

자유곡면 가공을 위한 CAD/CAM 시스템†

김광수* · 최영환*

An Integrated System for Computer-Aided Design and Manufacturing of Sculptured Surface

K. S. Kim* and Y. H. Choi*

Abstract

This report describes an integrated approach to sculptured surface design and manufacture, and a software package for it on a multi-axis NC milling machine. The integrated software consists of four parts: (1) surface fitting procedure for generating the characteristic polyhedron from 3 dimensional CMM data, (2) surface description for generating the mathematical representation of sculptured surfaces, (3) tool path generation for approximating the surface representation into a sequence of linear cutter paths, and (4) tool control for generating the corresponding joint variable values. This integrated approach is generally applicable to sculptured surface manufacturing where multi-axis milling machines are necessary to produce smooth three-dimensional surfaces.

1. 서 론

자동차의 차체나 항공기의 날개처럼 간단한 수학적으로는 표현이 불가능한 곡면을 자유곡면(sculptured surface)이라 하는데 일반적으로 자유곡면을 가진 제품을 가공하기 위해서는 많은 준비작업과 시간이 소요된다. 자유곡면을 제조할 때에는 많은 경우에 설계자들이 손으로 직접 디자인모델(clay model)을 만든 후 그 모델이 만족스러울 때 그 디자인모델을 수학적 방법으로 곡면모델로 표현하

고, 이 곡면모델로부터 가공데이터를 생성함으로써 대량생산이 가능하게 된다. 따라서 자유곡면 부품을 생산하는데 소요되는 생산성을 향상시키기 위해서는 자유곡면을 정의하고 정의된 곡면으로부터 가공에 사용되는 수치제어 데이터를 자동적으로 생성하는 기술에 대한 연구가 필요하다[1-8].

최근 대부분의 상용 CAD/CAM software package들은 자유곡면을 정의하는데 B-spline surface를 사용하고 있다. B-spline surface를 사용하면 전체곡면을 하나의 surface로 나타낼 수 있기 때문에

† 본 연구는 산업과학기술연구소의 연구비 지원으로 수행되었음.

* 포항공대 산업공학부

patch 연결의 어려움이 없고 local control이 가능하여 곡면의 모델링에 필요한 여러 기능들을 쉽게 처리할 수 있기 때문이다.

본 연구에서는 디자인 모델의 3차원 측정데이터로부터 가공을 위한 NC 데이터와 다축 가공시스템을 제어하기 위한 joint value를 자동으로 생성하는 자유곡면 가공시스템의 prototype을 개발하였다. 자유곡면 가공시스템은 그림 1과 같이 CMM (Coordinate Measuring Machine)으로 측정된 디자인모델의 3차원 측정데이터로부터 characteristic polyhedron을 생성하는 surface fitting, characteristic polyhedron으로부터 B-spline surface 모델을 정의하는 surface generation, 공구궤적을 자동으로 산출하는 tool path generation, 그리고 가공시스템의 control을 담당하는 tool control 등 4개 부분으로 구성된다.

2. 자유곡면 모델링

자유곡면의 가공을 위한 CAD/CAM 시스템에서 가장 핵심적인 부분은 입력된 3차원 데이터를 곡면모델로 나타내는 것이다. B-Spline을 이용한 자유곡면의 생성 및 표현에 관한 연구는 근래에 큰 관심의 대상이 되고 있다[9]. 그 이유는 기하학적 지식이 부족한 일반 사용자들도 단순히 CMM 등으로 측정된 물체의 3차원 형상 데이터만 입력함으로써 부품의 형상을 쉽게 표현할 수 있기 때문이다. 또한 B-Spline에서 사용하는 blending function의 특성에 의해 곡면 일부의 변경(local shape control)이 가능하고 복잡한 형상도 하나의 곡면으로 나타낼 수 있는 등 여러가지 장점 때문에 향후의 자유곡면 모델링 시스템에서는 B-spline 곡면표현 방법이 널리 사용되리라 예상된다.

B-Spline을 이용한 곡면의 생성 및 표현은 이전에 자유곡면 표현의 주류를 이루었던 Bezier의 방법과 기본적으로 같은 개념을 이용한다. 즉 Ferguson patch, Coons patch 등 전통적인 곡면의 표현방법

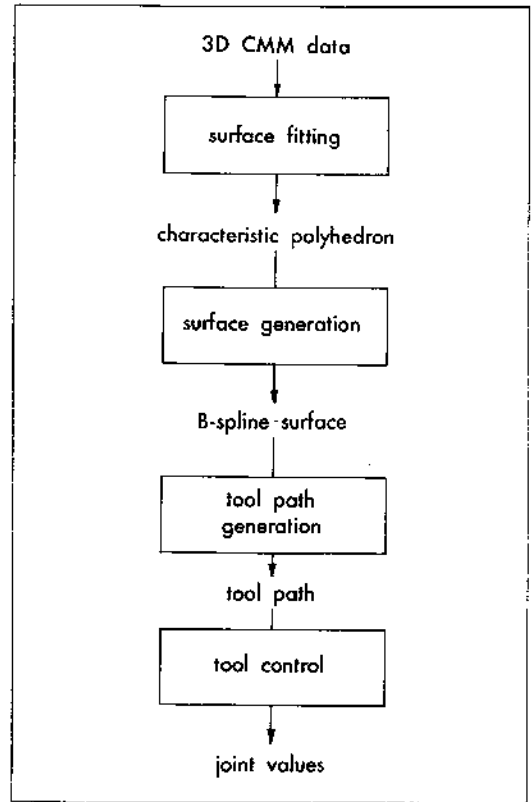


그림 1. 자유곡면 가공 시스템의 구성

에서 입력해야만 하는 tangent vector, twist vector의 경계조건(boundary condition)을 제거하고 control points만을 입력받아 각 control point에 가중치를 적절히 줌(blending)으로써 patch의 연결에 무리함이 없이 원하는 곡면형상을 얻어내는 것이 B-spline 기법의 핵심이라 할 수 있다.

