

Galerkin 해석법에 의한 원통 Panel의 진동 및 좌굴특성

Vibration and Stability Characteristics of Cylindrical Panels by the Galerkin Method

박문호* · 박승진**

Park, Moon Ho · Park, Sung Jin

Abstract

This paper presents a numerical analysis procedure and a characteristics for vibration and buckling of the cylindrical panels. The panels with simply-simply or simply-clamped edge supports are subjected to circumferential compressive or flexural stresses.

The differential equations governing vibration and buckling for these panels are derived by using the fundamental differential equation of the Love-Timoshenko and are solved numerically via the Galerkin method.

The panel with simply-clamped edge supports is used a trigonometric function or a eigen function of a beam as a trial function and the effects of trial functions on numerical solutions are displayed. Numerical results are presented to demonstrate the effects of the flexural parameters in natural frequencies and coefficients of critical buckling and some typical mode shapes of vibration and buckling are also presented.

요 지

본 연구는 직선변이 단순지지, 원호변이 단순지지 및 고정지지 조건을 갖는 원통 panel을 해석하는 방법을 제시하였고 진동 및 좌굴에 관한 특성을 규명한 것이다. 초기응력을 받는 원통 panel을 지배하는 미분방정식은 Love-Timoshenko의 기초식을 이용하여 유도하였으며 이 미분방정식을 Galerkin 해석법을 이용하여 수치해석 하였다. 특히 고정 지지조건을 갖는 panel에 대해서는 시행함수로서 삼각함수로 구성되는 경우와 쌍곡선함수로 된 보의 고유함수로 구성되는 경우에 대하여 각각 해석하였으며 이들 시행함수가 수치해에 미치는 영향을 검토하였다. 수치해석의 결과로 곡률 parameter와 고유 진동수 및 임계 좌굴계수와의 관계를 검토하였다. 또한 진동 및 좌굴 모드를 도시하였다.

* 정희원 · 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

** 일본 북해도대학 대학원 토목공학전공 박사과정

1. 서 론

원통 panel은 토목, 건축, 조선, 항공 등의 많은 공학분야에서 이용되고 있지만 진동 및 좌굴특성에 관한 연구(1-4)는 곡평판(5-9) 등에 비하여 다소 미흡한 편이다. 각종 지지조건을 갖는 원통 panel의 진동 및 좌굴의 특성을 간편한 수치해석 방법으로 해석한다는 것은 원통 panel의 안정성 문제를 규명한다는 점에서 큰 의의를 갖는다.

구조물 또는 구조요소의 강성 및 고유진동수는 초기응력에 큰 영향을 받는다는 것(3)은 이미 알려져 있다. 즉 축방향 하중을 받는 보의 휨 고유진동수는 하중의 증가와 함께 감소하고 하중이 좌굴하중과 같아질 때 영이 되며 주기적인 하중이 작용하는 경우에는 하중의 진폭이 정적 좌굴하중보다 낮아도 하중의 주기와 휨고유 진동수 사이에 어떤 특정한 관계가 성립되면 매우 심한 휨진동이 발생한다는 것은 잘알려진 이론(3,5,10)이다. 이와 같은 이론을 기초로 하여 본 논문은 단순지지된 원통형 panel의 직선변에 축방향 압축력 또는 휨 모멘트를 받는 경우 초기응력이 고유진동 특성에 미치는 영향에 대하여 수리학적으로 규명한 것이다. 초기응력을 받는 원통 panel을 지배하는 미분방정식은 Galerkin 해석법을 이용하였으며 수치 적분은 개정 Gauss Legendre 수치적분법과 Reduce 수치처리법을 이용하였다.

2. 원통 panel의 진동 및 좌굴의 수학적모델

2.1 지배 미분방정식 및 경계조건

그림 1은 원통형 panel의 진동 및 좌굴에 관한 기초 미분방정식을 유도하기 위하여 직선변의 길이가 a, 원호변의 길이가 b, 두께가 h, 곡률반경이 R인 등방성의 원통형 panel의 기하학적 형성과 직교좌표계의 구성을 나타낸 것이다. 이와 같은 panel의 직선변에 그림 1에 표시한 바와 같은 초기응력을 받는 원통형 panel의 기초 미분방정식은 변형에너지, 운동에너지 및 초기응력에 의한 에너지식을 이용하여 Hamilton 원리에 의하여 진동 및 좌굴에 관한 지배 미분방정식(15)을 x, y, z축 방향의 변위 u, v, w의 함수로 유도하여 정리하면 다음과 같다.

