

蛇行河川の 横方向 河床傾斜의 豫測模型

A Prediction Model of Transverse Bed Slope in Meandering Rivers

홍창선* · 정용태**

Hong, Chang Sun · Chung, Yong Tai

Abstract

An interesting property of meandering river patterns is that they slowly deform, as bank erosion on one side of a channel and deposition on the other side result in the location of the channel. In this study we used a sine-generated meander pattern proposed by Langbein and Leopold(1966) to develop a solution of a linear, second-order differential equation of transverse bed slope (bed topography) proposed by Odgaard(1986). A new model for transverse bed slope (bed topography), that accounts for the phase lag and the influence of the width to depth aspect ratio, was developed in this study and compared with results of field measurements.

요 지

사행하천형의 특성은 유로의 한쪽제방을 침식시키고, 다른 쪽은 퇴적을 일으키므로써 유로위치에 따라 천천히 형성되는데, 본 연구에서는 Odgaard(1986)가 제안한 횡방향 하상경사에 관한 선형 2차 미분방정식에 Langbein & Leopold(1966)가 제안한 sine-generated curve를 도입하므로써 위상차 및 폭-수심비의 영향을 고려한 새로운 하상형을 제시하고, 금강유역에 위치한 청원과 연기지역을 대상으로 하상변동조사보고서의 자료를 이용하여 비교분석한 결과 실측치와 잘 일치하였다.

1. 서 론

사행하천형의 특성은 유로의 한쪽제방을 침식시키고, 다른쪽은 퇴적을 일으키므로써 유로위치에 따라 천천히 형성되는데 하천지형에 관한 연구는 하천공학에서 뿐만 아니라 지리학, 지질학, 지구물리학 등 여러 분야에서 다루게 된다. 가장 오랜 역사를 갖은 regime 이론은 안정유로형상에 관한 경험공식이라고도 하며, 이는 인도, 이집트 등의 관

개수로, 운하설계에 관여했던 하천공학자들의 연구 결과에 의한 것이다. 최근 하천형상에 관한 연구는 3가지 유형으로 분류된다. 첫째는 개별 사행파장이나 진폭에 의한 것으로 어느 정도 긴 유로구간을 전체로 해서 시계열이론을 이용하므로써 그 특성을 밝히는 것이고, 둘째는 확률모델론적 연구로써 무작위일(random work)의 응용에 의하여 최빈입자통과경로를 찾아내는 것으로 Langbein & Leopold(1966)에 의한 sine-generated curve의 유도가 대표적인 예이다. 셋째로는 역학적인 연구로써 흐름의 방정식, 유사 방정식 및 유로의 미분기하학적 관계식 등을 이용

* 정희원 · 대림전문대학 토목과 부교수

** 정희원 · 대림전문대학 토목과 강사

해서 사행하천의 현상을 파악하기 위해 평균수심방정식으로 변환한 Engelund(1974), Kalkwijk & de Vriend(1980), Ikeda, Parker & Sawai(1981) 등의 연구와 운동량 모멘트방정식으로 전환한 Zimmermann & Kennedy(1978), Kitanidis & Kennedy(1984) 등의 연구가 있다. 또한 하상형태를 예측하는 모형으로써는 첫째 흐름방향속도의 변동량은 무시되고 평균수심 흐름방향속도의 방향과 토사의 이동 방향은 하천축에 평행하다고 가정하므로써 Kikawa, Ikeda & Kitagawa(1976), Odgaard(1981), Nakato, Kennedy & Vadnal(1983) 등에 의해 개발된 곡률반경이 크고 하폭이 넓은 만곡부에서의 횡방향 하상경사를 예측하는 모형과 두번째는 흐름방향속도의 천이(streamwise velocity transition)에 따른 흐름과 토사이동의 재분포를 고려하는 모형으로 Rozovskii(1961)에 의해 개발된 이후 Engelund(1974), Struiksmas(1985) 등이 연구하였다.

한편 횡방향 하상경사는 하상표면에 횡방향으로 움직이는 토입자에 대해 평형조건으로부터 구할 수 있는데 원심저항은 횡단면적에 대한 1차(primary) 유속의 부등분포와 유로곡률에 관계되고, 마찰저항은 횡단면 주변의 경계응력의 측면성분과 관계된다. 사행유로에서 원심저항은 하류방향에 마찰저항의 합과 운동량모멘트의 변화율간에 평형을 이룬다.