B-spline은 blending function의 산출방법에 따라 여러가지 형태로 분류되는데 가장 기본적인 분류의 기준은 B-spline blending function의 생성에 사용한 knot vector의 형태이다. Knot vector의 값이 균일한 간격으로 증가하는 형태를 uniform B-spline(UB)이라 하며, knot vector의 값이 특정 기준에 의거하여 또는 사용자에게 의하여 임의의 간격으로 증가하는 형태를 non-uniform B-spline(NUB)이라 한

다. 또한 knot point의 중복여부에 따라 periodic B-spline, non-periodic B-spline으로 분류하기도 한다. 최근에는 B-spline에 rational surface 개념을 적용한 non-uniform rational B-spline(NURB)이라고 하는 기법이 소개되어 실제에 응용되기를 기다리고 있다[10]

2-1. B-Spline Surface Representation

순서대로 입력된 $(n+1)$ 개의 control points V_i ($i=0, \dots, n$)로 이루어지는 order M 인 B-spline curve는 다음과 같이 정의된다.

$$P(t) = \sum_{i=0}^n V_i N_{i,M}(t) \dots\dots\dots (2.1)$$

여기서 $N_{i,M}(t)$ 는 order M 의 normalized B-spline basis function이며 knot vector (T_0, T_1, \dots) 가 주어졌을 때 다음과 같이 정의된다.

(i) for $M=1$,

$$N_{i,M}(t) = 1 \text{ if } T_i < t \leq T_{i+1}$$

$$= 0 \text{ otherwise}$$

(ii) for $M > 1$,

$$N_{i,M}(t) = \frac{t - T_i}{T_{i+M-1} - T_i} N_{i,M-1}(t)$$

$$+ \frac{T_{i+M} - t}{T_{i+M} - T_{i+1}} N_{i+1,M}(t)$$

한편, periodic uniform cubic B-spline curve의 i 번째 segment를 행렬의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$P_i(t) = [t^3 \ t^2 \ t \ 1] M_b \begin{bmatrix} V_{i-1} \\ V_i \\ V_{i+1} \\ V_{i+2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.2)$$

where $M_b = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

B-spline curve의 parameter t 를 parameter u 와 w 로 확장하면 B-spline surface를 얻게된다. u 방향으로 order M , w 방향으로 order N 인 normalized B-spline basis function을 이용하여 B-spline surface를 표현하면 다음과 같다.

$$P(t) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n V_{i,j} N_{i,M}(u) N_{j,N}(w) \dots\dots\dots (2.3)$$

여기서 $N_{i,M}(u)$ 와 $N_{j,N}(w)$ 는 각각 u , w 방향으로 order가 M , N 인 normalized B-spline basis function이다.

2-2. Surface Fitting

Surface fitting algorithm은 디자인모델 surface 상의 점 P_i ($i=0, \dots, m, j=0, \dots, n$)로부터 B-spline 곡면모델을 특징짓는 control points(characteristic polyhedron)를 산출해 내는 기법이다. Surface fitting algorithm을 적용하여 control points를 구할 때에는 각 i 에 대하여 B-spline curve의 control points Q_i ($i=0, \dots, m, j=0, \dots, n+2$)를 구하고 이 control points를 이용하여 B-spline surface의 control points V_i ($i=0, \dots, m+2, j=0, \dots, n+2$)를 구하게 된다.

Blending matrix를 A , curve상의 점들을 b 라 할 때 C^0 continuity와 양끝점에 free-end condition($V_0 = V_1, V_{n+1} = V_{n+2}$)을 적용하면, $AX=b$ 에서 blending matrix A 는 다음 식과 같이 tridiagonal matrix로 표현되며 LU decomposition 방법을 이용하여 X 를 쉽게 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & & & & & & & 0 \\ & 1 & 4 & 1 & & & & & \\ & & 1 & 4 & 1 & & & & \\ & & & & & \dots & & & \\ & & & & & & 1 & 4 & 1 \\ 0 & & & & & & & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_{n+1} \\ V_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6P_0 \\ 6P_1 \\ \dots \\ 6P_n \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.4)$$

2-3. Tangent, Normal Vectors and Curvature

B-spline surface상의 각 점에서 parameter u 와 w 방향에 대한 tangent vector $P_u(u, w)$ 와 $P_w(u, w)$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$P_u(u, w) = \sum_{s=0}^m \sum_{r=0}^n V_{i,j}^s N_{i,M-1}(u) N_{j,N}(w) \dots\dots (2.5)$$

where $V_{i,j}^s = V_{i,j} - V_{i-1,j}$

for $i=1, 2, \dots, m$ and $j=0, 1, \dots, n$

$$P_w(u, w) = \sum_{s=0}^m \sum_{r=0}^n V_{i,j}^s N_{i,M}(u) N_{j,N-1}(w) \dots\dots (2.6)$$

where $V_{i,j}^s = V_{i,j} - V_{i,j-1}$

for $i=0, 1, \dots, m$ and $j=1, 2, \dots, n$

Surface에 대한 unit normal vector는 surface상의 한 점 $P(u, w)$ 에서 두 tangent vector $P_u(u, w)$ 와 $P_w(u, w)$ 의 vector cross product로서 다음과 같이 정의된다.

$$N(u, w) = \frac{P_u(u, w) \times P_w(u, w)}{|P_u(u, w) \times P_w(u, w)|} \dots\dots (2.7)$$

곡선의 곡률(curvature)은 arc length s 의 변화에 대한 tangent vector의 변화율을 의미하며 다음 식과 같이 정의된다.

$$k(s) = |dT(s)/ds| = |\dot{T}(s)| = |\ddot{P}(s)| \dots\dots (2.8)$$

B-spline curve상의 각 점 $P(t)$ 에서의 곡률 $k(t)$ 는 다음과 같다.