$$L1(u, v, w) = R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{R}{2}(1+\nu)$$

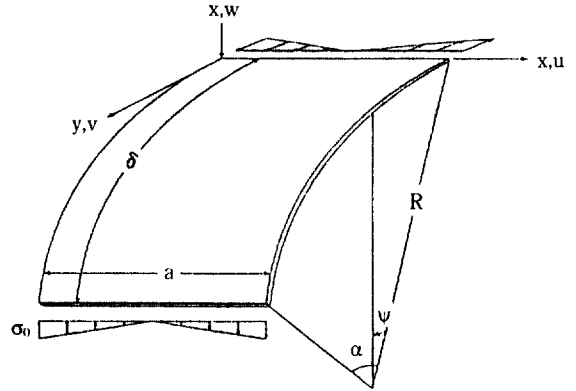


그림 1. 원통형 Panel.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \phi} - \nu R \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\rho}{E}(1-\nu^2)R^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sigma_y^0 \frac{1}{E}(1-\nu^2) \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} = 0 \quad (1)$$

$$L2(u, v, w) = \frac{R}{2}(1+\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \phi} + \frac{R^2}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + K \left[R^2(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} \right] - \frac{\partial w}{\partial \phi} + K \left[R^2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \phi} + \frac{\partial^3 w}{\partial \phi^3} \right] + \frac{\rho}{E}(1-\nu^2)R^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \sigma_y^0 \frac{1}{E}(1-\nu^2) \left[v + \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (2)$$

$$L3(u, v, w) = \nu R \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \phi} + K \left[-R^2(2-\nu) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \phi} - \frac{\partial^3 v}{\partial \phi^3} \right] - w - K \left[R^4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \phi^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} \right] + \frac{\rho}{E}(1-\nu)R^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \sigma_y^0 \frac{1}{E}(1-\nu) \left[w + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (3)$$

여기에서 $K=12(h/R)^2$ 이며 E는 탄성계수, ν 는 포아슨비, ρ 는 밀도, t는 시간을 나타낸다.

식 (1), (2), (3)은 원통형 panel의 진동 및 좌굴에 관한 기초 미분방정식을 모두 포용할 수 있는 기

본식으로서 이들 식 중에서 y축 방향의 초기법선
응력 σ_y^0 를 0로 하면 진동문제의 기초 미분방정식이
되며 판성향을 0로 하면 좌굴문제의 기초 미분방
정식으로 변환된다. 또한 직선변 단부에서의 y축방
향의 초기 법선응력은 다음 식으로 나타내었다.⁽³⁾

$$\sigma_y^0 = \sigma_0 \left(1 - \theta \frac{x}{a} \right) \quad (4)$$

여기서 θ 는 초기응력의 형상을 나타내는 매개변
수로서 $\theta=0$ 는 축방향 압축상태를 나타내며 $\theta=2$ 는
순수 휨(pure bending) 상태를 나타낸다.

네변이 단순지지된 경우와 직선변이 단순지지이며
원호변이 고정지지된 경우의 원통 panel의 경계조
건은 다음과 같다.⁽¹⁵⁾

(1) 4변 단순지지부

$$x=0(\text{곡선변}) : N_x = M_x = v = w = 0 \quad (5)$$

$$\varphi=0(\text{직선변}) : N_\varphi = M_\varphi = v = w = 0 \quad (6)$$

(2) 2변 단순 2변 고정지지부

$$x=0(\text{곡선변}) : u = v = w = \partial w / \partial x = 0 \quad (7)$$

$$\varphi=0(\text{직선변}) : N_\varphi = M_\varphi = u = w = 0 \quad (8)$$

식 (6)과 식 (8)에서의 N_x, N_φ 는 직선변과 곡선변에
작용하는 축방향력이며 M_x, M_φ 는 각각의 경우의 휨
모멘트들로서 이들은 다음과 같이 정식화 된다.⁽¹⁵⁾

$$N_x = \bar{K} \sigma \left[\frac{\partial u}{\partial x} + v \left(\frac{\partial v}{R \partial \varphi} - \frac{w}{R} \right) \right] \quad (9)$$

$$N_\varphi = \bar{K} \left[\frac{\partial v}{R \partial \varphi} - \frac{w}{R} + v \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (10)$$

$$M_x = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right] \quad (11)$$

$$M_\varphi = -D \left[\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (12)$$

$$\bar{K} = \frac{Eh}{1 - \nu^2} \quad (13)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (14)$$

여기서 \bar{K} 는 원통 panel의 신장 강성이며 D는 휨
강성이다.

