

## 횡변위에 대한 철근 콘크리트 장주의 모멘트 확대계수

### Moment Magnification Factors of Reinforced Concrete Slender Columns for Lateral Displacement

이재훈\*

Lee, Jae Hoon

#### Abstract

Geometric nonlinearity of axially and laterally loaded reinforced concrete slender columns has been generally considered by use of second order analysis such as P- $\Delta$  method. Complex procedure in second order analysis may not be a difficult problem with computer aid, however it has been seldom used in design offices because of the need of carefully decided input data. In lieu of second order analyses, the Korean and the American concrete codes have adopted the moment magnifier method. It is known, however, that this method results in too conservative design in some cases. Accuracy of the moment magnifier method to the experimentally obtained data has been reviewed and an improved method has been proposed for better result.

#### 요지

축하중을 받는 상태에서 지진이나 바람 등 횡방향 하중에 의하여 발생되는 철근 콘크리트 장주의 기하학적 비선형성은 일반적으로 P- $\Delta$  방법 등의 2차 구조해석으로 고려되고 있다. 2차 구조해석은, 복잡한 해석과정이 컴퓨터 프로그램에 의하여 극복된다 하더라도 고도의 공학적 판단이 요구되는 입력 정보가 필요하기 때문에 실무 설계에서는 널리 사용되고 있지는 않다. 2차 구조해석의 대용으로 건설부 콘크리트 표준시방서와 미국 시방서에서는 상대적으로 해석과정이 간단한 모멘트확대법을 채택하고 있으나, 경우에 따라 너무 안전측의 설계결과를 가져온다고 알려져 있다. 본 연구에서는 실험치와 비교함으로써 시방서에 규정된 모멘트 확대법의 정확도를 수치적으로 검토하고 정확도를 높일 수 있는 대안을 제시한다.

#### 1. 서론

구조공학자가 고려해야 할 구조물의 비선형성으로는 재료적 비선형성(Material Nonlinearity)과 기하학적 비선형성(Geometric Nonlinearity)으로 구분할

수 있는데, 철근 콘크리트 구조는 강도설계법을 채택함으로서 설계 과정에서 재료적 비선형성이 고려되도록 하였다. 기둥의 기하학적 비선형성은 細長比와 밀접한 관계를 갖는데, 강구조에 비하여 단면적이 큰 철근 콘크리트 기둥은 세장비가 작아서 거의 대부분이 短柱의 영역을 넘어서지 못해왔다. 그러나 근래에 고강도 콘크리트를 사용하려는 경향이 커지

\* 정회원 · 삼성종합건설 기술연구소 선임연구원

고 철근 콘크리트 구조물의 기하학적 비선형성에 대한 연구가 계속되어 그 驟動이 차차 밝혀지게 됨에 따라, 長柱로 설계되는 기둥이 증가하고 있다고 믿어진다. 미국에서 건설된 20,000여 개의 철근 콘크리트 기둥에 대한 1970년의 조사<sup>(1)</sup>에서는, Braced Frame의 기둥 중 약 10%와 Unbraced Frame의 기둥 중 약 60%가 장주로 분류되었다. 이와 같은 조사가 1970년 이후에는 발표된 바 없으나 20여 년이 지난 근래에는 그 비율이 증가했을 것으로 믿어진다.

콘크리트 표준示方書에서 장주의 해석 및 설계 방법으로 채택된 모멘트 확대법을 철근 콘크리트 장주에 적용하는 경우, 강구조 기둥에 적용하는 경우보다 일반적으로 부정확한 것으로 알려져 왔다. 이것은 실험에 의한 강구조물의 축하중-모멘트-곡율 관계(Thrust-Moment-Curvature Curve, 이하 P-M-Φ 곡선)가 비교적 단순하고 일관된 경향을 보여주지만, 철근 콘크리트 구조물은 재료의 특성상 비선형성이 높고 변수가 상대적으로 많기 때문이다. 본 연구는 콘크리트 표준시방서와 ACI Code의 모멘트 확대법에 따라 계산되는 장주의 모멘트와 실험결과를 비교하여, 이 방법의 정확도를 수치적으로 검토하고, 일부 변형된 계수의 조합을 사용함으로써 모멘트 확대법의 정확도를 증가시키는 대안을 제시함을 목적으로 한다.

## 2. 해석방법 및 시방서 규정

우리 나라와 미국의 콘크리트 시방서에서 채택하고 있는 모멘트 확대법에 관한 연구에 목적을 두고 있으나, 그 이외의 해석방법과 各國의 시방서에서 채택하고 있는 방법도 참고적으로 소개하고자 한다.

### 2.1 2차 구조 해석

기하학적 비선형성을 고려한 구조해석의 결과로 얻어지는 기둥의 최종 모멘트  $M_u$ 는 식 (1)과 같이, 선형 탄성 1차 구조해석에 의한 모멘트  $M_o$ 와 2차 구조해석(Second-Order Structural Analysis)에 의한 모멘트  $P\Delta$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$M_u = M_o + P\Delta \quad (1)$$

이때,  $P$ 는 기둥의 축하중이고  $\Delta$ 는 기둥의 처짐을

나타낸다. 축하중  $P$ 가 증가함에 따라 처짐  $\Delta$ 가 같이 증가하여 비선형의  $P\Delta$ 모멘트가  $M_o$ 에 추가되는 경우를 장주로 분류하고,  $P\Delta$ 모멘트가 무시될 정도로 작은 경우를 단주로 분류한다. 실지 장주의 거동은 그림 1의 곡선경로 A를 따라 비선형으로 모멘트가 증가하여 기둥상관도에 이르게 된다. 2차 구조해석을 수행하는 방법은 크게 P-Δ Method, Negative Property Fictitious Member Method, Amplified Factor Method의 3가지로 구분할 수 있으며 총 8가지로 세분할 수 있는데, 자세한 내용은 참고문헌 2에 언급되어 있다.

### 2.2 철근 콘크리트 장주 해석

철근 콘크리트 장주의 경우, 식 (1)을 직접 사용하는 방법과 식 (1)을 변형한 형태로 사용하는 방법 등이 제안되어 있는데 양단 헌지이며 지지점의 횡변위가 없는 단순한 경우에 한하여 언급하고자 한다.

#### 2.2.1 수치해석

식 (1)을 직접 사용하는 방법으로, 먼저 P-M-Φ 곡선을 수치해석으로 적분하여 처짐  $\Phi$ 를 계산한다. 구해진  $\Delta$ 에 의하여 추가된 모멘트를 고려하여, 수치적분으로 새로운  $\Delta$ 를 구한다. 이 작업을  $\Delta$ 가 수렴할 때까지 반복하여 수행한다. 이 방법은 의견상 가장 정확한 방법으로 보이나, 사용되는 P-M-Φ 곡선에 따라 그 정확도가 좌우되며 해석 방법이 복잡하고 시간이 매우 많이 소요되기 때문에 실무 설계에서는 거의 사용되지 못하고 있다.