$$k(t) = \frac{|P' \times P''|}{|P'|^3} \dots\dots (2.9)$$

where $P(t) = [1 \ t \ t^2 \ t^3] N_M(t) V_j$

$P'(t) = [0 \ 1 \ 2t \ 3t^2] N_M(t) V_j$

$P''(t) = [0 \ 0 \ 2 \ 6t] N_M(t) V_j$

3. 공구궤적의 생성

자유곡면의 가공을 위한 공구궤적의 산출은

CMM 데이터로부터 B-spline 곡면 표현방법으로 생성한 surface에 대한 offset surface를 구함으로써 가능하다. 즉 surface상의 각 점 $P(u, w)$ 에서 tangent vector $P_u(u, w)$, $P_w(u, w)$ 와 normal vector $N(u, w)$ 를 구한 후 normal vector 방향으로 사용될 공구(ball-ended cutter)의 반지름 d 만큼 offset 시킴으로써 다음 식과 같이 offset surface $C(u, w)$ 와 그 때의 공구방향($-N$)을 구할 수 있다(그림 2 참조).

$$C(u, w) = P(u, w) + d N(u, w) \dots\dots (3.1)$$

공구궤적은 생성된 offset surface를 일련의 선분으로 표현하는 방법에 따라 iso-parametric path와 Cartesian path로 분류된다.

3-1. Iso-parametric Path

자유곡면 모델러가 만들어낸 3차원 자유곡면은 u 와 w 의 parametric space에서 정의되어 있다. 따라서 공구궤적의 산출시에는 가공물에 주어지는 허용오차(tolerance)를 고려하여 parametric space의 surface를 Cartesian space의 surface로 변환시키고 다시 허용오차를 만족하는 line segments로

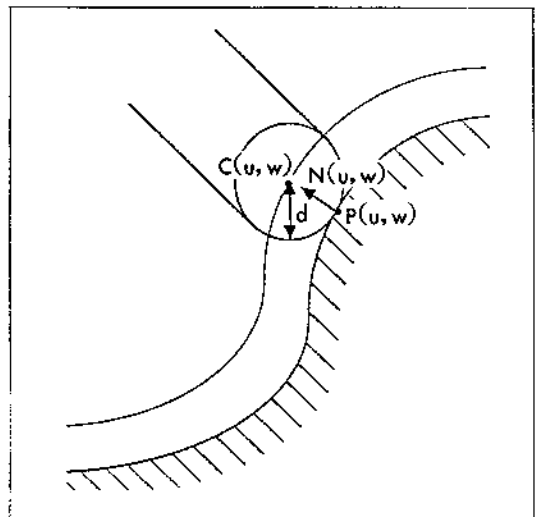


그림 2. Offset Point의 산출

approximate시켜야 한다. 또한 산출되는 line segments의 수는 가능한 범위내에서 최소의 수로 줄여야 한다. Ball-ended 공구를 사용하며 5축 이상의 자유도를 갖는 가공시스템에 대한 공구궤적의 산출방법은 다음과 같다[11].

Parametric space curve상의 임의의 점 P_i 와 tangent vector T_i , normal vector N_i , 그리고 곡률반경 k_i 가 주어졌다고 가정한다. 허용오차 e 가 설정되면 curve상에서 다음 선분의 시작점 P_{i+1} 를 다음 식과 같이 추정할 수 있다.

$$P_{i+1} \approx P_i + \frac{s_i(k_i - e)}{k_i} T_i + \frac{s_i^2}{2k_i} N_i \quad \dots\dots (3.2)$$

where $s_i^2 = 4e(2k_i - e)$

P_{i+1} 이 결정된 후에는 이 점에서의 tangent vector T_{i+1} , normal vector N_{i+1} , 곡률반경 k_{i+1} 을 계산하여 다음 식과 같이 새로운 offset point C_{i+1} 을 산출할 수 있다.

$$C_{i+1} = P_{i+1} + \frac{d}{T_{i+1} \cdot F_{i+1}} N_{i+1} \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

where d = the radius of cutter,

F_{i+1} = unit vector in the direction PP_{i+1}

3-2. Cartesian Path

자유곡면의 모델러가 만들어낸 3차원 곡면은 u 와 w 의 parametric space에서 정의되어 있으므로 CMM으로 측정된 데이터의 간격이 불규칙한(uneven) 경우에는 그림 3과 같이 u (또는 w) 값의 증가가 일정하더라도 Cartesian space에서의 간격이 매우 커질 수 있으며, 또한 scallop의 높이가 커지기 때문에 가공허용오차(machining tolerance)의 만족여부가 문제된다. 따라서 Cartesian space에서의 공구궤적은 항상 허용오차를 고려하여 산출하여야 하며 offset surface와 drive surface와의 intersection curve로부터 공구궤적을 산출하는 방법이 효과적이다. Cartesian space에서 intersection curve들

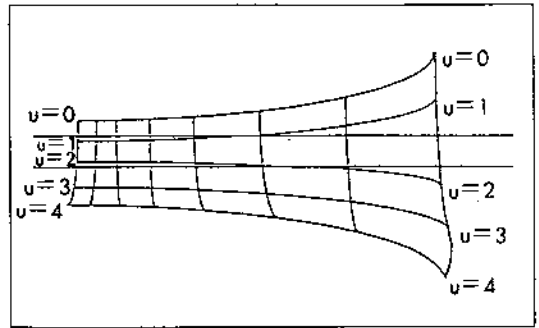


그림 3. Unevenly Generated Surface

사용하여 공구궤적을 산출하는 방법은 다음과 같다.

- step 1: parametric space에서의 동일한 방법으로 offset surface를 구한다.
- step 2: 가공하려는 대상물의 시작점(x 좌표의 최소값)에서 $z-y$ (또는 $z-x$) 평면에 평행한 평면(drive surface)를 만든다.
- step 3: 이 평면과 offset surface와의 intersection curve를 구한다.
- step 4: 평면을 x축(또는 y축)으로 feed만큼 이동시킨다.
- step 5: 평면의 x값이 가공하려는 대상물의 끝점(x 좌표의 최대값)보다 크면 step 6을, 아니면 step 4를 수행한다.
- step 6: 공구의 starting point와 intersection curve들을 연결시켜 공구궤적을 완성한다.

