6)은 x-y 단면상에서 길이방향으로 속도와 변형률 속도가 일정하다는 가정하에서 제 1항은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \int_V \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \dot{\epsilon}_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV \\ &= \int_{\Delta z} \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} (\dot{\epsilon}_x \delta \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y \delta \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z \delta \dot{\epsilon}_z + \dot{\epsilon}_{xy} \delta \dot{\epsilon}_{xy} + \dot{\epsilon}_{yz} \delta \dot{\epsilon}_{yz} + \dot{\epsilon}_{zx} \delta \dot{\epsilon}_{zx}) dA dz \\ &= \int_{\Delta z} \delta \mathbf{v}^T \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{v} dA dz \\ &+ \int_{\Delta z} \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \dot{\epsilon}_z \delta \dot{\epsilon}_z dA dz \quad \dots (7) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial v_y}{\partial z}, \\ \dot{\epsilon}_{zx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad \dots (8) \end{aligned}$$

제 2항은

$$k \int_V \dot{\epsilon}_{kk} \delta \dot{\epsilon}_{kk} dV$$

$$\begin{aligned}
 &= k \int_{dz} \int_A (\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z) \delta(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z) dA dz \\
 &= k \int_{dz} \int_A \{ (\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) \delta(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) + \dot{\epsilon}_z \delta(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) + \\
 &\quad (\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z) \delta \dot{\epsilon}_z \} dA dz \\
 &= \int_{dz} \delta \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{k} \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \mathbf{c}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} dA dz + \\
 &\quad \int_{dz} \delta \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{k} \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \dot{\epsilon}_z dA dz + \int_{dz} \int_A \sigma m \delta \dot{\epsilon}_z dA dz \\
 &\quad \dots \dots (9)
 \end{aligned}$$

의 형태가 되며, 제 3항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \int_{S_F} t_z^* \delta v_z dS &= \int_{dz} \int_{L_f} (t_x^* \delta v_x + t_y^* \delta v_y + t_z^* \delta v_z) dL dz \\
 &= \int_{dz} \delta \hat{\mathbf{v}}^T \int_{L_f} \mathbf{N}^T \mathbf{t}^* dL dz + \int_{dz} \int_{L_f} t_z^* \delta v_z dL dz. \\
 &\quad \dots \dots (10)
 \end{aligned}$$

따라서 식 (6)은 식 (7)~(10)으로부터 다음과 같이 정리한다.

$$\begin{aligned}
 &\int_{dz} \delta \hat{\mathbf{v}}^T \left[ \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} dA + \right. \\
 &\quad k \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \mathbf{c}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} dA + k \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \dot{\epsilon}_z dA - \left. \int_{L_f} \mathbf{N}^T \mathbf{t}^* dL \right] dz \\
 &\quad + \left[ \int_{dz} \int_A \left( \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}_z + \sigma m \right) dA \delta \dot{\epsilon}_z dz \right. \\
 &\quad \left. - \int_{dz} \int_{L_f} t_z^* dL \delta v_z dz \right] = 0 \quad \dots \dots (11)
 \end{aligned}$$

식 (11)에서 두번째 항은  $\delta \dot{\epsilon}_z = \frac{d\delta v_z}{dz}$  를 이용하면

$$\begin{aligned}
 &\int_{dz} \int_A \left( \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}_z + \sigma m \right) dA \delta \dot{\epsilon}_z dz - \int_{dz} \int_{L_f} t_z^* dL \delta v_z dz \\
 &= \int_{dz} \left[ \int_A \sigma z dA \frac{d(\delta v_z)}{dz} - \int_{L_f} t_z^* dL \delta v_z \right] dz \\
 &= \int_{dz} \left[ \frac{d}{dz} \left\{ \int_A \sigma z dA \delta v_z \right\} - \frac{d}{dz} \left\{ \int_A \sigma z dA \right\} \delta v_z \right. \\
 &\quad \left. - \int_{L_f} t_z^* dL \delta v_z \right] dz = 0 \quad \dots \dots (12)
 \end{aligned}$$

윗 식의 첫번째 항은  $z=z_j$  와  $z=z_{j-1}$  에서  $\delta v_z=0$  이므로 0이 되고  $\delta \hat{\mathbf{v}}$  와  $\delta v_z$  는 서로 독립이므로 식 (11)을 만족시키기 위해서는 다음 두 식을 동시에 풀어야 한다.

$$\begin{aligned}
 \Psi(\hat{\mathbf{v}}) &= \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} dA + k \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \mathbf{c}^T \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} dA \\
 &\quad + k \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{c} \dot{\epsilon}_z dA - \int_{L_f} \mathbf{N}^T \mathbf{t}^* dL = 0 \quad \dots \dots (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Pi(\dot{\epsilon}_z) &= \left[ \int_A \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}_z dA + \int_A \sigma m dA \right]_{z_{j-1}}^{z_j} \\
 &\quad + \int_{dz} \int_{L_f} t_z^* dL dz = 0 \quad \dots \dots (14)
 \end{aligned}$$

식 (13)은 일반화 평면 변형 조건의 2차원 유한 요소식이 되고 식 (14)는 슬래브 법에 의한 z방향 힘의 평형 조건을 나타내게 된다. 여기서 변형률 행렬(B-matrix)에는 일반적인 평면 변형 수식화에 의해 만들어지는 항에 별도의 부가적인 항들이 포함된다.

