

## 수직단열판에 부착된 2개의 등온 사각비임에서의 자연대류 열전달에 관한 수치 해석

박재림 · 배대석\* · 권순석\*\*

부산전문대  
경남전문대학\*  
동아대학교 공과대학 기계공학과\*\*

## A Numerical Study on the Natural Convection from Two Isothermal Square Beams Attached to an Vertical Adiabatic Plate

Jae Lim Park · Dae Sok Bae\* · Sun Sok Kwon\*\*

Busan College  
Kyung Nam Junior College\*  
Dept. of Mechanical Engineering, College of Engineering, Dong-A University\*\*

### 요 약

장방형 발열체 주위에서의 열전달 현상을 고찰하기 위하여, 주위유체가 공기인 정상층류상태에서 수직단열판에 한변의 길이가 L인 2개의 등온 사각비임이 부착된 경우 사각비임으로부터의 전열특성을 상·하 비임사이의 간격( $0.5 \leq D/L \leq 3.0$ )과 Grashof 수를 변수로하여 수치해석 하였다. D/L가 증가함에 따라 하부비임의 하향면과 상부비임의 측면을 제외한 나머지 비임표면의 국소 Nusselt수는 증가 하였으며 최대전체평균 Nusselt수를 갖는 최적비임간격은  $D/L=2.6$ 에서 나타났다.

본 연구는 전자장비나 Computer 등에서 발생하는 열의 방열문제, 그리고 기관상의 Micro-chip 및 부품 등의 효율적인 배열에 관한 기초자료를 제시하는데 목적이 있다.

### ABSTRACT

A Steady laminar natural convection heat transfer from two isothermal square beams attached to a vertical adiabatic plate has been studied numerically.

The results have been obtained for dimensionless beam spacings,  $0.5 \leq D/L \leq 3.0$ , and for  $Gr=5000-10000$  at  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ .

1. The local Nusselt number from the beam surface is increased with the dimension-

less beam spacing  $D/L$ , but that of the downward surface of the lower beam is almost same as the  $D/L$  increases. And, the local Nusselt number from the upward surface of a lower beam is greatly increased with  $D/L$ .

2. The beam spacings of the maximum mean Nusselt number for the downward surface of an upper beam and the upward surface of a lower beam occur at  $D/L = 2.6$  and  $2.0$  respectively.

3. The beam spacing for the maximum total mean Nusselt number occurs at  $D/L = 2.6$ .

### NOMENCLATURE

$D$  : beam spacing  
 $g$  : accleration of gravity  
 $Gr$  : Grashof number,  $g \beta L^3(T_s - T_\infty) / \nu^2$   
 $h$  : heat transfer coefficient  
 $k$  : thermal conductivity of the fluid  
 $L$  : height(and width) of the beam  
 $Nu$  : local Nusselt number,  $hL/k$   
 $\overline{Nu}$  : mean Nusselt number  
 $Nu_T$  : total mean Nusselt number  
 $Pr$  : Prandtl number,  $\nu / \alpha$   
 $S$  : beam surface  
 $T$  : temperature  
 $u$  : x-velocity  
 $U$  : dimensionless x-velocity,  $u/u_\infty$   
 $v$  : y-velocity  
 $V$  : dimensionless y-velocity,  $v/u_\infty$   
 $\psi$  : stream function  
 $\Psi$  : dimensionless stream function,  $\psi/u_\infty L$   
 $\Phi$  : dimensionless temperature,  $(T - T_\infty) / (T_s - T_\infty)$   
 $\alpha$  : thermal diffusivity  
 $\beta$  : thermal expansion coefficient  
 $\nu$  : kinematic viscosity  
 $\omega$  : vorticity  
 $w$  : dimensionless vorticity,  $\omega L/u_\infty$

$2U$  : side surface of upper beam  
 $3U$  : upward surface of upper beam  
 $s$  : beam surface  
 $T$  : total  
 $\infty$  : ambient  
 $1$  : lower  
 $2$  : upper

### 1. 서 론

여러가지 형상을 갖는 발열체 주위에서의 자연대류 열전달에 관한 많은 연구<sup>1,2,3,4)</sup>가 수행되었으며 대부분이 핀에 의한 방열문제에 크게 집중되고 있다. 일반적으로 전자장비에서 발생하는 열의 방열 문제는 공기에 의한 자연대류 냉각방식이다.

특히, micro chip과 같은 장방형 발열체로 부터의 발열 현상은 전자산업의 발달로 chip의 소형화와 작동의 고속화로 인하여 매우 증가하고 있으며, 결과적으로 전자시스템의 냉각문제를 야기시킨다.

장방형 발열체 주위에서의 열전달현상은 가열된 수직평판과 수평평판이 조합된 형상 문제로 해석할 수 있으며, 두 평판이 결합된 직각 모서리에서의 유동은 수직 및 수평평판에서의 열상승류가 결합된 형태로 취급되어 연구되었다.

Yousef 등<sup>5)</sup>은 등온 상향 수평평판 그리고, Schulenberg<sup>6)</sup>는 등온 하향 수평평판으로 부터의 자연대류 열전달 연구에서 경계층문제에 대하여 각각 실험 및 수치해석 하였다.

Fujita 등<sup>7)</sup>은 수직 가열평판에 장방형 돌기가 부착된 경우 및 단이진 가열된 수직평판으로

### SUBSCRIPTS

1L : downward surface of lower beam  
 2L : side surface of lower beam  
 3L : upward surface of lower beam  
 1U : downward surface of upper beam

부터의 자연대류 열전달현상을 단의 폭과 장방형의 형상비를 변수로 하여 실험적으로 고찰하였으며 돌기주위의 박리현상과 장방형 돌기 상부에서의 vortex의 존재를 확인하였다.

Miyamoto 등<sup>8)</sup>은 가열된 수직 및 수평프리즘 주위에서의 자연대류 연구에서 프리즘의 두께 및 형상비를 변수로 하여 수치해석 하였으며, Chang 등<sup>9)</sup>은 두개의 등온 사각실린더에서의 자연대류 현상을 Rayleigh수와 실린더사이의 거리를 변수로 하여 연구하였다.

본 연구에서는 수직단열판에 2개의 등온 사각비임이 부착된 경우, 비임으로 부터의 자연대류 열전달현상을 여러가지 무차원 비임간격과 Grashof수를 변수로 하여 수치해석 하였다.

## 2. 이론해석

### 2.1 지배방정식 및 경계조건

수직단열판에 부착된 2개의 등온 사각비임의 도식적 형상과 좌표계는 Fig.1과 같다. 수직단열판은 반 무한평판이며 비임의 한변의 길이를 L로 하고 상·하 비임의 표면온도를 동일하게 무차원온도  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ 으로 하였다. 그리고, 하부비임 (Lower Beam) 과 상부비임 (Upper Beam)의 간격을 D로 하여 무차원 비임간격 (D/L)을 변화시켰다. 유체는 Boussinesq Approximation을 따른다고 가정하였다.

