

就學前 兒童에게 있어서 位相學的 順序 概念 및 유클리드 水平·垂直 概念의 學習 過程과 幾何學的 基礎活動의 效果*

Acquisition of Topological Seriation and Euclidean Horizontal and Vertical Concepts, and the Effectiveness of Basic Geometric Activity

李 基 炫**

Lee, Gi Hyoun

韓 相 哲***

Han, Sang Chul

ABSTRACT

The purpose of study I was to investigate developmental processes and sex differences in the acquisition of topological seriation and Euclidean horizontal/ vertical concepts. The purpose of Study II was to investigate the effects of basic geometric activity on the acquisition of space concepts. The subjects of Study I were 164 five- and six-year-old children. The children were grouped by age in 6 month units. The subjects of Study II were 45 children who showed immature space concepts. The data were analyzed by two-way ANOVA, Scheffé's posthoc test, and paired comparison t-test.

On Study I, significant differences were found among the age groups in each of the dependent variables. Sex differences were found on all tasks except cued Euclidean tasks. In Study II, basic geometric activity of 3 weeks duration was found to be effective in the acquisition of the horizontal/vertical concepts in children whose space concept had been immature.

I. 序 論

1. 問題의 提起

아동은 성장과 더불어 주위의 여러 사물이나 환경을 단순히 수용하는데 그치지 않고 그 사물과 환경간의 능동적 상호작용을 확장해 나간다. 그러

나 그들의 사고구조 및 사고 방법은 극히 평면적이고 단순한 것이 특색이며, 논리적·수학적 사고가 개입하는 기하학적 개념의 이해에 이르기까지는 특정한 발달 순서와 단계를 거치게 된다 (Piaget & Inhelder, 1967). Piaget 등(1967)에 따르면, 유아는 감각운동적 공간 능력의 발달과 더

* 본 논문은 1990년도 대구대학교 학술연구비에 의한 논문임

** 대구대 유아교육학과 부교수

*** 계명대, 대구대 강사

불어 감각기관을 통하여 탐색적 지각활동을 전개하며, 이와같은 행위의 표상이 모두 하나의 체계에 포함되고 상호작용하게 되면서 공간지각을 초월한 공간개념을 형성한다. 따라서 아동의 기하학적 공간개념의 발달과정을 이해하고, 그들의 발달과정을 조력할 수 있는 체계적인 처치 방안에 대한 연구들이 이루어져 왔다(예, Barron, 1979; Richardson, 1980; Liben, 1981; Welman et als., 1975; 1980; Bruner, 1967). 이러한 노력들은 아동의 자율적인 활동과 경험을 통한 논리적·수학적 사고의 발달을 목적으로 하며, 자율성의 신장을 통해서 도덕성과 정서성의 발달을 가속화하고자 하는 통합적 교육 노력인 것이다(Kammi & DeVries, 1982).

Piaget는 공간개념을 “공간에 대한 기본적 개념”(1967)이라고 정의하고, 이는 행위를 통한 논리적·수학적 사고에 의해 가능하다고 하였다. 그리고 Pick과 Lockman은 “공간개념이란 사람들이 자신이 갖는 공간지식에 근거하여 수행할 수 있는 조작의 부류”(1981, p. 40)라고 하였다. 이러한 정의와 그밖의 정의들(예, Liben, 1981; Kennedy, 1973; 등)을 종합하여 본 연구에서는 공간개념을 “思考過程이 개입하여 성립하는 공간적 성질에 대한 表象이며, 論理·數學的 思考에 의한 操作의 한 部類”라고 정의하고자 한다.

공간개념의 발달은 일반적으로 位相的, 投影的, 유클리드의 空間概念의 순서에 따라 이루어지는 것으로 확인되고 있다(Piaget & Inhelder, 1967; Graves, 1980; Ginsburg & S'Oppers, 1979; Liben, 1981; Thomas & Jamison, 1975; Dodwell, 1963). 이때 位相學的 (topological) 공간개념은 매우 어린 시절에 발달되지만, 투영적 (projective) 공간개념과 유클리드 (euclid) 공간개념은 7세에서 9세 또는 심지어 대학생에 이르러 발

달되는 것으로 밝혀지고 있다(Liben et als., 1980). 투영적 공간개념과 유클리드 공간개념에 있어서 이와같이 개인차가 심하고 발달시기가 느린 것은 자기중심적 참조체계에서 고정된 참조체계 또는 조정된 참조체계로의 이행이 불완전하거나(Evans, 1980; Mandler, 1983), 선행 경험의 결핍 또는 부적절성에서 기인된다(Gagne, 1977; Dines, 1959)고 볼 수 있다. 참조체계의 발달에 대해서 Welman 등(1975; 1980)은 2세 이하의 유아들이라도 자기중심적 참조체계에서 벗어날 수 있으며 또한 적절한 기억전략(memory strategy)을 사용한다는 사실을 발견함으로써, Piaget의 전통적인 견해를 반박하고 있다. 이와 더불어 DeLoache(1980)와 Bremner(1978), 김미해(1985) 등은 그들의 연구에서 환경내 경계표(landmark)의 유무, 유아의 과제에 대한 경험, 환경에 대한 친숙도 등 다양한 상황적 변인의 조작에 의해 유아들의 참조체계를 타자지향적으로 변환시킬 수 있었음을 보고하였다. 그리고 이에 보완적인 설명으로서 Gagne(1977) 등의 견해에 따른다면, 어린이와 성인의 공간개념의 차이는 그들이 갖는 경험이나 지식의 차이 때문일 것이다. 이와 더불어 Bruner(1960)는 아동의 논리적 사고과정을 지원하고 훈련시킬 수 있는 교육적 모델을 제안하였다. 이것은 곧 취학적 유아들에게 조차 학습을 통해 보존개념을 습득시킬 수 있음을 제안한 것으로서, 많은 경험적 연구의 지지를 받고 있다(예, Hooper, 1972; Proscura, 1970; Coxford, 1964; Schafer, 1972; Siegal, 1972; Johnson, 1972; 황정숙, 1986). 그러므로 아동들에게 적절한 상황적 변인의 조작과 더불어 선행 경험을 제공해 준다면, 그들의 공간개념 또한 더욱 촉진될 수 있을 것으로 가정해 볼 수 있다.