식 (14)로부터 길이방향 변형률 속도  $\dot{\epsilon}_z$  는 다음과 같이 결정된다.

$$\sigma z = \sigma m + \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}_z \text{ 를 이용하여 식 (14)를 다시 쓰면 다음과 같다.}$$

$$\begin{aligned}
 \Pi(\dot{\epsilon}_z) &= (\dot{\epsilon}_z)_j \int_{A_j} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}} dA + \int_{A_j} \sigma m dA - \\
 &\quad \int_{A_{j-1}} \sigma z dA + \int_{dz} \int_{L_f} t_z^* dL dz = 0 \quad \dots \dots (15)
 \end{aligned}$$

윗 식은 함수  $\Pi(\dot{\epsilon}_z)$ 가  $(\dot{\epsilon}_z)_j$ 에 비선형적으로 의존함을 나타낸다. 이것을 풀기 위해 Newton-Raphson 방법을 적용시키면

$$\Pi(\dot{\epsilon}_z) + (\Delta\dot{\epsilon}_z) \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\epsilon}_z} = 0 \quad \dots\dots (16)$$

이다. 식 (16)으로부터

$$(\Delta\dot{\epsilon}_z)_j = \frac{\int_{A_{j-1}} \sigma_z dA - \int_{\Delta z} t_z^* dL dz - \int_{A_j} \sigma_m dA - (\dot{\epsilon}_z)_j \int_{A_j} \frac{2\bar{\sigma}}{3\dot{\epsilon}} dA}{\int_{A_j} \frac{2\bar{\sigma}}{3\dot{\epsilon}} dA + \int_{A_j} \frac{4}{9} \frac{1}{\dot{\epsilon}^2} \left( \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\epsilon}} - \bar{\sigma} \right) \dot{\epsilon}_z^2 dA} \quad \dots\dots (17)$$

가 얻어진다. 이로부터  $\Delta\dot{\epsilon}_z$ 를 구하여

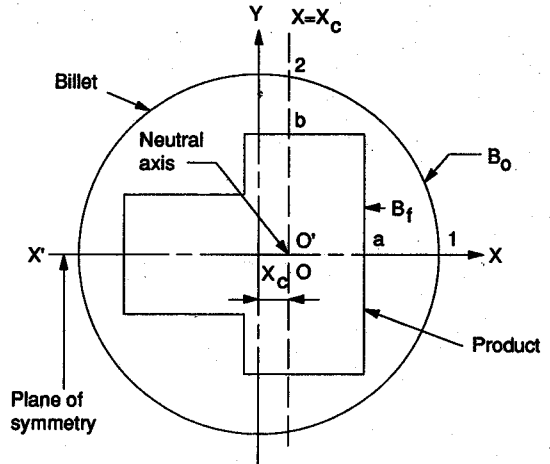
$$(\dot{\epsilon}_z)_j^{new} = (\dot{\epsilon}_z)_j^{old} + \beta(\Delta\dot{\epsilon}_z)_j \quad \dots\dots (18)$$

와 같이하여  $\dot{\epsilon}_z$ 를 보정한다. 여기서  $\beta$ 는 감속계수로서 해의 발산을 방지하기 위하여 0.1~0.2로부터 시작하여 1까지 차츰 증가시킨다.

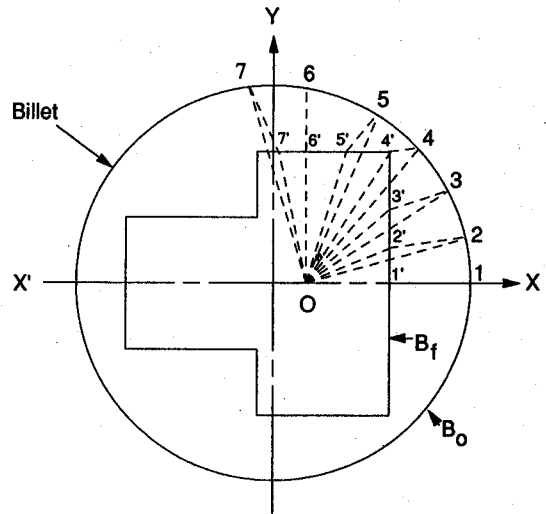
### 3. 압출 다이 형상의 결정

압출 다이 형상을 결정하기 위해서는 우선 소재의 형상과 제품의 형상이 주어져야 한다. 원형 소재로부터 어떤 형태의 단면으로 압출할 때에는 입구와 출구의 대응점을 먼저 찾아야 한다. 특히, 제품의 형상이 비대칭일 경우 압출된 소재가 다이의 출구를 빠져나오면서 비틀리거나 굽혀져서는 안된다는 조건이 필요하다. 이러한 조건은 입구로부터 출구까지를 몇 개의 단면으로 나누고, 또 그 단면을 몇 개의 부채꼴로 나누어 각 부채꼴이 입구에서 출구까지 동일하게 면적이 감소된다면 충족될 수 있을 것이다. 이러한 개념은 Nagpal등<sup>[6]</sup>에 의해 제안되었으며, 그림 2에 나타내었다.

그림 2(a)에서 먼저 중립축을 찾는다. 이 중립축은 압출 성형 도중 유동이 없는 축으로 정의된다. 중립축  $OO'$ 은 대칭면  $XX'$ 과  $X=X_c$ 인



(a) Determination of the neutral axis.



(b) Determination of the die surface.

Fig. 2. Construction of a streamlined die surface in extrusion of "T" section.

면이 만나는 축이다.  $X_c$ 의 위치는 면적  $O'ab$ 와  $O12$ 의 비가 전체 면적비( $A_0/A_f$ )와 같은 곳이 된다. 여기서  $A_0$ 는 원형 소재의 단면적이고  $A_f$ 는 "T"형 제품의 단면적이다.

이렇게 하여  $X_c$ 의 위치를 결정한 다음 그림 2(b)에서와 같이 대칭축을 중심으로 몇개의 부채꼴로 분할한다. 그리고 이 각각의 부채꼴에 대응하는 같은 면적비의 점을 원주상에서 찾는다. 즉,

$$\frac{\Delta O12}{\Delta O'1'2'} = \frac{\Delta O23}{\Delta O'2'3'} = \dots = \frac{\Delta O56}{\Delta O'5'6'} = \frac{A_0}{A_f} \dots (19)$$

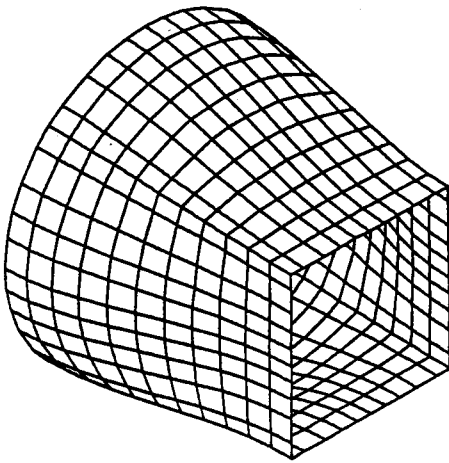
따라서 출구 경계 Bf의 1', 2', ..., 6'점에 대응하는 입구 경계 B0의 점 1, 2, ..., 6이 결정된다.