#### 2.2.2 모멘트 확대법

이 방법은 식 (1)을 변형한 형태로 사용되는 방법으로, P-M-Φ 곡선을 鋼性(Stiffness)으로 변화시켜 이용하고 있다. 식 (1)은 식 (2)로 변형시킬 수 있는데, 식 (2)에 식 (3)의  $\Delta$ 를 대입하고 다시 식 (4)의  $\Phi$ 를 대입한다. 그후 식 (5)의 Euler 좌굴하중  $P_c$ 를 도입하여 정리하면 식 (6)을 얻을 수 있다. 이 때,  $k$ 는 좌굴에 관한 유효길이계수이다.

$$M_u = \frac{M_o}{1 - \frac{P\Delta}{M_u}} \quad (2)$$

$$\Delta = \frac{\Phi L^2}{\pi^2} \quad (3)$$

$$\Phi = \frac{M_u}{EI} \quad (4)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k L)^2} \quad (5)$$

$$M_o = \frac{M_u}{1 - \frac{P}{P_c}} \quad (6)$$

이 방법은 1차 해석에 의한 모멘트  $M_o$ , Euler 좌굴하중  $P_c$ , 축하중  $P$ 를 이용하여, 총모멘트  $M_u$ 를 2차 구조해석을 수행하지 않고 두 개의 식 (5)와 (6)으로 간단하게 구하고 있다. 이 방법의 정확도는 기둥 강성  $EI$ 의 결정 방법에 따라 크게 좌우된다.

### 2.2.3 Model Column Method

이 방법은 식 (1)을 직접 사용하지만 식 (7)의 형태로 바꾸어 1차 구조해석에 의한 기둥의 모멘트와 기둥 단면의 휨강도  $M_u$ 에서  $P\Delta$ 만큼의 모멘트가 줄어든 장주의 휨강도  $M_o$ 가 같도록 설계하는 방법이다. 이 때,  $\Delta$ 로는 주로 식 (8)이 사용되어 최종적으로 식 (9)의 형태로 이용되고 있다. 참고적으로 말하면, 처짐을 원의 일부인 호로 가정하면 식 (8)의 분모가 8, 포물선으로 가정하여 분모가 9.6, 사인 곡선으로 가정하면 식 (3)과 같이  $\pi^2$ 인 9.87을 사용하게 된다. 식 (9)에 사용되는  $\Phi$ 는 P-M-Φ곡선을 나타내는 그림이나 표에서 얻어지는 값이 사용된다.

$$M_o = M_u - P\Delta \quad (7)$$

$$\Delta = \frac{\Phi L^2}{10} \quad (8)$$

$$M_o = M_u - \frac{\Phi L^2}{10} \quad (9)$$

### 2.2.4 Additional (Complementary) Moment Method

근본적으로 Model Column Method와 같은 방법이지만 식 (1)을 직접 사용하여 기둥 단면의 휨강도  $M_u$ 를 기준으로하여 설계하는 방법이다. 이 때,  $\Delta$ 로는 P-M-Φ 곡선을 기본으로하여 작성된 공식이나 표에서 얻어지는 값이 이용된다.

## 2.3 각 시방서 규정

### 2.3.1 한국 콘크리트 표준시방서 및 미국 콘크리트 시방서

미국 콘크리트 시방서(ACI 318-89, 이하 ACI)<sup>(3)</sup>는 규정 10.10.1에서 기하학적 비선형성이 고려되는 2차 구조해석을 권장하고 있으며, 해석에 필요한 사항 중 가장 중요한 P-M-Φ 곡선은 구조 기술자의 판단에 따라야 한다는 표현을 사용함으로써 엄격한 규정을 피하고 있다. 이에 관한 내용은 참고문헌 2, 3, 4에 언급되어 있다.

P-Δ 구조해석의 내용으로 ACI는 규정 10.11에서 모멘트 확대법을 규정해 놓고 있으며, 우리나라 콘크리트 표준시방서<sup>(5)</sup>에서도 이 방법을 채택하고 있다. 모멘트 확대법은 중력하중만 받는 Braced System과 횡 하중 만을 받는 Unbraced System으로 나누어 1차 구조해석으로 구한 기둥 모멘트에 확대계수를 곱한 확대 기둥 모멘트를 식 (10)과 같이 계산하여, 2차 구조해석으로 구해지는 기둥의 모멘트를 예측하는 방법이다. 해석경로 B는 중력하중에 대한 1차 해석으로 구한 기둥 모멘트  $M_{2b}$ 를  $\delta_b$ 로 증가시킨 후, 횡하중에 대한 1차 해석으로 구한 기둥 모멘트  $M_{2s}$ 를  $\delta_s$ 로 증가시켜서 총 모멘트에 도달하고 있다. 모멘트 확대계수는 식 (11)에서 식 (16)까지를 이용하여 계산하는데, 이때 사용되는 기중 강성 공식은 P-M-Φ 곡선으로 구해진 등가 강성(Equivalent Stiffness)을 의미하며 식 (14)와 식 (15) 중 큰 값을 사용한다.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (10)$$

$$\delta_b = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi P_c}} \geq 1.0 \quad (11)$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\phi \sum P_c}} \geq 1.0 \quad (12)$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k L_u)^2} \quad (13)$$

$$EI = \frac{(E_c L / 5) + E_s I_{se}}{1 + \beta_d} \quad (14)$$

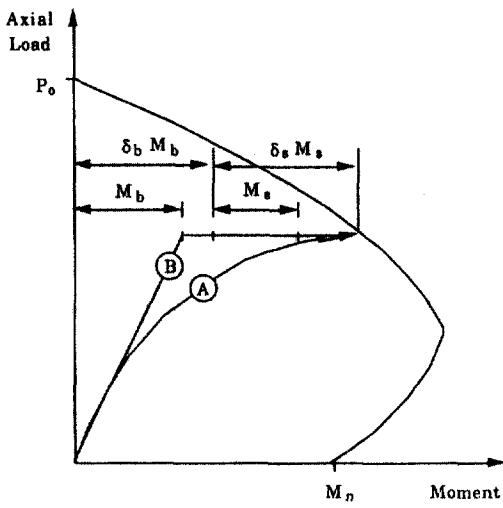


그림 1. Unbraced Frame의 장주 해석 경로

$$EI = \frac{E_c I_c / 2.5}{1 + \beta_d} \quad (15)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_{1b}/M_{2b}) \geq 1.0 \text{ 또는 } C_m = 1.0 \quad (16)$$

콘크리트 표준시방서와 ACI의 모멘트 확대법은 같은 형태의 식으로 표현되지만, 실제적인 계산에서는 다른 결과를 얻게 된다. 이것은 떠칠근 부재인 기둥의 경우 강도 감소계수  $\phi$ 에 대하여 콘크리트 표준시방서에서는 0.65를, ACI에서는 0.7을 채택하였기 때문이다. 따라서, 식 (11)과 식 (12)에 의하여 얻어지는 값이 다르게 된다. 또 한가지 다른 점은 식 (14)와 식 (15)의  $\beta_d$ 로서, ACI는 1983년 Code까지는 우리나라 시방서와 같이 ‘설계 사하중 모멘트와 최대 설계 총 하중 모멘트와의 비’로定意하였으나, ‘설계 사하중 축방향력과 최대 설계 총 하중 축방향력과의 비’로 1989년에 개정되었다. ACI Code의 새로운 정의에 따른다면 강성이 기둥의 위치에 따라 다르게 계산될 수도 있는데, 이에 관해서는 참고문헌 6에 언급되어 있다.