그리고 Barron(1979)은 유아기 수준에서 공간

개념을 가르치고자 한다면, 그 내용에 대해 합일점을 찾기는 어려우나 일반적인 경향은 위상학적 개념과 유클리드 형태의 특성에서 유출할 수 있을 것이라고 하였다. 즉, 두가지 형태의 공간개념만으로 아동의 공간인지와 공간개념을 촉진시킬 수 있다는 것이다. 이에 따라 Kennedy(1973, p. 446)는 위상학적 개념의 습득을 위해서 4가지 영역의 경험이 필수적이라고 지적하고 근접성, 분리, 순서, 그리고 개폐의 활동을 포함시키고 있다. Barron(1979), Richardson(1980), 이경우(1989) 등도 이와 유사한 활동들을 소개하고 있다. 또한 Kammi와 Devries(1982)는 이 가운데 특히 순서 개념을 가장 중요시 하고 이는 사물의 구분과 비교활동 모두를 포함하는 것으로서 수의 본질을 획득하는데 필수적이라고 하였다. 그리고 Piaget와 Inhelder(1963)는 위상학적 공간에서 아동의 순서관계를 측정하기 위하여 막대기에 염주알 놓기 실험과 그리기 실험을 바탕으로 측정도구를 작성하였다.

유클리드 공간개념은 수평과 수직, 거리, 크기, 각도, 평행 등의 개념을 포함하며(Ilg & Ames, 1975; Perner, Kohlman & Wimmer, 1984), 특히 수평과 수직의 개념은 공간지향성(spatial orientation)과 유사한 것으로서, McGee(1979)에 따르면 장의존·독립, 지도읽기, 방향감각 등과 같은 과제에 필수적인 능력이라고 할 수 있다. 수평·수직 개념의 발달에 관해서 Dedwell(1963), Ford(1970), Liben(1980) 등은 Piaget 등이 제시한 발달단계는 지지하지만, 획득 시기에 대해서는 Piaget 등과 불일치된 견해를 나타내고 있다. 이들의 연구결과 수평·수직 개념이 남녀 모두에게서 Piaget 등이 제시한 7-9세 보다 훨씬 늦게 획득되며, 특히 여자의 경우 고등학생 뿐만아니라 대학생의 50%까지 수평 개념을 획득하지 못하였

다고 보고하였다. Liben과 Golbeck(1980)의 연구는 여아가 수평·수직 개념을 획득할때 물과 추선에 영향을 미치는 물리적 현상을 깨닫지 못하는 현상을 지적하고, 이러한 현상은 여아가 물리적 현상을 개념획득에 잘 적용시키지 못하거나, 아니면 실제로 덜 성숙한 수평·수직 개념을 갖고 있을지 모른다고 설명하고 있다. 이와 더불어 Perner, Kohlmann 그리고 Wimmer(1984)는 굴뚝, 나무, 수표면, 돌출선 그리고 연결선의 5가지 과제를 비교단서의 유무에 따라 제작하여 이를 수평·수직 개념을 측정하기 위한 도구로 사용하였다.

따라서 본 연구는 연구 1과 연구 2로 구분되며, 연구 1의 목적은 취학전 아동의 위상학적 순서 개념과 유클리드 수평·수직 개념의 발달과정과 성차를 밝혀 보는데 있으며, 연구 2의 목적은 위상학적 및 유클리드 공간개념을 획득하지 못한 아동들을 대상으로 기하학적 기초활동을 통한 교육적 처치가 위상학적 순서관념과 유클리드 수평·수직 개념의 습득에 미치는 효과를 알아 보는데 있다.

2. 假 說

본 연구에서는 연구 1과 연구 2의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 가설을 설정하였다.

(연구 1의 가설)

(1) 취학전 아동의 위상학적 순서관념과 유클리드 수평·수직 개념의 검사 특점은 연령이 증가할수록 더욱 높을 것이다.

(2) 취학전 아동의 위상학적 순서관념과 유클리드 수평·수직 개념의 검사 특점은 남아가 여아에 비해 더욱 높을 것이다.

(연구 2의 가설)

(1) 위상학적 공간개념의 인지능력과 그리기

능력의 특점은 기하학적 기초활동을 경험하기 이전 보다 활동 경험 이후에 더욱 높을 것이다.

(2) 유클리드 수평·수직 개념의 특점은 단서 제시 유무와 관계없이 기하학적 기초활동을 경험하기 이전 보다 활동 경험 이후에 더욱 높을 것이다.

II. 研究 1의 方法 및 結果

1. 研究 方法

(1) 對象

연구 1의 대상은 대구 시내 R 유치원의 원아 164 명이며, 이들의 연령 분포는 대체로 만 5세와 6세 이다. 유아기의 발달과정이 매우 급속한 까닭에 본 연구에서는 공간개념의 발달과정을 조사하기 위하여 대상 아동들을 6개월 단위로 구분하였다. 연구 대상 아동들의 남녀 구성과 생년월일별 연령 분포를 요약해 보면 다음의 <표 1>과 같다.

<표 1> 연구 1의 대상 분포

연 령	남아	여아	진 체	
1985. 1. 1-6. 30	11	14	25	76
1985. 7. 1-12. 30	26	25	51	
1986. 1. 1-6. 30	27	20	47	88
1986. 7. 1-12. 30	20	21	41	

(2) 道具

연구 1의 도구는 위상학적 순서 개념을 측정하기 위한 것과 유클리드 수평·수직 개념을 측정하기 위한 것의 두가지가 있다.

1) 위상학적 순서개념의 측정 도구: 본 연구에서는 위상학적 공간에서 아동의 순서관계 개념을 조사하기 위하여 Piaget와 Inhelder(1963)가 사용

한 막대기에 염주알 놓기 과제와 그리기 과제를 바탕으로, 본 연구자들이 수정 보완한 인지능력 검사와 순서관계 그리기 능력 검사를 사용하였다. 이것은 개별적 또는 소집단별로 실시할 수 있도록 되어 있으며, 또한 아동들의 반응에 대해 연구자가 직접 관찰하여 평정할 수 있는 평정카드를 준비하였다.

A. 순서관계 인지능력 검사: 위상학적 공간에서 순서관계 인지능력이란 주어진 과제를 색깔별, 모양별로 반응 카드의 자료와 얼마나 정확하게 일치시킬 수 있는지를 알아보는 것이다. 색깔별 과제는 가로 20cm, 세로 10cm의 흰색 카드에 빨강, 노랑, 파랑, 초록색의 동그라미를 그려서, 놓는 방향에 따라 횡적 배열과 종적 배열 그리고 원형 배열(14cm×18cm 종이 사용)의 과제를 만들었다.

모양별 검사 도구는 색깔별 도구와 같은 크기의 종이에 네모, 세모, 동그라미, 별모양을 그렸으며, 도구의 색깔은 모두 파란색을 사용하였다. 배열 형태 또한 색깔별 과제와 동일하게 횡적, 종적, 그리고 원형별 배열로 하였다.

