Journal of the KSQC
Vol. 19, No. 2, Dec.1991

1991년 12월 韓國品質管理學會誌 제19권 제2호

故障形態를 考慮한 多部品裝備의 最適交換時期 決定
Determination of Optimal Replacement Period for A Multicomponent System Consider with Failure Types

(李承埈*, 姜昶旭**, 黃義徹**

ABSTRACT

In this paper, it is assumed that a system is composed of an essential unit and a nonessential unit. During the running of the system, an essential unit is replaced at periodic replacement time T or at nth failure of essential unit whichever occurs first. Nonessential unit is replaced at its failure and at the replacement of essential unit.

This paper derive optimal replacement period which minmises the total expected cost for replacement. The unimodality of totoal maintenance cost function is proved under the assumption that hazard rate of each component is continuous and monotone increasing failure rate(IFR). Based on this condition, it is shown that the optimal replacement period is finite and unique.

1. 서 론

오늘날 기술의 발전으로 생산시스템의 기계화와 자동화가 고도화됨에 따라 생산장비의 부

분적인 고장은 전체 시스템의 조업중단을 초래하기 때문에 고도의 신뢰도를 갖는 시스템이나 유니트를 만들어야 할 중요성이 높아지고 있다. 그러나 최근의 장비들은 구조가 복잡하고 그 운용조건이 까다로와지고 있으며 시스템에 기대하는 효과에 대해서 갖추어야 할 요구조건도 점점 높아지고 있다. 따라서 이러한 조건을 만족시키기가 힘들고 장비의 보전유지비 급격히 커짐에 따라 신뢰도를 높이기 위한 하나의 방편으로 보전(maintenance)에 대한 관심이 높아지고 있다. 일반적으로 시스템의 규모와 보전에 따르는 비용이 클 경우, 보전방법을 개선함으로써 상당한 보전비용의 절감효과를 가져와 시스템의 가용도를 높일 수 있다.

보전은 실시하는 시점에 따라 사후보전(corrective maintenance)과 예방보전(preventive maintenance)으로 분류된다. 사후보전시에는 고장으로 인해 시스템이 정지됨으로써 발생하는 인원및 장비의 유휴비용, 생산장비의 기회손실비용등의 막대한 비용이 발생한다. 한편 예방보전은 그 장비 자체의 보전비용은 들지만 시스템의 유휴비용과 기회손실비용을 방지할 수 있다. 예방보전을 하기위해서는 장비의 수명분포를 파악할 수 있어야 하고 또 예방보전의 비용이 고장발생시에 사후보전하는 비용보다 적어야 한다는 두가지 조건을 만족해야 한다.

그리고 보전은 실시하는 방법에 따라 수리와 교환으로 분류된다. 지금까지 보전방침(maintenance policy)에 대한 많은 연구가 있었으나 대부분 단일서브시스템으로 구성된 시스템에 대한 보전방침이었으며 여러개의 서브시스템으로 구성된 시스템에 대해서는 각 서브시스템의 고장이 '확률적 경제적으로 독립'이라는 가정하에 이루어졌기 때문에 각 서브시스템에 대한 보전방침은 단일서브시스템의 보전방침의 결정방법과 일치하였다.

본 연구에서는 여러가지 서브시스템으로 구성되어 있는 시스템에서 모든 서브시스템의 특성이 다르기 때문에 각각의 고장형태가 다르다는 점에 착안하여 시스템을 구성하는 서브시스템들을 중요유니트(essential unit)와 경유니트(nonessential unit)로 분류하고, 중요유니트은 고장이 발생하면 응급수리를 하여 사용하다가 정기교환시점 혹은 n번째 고장시점에 도달하면 교환하고 경유니트는 고장이 발생하더라도 전체시스템의 성능에 거의 영향을 미치지 않을 뿐만 아니라 유니트의 가격도 상당히 저렴하기 때문에 고장발생 즉시 교환해 준다는 방침하에서 시스템의 총비용을 최소화하는 보전모형(maintenance model)을 제시하고자 한다.

2. 모형의 설정 및 용어설명

2.1 모형의 설정

유니트를 특성에 따라 다음 두가지로 분류한다.

1) 중요유니트(essential unit)

시스템 전체의 기능, 성능에 영향을 미치는 중요한 유니트로써 가격은 비교적 비싸나 수리하는 것은 용이하기 때문에 이 유니트에 고장이 발생하면 그 유니트를 교환하기 보다는 응급수리를 하여 사용하다가 일정 시점에서 교환을 한다.