이상의 가정을 도입하여 2차원 비압축성, 층류 자연대류에 대하여 유동함수( $\Psi$ : Stream function)와 와도(W:Vorticity)를 이용하여 무차원 방정식으로 정리하면 다음과 같다.

$$W = -\nabla^2 \Psi \quad (1)$$

$$\nabla^2 W = \frac{1}{Pr} \left( U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} \right) + Gr Pr \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (2)$$

$$\nabla^2 \Phi = U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (3)$$

여기서,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}, \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

식(1)은 유동함수와 와도의 관계, 식(2)는 와도수송방정식(vorticity transport equation), 그리고 식(3)은 에너지방정식이다.

무차원 지배방정식 (1), (2) 및 (3)에 대한 해를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

1) 단열평판표면 :

$$U=V=\Psi = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (4)$$

2) 비상상·하향면 :

$$U=V=\Psi = 0, \quad \Phi = 1, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (5)$$

3) 비임측면 :

$$U=V=\Psi = 0, \quad \Phi = 1, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \quad (6)$$

4) 유입부 :

$$V = \Phi = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (7)$$

5) 유출부 :

$$V = \frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0, \quad W = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (8)$$

### 2.2 수치해석

수치해석을 하기 위한 격자망은 Fig.1과 같이 수직방향에 대하여 72개 수평방향에 대하여 27개로 분할하였다. 본 해석에서는 식(1)~(3)과 경계조건 (4)~(8)을 유한차분법을 이용하여 유한차분방정식으로 만들었다. 대부분의 해는 중심차분법(Central Difference Method)을 사용하였으며 계산의 안정성을 위하여 Hybrid Scheme도 사용하였다. 그리고 수치해석은 유동함수와 온도에 대하여는 Successive Over Relaxation 방법을, 와도에 대하여는 Successive Under Relaxation 방법을 사용하였으며 수렴기준은 다음과 같다.

$$\text{Max} | (B^m - B^{m-1}) / B^m | \leq 10^{-3} \quad (9)$$

여기서, B는 유동함수 또는 온도를 나타내며 m은 반복회수를 나타낸다.

한개의 해를 구하는데 소요시간은 32bit PC를 사용하여 1.5시간 정도였다. 수치해석 하여

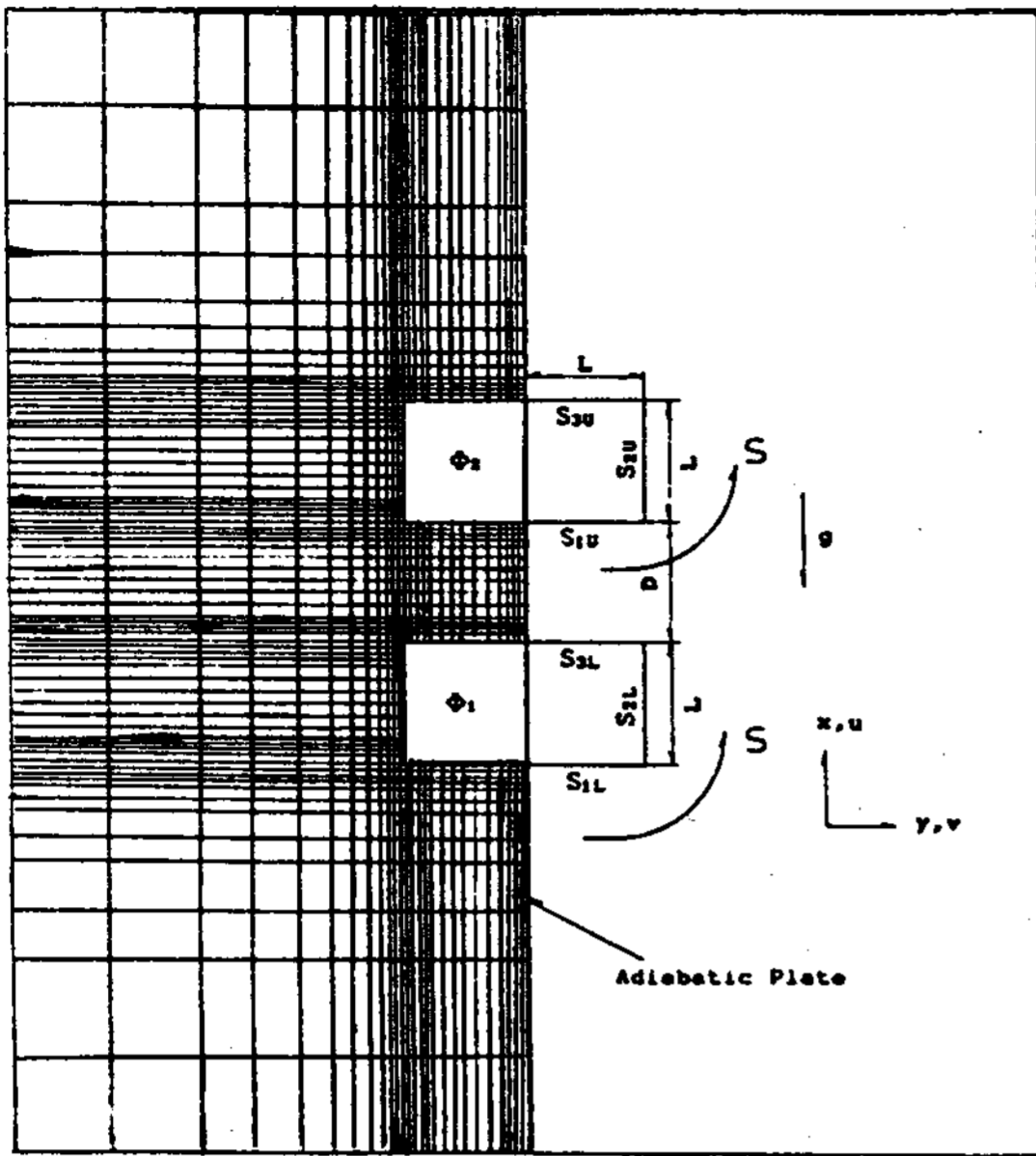


Fig.1 Schematic diagram of the geometry

구한 해는 다음 식들에 의하여 Nusselt수를 계산하는데 사용하였다.

1) 비임표면 국소Nusselt수 :

$$Nu = -\frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Y=0}, \quad Nu = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \Big|_{X=0}$$

2) 평균Nusselt수 :

$$Nu = 1/S \int Nu \, ds$$

### 3. 결과 및 고찰

본 연구는  $Gr=5000-10000$ ,  $Pr=0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ 에서 무차원 비임간격  $0.5 < D/L < 3.0$ 인 경우에 대하여 수치해석 하였다.