3-3. Overcut Problem

B-spline을 이용하여 자유곡면을 가공할 때에 가공물의 형상에 적합하지 못한 크기의 공구를 사용하게 되면 overcut 문제가 발생한다. 공구반지름이 curve상의 모든 점에서의 곡률반경보다 충분히 작다면 그림 4의 (a)와 같이 가공된 curve는 설계된 curve와 일치하게 되지만 만약 curve상의 어떤 부분에서 공구반지름이 curve의 곡률반경보다

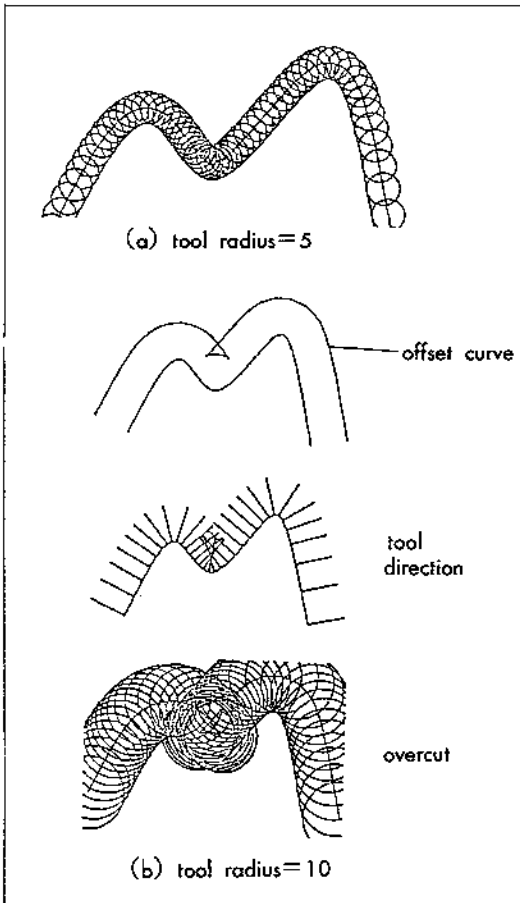


그림 4. Overcut Problem

크게 된다면 그림 4의 (b)와 같이 offset curve의 꼬임이나 loop가 발생하며 overcut된 부분이 나타나게 된다.

어떤 점에서 곡률반경이 공구의 반지름보다 작으면 CC(Cutter Contact) 데이터와 CL(Cutter Location) 데이터의 진행방향이 반대가 되며 offset curve가 loop를 이루게 된다. 이와 같이 overcut이 발생하면 offset curve중에서 loop를 이룬 부분을 제거하고 이 때 undercut된 부분은 공구반지름이 곡률반경의 최소값보다 작은 공구로 대체시켜 가공하거나 방전가공 또는 사상작업을 통하여 제거한다.

4. Tool Control

공구궤적의 생성과정을 통하여 공구궤적이 일련의 선분으로 표현되고 그 연결점에서 공구방향이 결정된 후에 자유곡면의 가공을 위해서는 이 선분들을 내삽(interpolation)하여 내삽점 및 그 점에서의 공구방향을 구하고 여기에 공구중심과 공구방향이 일치하도록 가공시스템을 조작하여야 한다. 일련의 선분에 대한 내삽에서는 Paul의 방법[12]이 사용되며 이로부터 가공시스템의 조작에 필요한 joint value의 산출에는 inverse kinematics[13]가 적용된다.

4-1. Kinematics

가공시스템은 여러개의 sliding(prismatic) 혹은 rotating(revolute) joint들과 이 joint들을 연결시켜 주는 link들로 구성된다. Link는 그 link를 지지하는 joint에 대한 상대적인 운동(translation, rotation)을 하며 주어진 joint value에 따라서 configuration이 결정된다. 공구는 가공시스템의 마지막 link에 해당하며 각 joint에 주어진 joint value로부터 공구의 위치와 방향을 결정할 수 있다. 이와 같이 주어진 joint value로부터 공구의 위치와 방향을 결정하는 것을 direct kinematics라 하고 이와는 반대로 공구의 위치와 방향으로부터 각 joint value를 결정하는 것을 inverse kinematics라 한다. Direct kinematic solution과 inverse kinematic solution은 가공시스템의 joint 수(DOF)와 각 joint의 형태에 따라 다르게 나타난다.

인접한 link coordinates간의 관계는 (4×4) homogeneous matrix를 이용하여 표현할 수 있다. Denavit and Hartenberg[12]는 앞 부분의 link coordinate와 다음 부분의 link coordinate간의 관계를 (4×4) homogeneous matrix로 표현하였다. 2개의 link coordinate system에서 현재(link i)의 위치 및 방향을 바로 이전(link $i-1$)의 위치 및 방향으로

표현하는 방법은 다음의 식으로부터 얻을 수 있다 [14].

$$P_{i-1} = A_{i-1}^{-1} P_i \dots\dots\dots (4.1)$$

여기서 A_{i-1}^{-1} 는 Denavit-Hartenberg transform matrix로 다음과 같이 정의된다.

$$A_{i-1}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos u & -\sin u \cos v & \sin u \sin v & a \cos u \\ \sin u & \cos u \cos v & -\cos u \sin v & a \sin u \\ 0 & \sin v & -\cos v & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.2)$$

where a =the length of the link

v =the twist of the link

d =the distance between the links

u =the angle between the links

5 축 가공시스템의 joint value가 주어졌을 때 direct kinematic solution은 다음과 같으며 여기서 N , O , A , P 는 각각 마지막 link의 normal, orientation, approach, position vector이다.