B. 순서관계 그리기능력 검사: 위상학적 공간에서 순서관계 그리기 능력이란 주어진 과제를 색깔별, 모양별로 반응카드위에 얼마나 정확히 그릴 수 있는지를 알아 보는 것이다. 색깔별 과제는 모델카드와 네개의 동그라미만 그려진 가로 20cm, 세로 10cm의 흰색 카드와 순서에 따라 색칠할 수 있도록 빨강색, 노랑색, 파랑색, 초록색의 크레파스를 준비하였다. 모양별 그리기 능력 과제는 모델 카드와 더불어 네모모양, 세모모양, 동그라미모양, 별모양 중에서 빠진 모양을 그려 넣을 수 있도록 되어 있다. 도구의 배열형태는 횡적, 종적, 원형별로 제시하였다.

2) 유클리드 수평·수직 개념의 측정도구: 본 연구에서는 유아의 수평·수직 개념을 측정하기

위하여 Perner, Kohlmann 과 Wimmer(1984)가 공동 제작한 도구를 확대 복사하여 사용한 전종숙(1985)의 과제를 그대로 이용하였다. 각 과제에 포함된 그림의 크기는 유아의 시각적 느낌을 고려하여 25cm×25cm 크기의 정방형의 하드보드지를 사용하여 각 과제별 내용의 그림을 구성하였다. 이 과제는 유아가 수직·수평에 대하여 어떻게 인지하고 있는지를 알아보려는 것이다. 각 과제당 1쌍(2장)의 그림으로 구성되어 있으며 그 중에서 올바른 그림 1장을 선택하게 되어 있다. 총 4가지 과제(굴뚝, 컵의 수표면, 수직돌출선, 연결선: 이 가운데 앞의 2가지는 구체적 자료이고 뒤의 2가지는 추상적 자료이다)로서, 비교단서가 없을때 4쌍(8장)과 비교단서가 있을때 4쌍(8장)으로 모두 8쌍(16장)의 그림으로 되어 있다.

(3) 測定 節次

위상학적 공간의 순서관계나 유클리드 공간의 수평·수직 개념에 대한 인지능력과 그림그리기 능력의 검사에 있어서 측정자의 태도가 측정에 영향을 미칠 수 있기 때문에 검사실시전에 연구자를 포함한 5명의 측정자들에게 검사내용에 대한 언어구사력, 측정방법, 필요한 자료들을 상세히 설명하였다. 각 과제에 대한 구체적 절차는 다음과 같다.

1) 순서관계 인지능력 검사: 순서관계의 인지능력은 색깔과 모양별로 구분하여 제시하였는데, 색깔별 횡적 순서관계 검사의 예는 다음과 같다.

측정자가 보기카드의 색깔을 차례대로 하나하나 지적하면서, “빨강색 다음에 노랑색, 노랑색 다음에 파랑색, 초록색의 순서로 되어 있단다”. 4개의 서로 다른 횡적 배열로 이루어진 반응카드를 제시하면서, “이와 똑같은 색깔 순서로 된 그림은 어느 그림이지?”라고 묻는다. 이 물음에 대해 유

아는 반응카드에서 보기카드의 색깔 순서와 같은 것을 찾아낸다.

이와 동일한 절차에 따라 종적 배열과 원형 배열, 그리고 모양별 횡적, 종적, 원형별 배열의 과제를 실시한다.

2) 순서관계 그리기 능력 검사: 순서관계의 그리기 능력 검사는 색깔이 다르거나 모양이 다른 4개의 그림이 그려진 표본 카드와 4개의 색깔 또는 모양 가운데 어느 하나가 빠진 반응카드를 제시해 준다. 종적 순서관계의 그리기 능력 검사의 예를 들면 다음과 같다.

측정자가 보기카드를 하나하나 지적하면서 “별 모양 다음에 세모모양, 세모모양 다음에 동그라미, 네모모양이 있다.” 반응카드를 제시해 주면서 “이와 같은 순서대로 빠진 그림을 그려보자.” 이 물음에 대해 유아는 순서관계에 맞는 그림을 그려 넣는다.

나머지의 과제도 이와 동일한 절차에 따른다.

3) 수평·수직 인지능력 검사: 비교단서의 유무에 관계없이 2가지 종류의 구체적 자료에 대해서는 다음과 같은 절차에 따른다. 굴뚝, 컵의 수표면 그림을 각각 오른쪽 왼쪽에서 임의로 보여준 후, 측정자는 그림을 가리키면서 “자, 여기 좀 보아요, 이 그림의 집 굴뚝은 이렇게 그려져 있고 또 이 그림의 집에는 굴뚝이 이렇게 그려져 있다. 네가 생각하기에는 어느 집 굴뚝이 바르게 그려져 있다고 생각하니?” 이와같은 질문에 대해 유아는 자기가 옳바르다고 생각되는 그림을 선택하게 된다.

추상적인 2가지 과제에 대해서는 먼저 올바른 표본을 유아에게 자세하게 보여준 후, 다음과 같이 질문한다. “자, 저쪽 책상위에 2장의 그림이 놓여있다. 그 중에 한장은 지금 선생님이 보여준 그림과 똑같은 그림이야, 저쪽 책상에 가서 선생님

이 보여준 이 그림과 똑같은 그림을 찾아 주겠니?” 이와같은 질문에 대해 유아는 저쪽 책상에서 자신이 보았던 그림과 똑같은 그림을 선택하게 된다.

(4) 資料處理

위상학적 순서 개념과 유클리드 수직·수평 개념의 검사에 대한 평정은 피험자 구분에 의하지 않고 무작위 순서에 따라 3명의 연구자가 각 피험자를 개별적으로 관찰하여, 일치된 득점을 그 개인의 득점으로 처리하였다. 이때 관찰자간에 불일치된 득점은 협의와 조정에 의해 처리되었다. 각 검사에서의 점수 부여는 정확하고 신속하게 반응하면 2점, 정확하지는 못하지만 유사한 반응일 경우 1점 그리고 무반응이나 엉터리 반응은 0점으로 하여 처리하였다.

위상학적 순서개념의 인지능력 검사에서 색깔 3과제(횡적, 종적, 원형별 배열)에서 6점과 모

양별 3과제에서 6점으로 전체 12점을 만점으로 하였으며, 그리기 능력검사에서 색갈별 3과제에서 6점과 모양별 3과제에서 6점으로 전체 12점을 만점으로 하였다. 또한 유클리드 수직-수평개념의 검사에서는 구체적 자료 2개와 추상적 자료 2개에서 비교단서가 있을때와 없을때 각각 4점씩 전체 8점을 만점으로 하였다.

그리고 수집된 자료는 각 집단별로 분류한 후, 4×2의 Two-way Anova와 Scheffé의 Post-hoc test를 적용하여 분석하였다.

2. 結 果

(1) 위상학적 순서개념의 인지능력

먼저 연령집단과 남녀에 따른 순서개념 인지능력 검사의 평균과 표준편차를 제시하면 다음의 <표 2>와 같다.