일단 입구 경계와 출구 경계의 대응점이 결정되면 두 점에 대하여 4차의 다항식으로 보간한다. 입구와 출구에서는 접선의 기울기가 '0'이

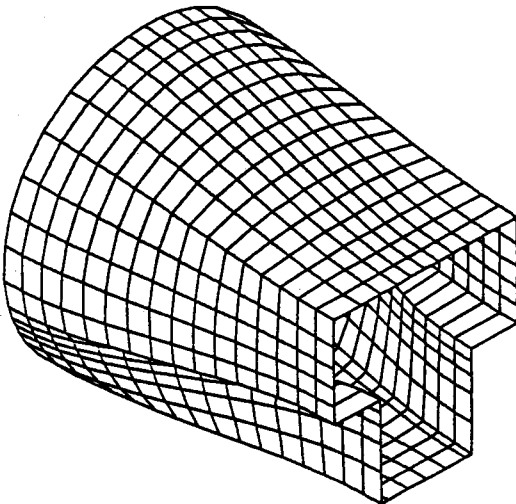
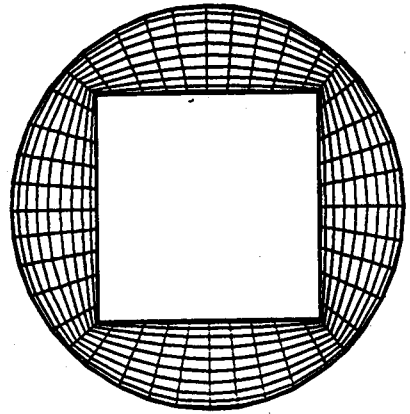
고 중간에 변곡점을 주면 입구로부터 출구까지 매끄러운 유선형의 표면을 얻을 수 있다. 변곡점을 두는 이유는 변곡점의 위치에 따라 전체 다이의 형상이 달라지고 이러한 차이에 의해 전체적인 가공 변수들이 달라질 수 있기 때문이다.

위에서 서술한 4차 다항식과 경계조건들은 다음과 같다.

$$f(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + a_4z^4 \dots (20)$$



(a) Round to square section.



(b) Round to "T" section.

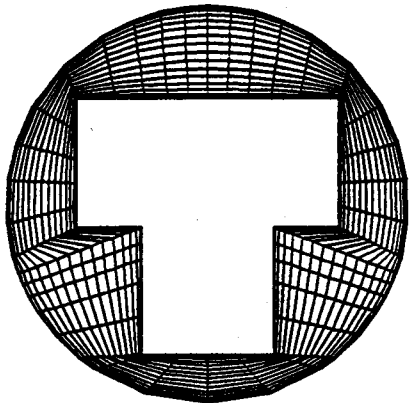


Fig. 3. Extrusion die profiles.

$$\begin{aligned} f(L) &= X_i, f(0) = X_o, f'(0) = 0, \\ f'(L) &= 0, f''(l) = 0 \quad \dots\dots (21) \end{aligned}$$

여기서  $X_i$ 는 입구에서의 좌표값,  $X_o$ 는 출구에서의 좌표값이며  $L$ 은 다이의 길이,  $l$ 은 출구로부터 변곡점까지의 길이를 나타낸다. 조건식 (21)으로부터 식 (20)의 상수  $a_0, \dots, a_4$ 는 유일하게 결정되며  $f(z)$ 는 길이 방향의 다이 표면을 유선형으로 나타낸다. 이러한 방법으로 원형 소재로부터 사각형 제품과 "T"형제품으로 압출하는 다이의 형상을 그림 3(a)와 3(b)에 나타내었다.

#### 4. 컴퓨터 시뮬레이션

앞 절에서 결정된 다이형상으로부터 각 단면에서의 다이의 좌표와 수직벡터가 정의된다. 이것으로부터 소재와 다이가 접촉하는 부분의 경계조건이 형성되게되며 접촉점에서의 압력 및 마찰응력등은 2차원 유한요소 해석으로부터 얻어진다.

재료는 플라스틱을 사용하였고 응력-변형을 관계식은 20°C에서  $\bar{\sigma} = 0.1055\bar{\epsilon}^{0.2434}$ (MPa), 12°C에서  $\bar{\sigma} = 0.3038\bar{\epsilon}^{0.3541}$ (MPa)로 하였다. 일반적인 금속재료의 윤활 압출가공의 경우 마찰비 정수는 0.1 정도이나 플라스틱의 경우 링 압축 실험결과 0.3으로 측정되어 이 두가지 마찰비 정수를 모든 경우의 해석에 적용하였다.

압출에 있어서 다이 입구의 반경에 대한 다이의 길이비는 상당히 중요한 인자이며 다이 입구의 반경에 비하여 다이의 길이가 짧을 때는 재료 내부에 심한 변형이 수반되어 결함이 생기기 쉽다. 반면 지나치게 다이의 길이가 길 경우에는 마찰력으로 인하여 압출 압력이 높아지는 단점이 있다.

먼저 원형으로부터 사각형으로 압출하는 경우에 대하여 전체의 1/4를 택하여 요소수 34개, 절점수 45개로 단면 감소율 60%, 다이 길이 대 반경비( $L/R_o$ )가 1:1, 1.6:1, 2:1인 3가지에 대하여 수치해석을 수행하였다. 또한 같은 다이

길이 대 반경비에 대하여 단면 감소율을 40%, 50%, 60%로 변화시켜 해석을 수행하였으며 계산 시간은 MIPS(RS2030) 워크스테이션으로 약 30분 정도 소요되었다.