$$T_5 = A_4^5 A_3^4 A_2^3 A_1^2 A_0^1$$

$$= \begin{bmatrix} N_x & O_x & A_x & P_x \\ N_y & O_y & A_y & P_y \\ N_z & O_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.3)$$

4-2. Paul's Cartesian path

A와 B를 각각 reference coordinate system에

대한 machine tool의 시작점($t=0$)에서의 configuration matrix, 끝점($t=1$)에서의 configuration matrix라 하면 시작점 configuration에서 끝점 configuration까지의 직선운동은 다음과 같이 표현된다.

$$T = AD(t) \quad (0 \leq t \leq 1) \dots\dots\dots (4.4)$$

여기서 dirve transformation matrix $D(t)$ 는 1개의 translation과 2개의 rotation으로 구성되며 다음 식과 같이 표현된다.

$$D(t) = T_r(t) R_o(t) R_a(t) \dots\dots\dots (4.5)$$

또한 $T_r(t)$ 는 parameter t 가 0에서 1까지 선형적으로 변할 때 공구의 위치 A_p 와 B_p 를 내삽하여 얻어지는 값이며 다음 식과 같이 표현된다.

$$Tr(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t dx \\ 0 & 1 & 0 & t dy \\ 0 & 0 & 1 & t dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.6)$$

where $(dx, dy, dz) = (B_p - A_p)^T$

$R_a(t)$ 는 vector $K = (-\sin u, \cos u, 0)^T$ 를 중심으로 A의 approach vector(공구방향) A_a 를 tw 만큼 회전시켜서 B의 approach vector B_a 에 일치시키는 회전변환을 나타내며 식 (4.7)과 같이 표현된다.

$R_o(t)$ 는 approach vector를 중심으로 A의 orientation vector A_o 를 tw 만큼 회전시켜 B의 orientation vector B_o 에 일치시키는 회전변환을 나타내며 식 (4.8)과 같이 표현된다.

$$R_a(t) = \begin{bmatrix} (Su)^2 F(tw) + C(tw) & -SuCuF(tw) & CuS(tw) & 0 \\ -SuCuF(tw) & (Cu)^2 F(tw) + C(tw) & SuS(tw) & 0 \\ -CuS(tw) & -SuS(tw) & C(tw) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.7)$$

where $Su = \sin(u)$, $Cu = \cos(u)$, $S(tw) = \sin(tw)$, $C(tw) = \cos(tw)$, $F(tw) = 1 - \cos(tw)$

$$R_0(t) = \begin{bmatrix} C(tv) & -S(tv) & 0 & 0 \\ S(tv) & C(tv) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots (4.8)$$

where $S(tv) = \sin(tv)$, $C(tv) = \cos(tv)$

공구이동의 시작점 $A(t=0)$ 에서 $D(0)=I$ 이고 끝점 $B(t=1)$ 에서 $D(1)=A^{-1}B$ 이므로 위의 관계식으로부터 내삽에 사용된 dx, dy, dz, u, w, v 의 값은 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} dx &= A_n(B_p - A_p) \\ dy &= A_o(B_p - A_p) \\ dz &= A_a(B_p - A_p) \\ u &= \tan^{-1}(A_o B_a / A_n B_a) \text{ where } -\pi \leq u < \pi \\ w &= \tan^{-1}[q / (A_a B_a)] \dots\dots\dots (4.9) \end{aligned}$$

where $q^2 = (A_n B_a)^2 + (A_o B_a)^2$, $0 \leq w \leq \pi$

$$\begin{aligned} v &= \tan^{-1}(S_v / C_v) \\ \text{where} \\ S_v &= -S_u C_u F_w (A_n B_n) + [(C_u)^2 F_w + C_w] \\ &\quad (A_o B_n) - S_u S_w (A_a B_n), \\ C_v &= -S_u C_u F_w (A_n B_o) + [(C_u)^2 F_w + C_w] \\ &\quad (A_o B_o) - S_u S_w (A_a B_o), \end{aligned}$$

$$-\pi \leq v < \pi$$

식 (4.9)를 식 (4.4)에 대입함으로써 직선상의 점 t 에서의 configuration matrix T 를 구할 수 있다.

4-3. Inverse Kinematic Solution for a Machine Tool System

그림 5와 같이 사용되는 가공시스템이 3개의 prismatic axes(1st, 2nd, 3rd joint)와 2개의 revolute axes(4th, 5th joint)로 구성된 5축 milling machine인 경우에 5개의 homogenous transformation matrix는 다음과 같다.

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3^4 = \begin{bmatrix} c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ s_4 & 0 & -c_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4^5 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & a_5 c_5 \\ s_5 & c_5 & 0 & a_5 s_5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4.10)$$

where $c_4 = \cos(\theta_4)$, $s_4 = \sin(\theta_4)$

$c_5 = \cos(\theta_5)$, $s_5 = \sin(\theta_5)$.

Joint values가 주어졌을 경우 reference coordinate system에 대한 5축 milling machine의 direct kinematic solution T_5 는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned} T_5 &= A_4^5 A_3^4 A_2^3 A_1^2 A_0^1 \\ &= \begin{bmatrix} N_x & O_x & A_x & P_x \\ N_y & O_y & A_y & P_y \\ N_z & O_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s_5 & c_5 & 0 & a_5 s_5 + d_4 + d_3 \\ s_4 c_5 & -s_4 s_5 & -c_4 & a_5 s_4 c_5 + d_2 \\ -c_4 c_5 & c_4 s_5 & -s_4 & -a_5 c_4 c_5 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서 N, O, A, P 가 주어지면 inverse kinematic solution은 다음 식과 같이 구하여지고 그 순간의 5축 milling machine의 joint value가 결정되고, 직접 milling machine을 제어하는데 사용될 수 있다.

$$\begin{aligned} d_1 &= P_z - a_5 N_z \\ d_2 &= P_y - a_5 N_y \\ d_3 &= P_x - d_4 - a_5 N_x \dots\dots\dots (4.12) \\ \theta_4 &= \tan^{-1}(A_z / A_y) \\ \theta_5 &= \tan^{-1}(N_x / O_x) \end{aligned}$$