<표 2> 순서개념 인지능력의 평균과 표준편차

	남			여			전체		
	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD
1985. 1. 1- 6.30	11	11.91	0.30	14	10.36	2.06	25	11.04	1.72
1985. 7. 1-12.30	26	10.81	1.55	25	9.32	1.95	51	10.08	1.89
1986. 1. 1- 6.30	27	9.52	2.14	20	9.40	2.21	47	9.47	2.15
1986. 7. 1-12.30	20	8.80	2.24	21	9.90	2.32	41	8.90	2.26
전 체	84	10.06	2.10	80	9.44	2.15			

위의 자료를 기초로 4×2의 2원 변량분석을 적용한 결과는 <표 3>과 같다.

<표 3>에 의하면, 순서개념 인지능력에 있어서 연령 집단간과 남녀간에 주 효과가 있으며, 연령과 성간에 상호작용은 유의하지 않다. 즉, 각

연령 집단간에 1% 수준의 유의한 차이가 있으며, 남녀간에는 5% 수준의 유의한 차이가 있다. 이는 곧 연령이 높을수록 위상학적 공간에서 순서관계를 더 잘 인지하며, 또한 남아가 여아보다 순서관계를 더 잘 인지하고 있음을 나타낸다. 연령 집단

〈표 3〉 순서개념 인지능력의 변량분석

Source	SS	df	MS	F
연령	80.2857	3	26.7619	6.71**
성	15.8540	1	15.8540	3.97*
연령×성	26.7615	3	9.2538	2.32
오차	622.3426	156	3.9894	
전 체	746.2439	163		

** p<.01 * p<.05

간의 유의한 차이가 밝혀짐으로서 4개의 집단 상호간의 개별비교를 검증하기 위하여 Scheffé의 Post-hoc test를 적용해 본 결과, 〈표 4〉와 같다.

〈표 4〉에 의하면, 6개월 단위의 4집단 가운데 85년 1월에서 6월생의 아동과 86년생의 두 집단 아동간에 각각 5% 수준의 유의한 차이가 있다. 이

〈표 4〉 순서개념 인지능력에 대한 연령 집단간 개별비교

	85/7-12	86/1-6	86/7-12
85/1-6	0.962	1.572*	2.138*
85/7-12		0.610	1.176
86/1-6			0.566

* p<.05

는 곧 연령이 높은 집단이 연령이 낮은 집단에 비해 위상학적 공간개념의 인지능력이 의미있게 더욱 높음을 나타낸다.

(2) 위상학적 순서개념의 그리기 능력

위상학적 순서개념의 그리기 능력 검사의 평균과 표준편차를 제시하면 다음의 〈표 5〉와 같다.

〈표 5〉 순서개념 그리기 능력의 평균과 표준편차

	남			여			전체		
	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD
1985. 1. 1- 6.30	11	11.91	0.30	14	9.78	1.52	25	10.72	2.15
1985. 7. 1-12.30	26	10.69	1.12	25	8.68	2.29	51	9.71	2.04
1986. 1. 1- 6.30	27	9.44	2.31	20	8.55	1.90	47	9.06	2.17
1986. 7. 1-12.30	20	8.00	1.78	21	7.67	2.54	41	7.83	2.18
전 체	84	9.81	2.11	80	8.57	2.37			

위의 〈표 5〉의 자료를 근거로 하여 4×2의 2원 변량분석을 적용해 본 바, 그 결과는 〈표 6〉과 같다.

〈표 6〉에 의하면, 순서개념 그리고 능력에 있어서 연령집단간과 남녀간에 각각 1% 수준의 주 효과가 있으며, 연령과 성간의 상호작용은 유의하지 않다. 이는 곧 4개의 연령집단간의 유의한 차이와 남녀간의 유의한 차이를 나타내는 것으로

〈표 6〉 순서개념 그리기 능력의 변량분석

Source	SS	df	MS	F
연령	148.7096	3	49.5698	12.15**
성	62.4488	1	62.4488	15.30**
연령×성	27.2647	3	9.0882	2.32
오차	636.5280	156	4.0803	
전 체	874.9512	163		

** p<.01

서, 연령이 높을 수록 그리고 남자가 여자 보다 위상학적 순서개념의 그리기 능력에서 더욱 우수함을 보여준다. 4개의 연령 집단 각각의 개별적인 비교를 위해 Scheffé의 Post-hoc test를 적용해 본 결과, 다음의 <표 7>과 같다.

<표 7> 순서개념 그리기 능력에 대한 연령 집단간 개별비교

	85/7-12	86/1-6	86/7-12
85/1-6	1.014	1.656*	2.891*
85/7-12		0.642	1.877*
86/1-6			1.235*

* $p < .05$

<표 7>에 의하면, 가장 어린 집단인 86년 7월 이후 출생아와 그밖의 3집단간에 각각 5% 수준의 유의한 차이가 있으며, 86년 1월 이후 출생아와 가장 나이 많은 85년 1월에서 6월 출생아간에 5% 수준의 유의한 차이가 있다. 이는 곧 위상학적 순서개념의 그리기 능력이 만 5세에서 5세 반의 시기에 거의 두드러지게 발달하고 있음을 암시하는 결과라고 볼 수 있다.

(3) 단서제공 과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념의 습득

구체적 자료와 추상적 자료에서 단서가 제공되었을 때 유아들의 수평·수직 개념의 습득 여부를 확인한 결과, 그 평균과 표준편차는 다음의 <표 8>과 같다.

<표 8> 단서과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념 습득의 평균과 표준편차

	남			여			전체		
	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD
1985. 1. 1- 6.30	11	4.00	0.00	14	3.36	0.75	25	3.64	0.64
1985. 7. 1-12.30	26	3.35	1.26	25	2.72	1.06	51	3.04	1.19
1986. 1. 1- 6.30	27	2.41	1.28	20	2.50	1.23	47	2.45	1.25
1986. 7. 1-12.30	20	2.80	1.15	21	2.43	0.98	41	2.61	1.07
전 체	84	3.00	1.26	80	2.70	1.07			

<표 9> 단서 제시 과제에 대한 변량분석

Source	SS	df	MS	F
연령	27.4331	3	9.1443	7.51**
성	2.6878	1	3.6878	3.03
연령×성	5.3666	3	1.7888	1.47
오차	190.0003	156	1.2179	
전 체	226.4878	163		

** $p < .01$

위의 <표 8>의 자료를 근거로 하여 4×2의 2원 변량 분석을 적용한 결과는 다음의 <표 9>와 같다.

<표 9>에 의하면, 연령 집단간에만 1% 수준의 주효과가 있다. 즉, 단서제시 과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념의 습득에 있어서 4개의 연령집단간에 유의한 차이가 있음을 나타낸다. 그러나 수평·수직 개념 습득에 있어서 남녀 차이는 유의하지 않다. 4개의 연령 집단간의 개별비교를

위해 Scheffe의 Post-hoc test를 적용해 본 바, 그 결과는 다음의 <표 10>과 같다.