### 2.3.2 소련

소련의 Gosstroj USSR<sup>(7)</sup>에서도 모멘트 확대법을 채택하고 있는데, 우리나라 시방서나 ACI Code와는 달리, 기둥 강성으로 식 (17)을 사용한다.

$$EI = 0.65 E_c \left[ I_g \left( \frac{0.11}{0.1 + e/h} + 0.1 \right) + \frac{E_s}{E_c} I_s \right] \quad (17)$$

### 2.3.3 CEB(유럽 콘크리트 위원회)

CEB<sup>(8)</sup>는 Model Column Method를 채택하여 식 (9)를 사용한다. 이 때 사용되는  $\Phi$ 는 Computer를 이용하여 구한 값이나 표에서 얻어지는 값이 사용된다.

### 2.3.4 영국(BSCP)

영국의 시방서<sup>(9)</sup>에서는 Additional Moment Method가 사용되고 있는데, 곡률을 사용하는 CEB와는 달리 콘크리트의 극한 변형율의 항으로 나타낸 P-M-Φ 곡선을 이용하며 持續荷重(Sustained Load), 철근의 항복 강도, 기둥의 두께를 고려하여 결정한다.

### 2.3.5 독일(DIN 1045)

독일의 시방서<sup>(10)</sup>에서는 Additional Moment Method를 채택하고 있는데, 유효길이 계수  $k$ 를 고려한 세장비가 20 이상 70 이하인 기둥에 대하여 식 (1)을 편심  $e$ 의 항으로 표현한 식 (18)을 사용하며, 편심의 정도에 따라 식 (19)에서 식 (21)까지의 3가지 공식으로 추가된 편심  $e_a$ 를 계산한다.

$$M_u = P(e + e_a) \quad (18)$$

$0 \leq e/h \leq 0.3$ 인 경우,

$$e_a = h \frac{kl/r - 20}{100} (0.1 + e/h)^{1/2} \geq 0 \quad (19)$$

$0.3 \leq e/h \leq 2.5$ 인 경우,

$$e_a = h \frac{kl/r - 20}{160} \geq 0 \quad (20)$$

$2.5 \leq e/h \leq 3.5$ 인 경우,

$$e_a = h \frac{kl/r - 20}{160} (3.5 - e/h) \geq 0 \quad (21)$$

## 3. 채택된 실험 결과

Ford, Chang, Breen의 실험적 연구 결과<sup>(11~13)</sup>를 채택하였다. FC-1로부터 FC-9로命名된 9개의試片이 같은 크기로 제작되었다. 4개의 기둥들 간의 단면 2차 모멘트 비율은 그림 2에서 보는 바와 같이 1의 항으로 나타내져 있으며, 각 기둥이 받는 축방향 하중은 단면의 소성중심에 작용하는 단주의 공칭극한강도  $P_u$ 에 대한 일정한 비율(0.66~0.8)로 유지되고

있다. 표 1에 나타난 바와 같이 3,000-6,255 psi(210-433 kg/cm<sup>2</sup>)의 콘크리트 압축강도로 제작되었으며, 보의 철근량을 조정하여 단면의 휨강도를 3가지로 나누어 제작함으로써 약한 보, 중간 보, 강한 보를 갖는 Frame이 되도록 하였다. 耐震 設計(Earthquake Engineering)에 관한 분야에서는 Weak Beam-Strong Column System과 Strong Beam-Weak Column System으로 분류하기도 한다. 보와 기둥의 철근비는 표 1에 나타난 바와 같으며, FC-1과 FC-3를 제외하고는 하중 Q가 보에 작용한다. 재하 과정은, 먼저 기둥에 축방향 하중 P와 보에 하중 Q를 가한 후 하중의 크기가 변하지 않도록 유지한다. 이 상태에서 기둥 상단과 보의 연결 지점에 횡하중 H를 가하여 기둥의 모멘트, 횡변위 등을 측정한다. 이 때, 중력 하중 P와 Q는 횡변위가 발생한 후에도 Frame 위의 작용점이 변하지 않도록 이동할 수 있는 장치를 하였다.

이 실험적 연구는 이제까지 발표된 실험적 연구 중 가장 높은 부정정 차수를 가지고 있고 높은 축방향 하중의 비율을 유지하고 있어서 Unbraced

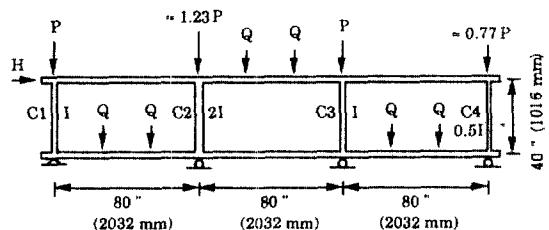


그림 2. Frame실험 시편

Frame의 거동을 가장 잘 나타내 주고 있다고 평가되고 있다. 이 실험적 연구 결과는 또한 1983년에 ACI Code의 모멘트 확대법을 개정하게 하였다. 1971년에 모멘트 확대법이 ACI Code에 처음 채택된 이래 1977년 Code에서도 1개의 모멘트 확대계수  $\delta$ 를 사용해 오다가 1983년에 식 (11)과 식 (12)로 계산되는 2개의 모멘트 확대계수  $\delta_b$ 와  $\delta_s$ 가 도입되었으며  $\delta_s$ 에는 기둥들의 좌굴하중  $P_c$ 의 합과 기둥들이 받고 있는 축하중 P의 합을 사용하여야 한다는 이 실험적 연구 결과를 채택하였다.

그림 3에서 그림 12까지는 모멘트 확대법에 의

표 1. 실험 시편의 변수

시 편	$f'_c$ psi (kg/cm <sup>2</sup> )	$f_y$ [ksi] 기 둉 보	보의 철근비 ( $\rho = \rho'$ )	상대적 보의 강성 (Strength)	$\frac{P}{P_o}$	Q kips (KN)
FC-1	3000 (210)	49.8~53.0 50.7~51.6	4-#4 0.0209	중 간	0.72	0
FC-2	3390 (237)	50.7~53.0 52.6	4-#4 0.0209	중 간	0.66	1.5 (6672)
FC-3	3360 (235)	49.3~53.0 51.6	4-#4 0.0209	중 간	0.66	0
FC-5	3740 (262)	53.0~55.5 55.5~55.8	4-#3 0.0113	약 함	0.70	1.75 (7784)
FC-6	4000 (280)	53.0~56.2 56.4	4-#3 0.0113	약 함	0.80	2.1 (9341)
FC-8	6170 (432)	63.0~74.1 59.7~64.1	4-#4+2-#2 0.0267	강 함	0.68	1.6 (7117)
FC-9	6255 (438)	63.4~73.6 60.0~65.0	4-#4+2-#2 0.0267	강 함	0.67	2.07 (9207)

