

## 調達期間이 不確實한 상황하에서의 部分負 在庫模型에 관한 研究

이강우\* · 이상도\*\*

### A Study on the Inventory Model with Partial Backorders under the Lead Time Uncertainty

Kang-Woo Lee\* and Sang-Do Lee\*\*

#### Abstract

This paper presents a single-echelon, single item, stochastic lead time and static demand inventory model for situations in which, during the stockout period, a fraction  $\beta$  of the demand is backordered and the remaining fraction  $(1-\beta)$  is lost. In this situations, an objective function representing the average annual cost of inventory system is obtained by defining a time-proportional backorder cost and a fixed penalty cost per unit lost. The optimal operating policy variables minimizing the average annual cost are calculated iteratively. At the extreme  $\beta=1$ , the model presented reduces to the usual backorder case. A numerical example is solved to illustrate the algorithm developed.

#### 1. 序 論

本論文에서는 調達期間이 不確實한 狀況下에서  
品切期間中 需要의 一部分이 負在庫되고 나머지의  
需要가 遺失販賣되는 確率의인  $(Q, r)$  在庫 시스  
템에 대한 近似模型을 設定하고, 近似解  $(Q^*, r^*)$ 를  
구하는 反復的인 알고리즘을 提示한다. 이 模型에  
서 品切期間中 發生하는 負在庫 費用(backorder

cost)은 負在庫의 持續期間에 비례하나 遺失販賣에  
대해서는 단위당 遺失利潤을 包含한 遺失販賣 罰  
料費用(penalty cost of a lost sale)을 適用하여 在庫  
關聯費用의 最少化가 利益의 最大化와 一致하게  
하였다.

한편 이 論文에서 提示된 模型은 負在庫 比率(backorder ratio)이 1과 0인 양극단에서는 통상의 負在庫 模型과 遺失販賣 在庫模型으로 還元되며, 또

\* 釜山水產大學校 經營學科

\*\* 東亞大學校 產業工學科

한 調達期間이 確定의이고 品切을 許容하지 않는 狀況下에서의 經濟的 發注를 模型으로 환원된다.

在庫管理의 問題를 다룬 研究는 무수하게 많지만 그 중에서 특히 本 論文과 直接的으로 關聯性이 있는 文獻을 中心으로 考察하면 다음과 같다. 먼저 完全 負在庫와 完全 遺失販賣의 初期模型으로 Hadley와 Whitin[2]의 模型을 들 수 있으며, 이들은 確定의 需要와 確定의 調達期間의 假定下에서 單一段階 在庫model에 있어서의 發注量을 구하는 解法을 提示하고 있다. 또한 이들은 이를 擴張하여 確率的 需要下에서의 近似模型을 開發하고 發注點과 發注量을 구하는 反復的인 數值解法을 提示하고 있다.

確定的인 需要에 의한 負在庫와 遺失販賣의 混合을 고려한 在庫model과 더불어 그 解法을 提示한 初期의 研究는 Montgomery, Bazaraa 및 Keswani [4]에 의해 提示되었다. 이들은 負在庫費用이 時間에 무관하고 品切期間을 무시한 期待週期로서 確率的 需要下에서의 模型을 提示하였다. 그후 Rosenberg[7]는 假需要率(fictitious demand rate)을 使用하여 定式化하고, 投影分解法(decomposition by projection)을 使用하여 最適解의 探索을 행하였다.

한편 Park[5,6]은 確定의인 需要下에서 時間에 比例하는 負在庫費用(time-proportional backorder cost)과 遺失單位當 固定罰科費用(fixed pernalty cost per unit lost)을 定義하여 模型을 構築하고 直接的으로 發注量과 發注點을 구하는 方法을 開發하였다. 그후 Kim과 Park[3]은 위의 研究를 延長하여 確率的으로 變動하는 靜態的 需要의 경우에 대한 平均 年間 可變費用의 函數를 유도하고 解를 구하기 위한 發見的 近似解法을 提示하였다.