원형으로부터 육각형으로 압출하는 경우에 대하여 다이 길이 대 반경비를 1.6:1로 하고 단면 감소율을 40%, 50%, 60%로 변화시켜 수치 해석을 수행하였다. 상하 좌우 대칭이므로 전체의 1/4만을 해석하였으며 요소 시스템은 사각형과 같다. 해석에 소요된 계산시간은 사각형 압출의 경우와 차이가 없었다.

원형으로부터 "T"형으로 압출하는 경우는 1/2만 대칭이므로 전체의 윗쪽 반을 택하여 요소수 68개, 절점수 85개, 길이 방향으로 17개의 단면으로 나누어 해석하였으며, 이것은 3차원 해석의 경우 요소수 1088개, 절점수 1445개에 해당한다. 사각형 압출과 마찬가지로 다이 길이 대 반경 비가 1.6:1, 2:1인 두가지에 대하여 해석을 수행하였고 다이 길이 대 반경 비가 2:1에 대하여 단면 감소율 40%, 50%, 60%의 3가지에 대하여 각각 수행하였다. 해석에 소요된 계산 시간은 사각형이나 육각형에 비해 약 2.5배 정도였으며 이는 요소수가 사각형이나 육각형에 비해 많고 변형이 심하기 때문이라고 생각된다.

변형도중 다이의 모서리 부분에서는 심하게 변형되는 요소가 발생하여 더이상의 유한 요소 해석이 불가능하게 된다. 이를 방지하기 위하여 요소망 재구성을 행하여 계산이 계속될 수 있도록 하였다.

본 논문에서 사용된 요소망 재구성 방법은 다음 두가지의 알고리즘으로 나누어진다. 하나는 새로운 요소망을 구성하는 것이고, 또 하나는 요소망 재구성 전의 요소 혹은 절점에서 변수들이 요소망 재구성 후로 옮겨지는 과정이다.

새로운 요소망을 구성하기 위해서는 우선 소재와 다이가 접촉하는 부분에서 심하게 찌그러진 요소를 재배치한다. 이로부터 전체적으로 하나하나의 요소가 가능한 한 직사각형 모양이 되도록 반복하여 요소망을 재구성한다. 요소망 재

구성시 요소의 갯수와 connectivity는 변경시키지 않았다.

새로운 요소망에서의 절점에서의 변수 값을 찾기 위하여 상당 변형률과 상당변형률 속도가 가우스 적분점(Gaussian integration point)으로부터 절점으로 외삽(extrapolation)되었다. 이러한 값들은 요소의 경계를 따라 연속적이지 않으므로 절점 주위에 인접한 요소들에서의 값들을 평균하여 구하였다.

마지막으로 새로운 요소 시스템에서의 절점에서의 값은 재구성 이전의 절점 값으로부터 내삽(interpolation)하여 구하였다.

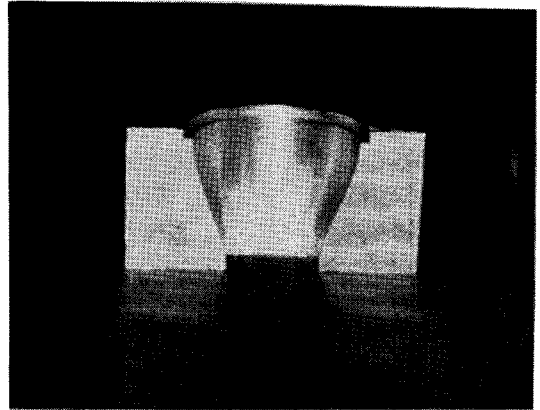
### 5. 실험

직경 50 mm의 원형 소재로부터 단면 감소율 60%의 28×28 mm의 정사각형 제품과 단면 감소율 50%의 “T”형 제품을 만들기 위한 다이를 제작하였다. 사각형의 경우 다이의 길이 대 반경비가 1:1(다이 길이 25 mm), 1.6:1(40 mm)의 두가지를 제작하였으며 “T”형의 경우 다이 길이 대 반경 비가 2:1(다이 길이 50 mm)인 다이를 제작하였다.

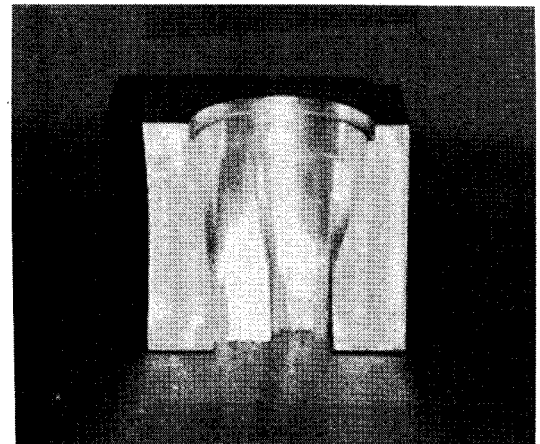
3차원의 복잡한 단면을 가진 압출 다이를 제작하기 위하여 소형 CNC 밀링을 이용하였다. 다이 형상 데이터를 CNC 밀링으로 입력시키고 여러가지 엔드밀을 사용하여 3차원의 다이 내부 곡면을 가공하였다. CNC로 가공한 후 소형 그라인딩 휠과 사포를 사용하여 절삭가공 후 단이진 표면을 매끄럽게 다듬질 하였다. 실험 재료가 플라스틱이므로 압출 하중이 작기 때문에 다이 재료로서 가볍고 절삭성이 좋은 A16061을 선택하였다.

그림 4(a)는 사각형로 압출하는 다이의 사진이며, 그림 4(b)는 “T”형으로 압출하는 다이의 사진이다. 사진에서 보는 바와 같이 좌우 대칭인 두 짝의 다이를 각각 가공하여 결합함으로써 실험에 필요한 다이를 완성하게 된다.

흑색과 백색 두가지의 플라스틱을 서로 엇갈리게 적층하여 바둑판 무늬 모양의 시편을 제



(a) Round to square section.