국내에서 사행하천에 관한 연구는 고(1975), 송(1981), 윤(1990), 차(1991) 등이 연구한 바 있다.

본 연구에 있어서는 Odgaard(1986)가 제안한 횡방향 하상경사에 관한 선형 2차 미분방정식에 Langbein & Leopold(1966)에 의한 sine-generated curve를 도입하므로써 위상차 및 폭-수심비의 영향을 고려한 새로운 하상형을 제시하여 금강유역에 위치한 청원과 연기지역을 대상하천으로 건설부의 하상 변동조사보고서(1983)의 자료를 이용하여 실측치와 비교검증하였다.

2. 기본이론

2.1 좌표계 및 유로곡률

사행하천의 평면형은 그림 1에서 보는 바와 같이 유로중심선의 위치(position)에 의해 정의되며, 유로중심선의 위치는 직교좌표계를 사용하여 구해보면 다음과 같다.

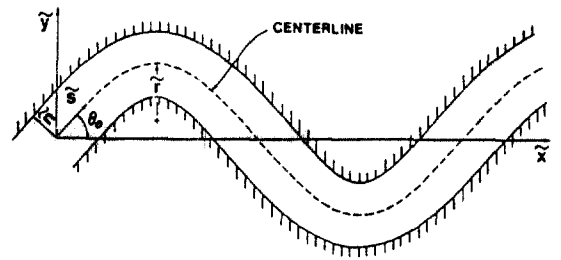


그림 1. 사행유로의 평면형

$$\tan(\theta) = \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} \quad (1a)$$

$$d\bar{s}^2 = d\bar{x}^2 + d\bar{y}^2 \quad (1b)$$

사행하천에서 흐름장의 특성형은 유로만곡의 정도에 따라 다르게 되는데, 이때 유로곡률은 곡률반경으로 보다 쉽게 표현되지만 곡률반경은 유로직선부에 따라 유로방향의 전환점 부근에서 무한대가되므로 해석시 좋은 인자가 될 수 없다. 따라서 유로곡률은 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{C} = \frac{d\theta}{d\bar{s}} \quad (2)$$

한편 유로중심선길이에 대한 하류방향길이(down-valley length)의 비인 굴곡도(sinuosity, S)는 다음과 같다.

$$S = \frac{L_0}{L} \quad (3)$$

여기서, L_0 : 하류방향경사(downvalley slope), L : 유로경사(downchannel slope)이다.

2.2 평면형의 결정

사행하천의 평면형은 그림 2에서 볼 수 있는 것처럼 항공사진이나 지형도로부터 유로중심선을 취한 방법과 흐름의 주류선 혹은 최심선을 취한 방법이 있다(長谷川, 1983). 본 연구에서는 전자의 방법을 이용하였으며, 이때 θ - \bar{s} 좌표계로 변환하기 위하여 식 (1a)와 (1b)를 이용한다.