기둥 C1과 C3의 철근비  $\rho_t=0.0183$ (모든 시편)

기둥 C2의 철근비  $\rho_t=0.0147$ (모든 시편)

기둥 C4의 철근비  $\rho_t=0.0154$ (FC1~FC6)

$\rho_t=0.0138$ (FC8~FC9)

하여 계산된 횡하중-모멘트 곡선(H-M Curve)이 실험에 의하여 구한 횡하중-모멘트 곡선과 비교되어 있는데, 모멘트 확대법에 의한 횡하중-모멘트 곡선은 P와 Q의 크기가 변하지 않도록 유지되고 있기 때문에  $P\Delta$  모멘트가 횡변위 만의 증가로 인한 선형으로 나타내지고 있다. 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점은 ( $H=0$ ) 중력 하중 P와 Q만으로 발생한 Braced System의 확대 기동 모멘트  $\delta_b M_{2b}$ 을 의미하며, 횡하중-모멘트 곡선의 기울기는 Unbraced System의 모멘트 확대계수  $\delta_s$ 의 크기와 관계되어 있다. 9개의 실험 결과 중, FC-4는 FC-5와 똑같은 실험 조건을 가지고 있으므로 실험 결과의 발표에서 제외되었고, FC-1과 FC-3는 이론상으로만 가능한 편심이 0이기 때문에 또 FC-7는 첫 번째의 소성 상태가 보에서 발생하였기 때문에 이 연구에서 제외하였다.

#### 4. 강도 감소 계수 $\phi$ 값의 영향

戰術한 바와 같이 콘크리트 표준시방서는  $\phi$ 를 0.65, ACI는 0.7을 사용하므로, 모멘트 확대계수에서 차이가 발생하게 된다. 표 2는 각 시편에 대하여 두 시방서에 의한 모멘트 확대계수를 보여주고 있다. 주지하는 바와 같이 콘크리트 표준시방서는 ACI보다 항상 큰 값의 모멘트 확대계수가 계산되는데, 모멘트 확대계수가 분수함수의 형태로 표현되어 값이 커지면 커질수록 그 차이의 비율도 커지게 된다. 확대된 총 모멘트는  $\delta_b$ 와  $\delta_s$ 에 의하여 확대되므로  $M_{2b}$ 와  $M_{2s}$ 의 비율에 따라 두 시방서의 차이가 달라질 수 있으나, 모멘트 확대계수만을 비교해본다면

$\phi$ 의 차이가  $\delta_b$ 보다는  $\delta_s$ 에 더 큰 영향을 준다. 이것은 Unbraced System의 경우 큰 값의 k가 사용되기 때문이다. 표 2에서 보는 바와 같이 채택된 시편의 경우,  $\delta_b$ 에 대하여는 2%~4%의 차이를 보이나  $\delta_s$ 에 대하여는 7%~29%의 차이를 보이고 있다.

#### 5. Braced System의 모멘트 확대계수에 대한 고찰

이론적으로 본다면, Braced System에서 확대되어야 할 모멘트가 발생하는 위치와 Unbraced System에서 확대되어야 할 모멘트가 발생하는 위치가 일반적으로 같지 않으므로, 식 (10)과 같이  $\delta_s$ 가 적용되는 위치(Unbraced System에서  $M_{2s}$ 가 발생되는 위치)에서  $M_{2b}$ 를  $\delta_b$ 로 확대해야 할 근거가 회박하다고 할 수 있겠다. 따라서, 시방서에서 현재 채택하고 있는 식 (10) 대신  $\delta_b$ 를 적용하지 않은 식 (22)에 관하여 고찰해 보고자 한다. 즉, 횡하중-모멘트 곡선에서  $\delta_b M_{2b}$ 와  $M_{2b}$  중 어떤 값이 시점으로 사용되어야 하는가를 검토해 보고자 한다.

$$M_c = M_{2b} + \delta_s M_{2s} \quad (22)$$

그림 3에서 그림 7까지는 각 Frame에서 첫 번째로 소성 상태가 발생된 기동의 위치에 대한 횡하중-모멘트 곡선을 보여주는데, 실험에 의한 결과, 현 시방서에 의한 식 (10)의 결과, 검토하고자 하는 식 (22)의 결과를 나타내 준다. 모멘트 확대계수의 계산에는 ACI Code에 따른 0.7의 감소 계수  $\phi$ 를 적용하였다. 표 3은 각 Frame에 대하여 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점의 수치와 시방서에 따라

표 2. 표준 콘크리트 시방서와 ACI의 모멘트 확대계수 비교

(1) 시 편	(2) 기 등	(3) $\delta_b$ 한 국	(4) $\delta_b$ ACI	(5) $= (3)/(4)$	(6) $\delta_s$ 한 국	(7) $\delta_s$ ACI	(8) $= (6)/(7)$
FC-1	C3	—	—	—	1.97	1.84	1.07
FC-2	C4	1.36	1.33	1.02	1.92	1.80	1.07
FC-3	C3	—	—	—	1.92	1.80	1.07
FC-5	C4	1.54	1.48	1.04	3.34	2.86	1.17
FC-6	C3	1.32	1.29	1.02	5.11	3.95	1.29
FC-8	C3	1.30	1.27	1.02	3.16	2.74	1.15
FC-9	C3	1.30	1.27	1.02	3.13	2.72	1.15

제산된 공칭 극한 휨강도  $M_n$ 을 발생하게 하는 횡하중  $H$ 의 수치를 보여준다.  $M_n$ 에서의  $H$ 란, 첫 번째로 소성 상태가 발생된 기둥 단면의 모멘트가  $M_n$ 값에 도달하도록 하는 횡하중  $H$ 의 예측된 값으로, 모멘트 확대계수의 적용 여부와 계산 방법에 따라 달라질 수 있다. 이 때,  $M_n$ 에서의 예측된 값  $H$ 가 실험에서 얻어진  $H$ 값보다 작다면 안전측, 크다면 非안전측이라고 할 수 있다.