2.2 시행 함수

x, y, z축방향의 변위(u, v, w)의 함수로서 유도된
원통 panel의 기본 미분방정식 (1), (2), (3)식의 수
치해 u, v, w를 구하기 위하여 시도한 시행 함수는
식 (15)와 같은 급수함수를 택하여 수행하였다.

$$\begin{aligned} u(x, \varphi, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} U_{mn}(x, \varphi) e^{i\omega t} \\ v(x, \varphi, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} V_{mn}(x, \varphi) e^{i\omega t} \\ w(x, \varphi, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} W_{mn}(x, \varphi) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (15)$$

(m, n = 1, 2, 3, \dots, \infty)

식 (15)중의 ω 는 원 진동수(circular frequency)
이며 a_{mn}, b_{mn}, c_{mn} 은 계수들이고 $U_{mn}(x, \varphi), V_{mn}(x, \varphi), W_{mn}(x, \varphi)$ 는 u, v, w의 해를 가정한 시행함수에
사용한 좌표 함수들로서 본 논문에서는 4변이 단
순지지된 원통 panel에 대해서는 식 (16)과 같은
삼각함수로된 좌표함수를 사용하였으며 직선변이
단순지지되고 원호변이 고정지지된 원통 panel의
경우는 식 (17)과 같은 삼각함수로 된 좌표함수와
식 (18)과 같은 쌍곡선 함수로 표시되는 단경간보의
자유진동에 대한 보의 고유함수(eigen-function)를
좌표함수로 사용하여 지배 미분방정식의 해를 구하
였다.

1) 4변이 단순지지된 경우의 삼각함수를 이용한
좌표함수

$$\begin{aligned} U_{mn} &= \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \\ V_{mn} &= \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \\ W_{mn} &= \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \end{aligned} \quad (16)$$

2) 2변 단순, 2변 고정지지된 경우의 좌표함수

(1) 삼각함수를 사용한 경우

$$U_{mn} = \left[\sin \frac{m-1}{a} \pi x - \sin \frac{m+1}{a} \pi x \right] \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi$$

$$V_{mn} = \left[\cos \frac{m-1}{a} \pi x - \cos \frac{m+1}{a} \pi x \right] \cos \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \quad (17)$$

$$W_{mn} = \left[\cos \frac{m-1}{a} \pi x - \cos \frac{m+1}{a} \pi x \right] \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi$$

(2) 보의 고유함수를 사용한 경우

$$U_{mn} = \left[\cos \frac{\mu m}{a} x - \cosh \frac{\mu m}{a} x + \alpha_m \left\{ \sin \frac{\mu m}{a} x + \sinh \frac{\mu m}{a} x \right\} \right] \sin \frac{n\pi}{\alpha} \varphi$$

$$V_{mn} = \left[\sin \frac{\mu m}{a} x - \sinh \frac{\mu m}{a} x - \alpha_m \left\{ \cos \frac{\mu m}{a} x - \cosh \frac{\mu m}{a} x \right\} \right] \cos \frac{n\pi}{\alpha} \varphi \quad (18)$$

$$W_{mn} = \left[\sin \frac{\mu m}{a} x - \sinh \frac{\mu m}{a} x - \alpha_m \left\{ \cos \frac{\mu m}{a} x - \cosh \frac{\mu m}{a} x \right\} \right] \cos \frac{n\pi}{\alpha} \varphi$$

식 (18) 중의 $\alpha_m = (\sin u_m - \sinh u_m) / (\cos u_m - \cosh u_m)$ 이며 u_m 은 식 (19)를 만족시키는 값이다. m , n 은 해의 정도에 따라 급수의 항 수를 정해주는 정수들이다.

$$\cos(\mu_m) \cdot \cosh(\mu_m) = 1 \quad (19)$$

식 (16) 및 식 (17) 또는 식 (18)을 식 (15)에 대입한 식과 식 (9)~(14)를 원통형 panel의 지지조건들에 따른 $x=0$, 곡선변과 $\varphi=0$, 직선변에 대입하면 원통형 panel의 경계조건 식 (5)~(8)이 각각 만족하게 된다.