<표 10> 단서제시 과제에 대한 개별비교

	85/7-12	86/1-6	86/7-12
85/1-6	0.601	1.193*	1.030*
85/7-12		0.592	0.429
86/1-6			0.163

* p<.05

위의 <표 10>에 의하면, 대상 아동 가운데 가장 고연령 집단인 만 6세 반 집단과 5세 및 5세 반 집

단간에 5% 수준의 유의한 차이가 있다. 즉, 단서가 제시된 과제에서 유클리드 수평·수직 개념의 습득에 있어서 5세와 6세 집단간에 의미있는 차이가 있으며, 5세의 두 집단간과 6세의 두 집단간에는 의미있는 차이가 없음을 알 수 있다.

(4) 단서 무제공 과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념의 습득

단서가 제시되지 않은 구체적 과제와 추상적 과제에서 아동들의 유클리드 수평·수직 개념의 습득 여부를 확인한 결과, 그 평균과 표준편차는 다음의 <표 11>과 같다.

<표 11> 무단서 과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념습득의 평균과 표준편차

	남			여			전체		
	n	M	SD	n	M	SD	n	M	SD
1985. 1. 1- 6.30	11	3.818	0.404	14	2.571	1.158	25	3.120	1.092
1985. 7. 1-12.30	26	2.731	1.041	25	1.680	1.345	51	2.216	1.301
1986. 1. 1- 6.30	27	1.889	1.311	20	2.050	0.887	47	1.957	1.141
1986. 7. 1-12.30	20	1.550	1.099	21	1.667	1.110	41	1.610	1.093
전 체	84	2.321	1.309	80	1.925	1.177			

<표 12> 무단서 제시 과제에 대한 변량분석

Source	SS	df	MS	F
연령	37.3725	3	12.4575	9.87**
성	6.4395	1	6.4395	5.10*
연령×성	17.6452	3	5.8817	4.66**
오차	196.8536	156	1.2619	
전 체	258.3109	163		

** p<.01 * p<.05

위의 <표 11>의 자료를 근거로 하여 4×2의 2원 변량 분석을 적용한 결과는 <표 12>와 같다.

<표 12>에 의하면, 4개의 연령 집단간과 남녀간에 각각 1%와 5% 수준의 주효과가 있으며, 그리고 연령과 성간에 1% 수준의 상호작용이 있다. 즉, 무단서의 구체적 자료와 추상적 자료에서 유클리드 수평·수직 개념을 습득하는데 있어서 일반적으로 연령이 높을 수록 더 우수하며 남아가 여아 보다 더욱 우수함을 보여준다. 그러나 상호작용이 유의한 것은 85년 7월 이후 출생(6세)여아

들의 개념 습득 능력이 86년 1월 이후 출생(5세 반) 여아의 습득 능력보다 더욱 낮기 때문인 것으로 보인다(표 11 참고). 연령 집단간 개별비교를 위해 Scheffé의 Post-hoc test를 적용해 본 결과는 다음의 <표 13>과 같다.

<표 13> 무단서제시 과제에 대한 개별비교

	85/7-12	86/1-6	86/7-12
85/1-6	0.904*	1.163*	1.510*
85/7-12		0.258	0.606
86/1-6			0.348

* $p < .05$

위의 <표 13>에 의하면, 무단서제시 과제에 있어서 유클리드 수평·수직 개념의 습득은 대상 아동 가운데 가장 고연령인 6세 아동과 6세 반 아동 사이에 가장 두드러지게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이것은 6세 여아들의 평균 득점이 매우 낮기 때문인 것으로 해석되며, 이들이 5세 반 여아들의 득점 보다 더욱 낮은 것에 대해서는 명확한 근거를 발견할 수 없으며, 아마 연구 방법상의 오류로 생각된다. 이에 대한 구체적인 구명은 앞으로의 연구에서 보완할 계획이다.

Ⅲ. 研究 2의 方法 및 結果

1. 研究 方法

(1) 對象

연구 2의 대상은 연구 1의 대상자 가운데 위상학적 순서개념의 인지능력과 그리기 능력 그리고 유클리드 수직·수평 개념의 습득 점수에 있어서 각 과제의 하위 30%에 속하는 유아들 45명이었다.

이들은 대부분 위상학적 공간개념에서 보다 유클리드 공간개념에서 더욱 현저한 미발달 현상을 나타내었으며, 연령 분포는 약 80%가 5세 아동이었다. 그리고 남녀 비율은 거의 동일하였다. 이들의 분포를 간단히 요약하면 다음의 <표 14>와 같다.

<표 14> 연구 2의 대상 분포

집 단	85/1-6	85/7-12	86/1-6	86/7-12	전체
남	0	4	11	6	21
여	1	8	8	7	24
전체	1	12	19	13	45

(2) 道具

위상학적 공간개념의 인지능력과 그리기 능력 그리고 유클리드 공간개념에 대한 검사 도구들은 연구 1의 도구와 동일하다.

(3) 活動資料 및 活動節次

‘기하학적 기초활동’이라고 명명한 본 활동은 위상학적 공간개념을 위한 3가지 활동과 유클리드 공간개념을 위한 3가지 활동으로서 전체 6개의 활동을 포함하였다. 각 활동은 활동 목표와 학습자료 그리고 지도과정의 순서로 프로그램화하였으며, 사전에 훈련받은 유아교육학과 3학년 6명으로 하여금 1주일에 2개의 활동씩 3주간에 걸쳐서 실시 하였다. 활동실은 유치원의 강당 또는 원장실을 일부 개조하여 사용하였으며, 때때로 운동장(나무심기)을 활용하기도 하였다. 본 활동에 소요되는 시간은 하루에 약 30분 정도였으며, 유아들의 흥미에 따라 시간을 연장하기도 하였다.

활동은 1명의 훈련자가 4-5명의 유아들을 대상으로 미리 제작된 자료(다양한 크기와 모양이 그려진 그림 카드와 실물 그리고 용판, 판자, 나무

등)를 가지고 먼저 ‘무슨 활동을 어떻게 하는가’에 대한 활동목표를 소개하고, 자료를 제시한 다음, 훈련자가 시범을 보이게 된다. 그리고 프로그램화된 활동과정에 따라 활동을 진행해 나가도록 하였다.

본 활동에 참가한 유아교육학과 학생들은 2학년 때 ‘유아 산수교육’ 강좌를 수강하였으며, 학급에서 평점이 3.0 이상되는 학생들로서 본 연구에 자발적으로 참여하였다.