한편 Whitin[8]은 앞에서 서술한 Rosenberg와 Park의 論文의 數值例에 대해 經濟的인 制約式의 추가가 必要하다는 點을 지적하였다. Das[1]는 時間加重 負在庫를 갖는  $(Q, r)$  在庫model의 解를 구하기 위해 혼히 利用되고 있는 反復的인 方法이

2個의 充分條件을 滿足할 경우 非反復的인 方法으로 代置될 수 있음을 보여주고 있다. 姜錫昊·朴光泰[9]는 調達期間이 不確實한 狀況下에서의 負在庫만을 許容하는 一段階 確定需要의 在庫model을 수립하고 이를 多段階 分配 시스템으로 擴張하였다.

現實的으로 需要率이 一定한 경우를 살펴보면 連續生產 시스템에 대한 諸投入要素나 生產能力이 完全히 移動될 때 所要되는 원자재나 部品 및 半製品을 생각할 수 있다.

本 論文은 위와 같은 生產 시스템의 投入要素 즉 원자재, 部品 및 半製品을 對象製品으로 하는 在庫點(stocking point)의 在庫management 問題를 解決하기 위해 時間에 比例하는 負在庫費用과 遺失單位當 固定罰科費用에 의해 조달기간이 불확실한 상황에서 部分 負在庫를 허용하는 재고모형을 定式化하고 近似的인 反復的 解法節次를 開發하는데 目的을 두고 있다.

## 2. 模型設定

### 2-1. 模型의 假定과 記號

本 論文에서 유도하고자 하는 在庫model에 대한 假定과 記號는 다음과 같다.

#### 假 定 :

- 製品의 單價는 發注量에 무관하고 一定하다.
- 正味在庫(net inventory)를 근거로한 發注點은 陽數(positive)이다.
- 未決注文(outstanding order)은 하나를 초과하지 않는다.
- 調達期間(lead time)은 不確實하여 連續分布로서 주어져 있다.
- 單位時間當 需要是 一定하다.
- 한 週期동안의 品切期間이 짧아서 年間週期의 平均回數는 근사적으로  $D/Q$ 가 된다.

#### 記號定義

- A : 週期當 發注費用  
 D : 年間需要(一定)  
 $f(t)$  : 調達期間의 連續確率 密度函數  
 H : 單位當 年間 在庫持續費用  
 P : 遺失利潤을 包含한 遺失販賣 罰科費用,  
 $P > 0$   
 Q : 發注量  
 R : 週期當 總需要  
 r : 發注點  
 t : 調達期間  
 T : 週期의 길이(cycle length)  
 $\beta$  : 負在庫比率(backorder ratio),  $0 \leq \beta \leq 1$   
 $y(r)$  : 週期當 期待 品切數量  
 $\mu$  : 調達期間의 平均  
 $\pi$  : 年間 單位當 負在庫 費用,  $\pi > 0$   
 $\sigma$  : 調達期間의 標準偏差  
\* : 最適解를 표시하는 添字

## 2-2. 模型의 定式化

需要가 一定하고 調達期間이 不確實한 경우의

在庫 시스템의 行態가 그림 1에 나타나 있다. 調達期間  $t$ 의 分布는 平均이  $\mu$ 이고 標準偏差가  $\sigma$ 인 連續密度函數  $f(t)$ 라고 하자. 週期當 期待 品切數量  $y(r)$ 은 다음과 같다.

$$y(r) = \int_{r/D}^{\infty} (tD - r)f(t)dt$$

따라서 週期當 期待 負在庫數量은  $\beta y(r)$ 이 되고, 週期當 期待 遺失販賣量은  $(1-\beta)y(r)$ 이 된다. 한편 週期當 期待 總需要量  $E(R)$ 은  $Q + (1-\beta)y(r)$  이므로 期待週期의 길이(expected cycle length)는 다음과 같다.

$$E(T) = [Q + (1-\beta)y(r)] / D$$

年間 平均 可變費用을 定式化하기 위하여 本 論文에서는 發注點 사이를 한 週期로 삼아 分析하고자 한다. 그림 1에서 보는 바와 같이 調達期間  $t$ 의 값에 따라 品切れ이 發生하지 않는 경우와 品切れ이 發生하는 경우로 구분된다. 즉,  $0 < t < r/D$ 일 때는 品切れ이 發生하지 않으며,  $t \geq r/D$ 일 때는 品切れ이 發生한다.