Fig.2는  $Gr=5000$ ,  $Pr=0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ 에서 무차원 비임간격  $D/L=0.5, 1.0, 2.0$  및  $3.0$ 에 대한 등온선과 유선을 나타낸 것이다.  $D/L$ 가 증가할수록 상부비임 측면( $S_{2U}^*$ )의 등온선이 느슨해 지는데 이는  $D/L$ 가 증가할수록 상·하 비임사이로 유체유입이 증가하여 가열된 상승류의 plume interaction이 증가하기 때문이다. 그리고 상하비임 상향면( $S_{3U}$ ,  $S_{3L}$ ) 위에서 vortex가 존재하며, 상·하 비임의 각 모서리 부분에서의 상승류의 상호작용에 의하여 등온선이 안쪽으로 당겨지는데 이는 열전달의 증

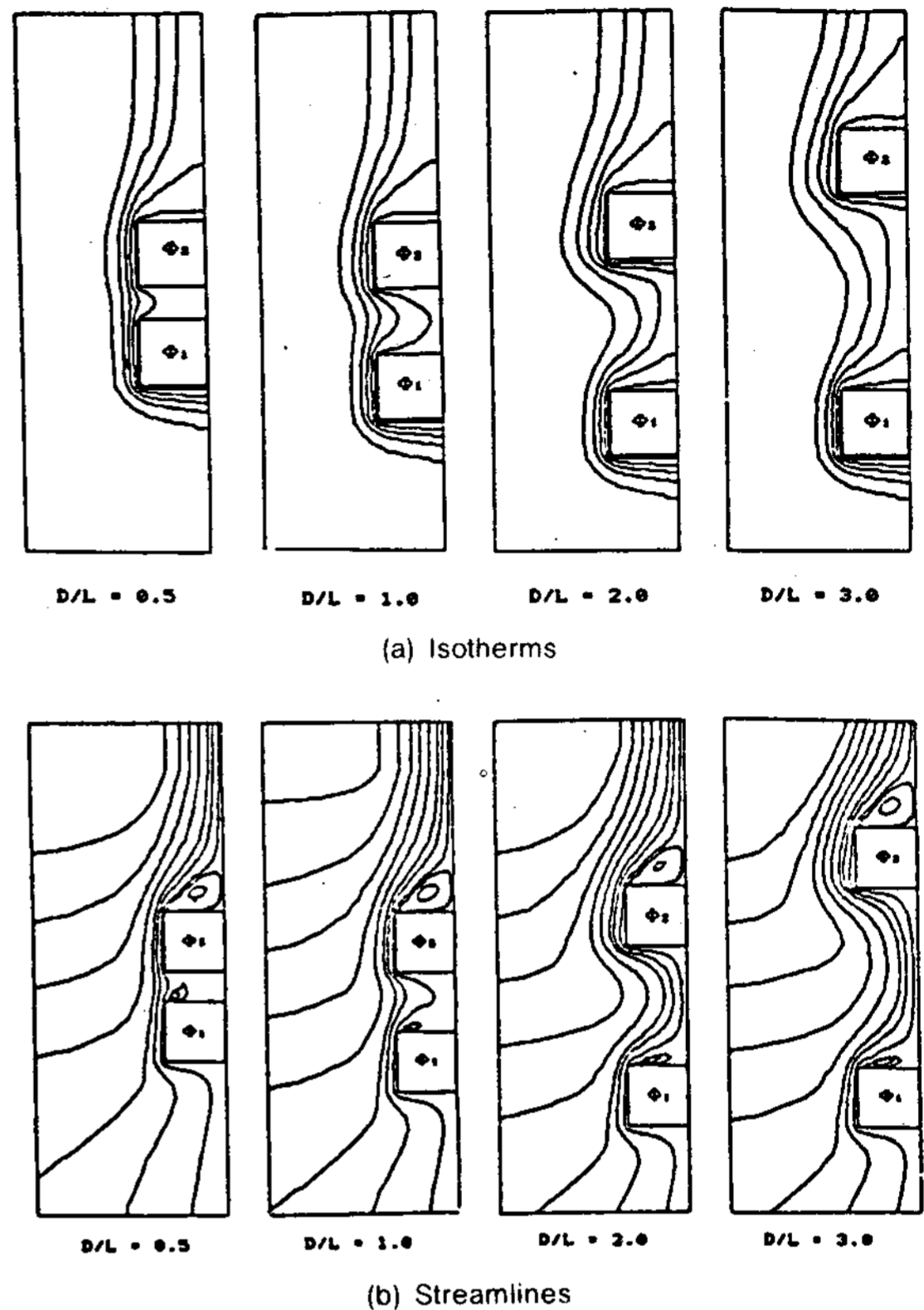


Fig.2 The isotherms and streamlines of various beam spacings at  $Pr=0.71$ ,  $Gr=5000$

가를 나타낸다.

Fig.3은  $Pr=0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ ,  $Gr=5000$  및  $10000$ 일때 무차원 비임간격  $D/L=0.5$ 인 경우, Fig.4는  $D/L=1.0$ , Fig.5는  $D/L=2.0$ , 그리고 Fig.6은  $D/L=3.0$ 인 경우 무차원 비임표면 거리에 대한 국소 Nusselt수 분포이며, Fig.7은  $Gr=5000$ 에서 여러가지 무차원 비임간격에 대한 국소 Nusselt수 분포를 나타낸 것이다. 무차원 비임간격  $D/L$ 가 증가할 수록 하부비임의 하향면( $S_{1L}$ )을 제외한 나머지 비임표면에서의 국소 Nusselt수는 증가하며 상부비임의 하향면( $S_{1U}$ )에서의 국소Nusselt수 분포는 매우 크게 증가하고 있는데 이는 비임간격이 증가할 수록 하부비임으로부터의 열상승류의 영향을 받아 대류 유동이 촉진되어 열전달을 증가시키기 때문이다.

Fig.8은  $Gr=5000$ ,  $Pr=0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ 일 때 여러가지 무차원 비임간격에 대한 상·하