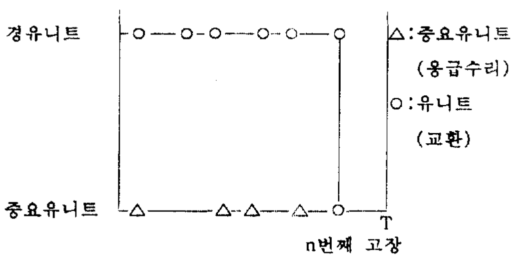
2) 경유니트(nonessential nuit)

시스템 전체의 성능에는 거의 영향을 주지 않을 뿐만 아니라 가격도 저렴해서 수리를 하

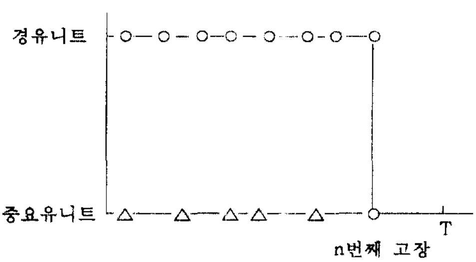
는것 보다는 고장이 발생할 때마다 그 유니트를 교환하는 편이 나은 유니트이다.

본 연구에서는 중요유니트의 n번째 고장이 정기교환주기 T내에서 발생하면 (n−1)번째 까지는 응급수리를 하여 사용하다가 n번째 고장이 발생하면 그 시점에서 교환을 하고, n번째 고장이 정기교환주기 T이후에 발생하면 T 시점에서 예방교환을 한다. 그리고 경유니트는 중요유니트의 교환시 같이 교환하며, 고장이 발생할 때마다 새로운 동일한 유니트로 교환한다.

이상과 같은 보전모형은 그림으로 나타내면 그림 2.1과 같다.



a) n번째 고장이 정기교환 시점 T이전에 발생할 경우



b) n번째 고장이 정기교환시점 T이후에 발생할 경우

그림 2.1 보전모형의 설명

2.2 가정 및 용어설명

2.2.1 가정

보전모형 설정상의 가정은 다음과 같다.

(1) 시스템의 가동시간은 유한으로 한다.

(2) 모든 고장은 통계적으로 독립이다.

(3) 모든 보전은 고장발생 즉시 이루어지고 수리및 교환시간은 무시 할 수 있을 만큼 작다

(4) 응급수리후 고장발생확률은 변하지 않는다.

(5) 순간고장률함수는 단조증가하고 연속이다.

2.2.2 용어해설

i:유니트의종류($i=1$:중요유니트,$i=2$:경유니트)

$F_i(\cdot)$:유니트 i의 고장시간의 분포함수

$f_i(\cdot)$:유니트 i의 고장밀도함수

$r_i(\cdot)$:유니트 i의 순간고장률

$R_i(\cdot)$:유니트 i의 누적순간고장률함수

$N_i(\cdot)$:유니트 i의 고장회수

$M_i(\cdot)$:유니트 i의 평균 재생회수, $E[N_i(\cdot)]$

$m_i(\cdot)$:유니트 i의 재생밀도함수

T:시스템의 정기교환 주기

T_n : 중요유니트의 정기교환주기내에서 n번째 고장시점

T^* : 중요유니트의 최적교환 시점, $T^* \in_{\min}(T,T_n)$

n : 중요유니트의 고장회수

c_{10} : 중요유니트의 응급수리비용중 고정비용

c:중요유니트의 응급수리시 다위 회수당 증분비용

j:중요유니트의 정기교환 주기내에서의 고장 회수

c_{1j}:중요유니트의 j번째 고장시 응급수리비용, $c_{1j}=c_{10}+jc$

c_2:중요유니트의 단위당 교환비용

c_3:경유니트의 단위당 교환비용

$C_1(t,k)$:중요유니트로 인한 $[O,t]$사이의

기대비용

$C_1(n;T)$: 경유니트으로 인한 $_{min}([0,t], [0,T_n])$

사이의 기대비용

$C_2(t)$: 경유니트으로 인한 $[0,t]$사이의 기대비용

$C(t,k)$: 시스템의 $[0,T]$사이의 총기대비용

3. 다유니트장비의 최적보전 모형의 결정

3.1 비용분석

먼저 중요유니트의 정기교환주기 T를 구한다.