첫째단계는 식 (1a)를 이용해서 θ 를 결정하는 것인데, i 점에서 θ 를 산정하기 위하여 \bar{x} 에 대한 \bar{y} 가

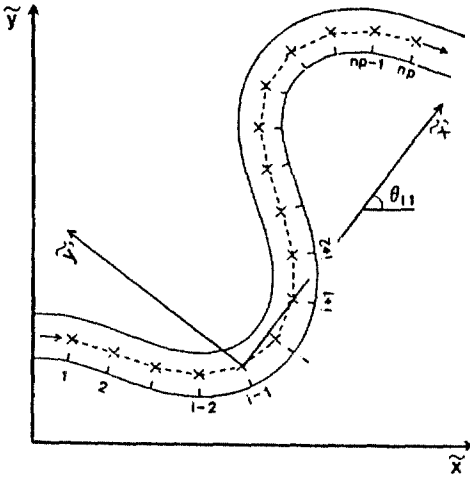


그림 2. 방향각의 정의

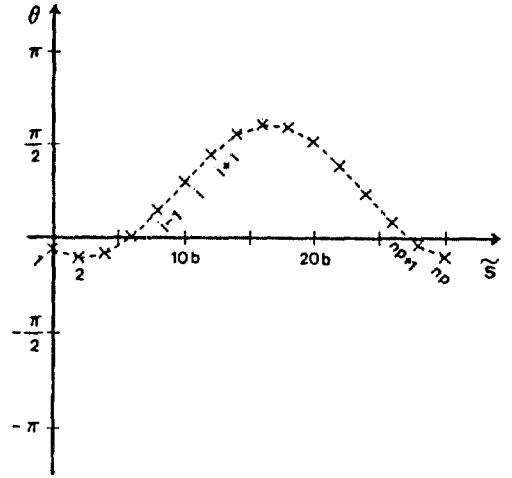


그림 3. 곡선좌표계

결정되어야 한다. 이것은 i 점과 그것의 부근점을 지나는 보간법함수를 이용한다. 각 점에서 θ 가 결정되면 다음은 1점에서 \tilde{s} 값이 0이라 가정하여 식 (1b)를 이용하여 \tilde{s} 를 결정한다. 이를 곡선 좌표계로 나타낸 결과 그림 3과 같으며, 다음으로 식 (2)를 이용하여 유로곡률을 결정한다.

2.3 하상형의 결정

사행하천의 하상형은 그림 4에서 보는 바와 같이 하상면을 가로질러 움직이는 토입자에 대한 평형원리를 이용한 Engelund(1974), Kikkawa, Ikeda & Kitagawa(1976) 등의 이론적 연구를 Parker & Andrews(1985)에 의해 다음과 같은 일반식으로 표현하였다.

$$S_i = \frac{\mu}{1 + \mu r} \sqrt{\frac{\bar{\tau}_*}{\bar{\tau}_{*c}}} \left(\tan(\delta) - \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_s} \right) \quad (4)$$

- 여기서 S_i : Coulomb 마찰의 동역학적 계수
 μ : 흐름방향과 하상부근 유속벡터의 방향과 이루는 각
 r : 양력계수대 항력계수비
 $\bar{\tau}_*$: 하상전단응력
 $\bar{\tau}_{*c}$: 초기입자운동에 필요한 극한전단응력
 \bar{q}_n : 단위폭당 유사량의 측면방향성분
 \bar{q}_s : 단위폭당 유사량의 하류방향성분이다.

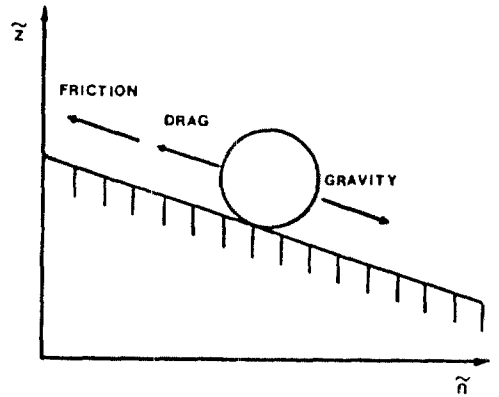


그림 4. 하상토입자에 작용하는 힘

하상부근 유속벡터를 이용하여 식 (4)는 다음과 같은 관계식으로 표현될 수 있다(Zimmermann & Kennedy, 1978; Odgaard, 1986).

$$S_i = \frac{a_s}{a_p} \left(\frac{\mu}{1 + \mu r} \right) \sqrt{\frac{\bar{t}_*}{\bar{t}_{*c}}} \quad (5)$$

여기서, a_p , a_s 는 각각 하상부근유속벡터의 1, 2차성분이며, 위의 유속벡터를 이용한 Engelund(1974), Kikkawa, Ikeda & Kitagawa(1976), Zimmermann & Kennedy(1978) 등에 의한 연구결과 다음 식과 같다.

$$\frac{dh}{dn} = -S_i \frac{h}{H} \quad (6a)$$

$$S_t = -A H \bar{C}$$

여기서, \bar{h} 는 수심(flow depth), H 는 평균수심(average flow depth), A 는 횡방향 하상경사인자(transverse bed slope parameter)이다.

곡률이 일정한 실험실 유로에서 흐름조건이 충분히 발달되기 위한 하상경사는 Zimmermann & Kennedy(1978)에 의해 얻어졌으며, 이 결과는 그림 5에서 볼 수 있듯이 최적선형식은 횡방향 하상경사인자가 4.05일 때이다. 이에 대한 Yen(1967), Zimmermann & Kennedy(1978)의 실내자료와 Odgaard(1981)의 Sacramento River 자료의 분석결과에 따른 횡방향 하상경사인자의 경험식은 다음과 같다.

$$A = 2.8 \left[1 + \frac{b}{6.96 H} \exp\left(\frac{-6.96 H}{b}\right) \right] \quad (7)$$

식 (7)에서 b 는 유로폭의 1/2이다. 또한 식 (7)을 도식한 결과 그림 6과 같다. 그림에서 보는 바와 같이 b/H 가 클 때, 횡방향 하상경사인자는 b/H 비에 선형비례한다.