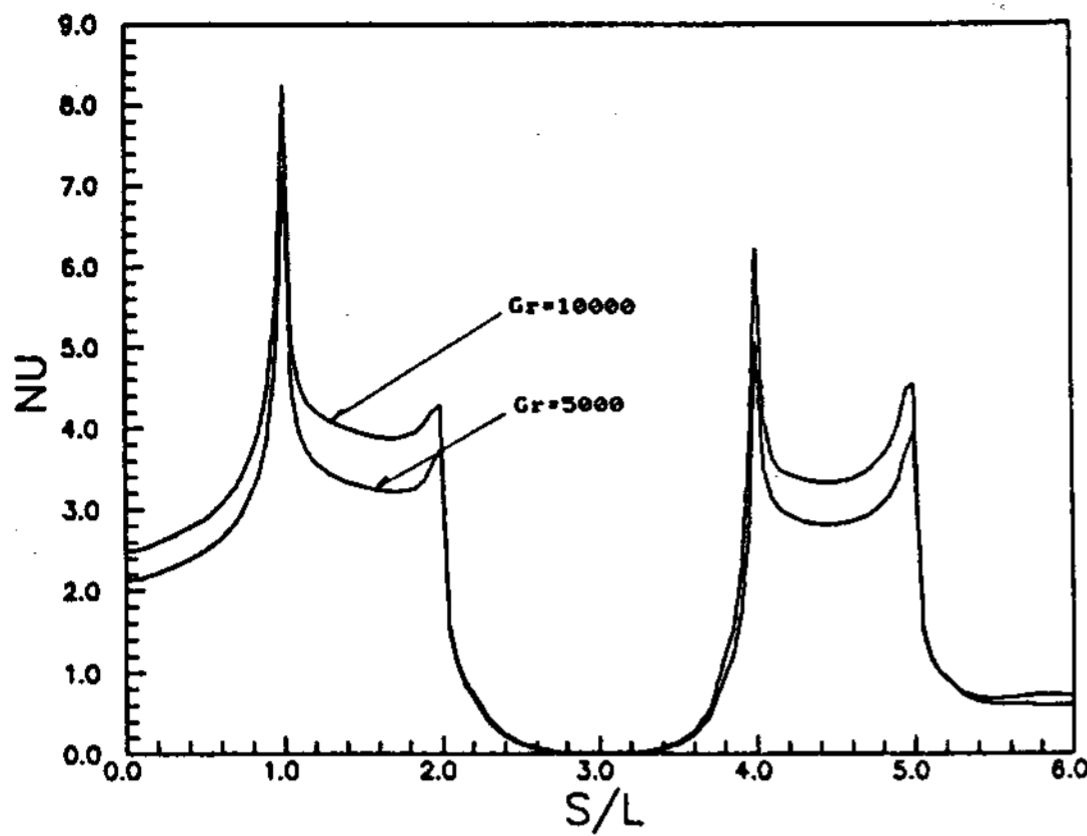


Fig.3 Local Nusselt number distributions from the heated beam surface at  $Pr=0.71$ ,  $DL=0.5$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$

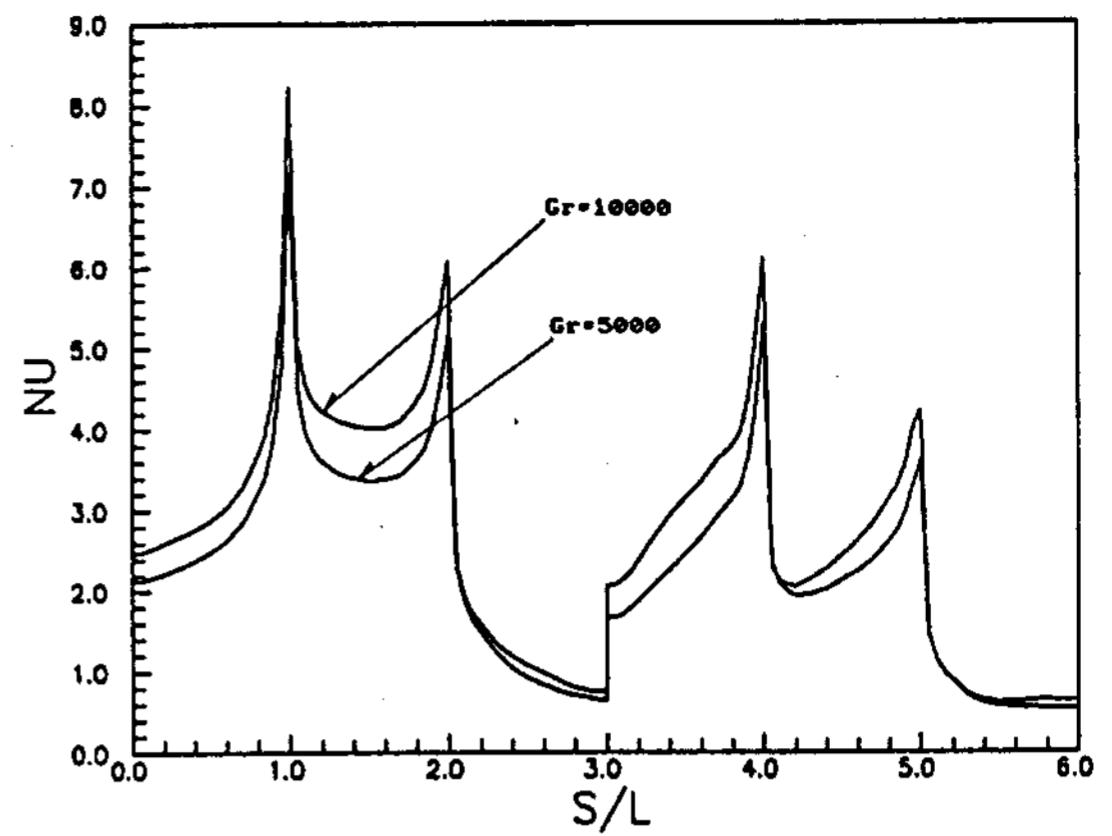


Fig.6 Local Nusselt number distributions from the heated beam surface at  $Pr=0.71$ ,  $DL=3.0$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$

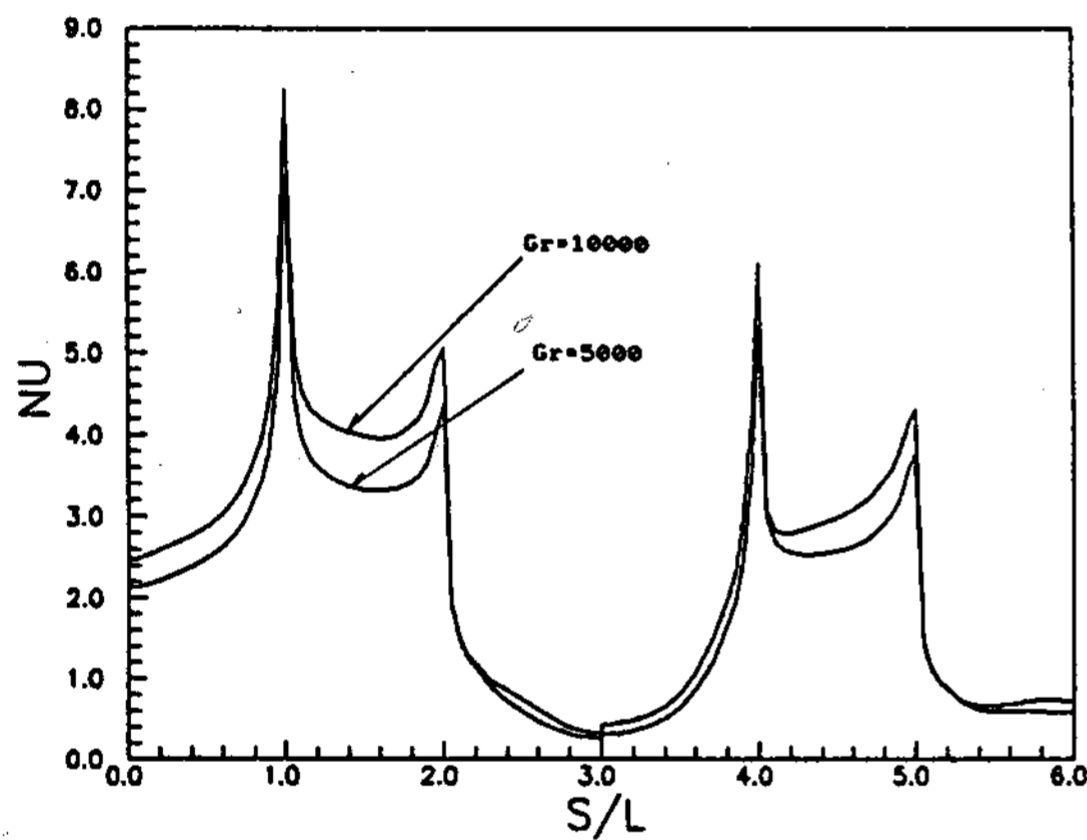


Fig.4 Local Nusselt number distributions from the heated beam surface at  $Pr=0.71$ ,  $DL=1.0$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$