표 3에서 먼저 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점을 살펴보면, 현 시방서에 의한 식 (10)의  $\delta_b M_{2b}$ 는 모든 Frame에 있어서 실험치보다 안전측(각각 16%, 35%, 27%, 7%, 51%)에 있다.  $\delta_b$ 가 적용되지 않은 식 (22)의 경우에는 19% 안전측인 FC-9을 제외한 모든 Frame에서 非안전측(각각 12%, 9%, 2%, 15%)으로 나타났다. 물론, 극한상태의 관점에서 본다면 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점 자체는 중요성이 크지 않다고 할 수 있을 것이다. 따라서, 비록 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점이 非안전측이라 할지라도  $M_n$ 을 발생하게 하는  $H$ 가 안전측이라면 실무 설계에는 큰 문제가 없을 것이다. 그러나, 횡하중-모멘트 곡선이 시작하는 점이 설계 모멘트를

결정하는 과정에서 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

현 시방서에 의한 식 (10)의 경우, 표 3에서 보는 바와 같이  $M_n$ 에서의  $H$ 는 모든 Frame에 있어서 각각 24%, 66%, 69%, 35%, 59%로 실험치보다 안전측에 있다. 이와 같은 결과는 이미 잘 알려진 바와 같이 현 시방서에 의한 모멘트 확대법이 안전측이기는 하지만 아주 정확한 방법은 아니라는 것과 정확도를 높이기 위한 개선이 필요하다는 것을 말해준다.  $\delta_b$ 가 적용되지 않은 식 (22)의 경우에는 FC-6, FC-8, FC-9에 대하여 실험치보다는 각각 56%, 31%, 54%의 안전측인  $H$ 값을 보여준다. 이러한 수치는 3개의 Frame에 대하여 현 시방서에 의한 식 (10)의 결과보다 각 13%, 4%, 5% 더 정확한 결과라는 것을 말해준다. 그러나, FC-2와 FC-5에 대하여는 각각 12%, 4%의 非안전측인 설계 결과를 유발할 수 있으며, 이론적 근거가 회박하다 하더라도 안전을 위해서 현 시방서대로  $\delta_b$ 를 적용해야 한다고 말할 수 있을 것이다.

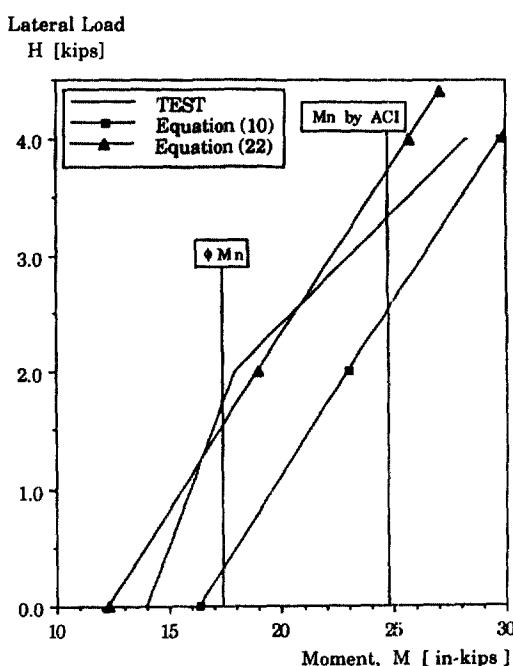


그림 3. FC-2 기둥 4(C4) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\delta_b$  적용 여부)

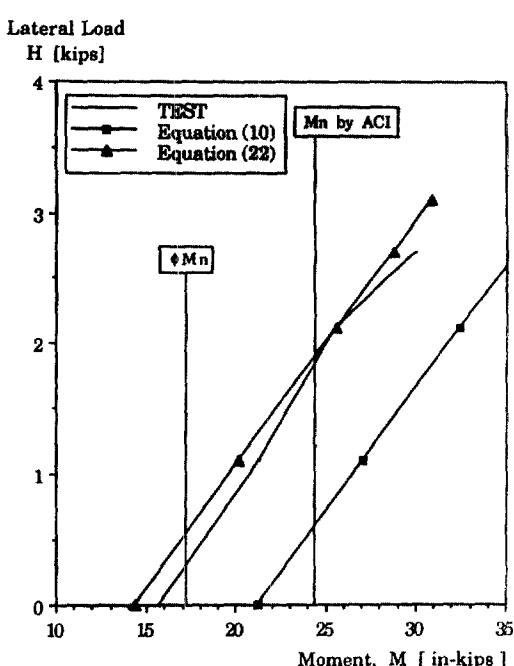


그림 4. FC-5 기둥 4(C4) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\delta_b$  적용 여부)

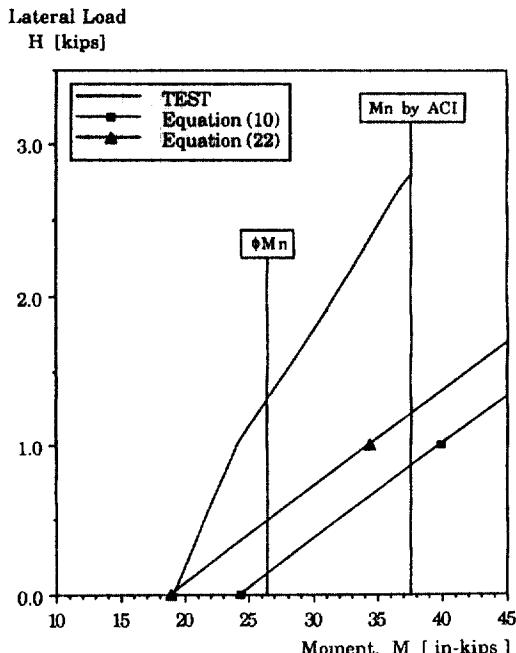


그림 5. FC-6 기둥 3(C3) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\delta_b$  적용 여부)

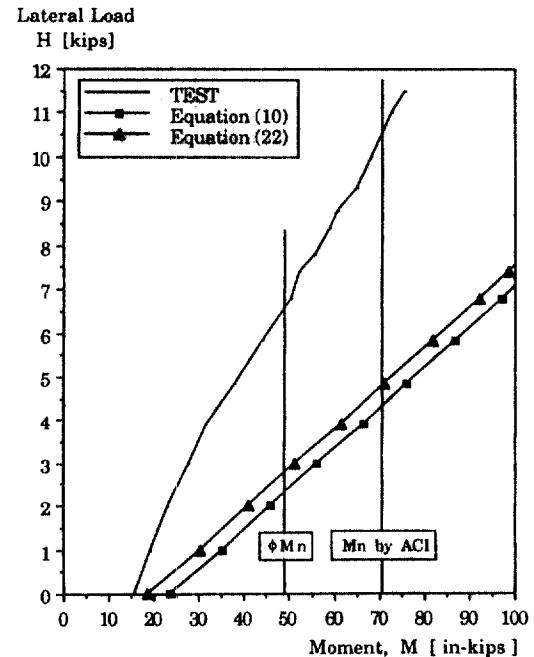


그림 7. FC-9 기둥 3(C3) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\delta_b$  적용 여부)

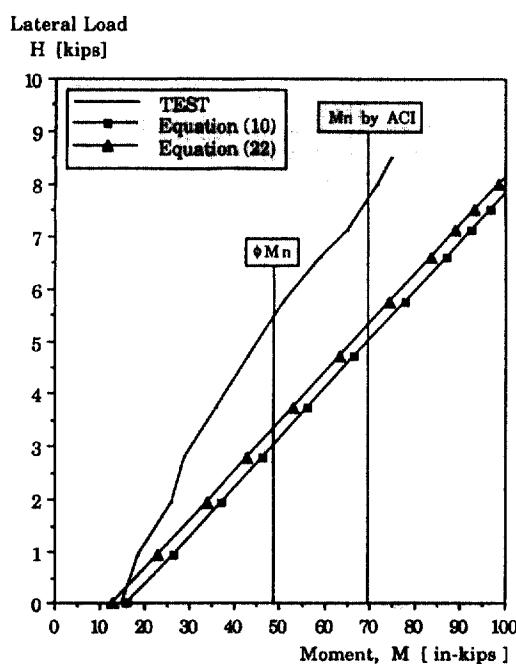


그림 6. FC-8 기둥 3(C3) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\delta_b$  적용 여부)