횡방향 하상경사가 선형관계를 갖는다고 가정하면 식 (6a)의 해는 다음과 같다.

$$\bar{h} = \frac{6 H^3 \exp\left(-S_t \frac{\bar{n}}{H}\right)}{6 H^2 + S_t^2 b^2} \quad (8)$$

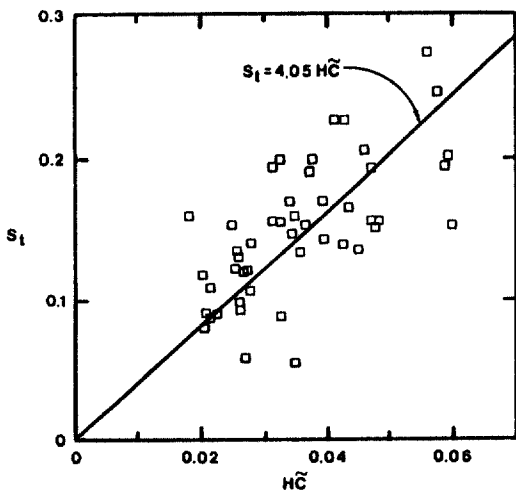


그림 5. 횡방향 하상경사(Zimmermann and Kennedy, 1978)

횡방향 하상경사가 작을 때, 식 (8)은 다음 식과 같이 된다.

$$\bar{h} = H - S_t \bar{n} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)에 의한 횡방향 단면형의 비교는 그림 7에 도시하였으며, 그림에서 보는 바와 같이 횡방향 하상경사가 클 때 선형관계식은 횡단면의 철안측에서 0 혹은 부(-)수심을 나타내고, 지수관계식은 횡단면의 요안측에서 과도한 수심을 가지므로 비정상적인 하상형을 갖게된다. 이들 관계식에 대한 최적

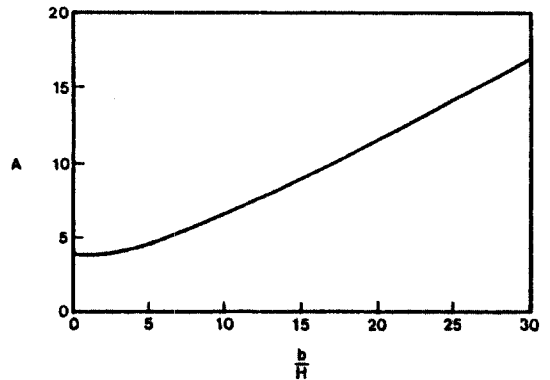


그림 6. 횡방향 하상경사인자

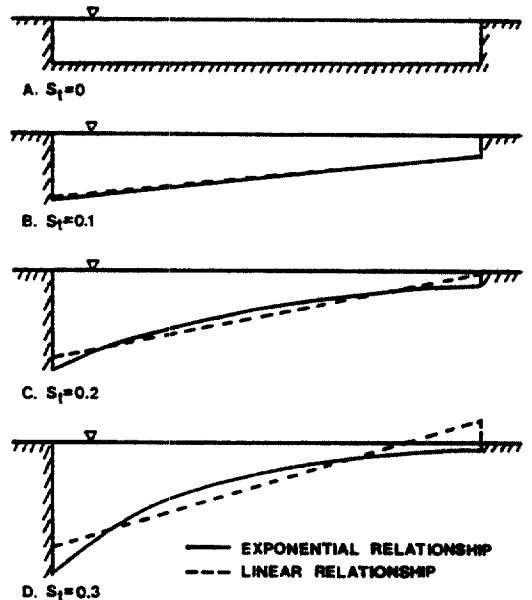


그림 7. 횡방향 하상단면형

식을 얻기 위하여 횡단면의 요안축에 대해서 선형 관계를 사용하고, 철안축에서는 지수관계를 이용하면 다음과 같다.

$$\bar{h} = \left(1 - \frac{\bar{h}_c}{S_t \bar{n}_c}\right) \left[-S_t \bar{n}, 0 \right] + \frac{\bar{h}_c}{S_t \bar{n}} \exp\left(-S_t \frac{\bar{n}}{H}\right) \left[S_t \bar{n}, 0 \right] \quad (10a)$$

$$\bar{h}_c = \frac{4b H |S_t| - S_t^2 b^2}{2b |S_t| + 2H - 2H \exp\left(-|S_t| \frac{b}{H}\right)} \quad (10b)$$

여기서, \bar{h}_c 는 횡단면의 중심에서 수심이다. 기호 $[A, B]$ 는 Patankar(1980)에 의해 정의된 것으로 A나 B중에 보다 큰 것이다. 선형관계와 새로 제안된 관계간의 비교는 그림 8에서 보여준다.