(4) 資料處理

기하학적 기초활동의 효과를 확인하기 위하여 본 연구에서는 사전 사후 검증 방법을 채택하였다. 사전검사는 연구 1의 자료 가운데서 대상 아동들의 자료들만을 추출하여 재활용하였으며, 사후검사는 3주간의 활동이 마무리된 다음 주에 훈련자와는 별도의 평정자(유아교육학과 4학년) 3명을 선정하여 그들에게 평정의 방법을 상세하게 설명한 다음 연구 1의 평정과 동일한 절차에 의해서 개별적으로 평정하게 하였다. 연구 1과 같이 3명의 평정자간에 불일치된 득점은 토의를 통해 조정하게 하였다.

2. 結 果

연구 2는 위상학적 공간개념과 유클리드 공간개

〈표 15〉 사전·사후 검사 득점의 평균과 표준편차

과 제	사전 (n=45)		사후 (n=45)	
	M	SD	M	SD
위상학-인지능력	8.111	1.946	9.355	1.790
위상학-그리기	7.177	2.12	8.066	1.890
유클리드-단서	1.466	0.832	2.400	0.853
유클리드-무단서	0.711	0.749	2.177	0.768

념의 습득이 미숙한 45명의 아동들을 대상으로 기하학적 기초활동의 효과를 알아보기 위한 것으로, 이들 대상 아동들의 각 과제별 사전·사후 검사득점을 요약하면 〈표 15〉와 같다.

〈표 15〉의 평균득점면에서 볼때, 사전검사에서 보다 사후검사에서 그 득점이 일관되게 높게 나타남을 알 수 있다. 그러므로 각 과제별 사전·사후 2집단간 유의차 검증을 위하여 ‘차이 t-test (paired comparisons t-test)’를 적용하였다. 그 결과는 다음의 〈표 16〉과 같다.

〈표 16〉 각 과제별 사전·사후 검사간 차이

과 제	평균차	표준오차	차이 t
위상학-인지능력	1.27	0.24	5.26**
위상학-그리기능력	0.91	0.29	3.15**
유클리드-단서제시	0.96	0.15	6.57**
유클리드-무단서제시	1.51	0.13	11.33**

** p<.01

위의 〈표 16〉에 의하면, 4가지 모든 과제에 있어서 사전·사후검사간에 1% 수준의 유의한 차이가 있다. 즉, 위상학적 공간개념과 유클리드 공간개념 모두 기하학적 기초활동의 결과 의미있는 증가가 나타났으며, 특히 평균차로 볼때 유클리드 공간개념의 무단서 제시 조건에서 가장 큰 향상이 있었음을 알 수 있다. 이것은 대상 아동들이 위상학적 공간개념의 경우 사전검사에서 이미 다른 아동들 보다는 미숙하지만 어느정도 습득의 과정에 있었음으로 인해 사후검사에서 큰 변화가 없었던 것으로 보인다. 아마 부분적인 천정효과(ceiling effects)를 벗출 수 있다. 반면에 훈련 대상 아동들 대부분이 유클리드 공간개념의 사전검사에 있어서 현저하게 낮은 득점을 나타내었음으로 사후검

사에서 그 변화가 더욱 두드러지게 나타났던 것으로 생각된다.

IV. 論 議

본 연구에서는 연구 1과 연구 2의 가설 제시 순서에 따라 논의를 전개하고자 한다. 연구 1에서 우리는 취학적 아동의 위상학적 순서개념을 인지능력과 그리기 능력으로 나누어서 살펴보고, 단서제시 유무에 따라 유클리드 수평·수직 개념의 습득 여부를 조사함으로써, 두가지 공간개념의 발달과정과 성차를 밝혀보고자 하였다.

이러한 연구목적을 위한 가설 1의 검증 결과는 위상학적 및 유클리드 공간개념의 발달과정에 있어서 명확한 연령차를 보여주었다. 6개월 단위로 구분된 4개의 연령 집단에서 위상학적 순서개념의 인지능력은 현저하게 발달하는 시기는 없었으나 전체 집단간에 유의한 차이가 나타났으며, 순서개념의 그리기 능력에 있어서는 5세에서 5세 반의 시기에 가장 두드러진 증가를 나타냄과 동시에 전체 연령 집단간에도 유의한 차이가 있었다. 이러한 결과는 Piaget와 Inhelder(1956)의 주장을 지지하는 것으로서, 위상학적 공간개념은 능동적 탐색활동을 시작하는 2세경에서부터 발달하기 시작하며 연령과 더불어 증가한다고 볼 수 있다. 그러나 Acredolo(1977), Evans(1980), Hart와 Moore(1973) 그리고 Siegel과 White(1975) 등이 Piaget 등의 염주알 놓기 과제를 이용한 실험에서 위상학적 공간개념이 6-7세 사이에 발달한다고 보고한 것과는 완전히 일치하지 않는 것으로서, 5세아와 6세 아동 대부분이 위상학적 공간개념을 습득하고 있는 것으로 나타났다. 뿐만 아니라 본 연구에서는 6개월 단위로 유아들의 연령을 구분하였으나, 실제로 2-3개월 간격에 따라서도 순서개념의 습득

에 많은 차이를 나타내고 있음은 앞으로의 연구에서 주목되어야 할 부분이라고 생각한다.

본 연구의 가설 2에서 위상학적 유클리드 공간개념의 습득에 있어서 남녀 차이를 규명하고자 하였는바, 유클리드 공간개념에서 단서제시 과제의 경우를 제외한 나머지 모든 조건에서 남녀 차이가 분명하였다. 즉, 동일 연령에서 남아가 여아보다 공간개념의 습득능력이 더욱 우수하였다. 이러한 결과는 Piaget와 Inhelder(1956), Liben(1974), Liben과 Golbeck(1980), Signovella와 Jamison(1978) 그리고 Thomas와 Jamison(1975) 등이 공간개념의 획득량에 있어서 남아가 여아보다 우수하다고 보고한 것과 일치하며, 또한 Janner와 Inhelder(1958)가 논리적 기능에서는 남녀 차이가 없으나 기하학 입체의 발달인 공간 표상의 형성에서 차이를 보인다고 보고한 것과는 일치한다.

그리고 Maccoby와 Jackline(1974)는 물리학과 기하학에서 중요한 개념인 공간개념의 획득에 있어서 남아가 여아보다 우수한 것은 중고등학교 교과목인 물리학과 기하학에서 남학생이 여학생보다 뛰어난 결과를 가져다 주는데 영향을 미친다고 보고함으로써, 공간개념에서 뒤떨어진 여아의 능력이 이후의 물리학과 기하학 등에서도 열등하게 될 것으로 추측해 볼 수 있다. 그러므로 공간개념의 발달이 미숙한 아동들을 조기에 처치하여 그들의 능력을 개선시켜 줄 수 있는 방법이 요청된다. 이를 위해 본 연구에서는 2차로 기하학적 기초활동의 처치를 제공하고 그 효과를 규명하고자 하였다. 그러나 단서제시 과제의 유클리드 수평·수직 개념 습득에 있어서 남녀 차이가 유의하지 않은 것에 대해서는 앞으로의 연구에서 더욱 구체화해야 할 과제이다.