먼저 이 두가지의 경우를 고려하여 週期當 期待 可變費用을 구하기로 한다. 週期當 期待在庫量의

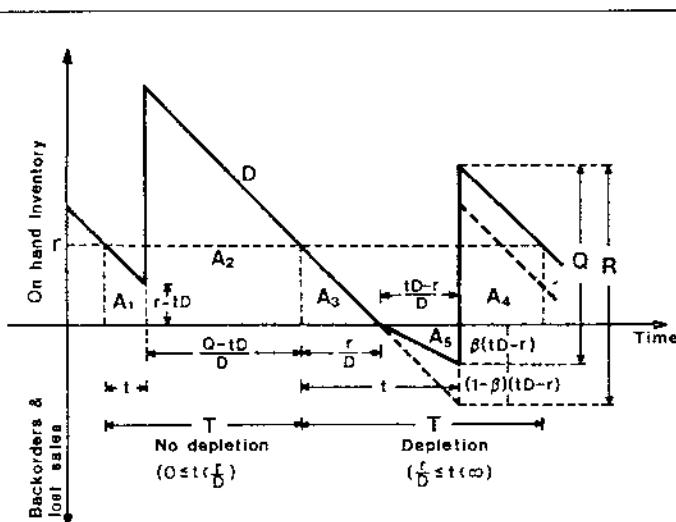


그림 1. 재고시스템의 行態

제산은 期待現在庫(expected on hand inventory)를 기준으로 發注點에 도달한 때로부터 다음 注文量이 도착할 때까지의 기간과 注文量이 도착해서 다음 發注點에 이르기까지의 기간으로 구분하여 산출한다. 먼저 품절이 없는 경우( $0 \leq t < r/D$ )를 고려하면 그림 1에서 보는 바와 같이 注文量이 도착하기 직전의 現在庫水準은  $(r - tD)$ 가 될 것이며, 注文量이 도착한 직후의 現在庫水準은  $(Q + r - tD)$ 가 될 것이다.

한편 注文量이 도착한 직후부터 재고수준이 發注點  $r$ 에 이르기까지 걸리는 시간은  $(Q-tD)/D$ 가 되므로 週期當期待在庫量은 면적  $A_1$ 과  $A_2$ 의 합의 기대치와 같고 다음의 式(1)과 같이 표시할 수 있다.

$$E(A_1 + A_2) = \frac{Q}{D} \int_0^{\sqrt{D}} (Q/2 + r - tD) f(t) dt \quad \dots \dots \quad (1)$$

이제 그림 1에서 품절이 있는 경우( $t \geq r/D$ )는 在庫水準이 發注點에서 품절이 발생할 때까지 걸리는 시간은  $r/D$ 이며, 注文量이 도착한 직후부터 현 재고수준이 다시 發注點에 이르기까지 걸리는 시간은  $\{Q - r - \beta(tD - r)\}/D$ 이며, 注文量이 도착한 직후의 現在庫水準은  $\{Q - \beta(tD - r)\}$ 이 된다. 따라서 품절발생시의 주기당 기대 재고량은 면적  $A_3$ 와 면적  $A_4$ 의 합의 기대치와 같고 다음과 같이 표시된다.

$$E(A_3 + A_4) = \frac{1}{2D} \int_{r/D}^{\infty} (Q - \beta t D + \beta r)^2 f(t) dt \quad \dots (2)$$

따라서週期當期待在庫維持費用은 式(1)과 式(2)를 합한 후 여기에 단위 시간당 재고 유지비용  $H$ 를 곱하여 구하면 式(3)와 같다.

$$\frac{HQ}{D} \int_{t_0}^{r/D} (Q/2 + r - tD) f(t) dt$$

$$+ \frac{H}{2D} \int_{r/D}^{\infty} (Q - \beta tD + \beta r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots (3)$$

### 한편 週期當 遺失販賣量은

$$\int_{t=0}^{\infty} (1-\beta)(tD - r)f(t)dt = (1-\beta)y(r)$$

이므로 週期當 期待 遺失販賣 罰科費用은 다음과 같다.

$$P(1-\beta)y(r) \dots \dots \dots \quad (4)$$

週期當品切れ이 발생하는期間은  $(tD - r) / D$ 이고  
負在庫되는需要는  $\beta(tD - r)$ 이다. 따라서週期當期待負在庫數量은 면적  $A_2$ 의 기대치이므로週期當期待負在庫費用은 다음과 같다.

$$\frac{\beta\pi}{2D} \int_{r/D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