감쇠진폭거동으로 표현된 사행유로의 하상형을 Odgaard(1986)는 다음과 같은 선형 2차 미분방정식으로 표현하였다.

$$\frac{d^2 S_t}{ds^2} + C_1 \frac{dS_t}{ds} + C_2 S_t = C_3 \bar{C} \quad (11)$$

본 연구에서 식 (11)의 해를 구하기 위하여 그림 1에서 보여준 sine-generated meander pattern을

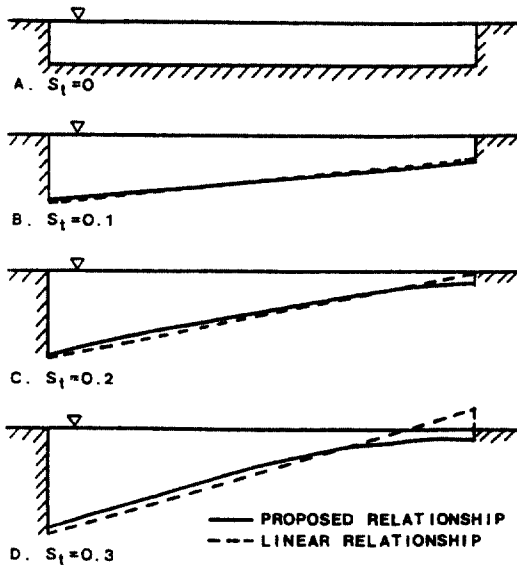


그림 8. 제안된 횡방향 하상단면형

이용하여 Lanbein & Leopold(1966)가 제안한 다음 식을 이용하였다.

$$\theta = \theta_0 \sin\left(\frac{k \bar{s}}{S}\right) \quad (12)$$

여기서, θ_0 는 형의 최대각, S는 굴곡도이며, 波數 k는 다음 식과 같다.

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (13)$$

여기서, L은 Cartesian 파장이다. 식 (2)로부터 사행유로의 곡률은 다음과 같다.

$$\bar{C} = \frac{k \theta_0}{S} \cos\left(\frac{k \bar{s}}{S}\right) \quad (14)$$

따라서 식 (14)를 식 (6b)에 대입한 후 삼각함수의 가법정리를 이용하여 정리하므로써 본 연구에서는 이용된 다음과 같은 횡방향 하상경사식을 얻었다.

$$S_t = -\frac{k \theta_0 A H}{S} \left[\sin(\lambda) \sin\left(\frac{k \bar{s}}{S}\right) + \cos(\lambda) \cos\left(\frac{k \bar{s}}{S}\right) \right] \quad (15)$$

여기서, λ 는 최대 횡방향 하상경사지점과 최대유로 곡률지점간의 위상차(phase lag)를 나타낸다.

한편 Hooke(1974), Gottlieb(1976), Hasegawa & Yamaoka(1983), Yamaoka & Hasegawa(1983), Ikeda & Nishimura(1986) 등의 실내연구에 따르면 그림 9에서 보는 바와 같이 굴곡도가 1.0보다 약간 클 때 위상차는 90°에 가깝고, 굴곡도가 증가하므로써 점차 0에 접근한다. 또한 이들의 연구결과에 의한 위상차에 대한 경험식은 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - 0.86 \left[1 + 96.5 \ln(S) \exp\left(\frac{-1}{6.89 \ln(S)}\right) \right] \quad (16)$$

한편 흐름조건이 충분히 발달될 때 식 (11)은 다음과 같이 된다.

$$C_2 S_t = C_3 \bar{C} \quad (17)$$

식 (17)을 식 (6b)에 대입하여 풀면 다음 식을 얻을 수 있다.