중요유니트는 응급수리와 정기교환을 병행하기 때문에 중요유니트의 정기교환 주기는 시스템의 교환수명내에서 T, 2T, 3T, ··· 마다 발생하고, 이에따라 중요유니트의 교환주기는 시스템의 교환수명에 의해 한정되는 유한의 경우이다. 따라서 유한시간내에서의 중요유니트의 응급수시비용과 교환비용을 구한다. 정기교환주기내에서는 중요유니트의 고장으로 인한 응급수리 비용은 수리회수가 증가함에 따라 수리비용이 일정한 경우와 증가하는 두가지 경우가 있다.

응급수리비용이 수리회수의 증가에 따라 선형으로 증가한다고 하면

$$c_{1j}=c_{10}+jc \tag{3.1}$$

식 (3.1)은 중요유니트의 추가비용이 수리회수가 1회씩 증가함에 따라 c단위 더 소요되고, $c=0$일때 수리회수에 관계없이 응급수리비용이 일정함을 나타낸다. 단 c는 c_{10}보다 상대적으로 매우 적다.

중요유니트의 기대비용을 구하기 위해 $T\in[0,t]$라 하면 중요유니트의 정기교환이 T, 2T, 3T ···에서 발생하므로

$$t/k\leq T,\ k=1,\ 2,\ 3,\cdots \tag{3.2}$$

인 k가 존재한다. 따라서 유한시간 t를

$$t=(k-1)T+y,\ 0<y\leq T \tag{3.3}$$

의 형태로 나타낼 수 있다.

중요유니트의 $[0,t]$사이의 기대비용은

$$C_1(T)=\begin{cases}(k-1)c_2+\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(T)/j!\}\cdot\exp\{R_1(T)\}c_{1j}{}^*, & y=T\\ (k-1)c_2+(k-\sum_{j=1}^{\infty}\{R(T)/j!\}\cdot\exp\{-R(T)\}c_{1j}{}^*+\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(t-(k-1)T)/j!\}\exp\{-R_1(t-(k-1)T)\}c_{1j}{}^*, & y<T\end{cases} \tag{3.4}$$

$$c_{1j}{}^*=c_{11}+c_{12}+\ \cdots\ +c_{1j} \tag{3.5}$$

이다.

이제 오른쪽으로부터 $T\to t/k$로 접근시켜 보면 식 (3.4)는

$$\begin{aligned}C_1(T)&=(k-1)c_2+(k-1)\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(T)/!\}\exp\{-R_1(T)\}C_{1j}{}^*+\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(t-(k-1)T)/j!\}\exp\{-R_1(t-(k-1)T)\}c_{1j}{}^*\\ &\to(k-1)c_2+(k-1)\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(t/k)/j!\}\exp\{-R_1(t/k)\}c_{1j}{}^*+\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(t/k)/j!\}\exp\{-R_1(t/k)\}c_{1j}{}^*\\ &=(k-1)c_2+k\sum_{j=1}^{\infty}\{R_1{}^j(t/k)/j!\}\exp\{-R_1(t/k)\}c_{1j}{}^*\\ &=C_1(t/k)\end{aligned} \tag{3.6}$$

이기 대문에 $C_1(T)$는 오른쪽으로 연속이고 $R_1(T)$가 연속이므로 t, t/2, t/3, ··· 를 제외한

나머지 구간에서는 연속이다.

$r_1(t)$가 IFR이고, j번째 응급수리비용이 $c_{1j} = c_{10} + jc$, $j=1, 2, 3\cdots$ 일때 $C_1(T)$는 $\{t, t/2, t/3\cdots\}$의 점들중 한점에서 최소가 된다. $C_1(T)$를 최소로 하는 T를 구하기 위해 $\{t, t/2, t/3, \cdots\}$를 제외한 점에서 $dC_1(T)/dT$를 구하면

$$C'_1(T) = (k-1)(c_{10}+c)\{r_1(T) - r_1(t-(k-1)T)\} + (k-1) c\{r_1(T)R_1(T) - r_1(t-(k-1)T) R_1(t-(k-1)T)\}$$

이다.

$r_1(t)$가 IFR이고, $R_1(t)$는 비감소이므로

$$r_1(T) - r_1(t-(k-1))T \geq 0$$

$$r_1(T)R_1(t) - r_1(t-(k-1)T) R_1(t-(k-1)T) \geq 0$$

이다.