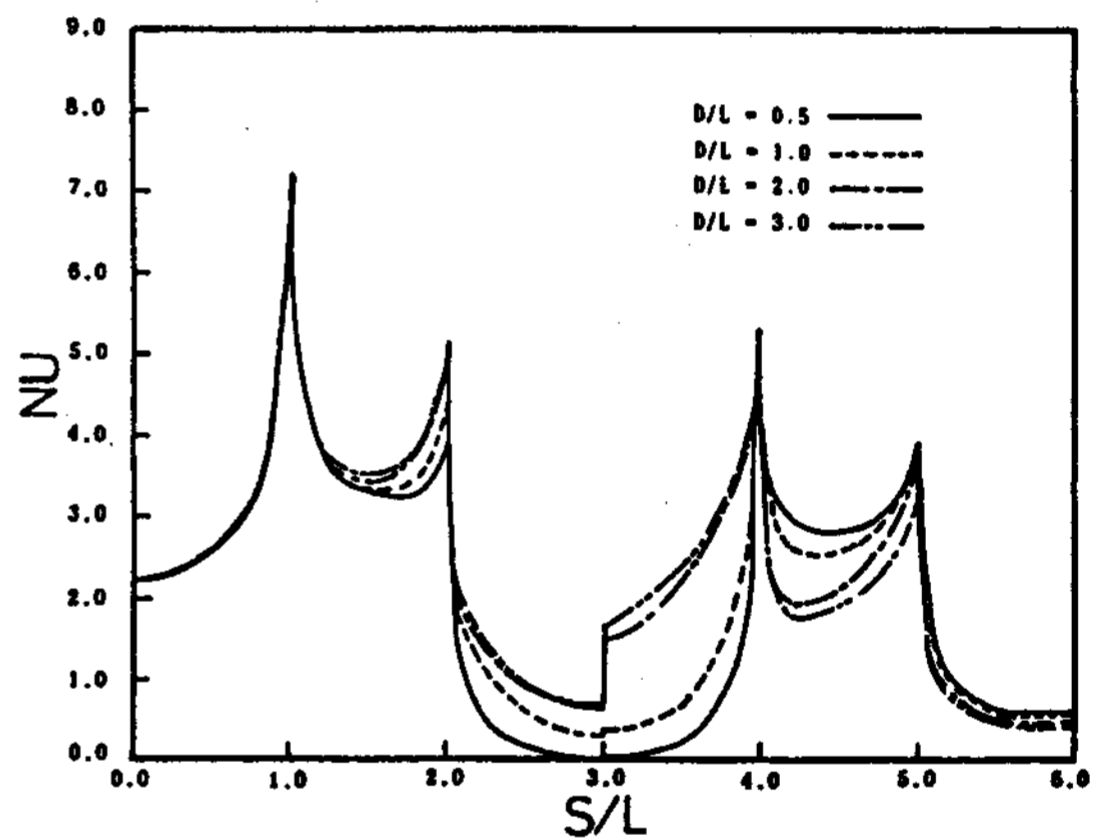


Fig.7 Local Nusselt number distributions from the heated beam surface at  $Pr=0.71$ ,  $Gr=5000$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$

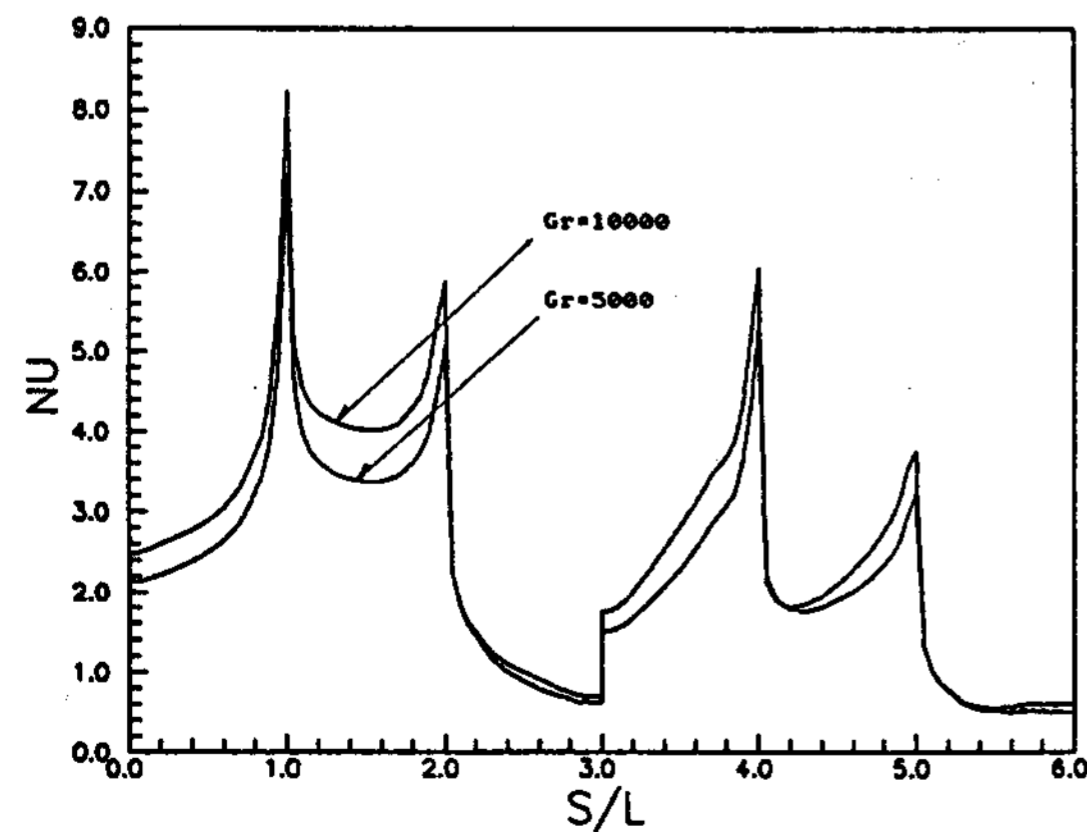


Fig.5 Local Nusselt number distributions from the heated beam surface at  $Pr=0.71$ ,  $DL=2.0$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$

비임의 하향면( $S_{1L}$ ,  $S_{1U}$ )에서의 평균 Nusselt수 분포를 각각 나타낸다.