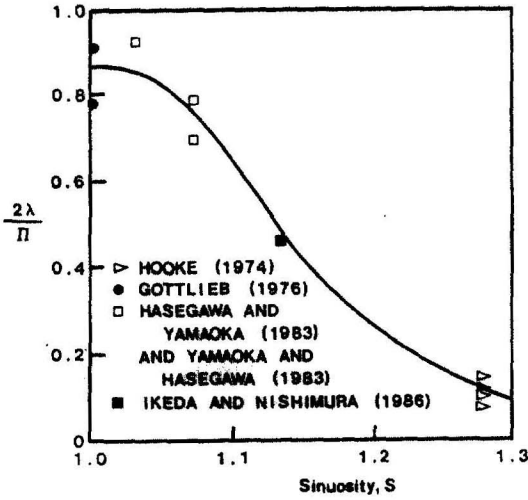


그림 9. 횡방향 하상경사의 위상차

$$C_3 = A H C_2 \quad (18)$$

따라서 이들 관계와 식 (14)와 (15)를 식 (11)에 대입하여 식 (11)의 계수(coefficient)를 구하면 다음과 같다.

$$C_1 = \left(\frac{1 + \cos(\lambda)}{\sin(\lambda)} \right) \frac{k}{S} \quad (19a)$$

$$C_2 = \left(\frac{1}{1 - \cos(\lambda)} \right) \left(\frac{k}{S} \right)^2 \quad (19b)$$

$$C_3 = \left(\frac{-A H}{1 - \cos(\lambda)} \right) \left(\frac{k}{S} \right)^2 \quad (19c)$$

식 (11)은 선형, 2계, 비제차, 상미분방정식(ordinary differential equation)이므로 매개변수(parameter) 변환법을 이용하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$S_t = \exp(C_6 \bar{s}) \left[C_4 \sin(C_7 \bar{s}) + C_5 \cos(C_7 \bar{s}) + \frac{C_3 \sin(C_7 \bar{s})}{C_7} \int_{-\infty}^{\bar{s}} \frac{\cos(C_7 \bar{s}') \bar{C}}{\exp(C_6 \bar{s}')} d\bar{s}' - \frac{C_3 \cos(C_7 \bar{s})}{C_7} \int_{-\infty}^{\bar{s}} \frac{\sin(C_7 \bar{s}') \bar{C}}{\exp(C_6 \bar{s}')} d\bar{s}' \right] \quad (20)$$

여기서, 계수 C_4, C_5 는 경계조건에 따른 상수이고, 계수 C_6, C_7 는 다음과 같다.

$$C_6 = -\frac{C_1}{2} \quad (21a)$$

$$C_7 = \frac{\sqrt{4C_2 - C_1^2}}{2} \quad (21b)$$

만약 유역의 상류끝에서 경계조건을 구할 수 있다면 식 (20)은 다음과 같이 된다.

$$S_t = \exp(C_6 \bar{s}) \left[\frac{\sin(C_7 \bar{s})}{C_7} \frac{dSt}{d\bar{s}} \Big|_0 + \left\{ \cos(C_7 \bar{s}) - \frac{C_6 \sin(C_7 \bar{s})}{C_7} \right\} S_t(0) + \frac{C_3 \sin(C_7 \bar{s})}{C_7} \int_0^{\bar{s}} \frac{\cos(C_7 \bar{s}') \bar{C}}{\exp(C_6 \bar{s}')} d\bar{s}' - \frac{C_3 \cos(C_7 \bar{s})}{C_7} \int_0^{\bar{s}} \frac{\sin(C_7 \bar{s}') \bar{C}}{\exp(C_6 \bar{s}')} d\bar{s}' \right] \quad (22)$$

굴곡도가 1.3보다 클 때, 경계조건은 다음과 같다.

$$S_t(0) = -A H \bar{C}(0) \quad (23a)$$

$$\frac{dS_t}{d\bar{s}} \Big|_0 = 0 \quad (23b)$$

3. 예측모형의 적용

사행유로의 횡방향하상형의 예측에 대한 모형은 위상차(λ , phase lag)와 폭-수심비의 영향을 설명하기 위한 것으로 2.3절에서 기술한 바 있다. 하상예측모형의 적용을 위한 특성인자는 금강하상조사보고서(건설부, 1983)를 이용하여 구한 값으로써 표 1과 같고, 그림 10은 연구대상하천인 금강유역의 대청댐하류 17.32 km 지점에 위치한 청원과 연기지역의 평면도를 나타낸다.

본 연구에서 제시한 사행하천의 횡방향 하상경사의 예측모형인 식 (22)를 이용하여 구한 계산치와 측정치를 비교한 결과 그림 12에서 볼 수 있는 바와 같이 비교적 잘 일치하고 있으나, 횡방향에 따른 국부적인 하상변화를 예측할 수 있는 모형의 개발이 필요하리라 사료된다.