따라서, $C'_1(T)$는 구간 $[0,t]$에서 점$\{t, t/2, t/3, \cdots\}$를 제외하고는 $C'_1(T) \geq 0$이다. 식 (3.6)에서 $k \to \infty$에 접근함에 따라 $(k-1)c_2 \to \infty$에 접근하고

$$C_1(t/k) \geq (k-1)c_2$$

이므로 구간 $[0,t]$에서 $C_1(T)$의 최소치가 존재하며, 최소치는 점$\{t, t/2, t/3, \cdots\}$중 한점에서 발생한다. ∎

다시발하면 $\{t, t/2, t/3, \cdots\}$에서 계산된 $C_1(T)$의 최소치가 $k=1$ 즉 $T=t$에서 나타나면 유한시점 t까지 응급수리만 하고, t시점에서 중요유니트를 정기교환해 주는 것이 중요유니트의 최적정기교환방침임을 의미한다. 그리고 $k=2$즉 $T=t/2$에서 최소치가 나타나면, 중요유니트의 최적보전방침은 t/2 시점까지는 중요유니트에 고장이 발생하면 응급수리하여 사용하다가 t/2 시점에서 정기교환을 실시하고, 또 응급수리를 하며 사용하다가 다음 정기교환기 T에서 교환하는 것을 의미한다.

$$c_{1j}{}^* = c_{11} + c_{12} \cdots c_{1j}$$

이므로

유한시간 t에서의 중요유니트의 기대비용은 식 (3.6)에 의해 다음과 같다.

$$C_1(t/k) = (k-1)c_2 + k(c_{10}+c)R_1(t/k) + k(c/2)R_1{}^2(t/k) \qquad k=1,2,3,\cdots \tag{3.7}$$

경유니트의 교환비용은

$$C_2(t) = c_3M_2(t) \tag{3.8}$$

이다. 그러므로 시스템의 총기대비용은

$$C(t,k) = \{(k-1)c_2 + k(c_{10}+c)R_1(t/k) + k(c/2)R_1{}^2(t/k) + c_3M_2(t)\} \tag{3.9}$$

시스템의 단위시간당 평균비용은

$$\overline{C}(t,k) = \{(k-1)c_2 + k(c_{10}+c)R_1(t/k) + (c/2)R_1{}^2(t/k) + c_3M_2(t)\}/t \tag{3.10}$$

이다.

3.2 최적정기교환주기의 결정

정기교환주기 T를 구하기 위해 단위시간당 평균비용 $C(t,k)$를 t로 미분하여 $dC(t,k)/dt = D(t,k) = 0$으로 놓으면

$$D(t,k) = \{(c_{10}+c)r_1(t/k) + cR_1(t/k)r_1(t/k) + c_3m_2(t)\}t - \{k(c_{10}+c)R_1(t/k) + k(c/2)R_1{}^2(t/k) + c_3M_2(t)\} = (k-1)c_2 \tag{3.11}$$

식 (3.11)을 t에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$D'(t,k) = \{(c_{10}+c)r_1'(t/k)/k + cr_1{}^2(t/k)/k + cR_1(t/k)r_1'(t/k)/k + c_3m_2'(t)\}t \tag{3.12}$$

만약 $F_2(t)$가 밀도함수 $f_2(t)$를 가지며 $f_2(t)$, $f_2(0)=0$이 미분가능하고 PF_2이면 $f_2'(x_0)=0$일때 $0<t<x_0$에 대해 $m_2'(t)>0$이다.

$c_{10} > c \geq 0$, $c_2 > 0$, $c_3 > 0$이고 $r_1(t)$가 연속이며, 단조증가하는 순간 고장률이고 $f_2(t)$가 PF_2라면 $X_{0k} \leq T_k < \infty$, $k=1, 2, 3, \cdots$에 대해 $D(t,k) > (k-1)c_2$, $k=1, 2, 3, \cdots$이면 각각의 k에 대해 식 (3.11)을 만족하는 유한하며 유일한 최

적교환수명 $T_k^*(0<T_k^*<X_{ok})$, $k=1, 2, 3, \cdots$ 가 존재하고 이때의 단위시간당 평균비용은

$$\bar{C}(T_k^*, k)=(c_{10}+c)r_1(T_k^*/k)+cR_1(T_k^*/k)r_1(T_k^*/k)+c_3m_2(T_k^*),\ k=1,2,3,\cdots \quad (3.13)$$

이다.