5. Implementation

본 연구에서는 앞에서 제시된 이론적 근거를

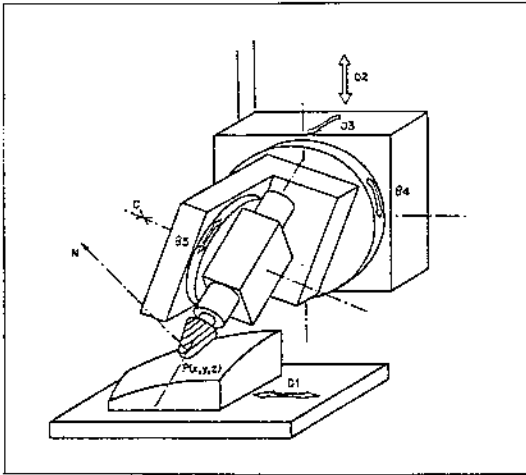


그림 5. 다축가공시스템

탕으로 자유곡면의 설계 및 가공을 위한 CAD/CAM 시스템의 prototype을 개발하였다. 개발된 자유곡면 가공시스템은 386 PC 상에서 C 언어를 사용하여 작성되었으며, CMM 데이터로부터 characteristic polyhedron을 생성하고 B-spline surface 모델을 정의하는 SURFACE module, 공구궤적을 산출하는 TOOLPATH module, 그리고 NC 데이터 생성과 tool control 데이터 생성을 담당하는 CODING module의 3가지 기본 module과 자유곡면의 설계 및 가공시에 요구되는 여러 보조기능들(overcut checking, visual verification, machine setting, communication 등)을 수행하는 module들로 구성된다(그림 6 참조).