이와 더불어 무단서 제시 조건의 유클리드 수평·수직 개념의 습득에 있어서 연령과 성간에 유

의한 상호작용이 나타난 것 또한 예상밖의 결과로서, 자료를 분석해 볼때 6세(85/7-12월) 여아들의 수평·수직 개념 습득의 평균이 5세 반(86/1-6월)의 여아 보다 훨씬 낮으며(1.68:2.05) 오히려 5세 여아의 평균과 비슷하게 나타났기 때문이다. 이러한 결과의 원인에 대해서는 명확하지는 않으나 연구방법(평정)상의 오류, 표집의 잘못, 처치(훈련)의 비일관성 등 다양한 측면에서 생각해 볼 수 있다. 이에 대한 규명은 앞으로의 계속적인 연구에서 더욱 자세하게 밝힐 예정이다.

그리고 연구 2에서 우리는 위상학적, 유클리드 공간개념의 습득이 현저하게 미숙한 유아들을 대상으로 본 연구자들이 프로그램화한 기하학적 기초활동을 처치하여 이것의 효과를 밝혀보고자 하였다. 3주간의 활동 이후 얻어진 자료로서 사전·사후 쌍 비교(paired comparisons t-test) 차이 검증을 하였다. 본 연구에서 통계 집단을 설정하지 않고 사전·사후 차이 검증만을 실행한 것은 연구 1의 조사 결과 공간개념의 발달이 현저하게 낮은 아동들만을 훈련의 대상으로 하였기 때문에, 이들을 구분하여 통제집단을 구성할 경우 통제집단 또한 연구 1의 조사 과정에서 부분적인 훈련 경험을 하였을 가능성을 배제할 수 없으며, 따라서 엄격한 통제집단의 성격을 갖지 못할 것으로 생각되었기 때문이다.

사전·사후 차이 검증의 결과 위상학적 순서개념의 인지능력, 그리기 능력과 유클리드 공간개념의 단서 무단서 조건 모두에서 의미있는 증가가 나타났다. 따라서 연구 2의 가설 1과 가설 2를 지지하였다. 그리고 이런 향상 정도는 유클리드 공간개념에서 더욱 뚜렷하였으며, 위상학적 공간개념에서는 부분적인 천정효과(ceiling effects)가 있었던 것으로 보여진다. 이러한 결과는 Deloache(1980), Bremmer(1978), 김미해(1986) 등이 다

양한 상황적 변인의 조작에 의해 유아의 자기 중심적 참조체계를 변환시킬 수 있다고 보고한 것과 부분적으로 일치하며, 또한 Gagne(1977)의 사전 경험 또는 지식의 중요성에 대한 주장과 Bruner(1960)의 보존 개념의 습득을 조력하기 위한 훈련 가능성에 대한 주장들을 부분적으로 지지하는 것이다. 본 연구에서의 기하학적 기초활동은 위의 주장들 및 연구를 바탕으로 유아의 공간개념 습득에 대한 직접적인 처치 효과를 밝혔다는데 의의가 있다. 따라서 앞으로 유아의 논리적 및 수학적 사고의 발달을 조력함과 동시에 이후의 물리학과 기하학(Maccoby & Jackline, 1974)의 학습을 조력하기 위한 기초로서 공간개념의 습득을 위한 기하학적 기초활동의 경험을 더욱 구체적으로 체계화할 필요가 있다고 생각한다.

V. 結 論

연구 1과 연구 2로 구분하여 실시된 본 연구의 목적은 취학전 아동의 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념의 발달과정과 성차를 조사하는 것과 동시에 공간개념이 미숙한 유아들을 대상으로 본 연구자들이 프로그램화한 기하학적 기초활동의 처치 효과를 밝혀 보려는 것이었다. 이러한 연구목적은 공간개념의 중요성에 대한 많은 학자들의 인식에도 불구하고 연구 결과들이 불일치하고 있을 뿐만 아니라, Welman 등(1975; 1980)과 Deloache(1980), Bremmer(1978) 그리고 김미해(1986) 등의 연구에서 매우 어린 유아라도 다양한 상황적 변인들의 조작에 의해 자기중심적 참조체계로 부터 타자지향적인 참조체계로의 이행을 촉진시킬 수 있다는 보고에 의한 것이다.

연구 1에서의 연구 대상은 5세와 6세로 분포된 164명의 원아였으며, 이들을 6개월 단위의 연령에

따라 4집단으로 구분하여 발달과정을 조사함과 동시에 남녀 차이를 확인하고자 하였다. 공간개념의 조사 영역은 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념으로 제한하였으며, 순서개념은 또 다시 순서관계 인지능력과 순서관계 그리고 능력으로 구분하였고 수평·수직 개념은 단서가 있는 과제와 단서가 없는 과제에 따라 구분하였다. 순서개념의 조사 도구는 Piaget 등의 막대기에 염주알 놓기 실험과 그리기 실험을 바탕으로 본 연구자들이 고안하여 사용하였으며, 수평·수직 개념의 도구는 Perner 등(1984)이 사용한 과제를 일부 수정하여 사용하였다. 그리고 수집된 자료는 주효과의 분석을 위해 연령(4)×성(2)의 2원 변량분석을 사용하였으며, 개별비교를 위해 Scheffé의 Post-hoc test를 적용하였다.

연구 1의 결과는 위상학적 순서개념의 인지능력과 그리기 능력, 그리고 유클리드 수평·수직 개념의 단서과제와 무단서과제 모두에서 6개월 단위의 4 연령 집단간에 유의한 차이가 있었다. 그리고 유클리드 단서 제시과제를 제외한 그밖의 3가지 모든 과제에서 유의한 남녀 차이가 확인되었다. 이러한 결과는 대부분의 선행 연구들과 일치하는 결과이지만, 공간개념의 획득 시기에 있어서 다른 연구자들과 부분적으로 불일치하고 있음을 나타내었다. 그리고 남녀 차이가 없는 것으로 밝혀진 과제와 상호작용이 밝혀진 과제(유클리드 무단서 과제)에 대해서는 앞으로 더욱 체계적인 연구를 통해 그 원인을 규명할 예정임을 언급하였다.