이상에서 週期當 期待 可變費用은 發注費用, 在庫維持費用, 負在庫費用 및 遺失販賣罰科費用으로 구성되며 式(3), (4), (5)를 합하고 週期當 發注費用  $A$ 를 추가하면 다음과 같이 표시된다.

$$A + \frac{HQ}{D} \int_{r_0}^{r_0^*} (Q/2 + r - tD) f(t) dt \\ + \frac{H}{2D} \int_{r_0^*}^{\infty} (Q - \beta tD + \beta r)^2 f(t) dt + P(1-\beta)y(r) \\ + \frac{\beta\pi}{2D} \int_{r_0^*}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

年間 總期待 可變費用을 구하기 위해 年間 平均  
 週期回數  $D/\{Q + (1-\beta)y(r)\}$  을 式(1)의 각 항에  
 곱하여 주면 되나 通常의으로 品切期間은 全體 週  
 期時間의 적은 部分을 차지하기 때문에 年間 週期의  
 平均回數을 近似的으로  $D/Q$ 라고 假定하고 이를  
 式(6)의 각 항에 곱하면 式(7)을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{\text{AD}}{Q} + H \int_{t=0}^{\nu D} (r - tD + Q/2) f(t) dt \\ & + \frac{H}{2Q} \int_{\nu D}^{\infty} (Q - \beta tD + \beta r)^2 f(t) dt + DP(1-\beta)y(r)/Q \\ & + \frac{\beta \pi}{2Q} \int_{\nu D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots \quad (7) \end{aligned}$$

式(7)에 약간의 數學的 操作을 하면 年間 總期待可變費用  $K(Q, t)$ 은 다음의 式으로 표시된다.

$$K(Q, r) = AD/Q + H\{Q/2 + (1-\beta)v(r) + r - u\}.$$

$$+ DP(1-\beta)y(r)/Q \\ + \frac{(\pi+\beta H)\beta}{2Q} \int_{r/D}^{\infty} (tD-r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots (8)$$

위에서 유도된 式(7)에 대해 負在庫比率  $\beta$ 를 1로 취하면 式(7)로부터 式(9)를 얻는다.

$$K(Q, r) = \frac{AD}{Q} + H \int_0^{r/D} (Q/2 + r - tD) f(t) dt \\ + \frac{H}{2Q} \int_{r/D}^{\infty} (Q - tD + r)^2 f(t) dt \\ + \frac{\pi}{2Q} \int_{r/D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt \quad \dots \dots \dots (9)$$

式(9)는 姜錫昊·朴光泰[9]의 遺失販賣를 고려하지 않은 調達期間이 不確實한 狀況下에서의  $(Q, r)$  在庫model의 費用函數와 一致함을 알 수 있다. 한편 品切을 許容하지 않고 調達期間과 需要量이 一定한 경우 式(9)는 쉽게 經濟的 發注量(economic order quantity)의 費用函數가 됨을 알 수 있다. 이제 式(8)을 最少化하는  $(Q^*, r^*)$ 는 다음의 條件을 滿足해야 한다.

$$\partial K / \partial Q = -AD/Q^2 + H/2 - \{DP(1-\beta)y(r)\}/Q^2 \\ - \frac{\beta(\beta H + \pi)}{2Q^2} \int_{r/D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt = 0 \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$\partial K / \partial r = -(1-\beta)H F(r/D) + H - \{(1-\beta) \\ DP F(r/D)\}/Q + \{\beta(\beta H + \pi)y(r)\}/Q = 0 \\ \dots \dots \dots (11)$$

式(11)에서  $F(r/D)$ 는  $f(t)$ 의 累積餘函數(complementary cumulative function)로서 다음과 같이 정의된다.

$$F(r/D) = \int_{r/D}^{\infty} f(t) dt$$

式(10)과 式(11)을 정리하면 다음과 같이 표시된다.

$$Q = \left\{ \{2AD + 2DP(1-\beta)y(r) \right. \\ \left. + \beta(\beta H + \pi) \int_{r/D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt\} / H \right\}^{1/2} \dots (12)$$

$$HQ = (1-\beta)(DP + HQ)F(r/D) + \beta(\beta H + \pi)y(r) \\ \dots \dots \dots (13)$$

### 2-3. 反復解法 節次

平均 年間 費用函數  $K(Q, r)$ 을 最小화하는 最適解  $(Q^*, r^*)$ 를 구하는 反復的인 절차는 다음과 같다.