$f_2(t)$가 PF_2이면 $f'_2(X_{ok})=0$일때 $0<t\le X_{ok}$, $k=1, 2, 3, \cdots$에 대해 $m_2'(t)>0$이다. 따라서 $r_1(t)$가 IFR이고, $R_1(t/k)$는 항상 비감소하므로 식 (3.12)에서 $0<T_k\le X_{ok}$에 대해 $D'(t/k)>0$, $k=1, 2, 3, \cdots$이다. 즉 $D(0,k)=0$일때 $D(t,k)$는 $0<T_k<X_{ok}$, $k=1, 2, 3, \cdots$에 대해 단조증가한다. 만약 $X_{ok}\le T_k<\infty$에 대해 $D(t,k)>(k-1)c_2$, $k=1, 2, 3, \cdots$ 이면 $D(t,k)$의 $0<T_k<X_{ok}$, $k=1, 2, 3, \cdots$에서의 단조성과 연속성에 대해 $0<T_k^*<X_{ok}$에 의해 식 (3.11)을 만족하는 유한하며 유일한 T_k^*가 각각의 k에서 존재한다. 이때의 단위시간당 평균비용은 식 (3.11)을 정리하면 식 (3.13)과 같다.

3.3 최적교환시기 결정

이제 n번째 중요유니트의 고장이 중요유니트의 최적정기교환주기 T내에서 발생하는지 또는 T이후에 발생하는지를 결정하기 위해서 $Y_0, Y_1, \cdots, Y_n, \cdots$을 중요유니트의 고장시간 $(Y_0=0)$이라 하고, $X_n\equiv Y_n-Y_{n-1}(n=1,2, \cdots)$을 고장시간간격이라고 하자.

교환까지의 평균시간은

$$\begin{aligned} &TPr\{Y_n>T\}+\int_0^T tdPr\{Y_n\le t\} \\ &=\int_0^T Pr\{Y_n>t\}dt \\ &=\sum_{j=0}^{n-1}\int_0^T \frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}dt \end{aligned} \quad (3.14)$$

교환할 때 까지의 기대 고장회수는

$$\sum_{j=0}^{n-1} jPr\{N(T)=j\}+nPr\{Y_n\le T\}=n-\sum_{j=0}^{n-1}(n-j)\frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\} \quad (3.15)$$

무한시간동안 단위시간당 기대비용은 교환에서 다음 교환까지의 평균시간당 기대비용과 같다. 즉

$$C(n;T)=\frac{c_{1j}[n-\sum_{j=0}^{n-1}(n-j)\frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}]+c_2}{\sum_{j=0}^{n-1}\int_0^T\frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}dt}$$

$$,\ (n=1,2,\cdots) \quad (3.16)$$

이다.

i) $0<T_n<\infty$로 가정하자. 그때 만일 $T>T_n$이면 다음을 만족하는 유한하고 유일한 n^*가 존재한다.

$L(n^*;T)\ge c_2/c_{1j}$ 그리고 $L(n^*-1;T)<c_2/c_{1j}$

$L(n;T)$는 nonnegative이다. (3.17)

그리고 만일 $T\le T_n$이면 식 (3.17)를 만족하는 n^*가 존재하지 않는다. 즉 중요유니트은 시간 T에서 교환되어야 한다. 여기서

$L(n;T)=$

$$\frac{\sum_{j=n+1}^{\infty}\frac{[R_1(T)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}\sum_{j=0}^{n-1}\int_0^T\frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}dt}{\int_0^T\frac{[R_1(t)]^n}{j!}\exp\{-R_1(T)\}dt}-\left[n-\sum_{j=0}^{n-1}(n-j)\frac{[R_1(t)]^j}{j!}\exp\{-R_1(T)\}\right],$$

$(n=1,2,\cdots)$

$0,\quad (n=0)$

ii) 만일 $T_n=\infty$이면 식 (3.17)을 만족하는 n^*가 존재하지 않는다.

이 정리는 중요유니트이 시간 T에서 교환될 때, $T>T_n$이면 n^* 번째 고장에서 교환되어야 한다는 것을 설명한다. 여기서 n^*는 $L(n;T)\ge c_2/c_{1j}$, $L(n-1;T)<c_2/c_{1j}$, 그리고 $L(n;T)$는 nonnegative를 만족하는 최소치에 의해서 구해

진다.