연구 2에서는 연구 1의 조사 결과 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념의 발달이 현저하게 뒤떨어진 유아 45명을 대상으로 3주간에 걸쳐서 기하학적 기초활동을 훈련하여 그 효과를 분석하였다. 기하학적 기초활동의 프로그램은 본 연구자들에 의해 구조화되었으며, 활동은 사전에 엄

밀하게 선정되고 교육받은 6명의 훈련자(유아교육 3년)에 의해 유치원의 협조를 얻어 실시되었다. 사후 검사는 별도의 평정자를 선정하여 사전 검사와 동일한 절차에 의해 실시되었으며, 수집된 자료는 동일집단의 사전·사후 비교를 위한 'paired comparisons t-test'를 적용하여 분석하였다.

분석의 결과 기하학적 기초활동의 처치는 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념의 습득을 의미있게 향상시켜 주었다. 그리고 이러한 결과는 유클리드 과제에서 더욱 현저하였다.

본 연구에서는 분석된 결과와 논의에 따라 다음과 같은 결론을 도출하고자 한다.

첫째, 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념은 연령의 증가와 더불어 점진적인 발달을 나타낸다. 그러나 순서개념의 그리기 능력은 5세에서 5세 반 사이에, 그리고 무단서 조건에서의 유클리드 수평·수직 개념은 6세에서 6세 반 사이에 가장 현저하게 발달한다.

둘째, 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념의 습득은 일반적으로 남아가 여아 보다 더욱 우수하다. 그러나 단서 제시 조건에서의 유클리드 공간개념의 습득에는 남녀 차이가 인정되지 않는다.

셋째, 공간개념의 습득이 미숙한 유아들에 대한 기하학적 기초활동의 처치는 위상학적 순서개념과 유클리드 수평·수직 개념의 습득에 효과적이다.

참 고 문 헌

- 김미혜(1985). 아동의 공간능력과 성 역할 지향과의 관계. 성균관대학교 대학원 석사 학위 논문.

- 김현재, 김순남(1989). 아동의 Euclid적 공간개념 형성에 관한 연구. 과학교육 289호.
- 서영숙(1981). 빼아제식 유아 교육과정. 계명대학교 출판부.
- 김행자(1982). 유아 및 아동의 공간개념 발달. 아동학회지, 제3집.
- 이경우(1989). 유아를 위한 새 수학교육. 창지사
- 이경희(1981). 아동의 공간개념 발달에 관한 실험연구. 연세대학교 대학원 석사학위 논문.
- 전종숙(1985). 유아의 수직-수평 개념 발달에 관한 연구. 중앙대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 황정숙(1986). 5세 유아의 서열개념혼련에 관한 연구. 중앙대학교 대학원 석사학위 논문.
- Acredolo, L. P. (1977). Developmental changes in the ability to coordinate perspectives of a large-scale space. Developmental Psychology, 13, 1-18.
- Acredole, L. P., Pick, H. L. & Olsen, M. G. (1975). Environmental differentiation and familiarity as determinants of Children's memory for spatial location. Developmental Psychology, 11, 495-501.
- Barron, L. (1979). Mathematics experiences for the early childhood years. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill.
- Bremner, J. G. (1978). Egocentric versus allocentric spatial coding in nine-month-old infants: Factors influencing the choice of code. Developmental Psychology, 14, 346-355.
- Bruner, J. S., Olver, R. R. & Field, M. G. (1967). Studies in cognitive growth. New York: Witey.
- Coxford, A. F. (1964). The effect of instructions on the stage placement of children in Piaget's seriation experiment. The Arithmetic teacher, Vol. 11.
- Deloache, J. S. (1980). Naturalistic study of memory for object location in very young children. In M. Permuter (Ed.), New directions for child development: Children's memory, no. 10. San Francisco: Jossey-Bass.
- Evans, G. W. (1980). Environmental cognition. Psychological Bulletin, 88, 259-287.
- Ford, L. H. (1970). Predictive versus perceptual responses to Piaget's waterline task and their relation to distance conservation. Child Development, 41, 193-200.
- Gagne, R. M. (1977). The cognitions of learning. New York: Holt, Reinhart & Winston.
- Hart, G. A. & Moore, G. T. (1973). The development of spatial cognition: A review. In R. M. Downs & D. Stea (Eds.), Image and environment(pp. 246-288). Chicago: Aldline.
- Hooper, F. H. (1972). An evaluation of logical operations instruction in the pre-school. In R. K. Parlcer (Ed.), The preschool in action: Exploring early childhood programs. Boston: Allyn and Bacon.
- Kamii, C. & DeVries, R. (1980). Group games in early education: Implications of Piaget's theory. Englewood, Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.
- Kennedy, L. M. & Michon, R. L. (1973). Games

- for individualizing mathematics learning. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill.
- Liben, L. S. (1975). Long-term memory for pictures related to seriation, horizontality, and verticality concepts. Developmental Psychology, 11, 795-806.
- Liben, L. S. (1981). Copying and reproducing pictures in relation to subjects' operative levels. Developmental Psychology, 17, 357-365.
- Liben, L. S. & Goldbeck, S. L. (1980). Sex differences in performance on Piagetian spatial tasks: Differences in competence or performance? Child Development, 51, 594-597.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. Psychological Bulletin, 86, 250-265.
- Manler, J. M. (1983). Representation, In J. H. Flavell, & E. M. Markman (Series Eds.) & P.H. Mussen (Ed.), Handbook of child Psychology: Vol III. Cognitive development(pp. 420-494). New York: Wiley.
- Perner, J., Kohlman, R. & Wimmer, H. (1984). Young children's recognition and use of the vertical and horizontal in drawings. Child Development, 55, 1637-1645.
- Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1960). The child's conception of geometry. New York: Basic Books.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1967). the child's conception of space. New York: Norton.
- Pick, H. L., Jr. & Lockman, J. J. (1981). From frames of reference to spatial representations. In L. S. Liben, A. H. Patterson & N. Newcombe (Eds.), Spatial representation and behavior across the life span: Theory and application, New York: Academic.
- Schafer, L. E. (1972). Inducing stage III seriation capabilities in kindergarten children through cue-fading and reinforcement. Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University.
- Siegel, A. W. & White, S. H. (1975). The development of spatial representation of large-scale environments. In H. W. Reese (Ed.), Advances in child development and behavior: Vol. 10(pp.5-55). New York: Academic.
- Thomas, H. & Jamison, W. (1975). On the recognition of understanding that still water is horizontal. Merrill-Palmer Quarterly, 21, 31-44.
- Wellman, H. M., Ritter, K. & Flavell, J. H. (1975). Deliberate memory behavior in the delayed reactions of very young children. Developmental Psychology, 11, 6, 780-787.
- Wellman, H. M. & Somerville, S. L. (1980). Quasi-naturalistic tasks in the study of cognition: The memory related skills of toddlers. In M. Pelmutter (Ed.), New direction for development: Children's memory. San Francisco: Jossey-Bass.
- Richardson, L. I., Goodman, K. L., Hartman, N. N. & Lepique, H. C. (1980). A mathematics activity curriculum for early childhood and special education. New York: Macmillan.