CMM에서 입력된 디자인모델의 3차원 측정데이

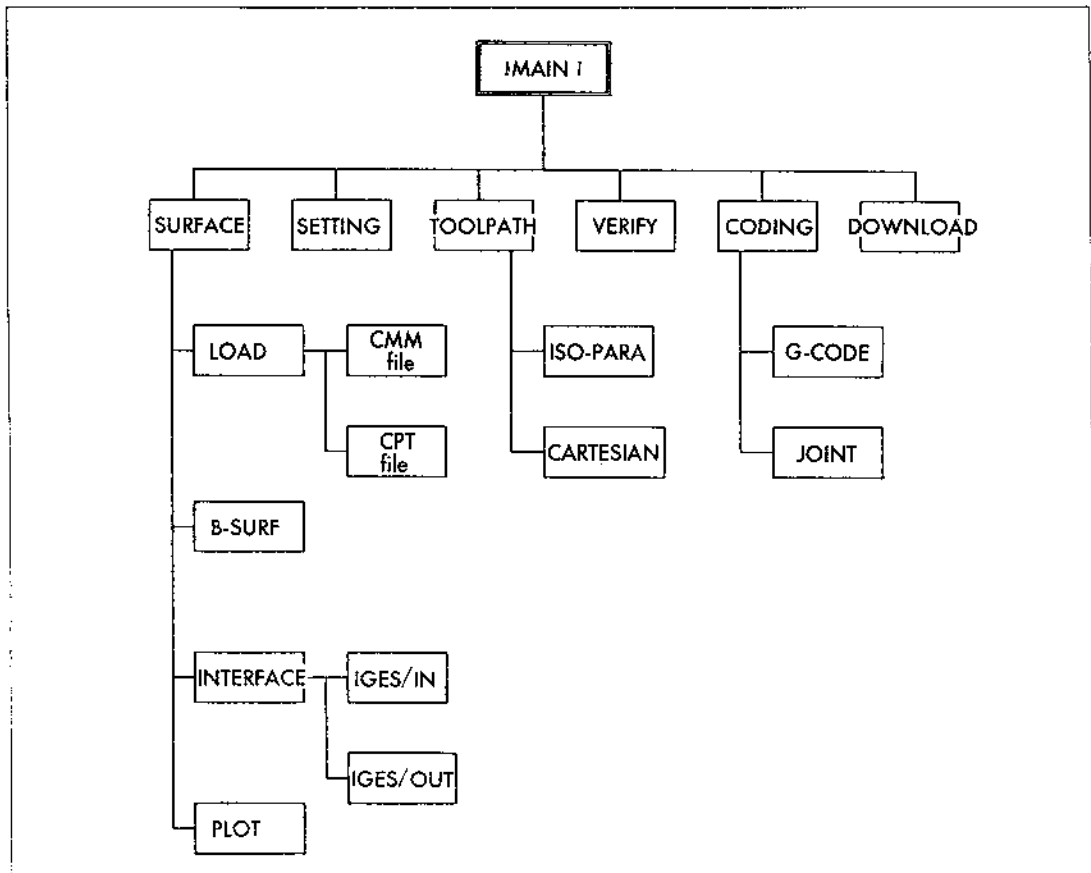


그림 6. 자유곡면 가공시스템의 구성

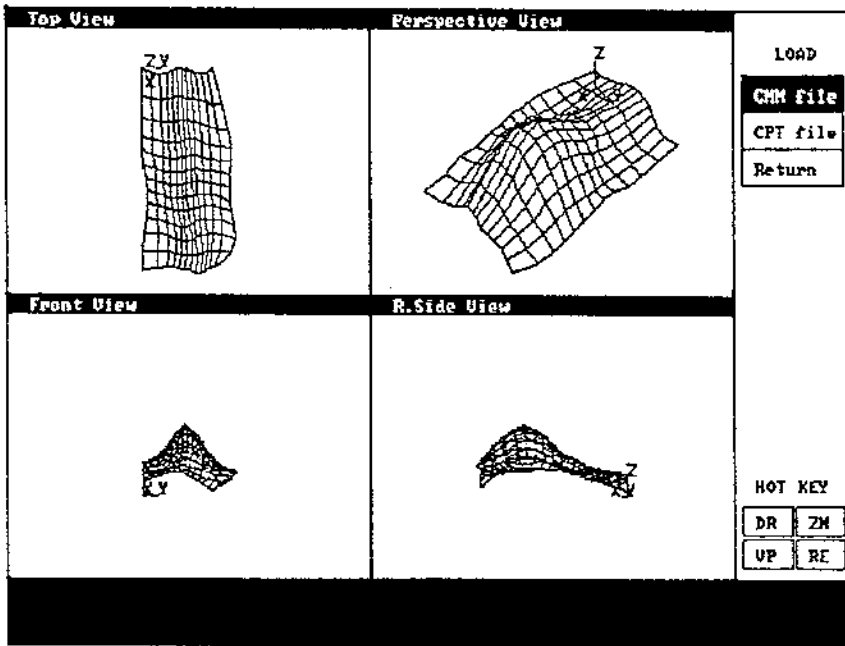


그림 7. B-spline Surface(예시)

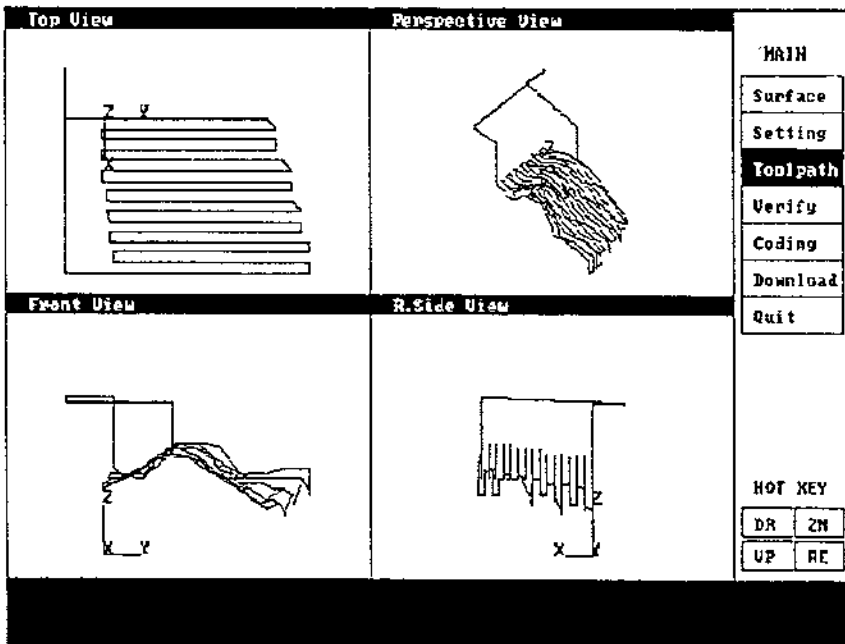


그림 8. Tool Path(예시)

N1	M03					
N2	M08					
N3	G71					
N4	G00	G90	X100.00	Y100.00	Z100.00	
N5	G01	G90	X0.00	Y19.35	Z19.17	F150
N6	G01	G90	X0.00	Y23.12	Z18.65	F150
N7	G01	G90	X0.00	Y26.55	Z17.68	F150
N8	G01	G90	X0.00	Y29.74	Z16.52	F150
N9	G01	G90	X0.00	Y45.02	Z9.38	F150
...					
N299	G01	G90	X30.00	Y13.86	Z16.66	F150
N300	G01	G90	X30.00	Y12.06	Z15.44	F150
N301	G01	G90	X30.00	Y10.82	Z15.09	F150
N302	G01	G90	X30.00	Y8.70	Z15.27	F150
N303	G01	G90	X30.00	Y5.70	Z16.02	F150
N304	G01	G90	X30.00	Y3.12	Z16.89	F150
N305	G07	G90	Z100.00	F150		
N306	G00	G90	X100.00	Y100.00	Z100.00	
N307	M09					
N308	M05					
N309	M00					

그림 9. G-Code(예시)

타는 SURFACE module에서 LOAD option을 선택 함으로써 입력되며, surface fitting algorithm을 적용함으로써 디자인모델을 periodic uniform cubic

B-spline surface로 나타내기 위한 characteristic polyhedron이 생성된다. B-SURF option은 surface fitting algorithm이 산출한 characteristic polyhedron 으로부터 디자인모델의 형상을 B-spline 곡면표현 방법에 의하여 생성, 표현, 수정, 저장하는 module이며 사용자가 원하는 경우에 characteristic polyhedron 상의 vertex 좌표값을 변경시킴으로써 B-spline surface를 수정할 수 있다. Sample CMM 데이터로부터 생성한 B-spline surface가 그림 7에 예시되어 있다.

TOOLPATH module은 생성된 B-spline surface로부터 가공을 위한 ball-ended 공구의 공구궤적을 생성하는 module이다. 여기서는 B-spline surface 상의 각 점에서 normal vector를 산출하고 이 방향으로 공구의 반지름만큼 offset 시킴으로써 가공 시에 공구중심이 이동하는 궤적을 표현하는 offset surface를 생성하게 된다. 또한 TOOLPATH module에는 iso-parametric tool path를 산출하는 ISO-PARA module과 Cartesian tool path를 산출하는