## 6. 모멘트 확대계수 상의 강도 감소 계수에 대한 고찰

Φ가 모멘트 확대계수의 식에 포함되어야 하는가에 대하여는 구조 공학자 사이에 異見이 있어 왔다. LRFD(Load and Resistance Factor Design)를 채택한 미국의 강구조 시방서<sup>(14)</sup>에서는 식 (23)과 식 (24)와 같이, 콘크리트 시방서의  $\delta_b$ 와  $\delta_s$ 에 해당되는 모멘트 확대계수  $B_1$ 과  $B_2$ 의 식에  $\phi$ 가 포함되어 있지 않음을 볼 수 있다.  $\phi$ 를 고려하지 않는 경우에는  $\delta_b$ 와  $\delta_s$  대신 식 (25)과 식 (26)의  $\delta_b^*$ 와  $\delta_s^*$ 를 이용하여 식 (27)로 기둥 총모멘트를 구할 수 있을 것이다.

$$B_1 = \frac{C_m, 1}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0 \quad (23)$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.0 \quad (24)$$

표 3. 횡하중-모멘트 곡선의 시점과  $M_n$ 의 H 값( $\delta_b$  적용 여부)

시 편	시 점 [in-kips]			$M_n$ 에서의 H 값 [kips]		
	실험치	$\delta_b M_b$	$M_b$	실험치	$\delta_b$ 적용	$\delta_b$ 생략
FC-2	14.0	16.3	12.3*	3.32	2.52	3.73*
FC-5	15.7	21.2	14.3*	1.84	0.62	1.91*
FC-6	19.1	24.3	18.8*	2.80	0.87	1.22
FC-8	15.0	16.1	12.7*	7.63	4.93	5.25
FC-9	15.6	23.6	18.5	10.53	4.33	4.80

\*非안전측

표 4. φ계수를 적용한 경우와 생략한 경위 모멘트 확대계수

시 편	기 등	$\delta_b$	$\delta_b^*$	$\delta_s$	$\delta_s^*$
FC-1	C3	—	—	1.84	1.47
FC-2	C4	1.33	1.21	1.80	1.45
FC-3	C3	—	—	1.80	1.45
FC-5	C4	1.48	1.30	2.86	1.84
FC-6	C3	1.29	1.18	3.95	2.10
FC-8	C3	1.27	1.18	2.74	1.80
FC-9	C3	1.27	1.17	2.72	1.79

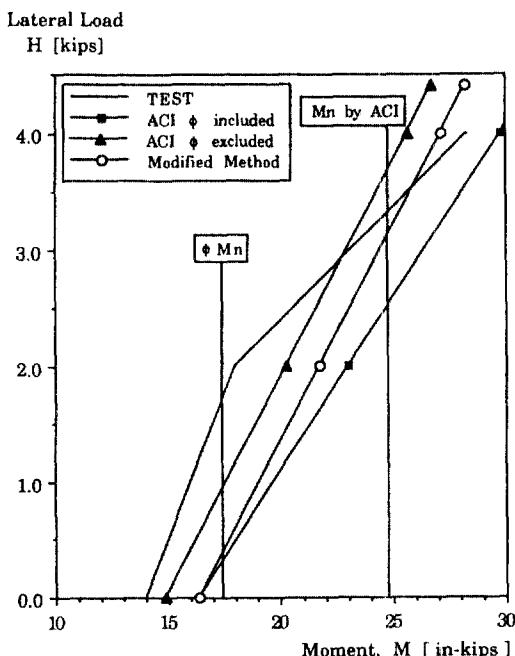


그림 8. FC-2 기둥 4(C4) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선(φ적용 여부)

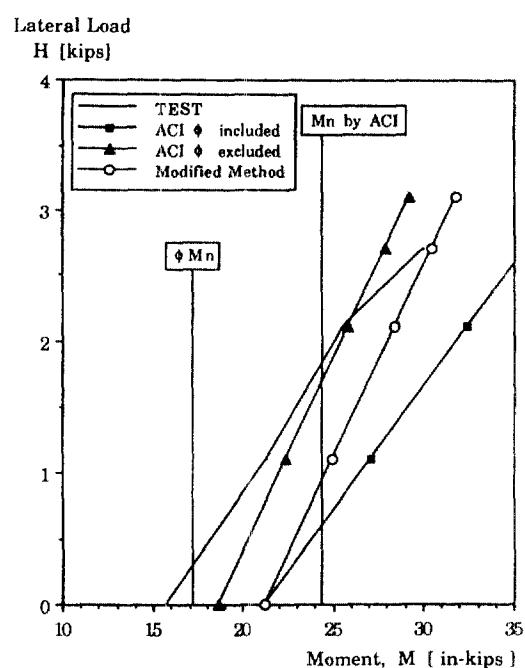


그림 9. FC-5 기둥 4(C4) 밀부분의 횡하중-모멘트 곡선(φ적용 여부)

$$\delta_b^* = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_c}} \geq 1.0 \quad (25)$$

$$\delta_s^* = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{\sum P_c}} \geq 1.0 \quad (26)$$

$$M_c = \delta_b^* M_{2b} + \delta_s^* M_{2s} \quad (27)$$

표 4는前述한 5개의 시편에 대하여  $\delta_b$ 와  $\delta_b^*$ ,  $\delta_s$ 와

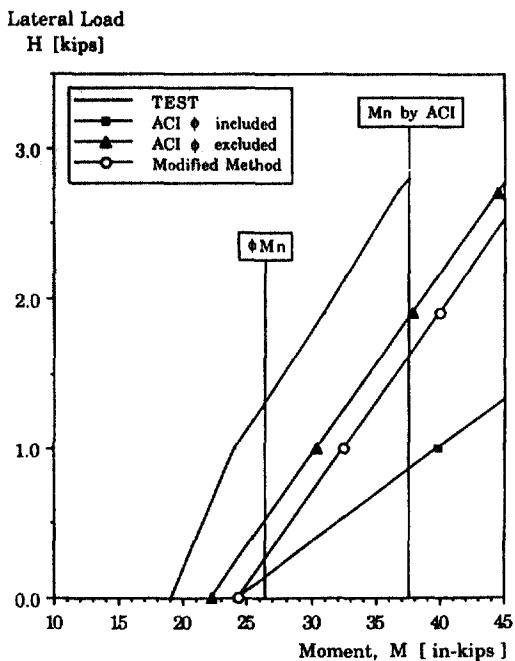


그림 10. FC-6 기둥 3(C3) 일부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\phi$ 적용 여부)