표 1. 적용구역의 특성인자

특성인자	값
중앙입경(mm)	1.82
굴곡도	1.76
사행과장(m)	3,564
유량(cms)	5,900
수심(cm)	6.61
半유로폭(cm)	62.99

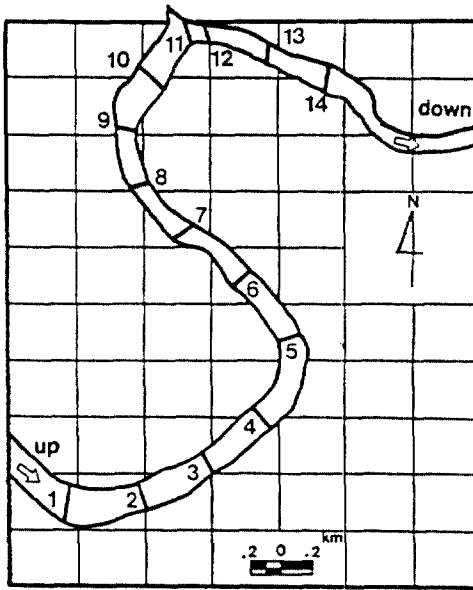


그림 10. 적용하천의 평면도

4. 결 론

본 연구에 따르면 횡방향 하상경사가 클 때 선형관계식은 횡단면의 철안측에서는 0 혹은 부(-) 수심이고, 지수관계식은 횡단면의 요안측에서 과도한 수심을 갖게되어 비정상적인 하상형을 나타내므로 두 관계식에 대한 최적식을 얻기 위하여 요안측은 선형관계식을 사용하고, 철안측은 지수관계식을 이용하면 합리적인 관계식을 얻을 수 있으리라 사료된다. 또한, 대상하천유로에 대한 유로길이에 따른 방향각의 변화를 도시해본 결과 sine-generated pattern과 일치함을 보여주고 있다.

본 연구에 있어서 Odgaard(1986)가 제안한 횡방향

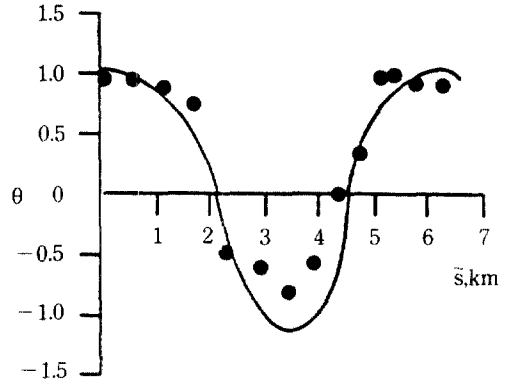


그림 11. 유로길이에 따른 방향각의 변화

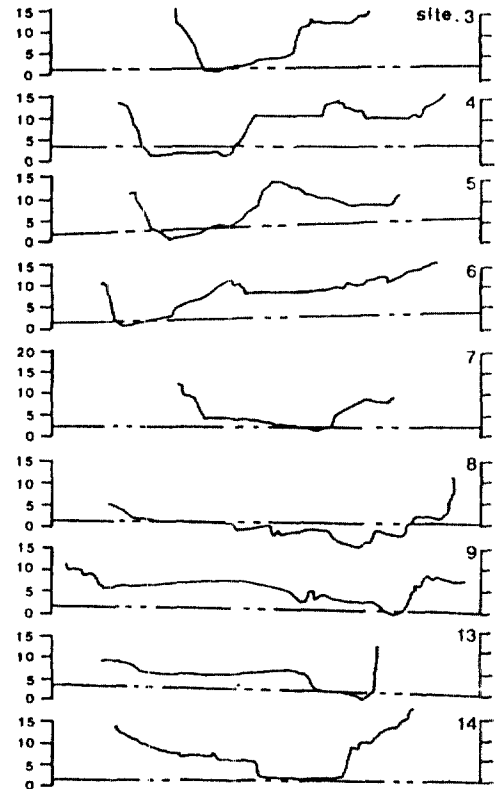


그림 12. 횡방향 하상경사의 비교

하상경사에 관한 선형 2차 미분방정식에 Langbein & Leopold(1966)가 제안한 sine-generated curve를 도입함으로써 위상차 및 폭-수심비의 영향을 고려한 새로운 하상형 모형을 제시하였으며, 이 모형을 이

용하여 연구대상하천인 금강유역의 대청댐하류 17.32 km 지점에 위치한 청원과 연기지역의 유로에 대한 계산치와 실측치간에 횡방향 하상형의 변화가 비교적 잘 일치함을 보였다.