하부비임의 하향면의 평균 Nusselt수는 거의 일정한 분포를 나타내며 상부비임의 하향면인 경우,  $D/L < 1.5$ 에서는 급격히 증가하며  $D/L = 2.6$  이상에서는 거의 일정한 분포를 나타내는데 이는 비임간격이 증가할 수록 하부비임으로부터 가열된 열상승류의 영향이 감소하기 때문이다.

Fig.9는 Fig.8과 동일한 조건에서 상·하 비임의 측면( $S_{2L}$ ,  $S_{2U}$ )에서의 평균 Nusselt수를 나타낸다. 하부비임의 경우  $D/L = 1.5$ 까지 미소하게 증가하나 거의 일정한 값을 나타내며 상

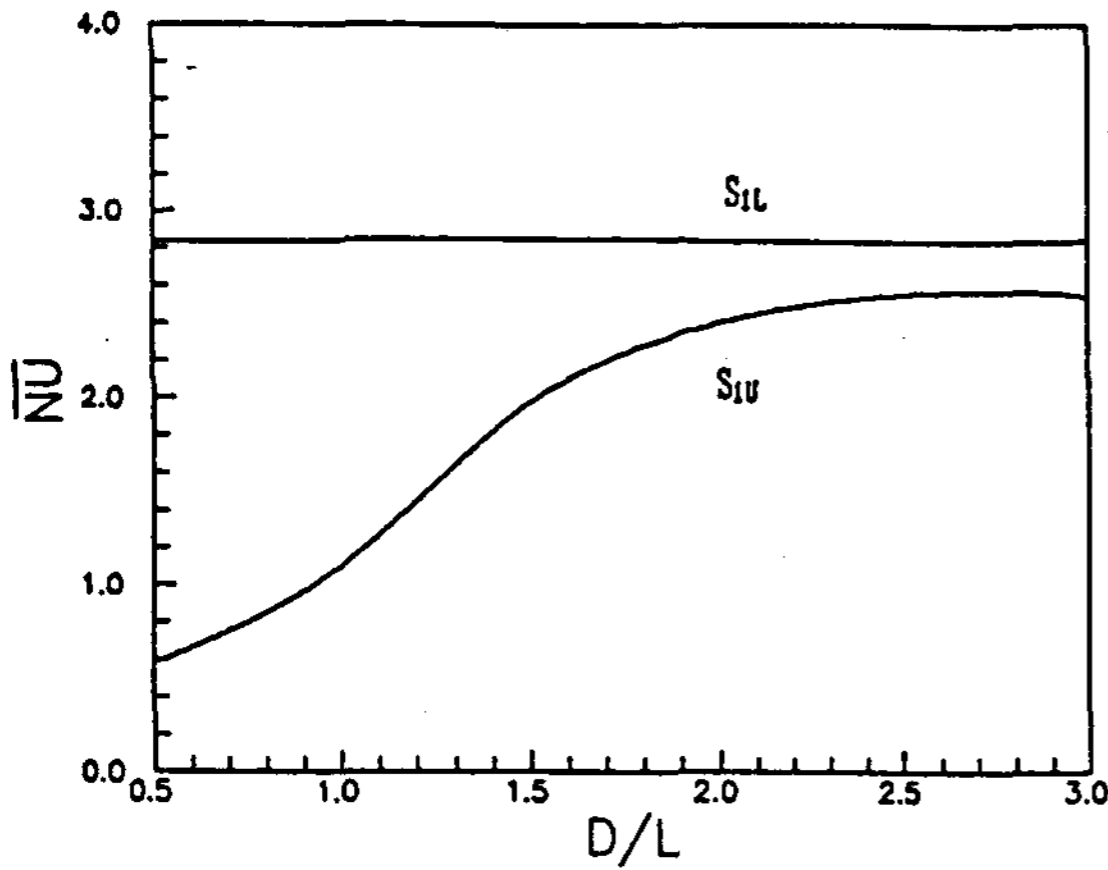


Fig.8 Mean Nusselt number distributions from the heated beam surface  $S_{1L}$  &  $S_{1U}$  at  $Pr = 0.71$ ,  $Gr = 5000$ ,  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$

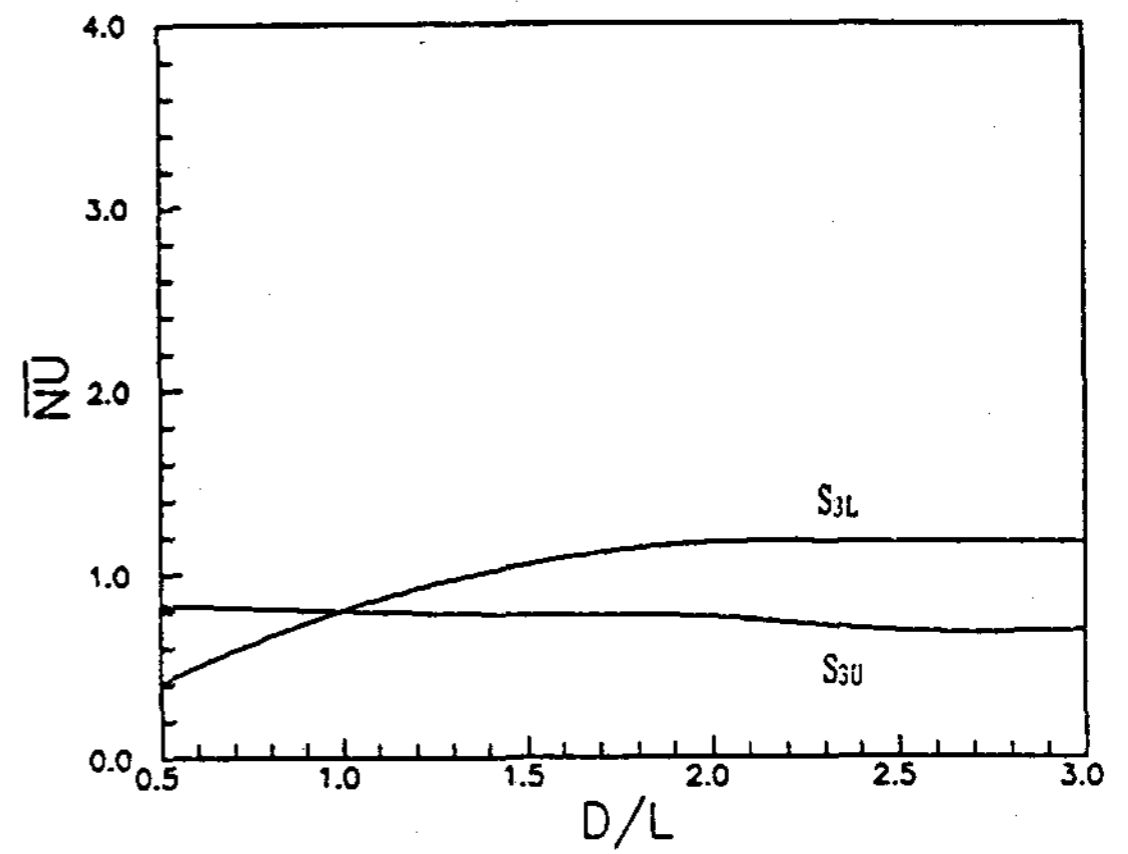


Fig.10 Mean Nusselt number distributions from the heated beam surface  $S_{3L}$  &  $S_{3U}$  at  $Pr = 0.71$ ,  $Gr = 5000$ ,  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$