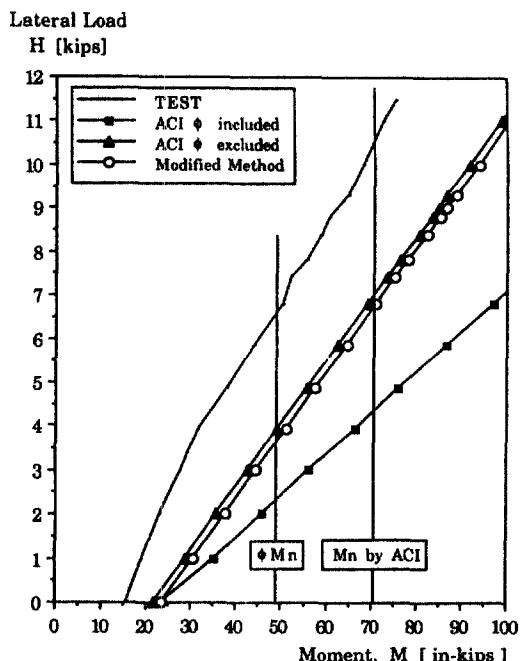


그림 12. FC-9 기둥 3(C3) 일부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\phi$ 적용 여부)

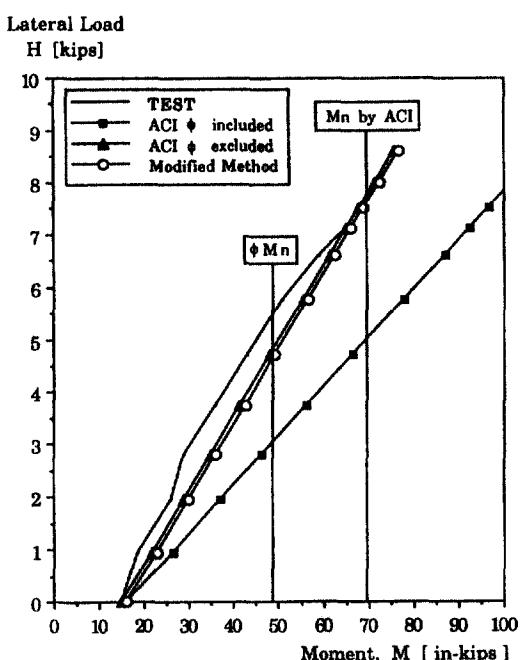


그림 11. FC-2 기둥 3(C3) 일부분의 횡하중-모멘트 곡선 ( $\phi$ 적용 여부)

표 5. 각 방법에 의한  $M_n$ 에서의 H값

(1) 시편	M <sub>n</sub> 에서의 H 값 [kips]				
	(2) 실험에 의한 H값	(3) δ <sub>b</sub> , δ <sub>s</sub> 를 사용한 식 (10)	(4) δ <sub>b</sub> * , δ <sub>s</sub> *를 사용한 식 (27)	(5) δ <sub>b</sub> , δ <sub>s</sub> * 사용한 식 (28)	
FC-2	3.32	2.52	3.67 <sup>+</sup>	3.13	
FC-5	1.84	0.62	1.72	0.97	
FC-6	2.80	0.87	1.89	1.64	
FC-8	7.63	4.93	7.67 <sup>+</sup>	7.61	
FC-9	10.53	4.33	6.99	6.73	

<sup>+</sup>非안전측

표 6. M<sub>n</sub>에서의 H값의 정확도

(1) 시편	정 확 도(%)		(4) 증가된 정확도 =(3)-(2)
	(2) δ <sub>b</sub> , δ <sub>s</sub> 를 사용한 식 (10)	(3) δ <sub>b</sub> , δ <sub>s</sub> *를 사용한 식 (28)	
FC-2	76	94	18
FC-5	34	53	19
FC-6	31	59	28
FC-8	65	99.7	35
FC-9	41	64	23

$\delta_s^*$ 의 수치를 보여준다. 각각의 시편에 대하여,  $\phi$ 를 고려하거나(그림에서 사각형으로 표시된 점) 고려하지 않는(그림에서 삼각형으로 표시된 점) 2가지 경우의 모멘트 확대계수를 사용하여 얻은 횡하중-모멘트 곡선이 그림 8에서 그림 12까지 실험 결과와 비교되어 있다.  $\phi$ 를 제외한 경우에는 횡하중-모멘트 곡선의 시작되는 점이 실험치에 접근하게 되고, 곡선의 기울기가 증가하게 됨을 알 수 있다. 그림 9, 10, 12에서 보는 바와 같이 FC-5, FC-6, FC-9의 경우에는,  $\delta_b$ 와  $\delta_s$ 를 사용했을 때보다  $\delta_b^*$ 와  $\delta_s^*$ 를 사용했을 때에  $M_n$ 에서의 H가 실험치에 더 근접하면서도 안전측에 있으나, FC-2와 FC-8에 대하여는 (그림 8, 11참조) 非안전측인 결과가 된다는 것을 알 수 있다. 따라서, 철근 콘크리트 구조에서 모멘트 확대법을 적용할 때, 현재의 시방서 상의 모멘트 확대계수 공식에서  $\phi$ 를削除한다면 非안전측인 설계의 가능성이 크다고 할 수 있다.

## 7. 새로운 모멘트 확대계수 組合

6장에서 보는 바와 같이 모멘트 확대계수 공식에서  $\phi$ 를 삭제한다면 非안전측인 결과가 될 수 있는데, 각각의 경우에 대하여  $M_n$ 에서의 H가 표 5에 요약되어 있다. 각 시편에 대하여 현 시방서대로  $\delta_b$ 와  $\delta_s$ 를 사용한 경우의 H값(표 5의 3행)은 실험 결과(표 5의 2행)보다 항상 작은 안전측이며,  $\delta_b^*$ 와  $\delta_s^*$ 를 사용했을 때의 H값(표 5의 4행)은 FC-2와 FC-8에 대하여 실험 결과보다 큰 非안전측이다. 각 시편에 대하여 항상 안전측이면서도 현재의 시방서보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있는 방법으로 식 (28)을 사용할 수 있을 것이다.

$$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s^* M_{2s} \quad (28)$$

즉, Unbraced System에 대하여는 강도 감소 계수  $\phi$ 를 생략한 모멘트 확대계수를 사용하는 방법으로, 표 6의 3행에 나타난 바와 같이 53%~99.7%의 정확도를 보여 주는 반면, 현 시방서는 31%~76%의 정확도(표 6의 2행)를 보여준다. 따라서, 각 시편에 대하여, 식 (28)은 식 (10)보다 각각 18%, 35%, 19%, 28%, 23% 더 정확한 결과를 준다. 식 (28)을 사용한 횡하중-모멘트 곡선(원으로 표시된 점)이 그림 8에서

그림 12까지 나타나 있는데, 결국 현 시방서와 같은 점에서 횡하중-모멘트 곡선이 시작되지만 그 기울기는 식 (27)과 같게 됨을 보여준다.