(b) Round to “T” section.

Fig. 4. CNC-machined die.

작하였다. 시편은  $\phi 50 \times 60$  mm의 원기둥 모양이며 시편 제작 후 약 24시간 이상 대기에 방치하여 제작시 발생한 잔류응력을 소산시켰다.

실험은 플라스틱 성형용 소형 프레스(최대 하중 2 ton)를 이용하였으며 압출속도는 3.75 mm/min로 하여 변형률 속도 효과를 최소화하였다. 또한 마찰력을 줄이기 위하여 윤활 효과가 좋은 그리이스(grease)를 윤활제로 택하였다. 그림 5에 실험 장치의 개요를 나타내었다.



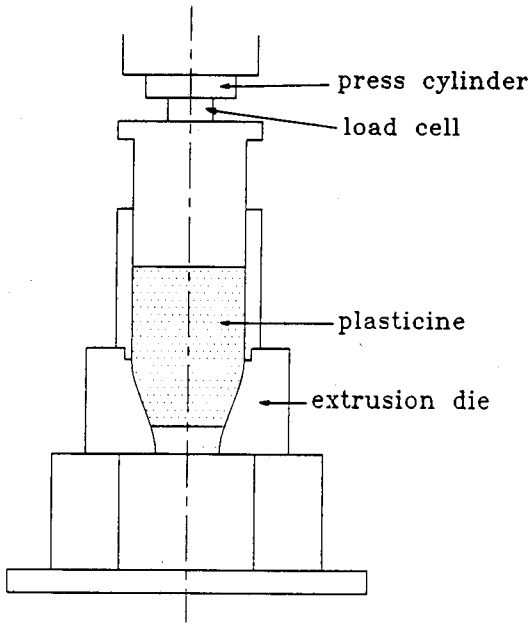


Fig. 5. Schematic diagram of experimental equipment.

### 6. 결과 및 검토

원형으로부터 정사각형으로 압출하는 과정을 컴퓨터 시뮬레이션한 결과 다이길이 대 입구 반경의 길이가 1:1이고 단면 감소율이 60%인 경우 압출력은 24.0 kgf, 1.6:1인 경우 25.8 kgf, 2:1인 경우 27.9 kgf로 완만히 증가하는 경향을 나타낸다. 그러나 실험에서는 1:1이나 1.6:1이나 모두 약 35 kgf 정도의 하중이 계측되었다. 실험과 수치 해석 결과 사이에 20~30% 정도의 오차가 발생하고 있다. 이렇나 오차의 원인은 플라스틱신이 온도와 습도의 변화에 따라 응력-변형률 관계가 상당히 달라진다는 점, 진행방향의 단면이 단면으로 유지되지 않으므로 전단 변형에 의한 에너지가 이론 해석에서는 고려되지 않았다는 점, 또 유한요소 격자 크기의 한계때문에 다이의 모서리 부분에서 소재가 충실히 경계를 추적하지 못했다는 점 등을 들 수 있다.

그러나 알루미늄 소재를 원형에서 사각형으로 압출하는 경우, Yang등<sup>[5]</sup>의 논문에 의하면

압출 압력이 실험치 317.3 MPa이고 상계해에 의한 계산치는 417.9 MPa로 상당한 차이를 나타내고 있다. 본 연구에서 개발한 프로그램으로 Yang등이 해석한 조건과 일치시켜 해석을 수행하였을 때 305.0 MPa가 계산되었다. 따라서 본 연구에서 사용한 해석방법의 결과가 좀 더 실험치에 근접하고 있음을 알 수 있다.

그림 6은 여러가지 단면 감소율에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 어느 경우에도 유선형의 곡면이 생성되며 단면의 격자 변형 양상은 단면 감소율의 변화에 대해 그다지 변화하지 않음을 알 수 있다. 단면에서의 격자 변형 양상을 좀더 알기 쉽게 하기 위하여 초기 요소망이 바둑판 무늬였다고 가정했을 때 변형

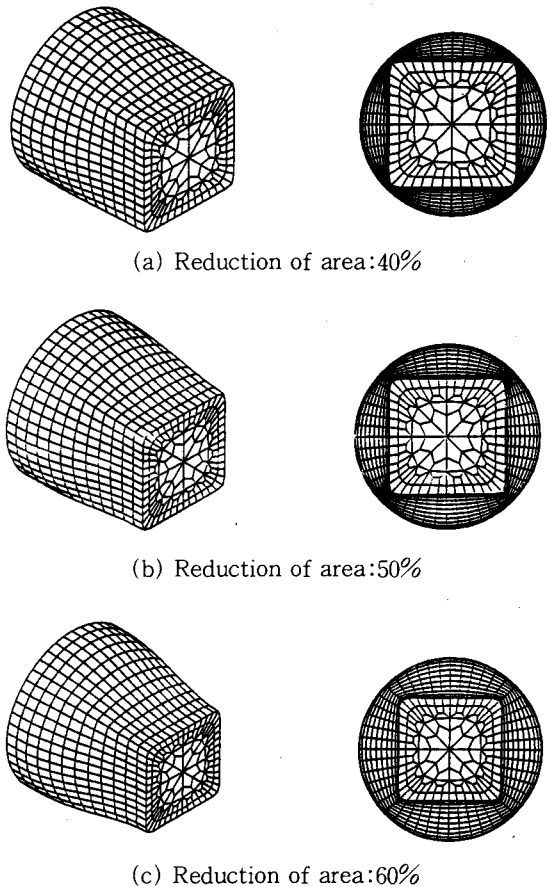
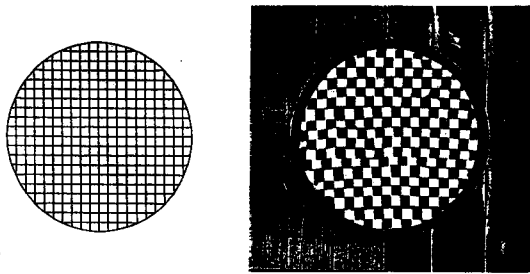
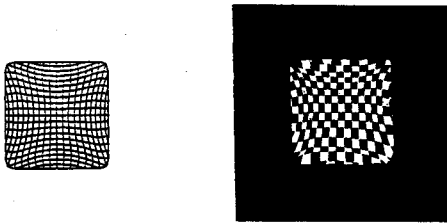


Fig. 6. Grid distortions to the various reduction of area(round to square section).