그러므로 시스템의 구간 $\min\in([0,T],[0,T_n])$에서 총기대비용은 T에서 교환할 때는 $C(t,k)$, T_n에서 교환할 때는 $C_1(n^*;T)+C_2(T_n)$ 이 된다.

4. 수치예

본 연구에서 제시한 보전모형에 대한 수치예를 보이기 위해 다음과 같은 각 유니트의 수명분포를 사용한다.

감마분포(gamma distribution)의 밀도함수가

$$f(t)=\lambda\exp(-\lambda t)(\lambda t)^{\alpha-1}/\Gamma(\alpha)$$

$$\alpha>0,\lambda>0,\ 0<t\le\infty$$

일때 중요유니트:$\alpha=2$, $\lambda=8$, 경유니트:$\alpha=2$, $\lambda=12$인 마감분포를 따르는 경우이다.

최적교환수명은 비용 $c_{10}=1$, $c=0.15$, $c_3=0.4$에 대하여 c_2를 10, 40, 90, 120, 160, 220, 260, 340으로 증가시켜 가면서 식 (3.11)을 만족하는 T를 구한다. 또한 T와 $c_2=10$, 40, 90, 120, 220, 260, 340에 대해 n을 1, 2, 3, $\cdots$으로 증가시켜 가면서 식 (3.17)를 만족하는 n을 구한다.

이 때의 각 k에 대한 최적교환주기 T, 그리고 T와 교환비용의 증가에 따른 최적수리회수 n은 TABLE 4.1과 같다.

TABLE 4.1 계산 결과

c	k	T	n*	L(n*;T)	L(n*-1;T)
10	2	1.13923	1	145.85214	0.00000
10	3	1.36729	1	181.3545	0.00000
40	2	2.27129	1	291.4725	0.00000
40	3	2.62113	1	277.3205	0.00000
90	2	3.33188	1	131.8313	0.00000
90	3	3.82898	2	131.8313	0.00000
120	2	3.81696	2	221.3757	54.07533
120	3	4.38449	3	235.0059	49.25864
160	2	4.37413	3	242.3209	50.84285
160	3	5.02379	4	161.6417	11.26933
220	2	5.08885	5	850.2856	16.50290
220	3	5.84514	6	334.8066	−5.57678
260	2	5.51070	6	1311.7580	−0.11512
260	3	6.33038	7	353.4500	−9.24026
340	2	6.26484	7	475.3129	−9.12020

5. 결 론

본 연구에서는 시스템을 구성하고 있는 유니트들의 특성과 고장형태를 고려하여 수리회수가 증가함에 따라 수리비용이 증가하는 경우에, 시점 kT,(k=1, 2, 3, $\cdots$)와 n번째 고장이 발생하는 시점 T_n 중, $T>T_n$이면 T_n에서 교환하고 $T<T_n$이면 T에서 교환하는 것이 최적교환방침임을 보였다. 수치예를 통해서 교환비용의 비율이 응급수리 비용에 비해 상대적으로 커짐에 따라 n의 회수가 증가하며, 일정 비율 이상이 되면 $T_n<T$이 되므로 T에서 교환해야 한다는 것이 증명되었다.

향후 연구과제로는 1) 각 유니트의 교환에 필요한 인도시간(lead time)을 고려한 경우, 2) 중요 유니트의 수리시간에 한계가 있을때 그 한계를 넘으면 교환하는 경우, 3) 교환할 유니트의 재고를 고려한 경우, 4) 수리 및 교환에 소요되는 비용에 대한 한계를 두고, 한계비용 내에서 교환하는 경우등이 있다.

참 고 문 헌

1. Barlow, R.E., Proschan, F., Mathematical Theory of Reliability, John Wiley and Sons, Inc., 1965.
2. Boland, P.J., Proschan, F., "Periodic Replacement with Increasing Minimal Repair Costs

at Failure," *Operations Research*, Vol. 30, No. 6, pp.1183－1189, November－December, 1982.

3. Nakagawa, T., "Modified Periodic Replacement with Minimal Repair at Failure," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. 30, No.2, June, 1981.

4. Nakagwa, T., Kowda, M., "Analysis of a System with Minimal Repair and Its Application to Replacement Policy," *European Jornal of Operations Research*, Vol. 12, pp. 176－182, 1983.

5. Yamada, S., Osaki, S., "Optmum Replacement Policies for A System Composed of Components," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R－30, No.3, August, 1981.