가. 確定的 狀況下에서의 經濟的 發注量의 產出 공식인  $Q = \sqrt{2AD/H}$ 를 利用하여  $Q$ 의 初期 推定值를 구하고, 이 값을  $Q_1$ 이라 한다.

나. 式(13)의  $Q$ 에  $Q_1$ 을 代入하여 Newton-Raphson의 方法을 이용해서 發注點  $r$ 을 구하고 이 값을  $r_1$ 이라 한다.

다. 나.에서 구한  $r_1$ 을 式(12)에 代入하여  $Q_2$ 를 구한다.

라. 만일 反復過程 i번째에서  $Q_i = Q_{i-1}$ 과  $r_i = r_{i-1}$ 이 되면 종료한다. 그렇지 않으면 節次 나.로 간다.

위의 反復節次 나.와 다.에서는 積分計算을 必要로 한다. 이때 必要로 하는 積分값을 수표를 利用하여 구하기 위해서는 다음의 式을 利用하면 된다. 단 調達期間  $t$ 의 分布는 平均이  $\mu$ 이고 標準偏差가  $\sigma$ 인 正規分布에 따를라고 假定한다. 여기서  $r' = (r - \mu D) / \sigma D$ 라 하면

$$y(r) = \int_{r/D}^{\infty} (tD - r) dt = \sigma D \phi(r') + (\mu D - r) \Phi(r') \\ \dots \dots \dots (14)$$

$$\int_{r/D}^{\infty} (tD - r)^2 f(t) dt = \{(\mu D - r)^2 + (\sigma D)^2\} \phi(r') \\ + (\mu D - r) \sigma D \phi(r') \quad \dots \dots \dots (15)$$

위의 式(14)와 (15)의  $\Phi(r')$ 와  $\phi(r')$ 는 각각 標準正規分布의 累積餘函數와 確率密度函數를 나타낸다.

이제 式(12)와 式(13)을 동시에 만족하는 解  $Q^*$ 와  $r^*$ 를 구할 수 있다. 이 反復節次에 의해 해가 수렴되는 과정을 圖式的으로 증명하여 보자. 式(12)와 式(13)은  $(Q, r)$  平面上에서 각각 曲선으로 표시된다. 여기서 이 두개의 曲선의 形태에 대해 검토하기로 한다.

그림 2는 다음의 數值例의 資料를 이용하여  $\beta=0.2, 0.8$ 의 경우에 대해  $(Q-r)$  平面에 式(12)와 式(13)을 圖式化한 것이다. 그림 2로부터 위에서 제시된 反復解法 節次가  $Q^*$  와  $r^*$ 에 수렴하는 것은 자명하다.

#### 2-4. 數值例 및 感度分析

어느 會社에서 한 品目의 調達期間의 平均이 90日 (0.25年)이고 標準偏差가 36日(0.1年)인 正規分布에 따른다고 하고 나머지 資料들이 다음과 같이 주어져 있다.

$$D=200\text{단위/年}, P=0.3\text{만원/단위},$$

$$H=\text{단위당 } 0.1\text{만원/年},$$

$$\pi=\text{負在庫當 } 0.4\text{만원/년}, A=5\text{만원/주문}$$

위의 資料를 利用하여  $\beta$ 의 여러 값에 대해 最適解  $(Q^*, r^*)$  및 最適 年間 平均 可變費用  $K(Q^*, r^*, \beta)$ :

를 구하면 표 1과 같다.

표 1은 負在庫 比率  $\beta$ 의 여러 값에 대한 最適發注點  $r^*$  와 發注量  $Q^*$ 의 변화과정을 보여주고 있다. 예를 들면  $\beta=0.5$ 일 때 앞에서 제시된 반복 解法 절차에 따라 最適解를 구하면  $Q^*=153$ ,  $r^*=56$  및  $K(Q^*, r^*, 0.5)=16.6\text{만원}$ 이다.