(a) Before deformation.



(b) After deformation.

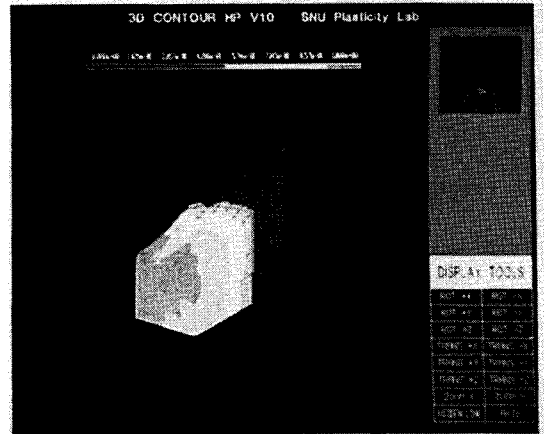
Fig. 7. Comparison of the cross-sectional grid distortions for extrusion of square sections (left:simulation, right:experiment using plasticine, reduction of area:60%)

후에 어떻게 변화하는지를 추적한 것이 그림 7이다. 실험 후의 사진을 해석 결과와 비교해 볼 때 단면의 격자 변형 양상이 매우 잘 일치함을 알 수 있다.

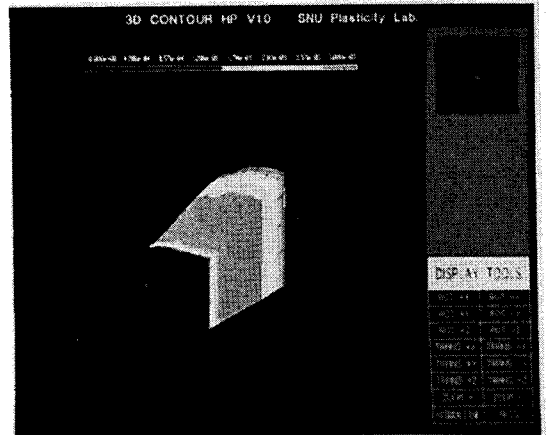
그림 8은 원형에서 사각형으로 압출하는 과정(다이 길이 대 반경 비 1.6:1)의 상당 변형률 및 상당 변형률 속도의 등고선을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 상당 변형률은 출구의 모서리 부분에서 가장 크게 발생하며 상당 변형률 속도는 재료의 유동이 가장 빠른 곳 즉 다이 표면의 구배가 가장 큰 부분에서 크게 나타남을 알 수 있다.

그림 9는 원형으로부터 육각형으로 압출하는 과정의 컴퓨터 시뮬레이션 결과이다.

그림 10은 원형으로부터 T형으로 압출하는 과정의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. T형의 오목한 부분에서는 심한 변형으로



(a) Effective strain.

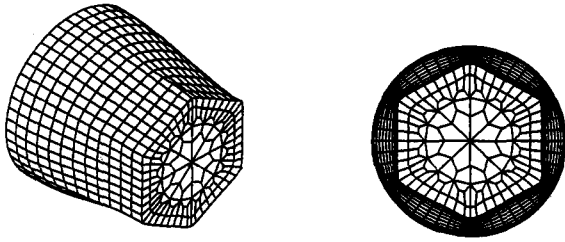


(b) Effective strain rate.

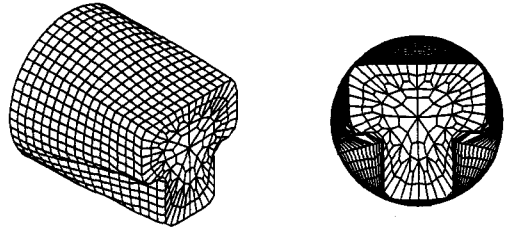
Fig. 8. Distributions of effective strain and effective strain rate for extrusion of square section(die length /initial radius=1.6).

인하여 사각형 요소가 지나치게 찌그러지게 되므로 요소망 재구성을 행하여 계산이 계속될 수 있도록 하였다.

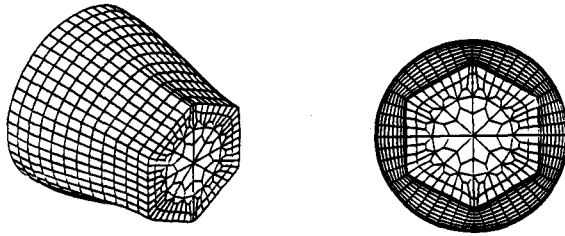
단면 감소율이 50%인 경우 초기의 요소망이 바둑판 무늬였다고 가정했을 때 변형 후에 어떻게 변화하는지를 추적한 것이 그림 11이며 이는 실험 결과와 잘 일치하고 있다. “T”형 압출의 경우 압출력의 실험치는 103.0 kgf, 이론치 63.0 kgf로 약 38.8%의 오차를 보이고 있다. 이는 사각형의 압출보다 단면 형상이 복잡하기 때문



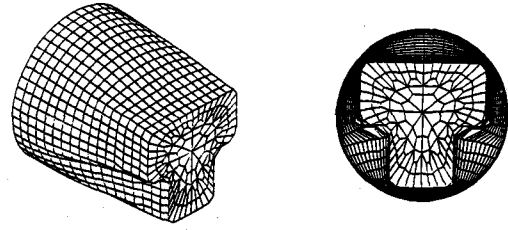
(a) Reduction of area:40%



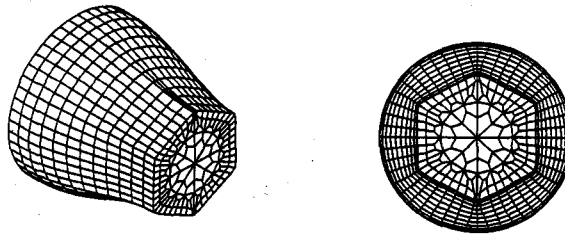
(a) Reduction of area:40%



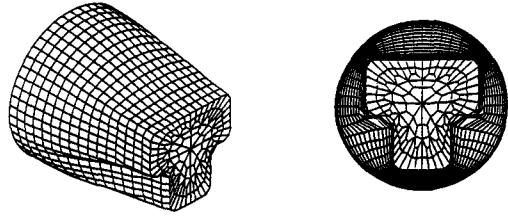
(b) Reduction of area:50%



(b) Reduction of area:50%



(c) Reduction of area:60%



(c) Reduction of area:60%

Fig. 9. Grid distortions to the various reduction of area(round to hexagonal section).