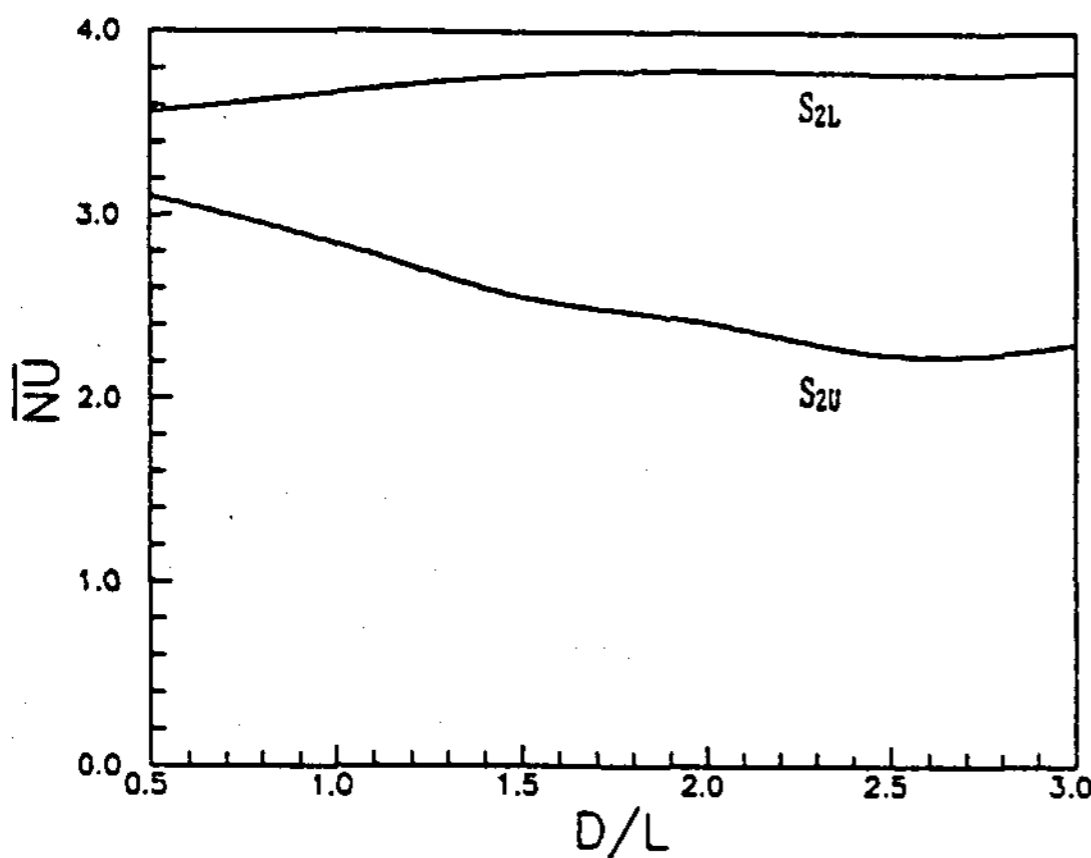


Fig.9 Mean Nusselt number distributions from the heated beam surface  $S_{2L}$  &  $S_{2U}$  at  $Pr = 0.71$ ,  $Gr = 5000$ ,  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$

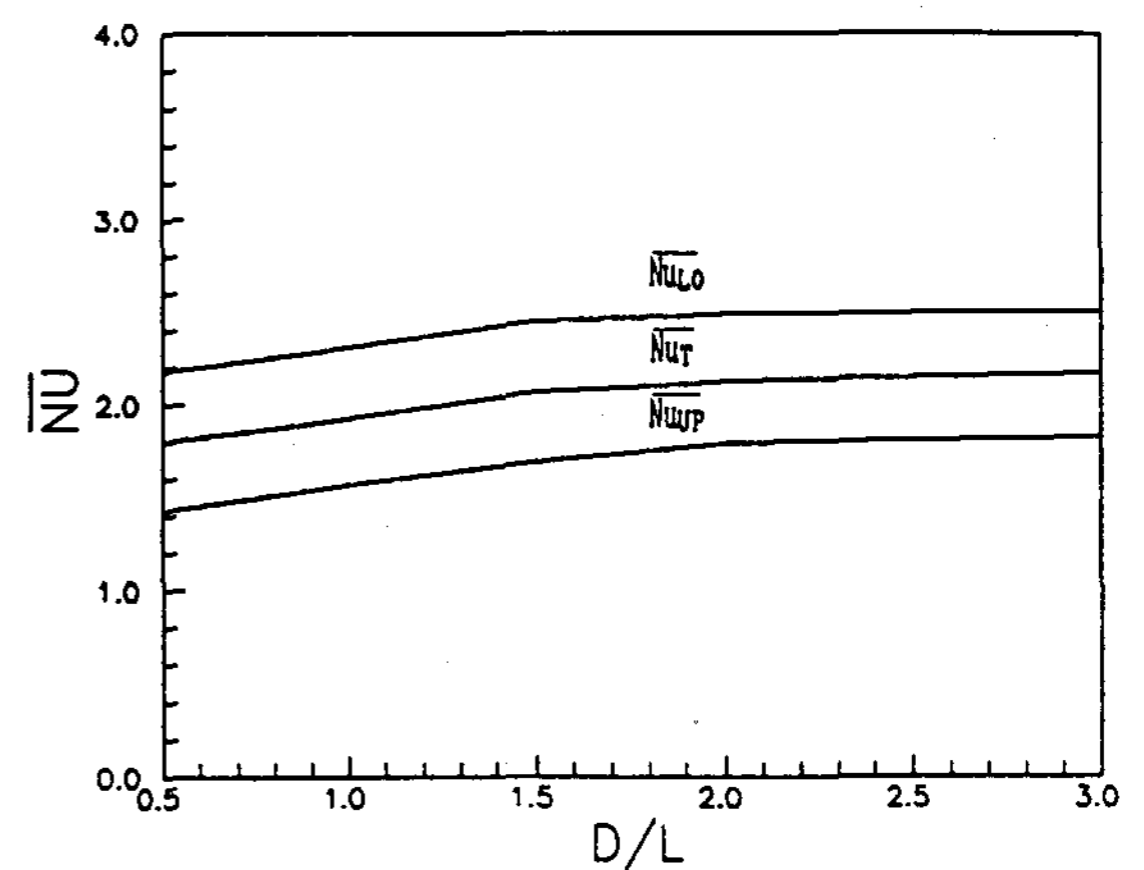


Fig.11 Total mean Nusselt number distributions for upper and lower beam at  $Pr = 0.71$ ,  $Gr = 5000$ ,  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$

부비임의 경우는  $D/L = 2.0$ 까지 점차 하락하다가  $D/L = 2.6$  이상에서는 거의 일정한 분포를 나타낸다.