d1	d2	d3	θ4	θ5	x	y	z
11.32	-10.18	-70.19	27.93	-80.56	36.31	10.03	10.89
11.84	-9.87	-69.74	27.85	-80.36	36.86	10.03	10.99
12.35	-9.56	-69.29	27.77	-80.15	37.40	10.04	11.08
12.87	-9.25	-68.83	27.69	-79.95	37.95	10.05	11.17
13.39	-8.94	-68.37	27.61	-79.74	38.50	10.06	11.27
13.90	-8.63	-67.91	27.53	-79.54	39.05	10.06	11.36
14.42	-8.31	-67.44	27.45	-79.33	39.60	10.07	11.45
14.94	-8.00	-66.97	27.38	-79.12	40.14	10.08	11.54
15.45	-7.68	-66.49	27.30	-78.91	40.69	10.08	11.64
15.97	-7.36	-66.01	27.22	-78.70	41.24	10.09	11.73
16.49	-7.04	-65.52	27.14	-78.49	41.79	10.10	11.82
17.00	-6.72	-65.03	27.06	-78.28	42.34	10.10	11.92
17.52	-6.40	-64.54	26.99	-78.07	42.88	10.11	12.01
18.03	-6.07	-64.04	26.91	-77.86	43.43	10.12	12.10
18.55	-5.75	-63.53	26.83	-77.65	43.98	10.12	12.19
19.06	-5.42	-63.02	26.76	-77.44	44.53	10.13	12.29
19.57	-5.10	-62.51	26.68	-77.22	45.08	10.14	12.38
20.09	-4.77	-61.99	26.61	-77.01	45.62	10.15	12.47
20.60	-4.44	-61.47	26.53	-76.79	46.17	10.15	12.57
21.11	-4.11	-60.94	26.45	-76.58	46.72	10.16	12.66

그림 10. Joint Values(예시)

CARTESIAN module이 포함되어 있다. Cartesian module은 offset surface와 z축에 평행한 plane (drive plane)과의 교선(intersection curve)을 생성하는 module로서 가공시의 feed 만큼씩 plane을 이동시키며 B-spline surface를 절단(slice)한다. 이 과정을 통해 3차원 자유곡면은 slice들의 집합으로 분해되며 3차원 곡면데이터는 slice상의 곡선데이터로 변환된다. Sample B-spline surface로부터 산출한 공구궤적이 그림 8에 예시되어 있다.

CODING module은 TOOLPATH module로부터 공구궤적을 표현하는 일련의 line segments와 line segments 연결점에서의 공구방향을 입력받아 coding option에 따라서 가공시스템의 control에 사용되는 G-code 또는 joint value를 산출하는 기능을 담당한다. Sample 공구궤적 데이터로부터 산출한 G-code의 예가 그림 9에 나타나 있으며, 그림 5의 가공시스템에 대한 joint value가 그림 10에 예시되어 있다.

또한 산출된 공구궤적의 시각적 검증을 위한 VERIFY module, 사용될 가공시스템의 형태와 post-processor file의 설정 등 가공시에 요구되는 환경을 설정하는 SETTING module, 산출된 NC code 또는 joint values를 가공시스템으로 전송하는 DOWNLOAD module, 곡면데이터 화일을 IGES 화일로 변환하거나 역변환하는 INTERFACE module, 그리고 plotter상으로의 데이터 전송을 담당하는 PLOT module 등이 포함된다.

6. 결 론

자유곡면을 가진 제품을 가공하기 위해서는 많은 준비작업과 시간이 소요되므로 자유곡면 제품의 가공시에 생산성을 향상시키기 위해서는 자유곡면을 정의하고 정의된 곡면으로부터 가공에 사용되는 수치제어데이터를 자동적으로 생성하는 기술에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 임의의 형상을 가진 디자인모델을

측정데이터로부터 자유곡면으로 나타내고 그 곡면을 가공하기 위한 공구궤적을 자동으로 생성하는 CAD/CAM 시스템의 prototype을 개발하였다. 개발된 시스템은 SURFACE, TOOLPATH, CODING module 등 3개의 기본 module과 자유곡면의 설계 및 가공시에 요구되는 여러 보조기능들을 수행하는 module들로 구성되었다. 시스템은 386 PC상에서 운용되며 C 언어로 개발되었다.

본 연구를 통하여 자유곡면의 설계 및 가공시스템의 자체개발을 위한 이론적 근거를 마련하였으며 차후의 CAD/CAM system 개발에 사용될 기본 module들을 개발하였다.

References

- [1] Staley, S. M., et al., "Computer-Aided Design of Curved Surface with Automatic Model Generation," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp.817-824, 1982.
- [2] Oetjens, T. J., "Computer Design of Sculptured Surface for CAM," *Proc. Autofact'85*, Society of Manufacturing Engineers
- [3] Razavi, S. E. and D. A. Milner, "Design and Manufacture of Free-Form Surface by Cross-Sectional Approach," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 2, No.1, pp.69-77.
- [4] Sata, T., et al., "A New Method of NC Interpolation for Machining the Sculptured Surface," *Annals of the CIRP*, Vol. 30, No.1, pp.369-372.
- [5] Engeli, M., and G. Straufert, "EUKLID and OZELOT, the Linkage of a CAD and CNC-System," *Proc. 23rd Int. Machine Tool Design and Research Conf.*, Sept. 1982.
- [6] Vickers, G. W. and S. Bedi, "The Definition and Manufacture of Compound Curvature Surfaces using G-surf," *Computer in Industry*, Vol. 6, pp.

173-183, 1985.

[7] Kim, K. and J.E. Biegel, "An Integrated Approach to Sculptured Surface Design and Manufacture," *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 14, No.3, pp.171-280, 1988.

[8] Yamaguchi, F., *Curves and Surfaces in Computer Aided Geometric Design*, Springer-Verlag, 1988.

[9] Qiulin, D. and B.J. Davis, *Surface Engineering Geometry for Computer Aided Design and Manufacture*, Ellis Horwood, 1987.

[10] Choi, B.K., *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier, 1991.

[11] Kim, K., "A Unified Approach to Sculptured Surface Design and Manufacture," Ph.D thesis, Univ. of Central Florida, pp. 60-63, 1985.

[12] Paul, R.P. and H. Zong, "Robot Motion Trajectory Specification and Generation," 2nd Iterational Symposium on Robotics Research, Kyoto, Japan, 1984.

[13] Paul, R.P., *Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1981.

[14] Denavit, J. and R.S. Hartenberg, "A Kinematic Notation For Lower Pair Mechanisms based on Matrices," *J. Applied Mechnics*, pp.215-221, June 1955.