표 1에서 알 수 있는 바와 같이  $\beta$ 의 값이 증가함에 따라 平均 年間 品切數量  $U^*$  와 發注量  $Q^*$ 는 증가하나 發注點  $r^*$  와 平均 年間費用  $K(Q^*, r^*, \beta)$ 는 감소함을 알 수 있다. 특히 이 結果는 Kim과 Park [3]의 調達期間의 需要가 불확실한 상황하에서의 研究結果와 일치한다. 또한 각  $\beta$ 의 값에 대한  $Q^*$ ,  $r^*$  및  $K(Q^*, r^*, \beta)$ 의 값이 매우 유사함을 알 수 있다. 이러한 결과가 나온 것은 Kim과 Park의 조달기간 동안의 수요의 평균과 표준편차에 맞도록 본 논문에서 조달기간의 평균과 표준편차를 설정하였기 때문이다.

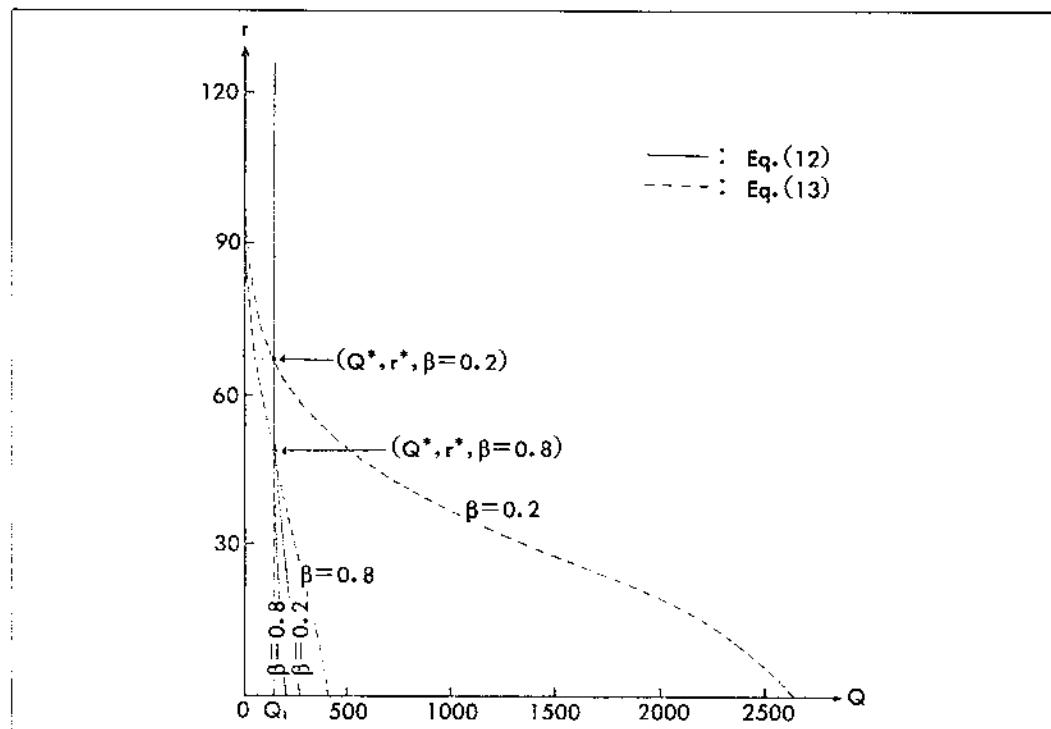


그림 2. 解의 收斂

표 1.  $\sigma=0.1$  일 때의  $\beta$ 의 감도분석

$\beta$	0.0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
$U^*$	3	4	5	7	9	18	40
$r^*$	67	64	59	56	53	40	17
$Q^*$	151	151	152	153	154	158	165
$K(Q^*, r^*, \beta)$	17.3	17.1	16.8	16.6	16.3	15.4	13.3

註:  $U^*$ 는 연간 평균 품절수량을 표시함표 2.  $\sigma$ 와 연간 불확실성 비용의 감도분석

$\sigma$	0.0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
$U^*$	0	4	7	10	12	15	17
$r^*$	50	53	56	60	63	67	70
$Q^*$	141	147	153	159	165	171	177
$K(Q^*, r^*, \beta)$	14.1	15.4	16.6	17.7	18.8	19.9	20.9
불확실성의 비용	0.0	1.3	2.5	3.6	4.7	5.8	6.8

註:  $U^*$ 는 연간 평균 품절수량을 표시함

이상의 결과로부터 本論文에서 제시한 近似模型은 그近似度가 매우 높은 것으로 판단된다.