Fig.10은 Fig.8과 동일한 조건하에서 상·하 비임의 상향면( $S_{3L}$ ,  $S_{3U}$ )에서의 평균 Nusselt수 분포를 나타내고 있다. 하부 비임인 경우는  $D/L = 2.6$ 까지 다소증가하다. 그 이후 거의 일정한 분포를 나타내는데, 이는 비임 사이의 유동의 정체현상이 점차 감소하여 상부면의 열전달을 다소 촉진 시키기 때문이다. 상부비임의 상향표면의 경우는 비임간격이 증가함에 따라 미소하게 감소하다 거의 일정한 분포를 나타낸다.

다. Fig.11은  $Gr = 5000$ ,  $Pr = 0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$  일때 여러가지 무차원 비임간격에 대한 상·하 비임의 평균 Nusselt수 및 전체평균 Nusselt수 분포를 나타낸다. 전체평균 Nusselt수는  $D/L = 1.5$ 까지 다소 증가하다가  $D/L = 2.6$ 까지 미소하게 증가하며 그 이후 거의 일정한 분포를 나타내는데 이는 비임 간격이 증가함에 따라 상·하 비임사이에 유체유입이 증가해 열전달을 촉진시키기 때문이다.

그리고 Fig.8,9 및 10에 나타난 바와같이  $S_{2L}$ 면,  $S_{2U}$ 면,  $S_{3U}$ 면에서의 평균 Nusselt수 분포는 거의 일정하나  $S_{3L}$ 면의 경우는  $D/L = 2.0$ 이상

부터 거의 일정한 최대값을 가지고  $S_{1U}$ 면의 경우는  $D/L=2.6$  이상에서 최대값을 가지기 때문에 전체 최대평균 Nusselt수를 갖는 최적 비임 간격은  $D/L=2.6$ 에서 나타났다.

#### 4. 결 론

수직단열판에 두개의 등온 사각비임이 부착된 경우의 자연대류 열전달에 대하여  $Gr=5000-10000$ ,  $Pr=0.71$ ,  $\Phi_2/\Phi_1=1.0$ ,  $0.5 \leq D/L \leq 3.0$ 의 범위에서 수치해석 한 결과는 다음과 같다.

1. 하부비임의 하향면( $S_{1L}$ )과 상부비임의 측면( $S_{2U}$ )을 제외한 나머지 비임표면의 국소 Nusselt수는  $D/L$ 가 증가함에 따라 증가하며 상부비임의 하향면의 증가폭이 가장 크게 나타났다.

2. 최대평균 Nusselt수를 갖는 최적비임간격은 상부비임의 하향면인 경우  $D/L=2.6$ 에서, 하부비임의 상향면인 경우  $D/L=2.0$ 에서 나타났다.

3. 최대전체평균 Nusselt수를 갖는 최적비임 간격은  $D/L=2.6$ 에서 나타났다.

#### 참고문헌

1. C.D. Jones & L.F. Smith, "Optimum Arrangement of Rectangular Fins on Horizontal Surfaces for Free Convection Heat Transfer", ASME J. of Heat Transfer, Vol.92, pp.6-10, 1970.
2. T. Aihara, "Natural convection Heat Transfer from Vertical Rectangular Fin Arrays, part 3, Heat Transfer from Fin Flats", Bull. JSME, Vol.13, No.64, pp.1192-1200,

- 1970,
3. T.H. Kuehn, S.S. Kwon and A.K. Tolpadi, "Similarity Solution for Conjugate Natural Convection Heat Transfer from a Long Vertical Plate Fin," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.26, No.11, pp.1718-1721, 1983,
4. R. Yang & L.S. Yao, "Natural Convection along a Finite Vertical Plate," ASME J. of heat Transfer, Vol.109, pp.413-418, 1987.
5. W.W. Yousef, J.D. Tarasuk and W.J. Mckeen, "Free Convection Heat Transfer from Upward Facing Isothermal Horizontal Surfaces," J. of Heat Transfer, Vol.104, pp.493-500, 1982.
6. T. Schulenberg, "Natural Convection Heat Transfer Below Downward Facing Horizontal Surfaces," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.28, No.2, pp.467-477, 1985.
7. 坪内爲雄, 藤田尚毅, 渡邊撤, "ステップおよび突起からの はく離をともなる自然對流熱傳達" 日本機械學會論文集(B編), 46卷409號, pp.1742-1949, 1980.
8. M. Miyamoto, Y. Katoh, J. Kurihara and K. Yamashita, "Free Convection Heat Transfer from Vertical and Horizontal Short Plates," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.28, pp.1733-1745, 1985.
9. K.S. Chang, S.K. Park and C.E. Park, "Laminar Natural Convection From Two Interacting Horizontally Parallel Square Cylinders," KSME Proceedings, pp.117-121, 1990.

In the heat retrieving process, the governing factor for the solidifying rate is the cooling temperature, because most of the liquid sensible heat is rapidly discharged in the initial stage of solidification. Hence heat transfer mechanism during heat retrieving process can be safely considered as conduction. In the cut of frozen paraffin, there showed an empty space in the upper region. It is caused by the temperature drop in the liquid paraffin. While volume shrinkage caused by phase transition was indiscernible.

Irrespective of cooling temperature and initial liquid temperature, solidified mass was well-correlated with the product of Fourier number and Stefan number in the solid phase.

## **A Numerical Study on the Natural Convection from Two Isothermal Square Beams Attached to an Vertical Adiabatic Plate**

**Jae Lim Park · Dae Sok Bae\* · Sun Sok Kwon\*\***

Busan College

Kyung Nam Junior College\*

Dept. of Mechanical Engineering, College of Engineering, Dong-A University\*\*

### **ABSTRACT**

A Steady laminar natural convection heat transfer from two isothermal square beams attached to a vertical adiabatic plate has been studied numerically.

The results have been obtained for dimensionless beam spacings,  $0.5 \leq D/L \leq 3.0$ , and for  $Gr = 5000 - 10000$  at  $\Phi_2/\Phi_1 = 1.0$ .

1. The local Nusselt number from the beam surface is increased with the dimensionless beam spacing  $D/L$ , but that of the downward surface of the lower beam is almost same as the  $D/L$  increases. And, the local Nusselt number from the upward surface of a lower beam is greatly increased with  $D/L$ .

2. The beam spacings of the maximum mean Nusselt number for the downward surface of an upper beam and the upward surface of a lower beam occur at  $D/L = 2.6$  and  $2.0$  respectively.

3. The beam spacing for the maximum total mean Nusselt number occurs at  $D/L = 2.6$ .

## **A Preliminary Study on the Solar-Hydrogen System Utilizing Photoanodic $TiO_2$ Semiconductor Electrode**

**Tai Kyu Lee · Suh Hyun Cho · Duk ki Jo · Young Hi Chea**

New and Renewable Energy Research Center, Applied Solar Energy Lab.

Korea Institute of Energy and Resources

### **ABSTRACT**

Electrochemical reaction utilizing the semiconducting photoanodes can be applied to the photoelectrolysis of water to produce hydrogen. In this preliminary experiment,  $TiO_2$  photoanodes were pre-