감사의 글

본 연구는 대림전문대학 연구비지원에 의해 수행하였으며, 본 연구를 할 수 있도록 지원하여 준 대림전문대학에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Engelund, F., "Flow and Bed Topography in Channel Bends", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol.100, No. HY11, 1974, pp.1631-1648.
2. Gottlieb, L., "Three-Dimensional Flow Pattern and Bed Topography in Meandering Channels", Series Paper 11, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, February, 1976.
3. Hasegawa, K. and I. Yamaoka, "Phase Shifts of Pools and Their Depths in Meander Bends", River Meandering, Proceedings of the Conference Rivers '83, ASCE, New Orleans, Louisiana, 1983, pp.885-895.
4. Hooke, R.L.B., "Shear-Stress and Sediment Distribution in a Meander Bend", University of Uppsala, Sweden, 1974.
5. Ikeda, S., G. Parker and K. Sawai, "Bend Theory of River Meanders. Part 1. Linear Development", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.112, Nov., 1981, pp.363-378.
6. Ikeda, S. and T. Nishimura, "Flow and Bed Profile in Meandering Sand-Silt Rivers", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, No.7, 1986, pp.562-579.
7. Kalkwijk, J.P. and H.J. de Vriend, "Computation of the Flow in Shallow River Bends", *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.18, No.4, 1980, pp. 327-342.
8. Kikkawa, H., S. Ikeda and A. Kitagawa, "Flow and Bed Topography in Curved Open Channels", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol.102, No.HY9, Sept. 1976, pp.1327-1342.
9. Kitanidis, P.K. and J.F. Kennedy, "Secondary Current and River-Meander Formation", *Journal of*

- Fluid Mechanics*, Vol.144, 1984, pp.217-229.
10. Langbein, W.B. and L.B. Leopold, "River Meanders-Theory of Minimum Variance", USGS Professional Paper 422-H, 1966.
11. Nakato, T., J.F. Kennedy and J.L. Vadnal, "A Numerical Model for Flow and Sediment Transport in Alluvial-River Bends", IIHR Report No.271, Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa, December, 1983.
12. Odgaard, A.J., "Transverse Bed Slopes in Alluvial Channel Bends", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol.107, No.HY12, 1981, pp.1677-1694.
13. Odgaard, A.J., "Meander Flow Model. I: Development", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.112, No.12, 1986, pp.1117-1136.
14. Parker, G. and E.D. Andrews, "Sorting of Bed Load Sediment by Flow in Meander Bends", *Water Resources Research*, Vol.21, No.9, September, 1985, pp.1361-1373.
15. Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
16. Rozovskii, I.L., "Flow of Water in Bends of Open Channels", Translated from Russian by the Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1961.
17. Struiksma, N., "Prediction of 2-D Bed Topography in Rivers", *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.111, No.8, Aug., 1985, pp.1169-1182.
18. Yamaoka, I. and K. Hasegawa, "Effects of Flow and Bank Material on Meander Migration on Alluvial River", River Meandering, Proceedings of the Conference Rivers '83, ASCE, New Orleans, Louisiana, October 24-26, 1983, pp.783-793.
19. Yen, Chin-lien, "Bed Configuration and Characteristics of Subcritical Flow in a Meandering Channel", Ph.D. Thesis, University of Iowa, February, 1967.
20. Zimmermann, C. and J.F. Kennedy, "Transverse Bed Slopes in Curved Alluvial Streams", *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE, Vol.104, No.HY 1, Jan., 1978, pp.33-48.
21. 長谷川和義, "沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理學的 研究", 博士學位論文, 北海道大學校 大學院, 日本國, 1983.
22. 건설부, "금강하상변동조사보고서", 1983.
23. 고재용, "만곡수로에서의 하상변동에 관한 연구", 한국수문학회지, 제 8권 제 2호, 1975, pp.75-80.

24. 송재우, “우리나라 하천의 사행특성에 관한 연구”, 박사학위논문, 연세대학교 대학원, 1980.
25. 윤세의, 이종태, “만곡수로에서의 곡률반경변화에 따른 흐름특성”, 한국수문학회지, 제 23권 제 3호, 1990, pp.435-444.
26. 차영기, 이대철, “만곡수로의 횡방향 하상경사와 흐름특성”, 한국수문학회지, 제 24권 제 1호, 1991, pp.99-107.

(접수 : 1991. 6. 11)