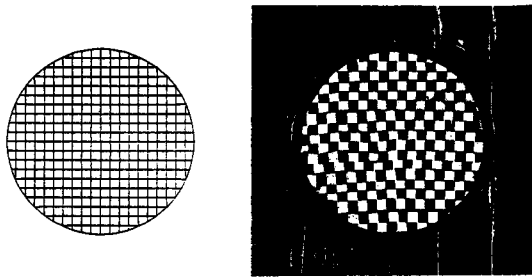
Fig. 10. Grid distortions to the various reduction of area(round to "T" section).

에 사각형 압출의 경우보다 오차가 좀 더 큰 것이라 생각한다. 또 실험시 압출된 소재가 다이의 출구를 빠져나오면서 굽히거나 뒤틀리지 않았음을 확인할 수 있었으며 이는 초기에 가정한 면적 사상법에 의한 다이 설계가 적절하다는 것을 나타내고 있다.

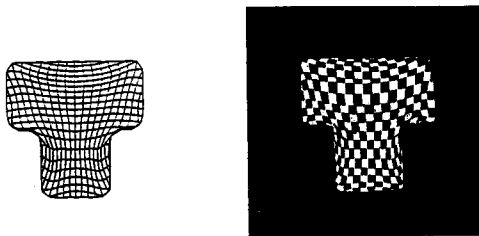
그림 12는 다이 길이 대 반경비가 2:1이고 원형으로부터 "T"형으로 압출하는 경우의 상당 변형률과 상당 변형률 속도의 등고선을 나타내고 있다. 상당 변형률은 변형이 가장 심한 출구의 오목한 부분에서 가장 크게 발생하는 것을 알 수 있으며 상당 변형률 속도는 사각형 압출의 경우와 마찬가지로 재료의 유동이 가장 빠른

출구로부터 약 1/3지점에서 가장 크게 발생하는 것을 알 수 있다. 다만 사각형 압출의 경우와는 달리 단면에서의 등고선 모양이 복잡하다는 것을 알 수 있다.

단면 감소율과 마찰비 정수의 변화에 대한 압출 압력의 변화를 살펴보면 그림 13에서 보는 바와 같이 단면 감소율의 변화에 대하여 압출 압력은 거의 직선적으로 증가함을 알 수 있으며 마찰비 정수의 변화에 따라 압출 압력의 변화는 매우 크다. 즉 어느 경우에 있어서도 마찰비 정수가 0.1일 때보다 0.3일 때 50% 이상의 압출 압력이 증가함을 알 수 있다. 특히 "T"형과 같은 복잡한 형의 압출의 경우는 다이와 소재의 윤활



(a) Before deformation.



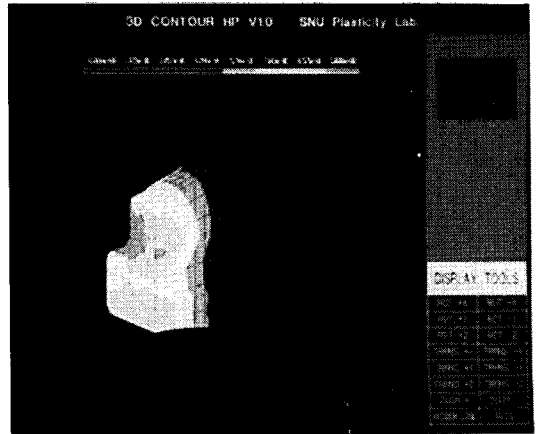
(b) After deformation.

Fig. 11. Comparison of the cross-sectional grid distortions for extrusion of "T" sections (left:simulation, right:experiment using plasticine /reduction of area:50%).

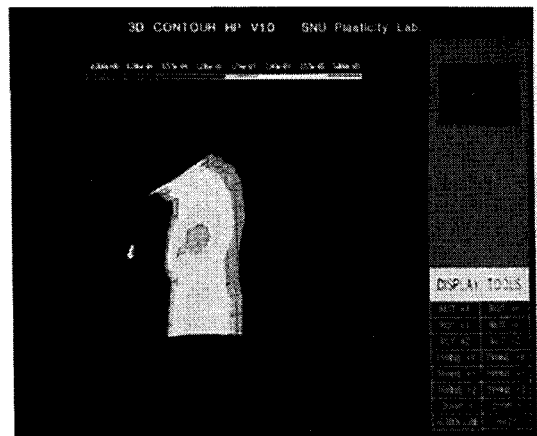
조건이 압출 압력 변화에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

## 7. 결 론

3차원 비축대칭 압출에 대하여 2차원 강소성 유한요소법과 슬래브 법을 결합시킨 3차원 수치 해석법을 적용하고, 다이의 형상을 면적 사상법을 이용하여 표현하는 방법을 제시하여 이들을 유한요소 경계로 삼아 압출 과정을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 원형으로부터 사각형, 육각형, "T"형으로 압출하는 과정을 수치해석하고 실험과 비교하였다. 사각형 및 "T"형 압출 실험 결과 단면 격자 형상의 변형은 실험 결과와 매우 잘 일치하나, 압출 하중은 약간의 오차를 보였다. 이러한 오차의 원인은 실험 재료인 플라스



(a) Effective strain.