한편 수요가 확정적인 在庫模型에서 年間總費用은

$$K_d = \sqrt{2ADH} = 14.1\text{만원}$$

이다.  $\beta=0.5$ 이고,  $\sigma=0.1$ 에 대한 불확실성의 平均年間費用은

$$K(153, 56, 0.5) - K_d = 2.5\text{만원}$$

이다.

표 2는  $\beta=0.5$ 로 고정시키고  $\sigma$ 의 여러 값에 대한 최적 운용정책을 보여주고 있다. 표 2에서 명확히 알 수 있는 바와 같이  $\sigma$ 의 값이 증가함에 따라  $U^*$ ,  $r^*$ ,  $Q^*$ ,  $K(Q^*, r^*, 0.5)$  및 不確實性의 平均年間費用이 모두 증가함을 나타내 주고 있다.

이러한 결과로부터 平均年間費用을 감소시키기 위해서는 조달기간 뿐만 아니라 이에 수반되는 불

확실성을 동시에 감소시킬 필요가 있음을 알 수 있다.

### 3. 結論

本論文에서는 기존의 論文이 調達期間의 不確實性을 調達期間중의 需要變動의 概念으로 파악한 점에 대해 本論文은 調達期間 자체를 確率變數로 취급하였다.

또한 品切期間중의 需要에 대해 品切り發生했을 경우의 顧客의 多樣한 反應을 고려하면 品切期間中緊急을 요하지 않거나 忍耐心 있는 顧客은 需要가 充足될 때까지 기다리며, 緊急을 요하는 경우는 다른 購買處에서 購買하게 될 것이다.

本論文에서는 위와 같은 品切發生時의 고객의 반응을 재고모형에 포함시킬 목적으로 負在庫와 遺失販賣를 동시에 고려하여 實用的인 側面에서의

在庫行態를 파악하고 實際의 在庫問題의 近似解를 도출하였다. 또한 感度分析을 통하여 負在庫比率  $\beta$ 와 調達期間의 標準偏差  $\sigma$ 에 따른 平均 年間費用의 變動狀態를 分析하였다. 이와 같은 分析結果에 의하면 本 研究에서 제시한 近似模型의 有用性은 實用적인 측면에서 충분하다고 판단된다.

### 參考文獻

- [1] Das, C., "Q, r Inventory Models with Time Weighted Backorders," *J. Opl. Res. Soc.*, Vol. 34, No. 5, pp. 401-412, 1983.
- [2] Hadley G. and Whitin T. M., "Analysis of Inventory Systems," Prentice-Hall, Inc., New Jersey, pp. 42-50, 159-175, 1963.
- [3] Kim, D. H. and Park, K. S., "(Q, r) Inventory Model with a Mixture of Lost Sales and Time-Weighted Backorders," *J. Opl. Res. Soc.*, Vol. 36, No. 3, pp. 231-238, 1985.
- [4] Montgomery, D. C., Bazaraa M. S. and Ke-  
swani, A. K., "Inventory Models with a Mixture of Backorders and Lost Sales," *Naval Res. Logist. Quart.*, Vol. 20, No. 2, pp. 255-263, 1973.
- [5] Park, K. S., "Inventory Model with Partial Backorders," *Int. J. System Sci.*, Vol. 13, No. 12, pp. 1313-1317, 1982.
- [6] Park, K. S., "Another Inventory Model with a Mixture of Backorders and Lost Sales," *Naval Res. Logis. Quart.*, Vol. 30, No. 3, pp. 397-400, 1983.
- [7] Rosenberg, D., "A New Analysis of a Lot-size Model with Partial Backlogging," *Naval Res. Logist. Quart.*, Vol. 26, No. 2, pp. 349-353, 1979.
- [8] Whitin, T. M., "Recent Articles on Partial Backorders: Comment," *Naval Res. Logist. Quart.*, Vol. 32, No. 2, pp. 361-362, 1985.
- [9] 姜錫昊 · 朴光泰, 注文引渡期間의 不確實한 狀況下에서의 (Q, r) 在庫模型과 多段階 分配 시스템에의 應用에 관한 研究, 韓國經營科學會誌, 第 11 卷 第 1 號, pp. 44-50, 1986.