## 8. 결 론

횡방향 상대변위가 발생하는 Unbraced Frame의 기둥 모멘트를 예측하는 모멘트 확대법의 정확도를 실험결과와 비교하여 구하였다. 이제까지 발표된 실험적 연구 중 가장 높은 부정정 차수를 가지고 있고 높은 축방향 하중의 비율을 유지하고 있어서 Unbraced Frame의 저동을 가장 잘 나타내 주고 있다고 평가되고 있으며, 1983년도 ACI Code 개정의 기초가 된 실험결과를 채택하였다. 현재 시방서에서 채택하고 있는 모멘트 확대법, Braced System의 모멘트 확대계수  $\delta_b$ 의 적용 여부, 모멘트 확대계수 공식에 포함되고 있는 강도 감소 계수  $\phi$ 의 적용 여부, 모멘트 확대법의 정확도를 높이면서도 안전측의 결과를 주는 새로운 모멘트 확대계수의 조합 등에 관한 결론은 다음과 같다.

1) 0.7의 강도 감소 계수  $\phi$ 를 사용하는 ACI Code의 모멘트 확대법을 적용한 결과, 실험으로 구한 극한 횡하중의 31%~76%인 안전측의 극한 횡하중이 계산되었다. 0.65의 강도 감소 계수  $\phi$ 를 사용하는 우리나라 콘크리트 표준시방서의 모멘트 확대법은 ACI Code의 모멘트 확대법의 결과보다 더 안전측의 극한 횡하중이 계산되어 그 정확도는 떨어진다.

2) 현재 시방서에서 채택하고 있는 확대 모멘트 계산공식에서 확대계수  $\delta_b$ 를 생략한다면 경우에 따라서는 非안전측인 설계 결과를 유발할 수 있으며(5개의 Frame 실험 시편 중 2개의 Frame에 대하여 非안전측의 극한 횡하중이 계산되었다.), 이론적 근거가 희박하다 하더라도 안전을 위해서 현 시방서대로 모멘트 확대계수  $\delta_b$ 를 적용해야 한다.

3) 철근 콘크리트 구조에 모멘트 확대법을 적용할 때 현재의 시방서 상의 모멘트 확대계수 공식의 강도 감소 계수  $\phi$ 는 존속(存續)시켜야 한다. 미국 LRFD 강구조 시방서와 같이 모멘트 확대계수의 식에 강도 감소 계수  $\phi$ 를 포함시키지 않는 경우 非안전측인 설계의 가능성이 크다. (5개의 Frame 실험 시편 중

2개의 Frame에 대하여 非안전측의 극한 횡하중이 계산 되었음.)

4) Braced System에 대한 모멘트 확대계수는 현 시방서의 공식을 사용하고, Unbraced System에 대하여는 강도 감소 계수  $\phi$ 를 생략한 모멘트 확대계수를 하용하여 기둥 총 모멘트를 계산했을 때 현재의 시방서보다 더 정확하며 항상 안전측인 결과를 얻었다. (5개의 Frame 실험 시편에 대하여, 현 시방서에 따르면 실험치의 31%~76%인 극한 횡하중이 계산되나, 이 방법에 따르면 53%~99.7%인 극한 횡하중이 계산된다.)

## 9. 부 호

- $C_m$  : 부재내에서 2차 모멘트가 추가된 총 모멘트의 발생 위치에 대한 계수.
- $E_c$  : 콘크리트의 탄성계수.
- $E_s$  : 철근의 탄성계수.
- $EI$  : 기둥의 강성(剛性, Stiffness).
- $e, e_a$  : 편심.
- $h$  : 모멘트가 작용하는 방향의 기둥 두께.
- $I_g$  : 기둥 총 단면 2차 모멘트.
- $I_s, I_{se}$  : 부재단면의 중립축에 대한 단면 2차 모멘트.
- $k$  : 좌굴에 관한 유효길이계수.
- $L_u$  : 기둥의 비지지(非支持) 길이.
- $l$  : 기둥의 길이.
- $M_u, M_c$  : 기둥의 총 모멘트.
- $M_o$  : 선형 탄성 1차 구조 해석에 의한 기둥의 모멘트.
- $M_{2b}$  : 가로흔들이(Sidesway)를 일으키지 않는 하중에 의하여 구한 단(端) 모멘트 중 큰 값.
- $M_{2s}$  : 가로흔들이를 일으키는 하중에 의하여 구한 단(端) 모멘트 중 큰 값.
- $P$  : 기둥의 축방향 압축력.
- $P_c, P_e$  : Euler 좌굴하중.
- $r$  : 기둥단면의 최소 회전반경. Radius of Gyration.
- $\beta_d$  : 기둥의 지속하중에 대한 계수.
- $\delta_b$  : 가로흔들이가 방지된 Braced System의 모멘트 확대 계수.
- $\delta_s$  : 가로흔들이가 발생하는 Unbraced System

의 모멘트 확대 계수.

$\Delta$  : 처짐.

$\Phi$  : 곡율.

$\phi$  : 강도 감소계수.

## 참 고 문 헌

- James G. MacGregor, John E. Breen, and Edward O. Pfrang, "Design of Slender Concrete Columns," *ACI Journal*, Proceeding, 67, January 1970, p. 6-28.
- Jae-Hoon Lee, "A Study on Analysis of Unbraced Reinforced Concrete Plane Frames with Slender Columns for Design Purposes," Ph.D. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Wisconsin, Madison, May 1991, p. 235.
- ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary," ACI 318-89, ACI 318R-89, American Concrete Institute, Detroit, 1989.
- Jae-Hoon Lee and Michael G. Oliva, "Equivalent Member Stiffness for  $P\Delta$  Analysis of Unbraced Frames," *ACI Structural Journal*에 제출 중.
- 대한 민국 건설부, "콘크리트 표준시방서," 1988.
- 이재훈, "89년도 ACI 코드 개정에 관하여(II)-장 주, 2방향 Slab, Punching Shear", 대한 토목학회지, 36권 5호, 1988년 10월, p. 33-41.
- Gosstroj USSR 1972, Structural Norms and Rules.
- CEB 1970, International Recommendations for the Design and Construction of Concrete.
- British Standard Code of Practice(BSCP), Code of Practice for the Structural Use of Concrete. British Standard Institution, 1972, Cranston.
- German Industrial Standards(DIN 1045), 1972, Reinforced Concrete Structures Design and Construction.
- J.S. Ford, D.C. Chang, and J.E. Breen, "Experimental and Analytical Modeling of Unbraced Multipanel Concrete Frames," *ACI Journal*, Proceeding, 78, January-February 1981, p. 21-35.
- J.S. Ford, D.C. Chang, and J.E. Breen, "Design Indications from Tests of Unbraced Multipanel Concrete Frames", *Concrete International*, 3, March 1981, p. 37-47.
- J.S. Ford, D.C. Chang, and J.E. Breen, "Behavior

- of Unbraced Multipanel Concrete Frames," *ACI Journal*, Proceeding, 78, March-Aprill 1981, p. 99-115.
14. AISC, Load and Resistance Factor Design Speci-

fication for Structural Steel Buildings. Chicago, IL: American Institute of Steel Construction, September 1, 1986.

(接受: 1991. 10. 28)