(b) Effective strain rate.

Fig. 12. Distributions of effective strain and effective strain rate for extrusion of "T" section(die length /initial radius=2.0).

티션이 온도와 습도에 매우 민감하여 실험 조건에 따라 응력-변형률 관계가 크게 다르기 때문이며 알루미늄을 사용한 다른 문헌의 실험 결과와 비교하여 볼 때 5% 이내의 오차를 보이는 것으로 보아 본 해석 방법의 타당성을 알 수 있다.

이상의 실험 및 해석 결과로 보아 본 연구에서 이용한 단순화된 3차원 유한 요소법은 완전 3차원 유한 요소 해석에 비하여 계산시간을 대

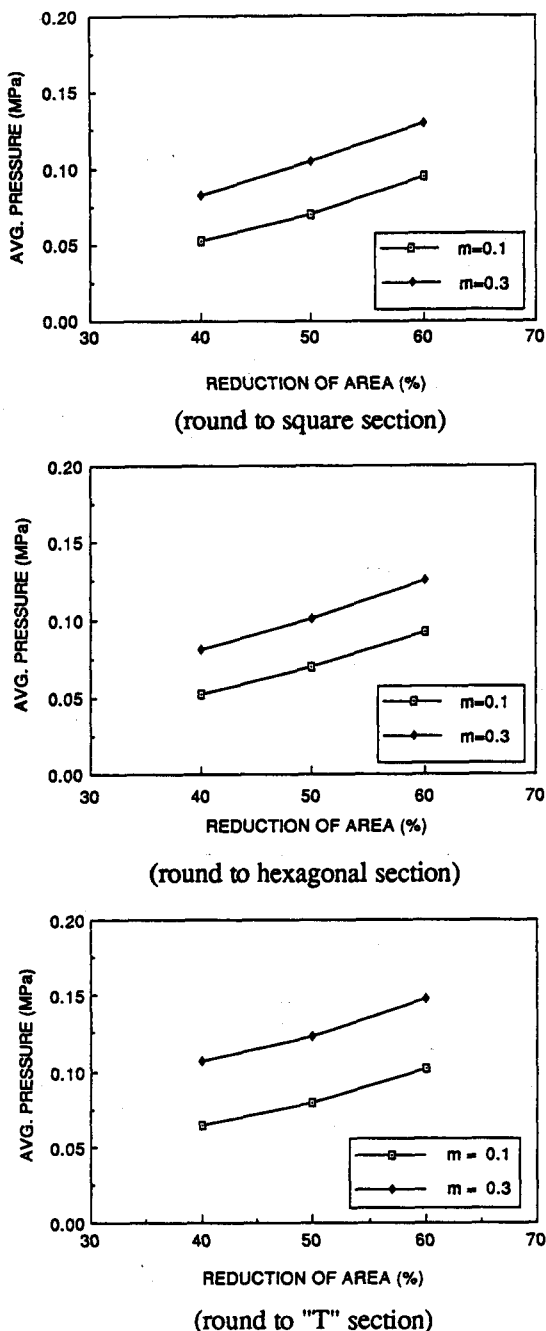


Fig. 13. Influence of reduction of area and friction factor on the extrusion pressure.

폭 줄이면서도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있으므로 정상 상태의 소성 가공 해석에 있어서

매우 유용한 도구로 이용될 수 있으며 실제 생산 과정의 설계 자료로 이용될 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1. B. Avitzur, "Flow Characteristics Through Conical Converging Dies," Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol.88, No.4, 1966, pp.410.
2. B. Avitzur, "Analysis of Wire Drawing and Extrusion Through Conical Dies of Large Cone Angle," Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol.86, No.4, 1964, pp.307.
3. M. Kiuchi and M. Ishikawa, "Upper Bound Analysis of Extrusion and/or Drawing of L-, T-, H- Sections," J. of the JSTP, Vol.24, No.270, 1983, pp.722-729(in Japanese).
4. D. Y. Yang and C. H. Lee, "Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Sections Through Curved Dies by Conformal Transformations," Int. J. Mech. Sci., Vol.20, 1978, pp.541.
5. D. Y. Yang, C. H. Han and M. U. Kim, "A Generalized Method for Analysis of Three-Dimensional Extrusion of Arbitrarily-shaped Sections," Int. J. Mech. Sci., Vol.28, No.8, 1986, pp.517-534.
6. V. Nagpal, C. P. Billhardt and T. Altan, "Lubricated Extrusion of "T" Section from Aluminium, Titanium and Steel Using Computer-Aided Techniques," Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol.101, 1979, pp.319-325.
7. C. C. Chen, S. I. Oh, and S. Kobayashi, "Ductile Fracture in Axisymmetric extrusion and drawing-Part 2, Workability in extrusion and drawing," Trans. ASME, J. Eng. Ind., Vol.101, 1979, pp.36-44.
9. K. Lange, "On the Stress Distribution in Prestressed Extrusion dies Under

- Non-uniform Distribution of Internal Pressure," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.27, 1985, pp.169-175.
10. T. Hirai and T. Ishise, "Plastic Metal flow Under Frictional Boundary in Forward Extrusion die and Stress Distribution of the Die," *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol.26, 1986, pp.217-229.
  11. C. R. Boer and W. D. Webster, Jr., "Direct Upper-Bound Solution and Finite Element Approach to Round-to-Square Drawing," *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, Vol.107, 1985, pp.254-260.
  12. D. Y. Yang, C. M. Lee and J. H. Yoon, "Finite Element Analysis of Steady-State Three-Dimensional Extrusion of Sections Through Curved Dies", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.31, No.2, 1989, pp.145-156.
  13. M. Kiuchi and J. Yanagimoto, "Computer Aided Simulation of Shape Rolling Process," *Proceeding of 16th NAMRC.*, 1987, pp.34-40.
  14. N. Kim and T. Altan, *Three Dimensional Analysis and Computer Simulation of Shape Rolling by the Finite and Slab Element Method*, ERC /NSM-B-90-10, The Ohio State Univ. 1990.