2.3 Galerkin 해석법의 정식화

좌굴이나 진동에 관한 평판이나 곡판을 지배하는 연립 미분방정식의 정확한 해석해를 구한다는 것은 매우 어려운 문제이므로 대개의 경우 최소에너지의 원리를 이용한 변분적분법, Rayleigh-Ritz법 및 Galerkin법 등의 수치해석법^(6,11)과 유한차분법, 유한요소법 등과 같은 유한 해석을 이용한 수치해석법⁽¹²⁻¹⁴⁾ 등을 이용하여 근사적으로 해석한다. 본 연구에서는 Galerkin 법을 이용하여 수치해석 하였다.

Galerkin 해석법은 Russia 수학자 Galerkin에 의해 제안된 것으로, 다른 해석법에 비교해 주요한

잇점은 지배방정식만에 의해 해석되기 때문에 범함수를 필요로 하지 않는다는 것이다. 또한 Galerkin 해석법은 모든 경계조건을 만족시킬 수 있으므로 진동 및 좌굴 문제의 해석시에 시행함수를 지배미분방정식에 바로 대입하여 그 해를 근사적으로 수치해석 할 수 있는 매우 유효한 해석방법이다. 고로 본 연구에서는 원통 panel의 진동 및 좌굴문제를 Galerkin 해석법을 이용하여 수치해석 하였다.

식 (15)의 시행함수를 이용하여 원통 panel의 좌굴과 진동에 관한 지배 미분방정식인 식 (1), (2), (3)에 Galerkin 해석법을 적용하면 각각의 좌표함수 U_{rs} , V_{rs} , W_{rs} 의 함수식으로 표시되는 다음과 같은 세 조건식으로 정식화 된다.

$$\int_0^a \int_0^a L1(u, v, w) U_{rs}(x, \varphi) R dx d\varphi = 0 \quad (20)$$

$$\int_0^a \int_0^a L2(u, v, w) V_{rs}(x, \varphi) R dx d\varphi = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^a \int_0^a L3(u, v, w) W_{rs}(x, \varphi) R dx d\varphi = 0 \quad (22)$$

($r, s = 1, 2, 3, \dots$)

식 (20), (21), (22)의 조건식들에 식 (15)의 시행함수와 식 (1), (2), (3)의 지배 미분방정식 및 식 (16)의 좌표함수를 대입하여 연립 2계 미분방정식을 유도하여 이를 풀면 4변이 단순지지된 원통 panel의 수치해가 얻어진다. 또한 좌표함수로서 삼각함수를 이용한 식 (17) 또는 보의 고유함수를 이용한 식 (18)을 같은 방법으로 적용하면 각각의 좌표함수를 이용한 경우에 대한 두 직선변이 단순지지되고 두 원호변이 고정지지된 원통 panel의 수치해가 얻어진다.

전술한 바와 같이 유도된 각종 지지조건을 갖는 원통 panel의 2계 연립상미분 방정식의 결과는 식 (23)과 같은 고유치 문제의 형태로 변환할 수 있다.

$$K\{\delta\} - Kcr S\{\delta\} - \Omega^2 M\{\delta\} = 0 \quad (23)$$

여기서 K : 미분방정식에 의한 전체 강성

S : 관성항에 대한 기하학적 강성

M : 시간에 대한 질량

Kcr : 임계좌굴계수

Ω : 기본 고유원진동수

$\{\delta\}$: 변위함수

$$\{\delta\} = (\{U_{rs}\}, \{V_{rs}\}, \{W_{rs}\})$$

식 (23)으로부터 무차원으로 표시되는 기본 고유 원진동수 Ω 와 임계좌굴 계수 K_{cr} 를 구하면 식 (24) 및 식 (25)와 같이 정식화 된다.

$$\Omega^2 = \frac{\rho(1-\nu^2)\omega^2 a^2}{E} \quad (24)$$

$$K_{cr} = \frac{12(1-\nu^2)\sigma_0 a^2}{E^2 h^2} \quad (25)$$

3. 수치계산 예 및 결과 분석

전술한 바와 같은 원통 panel의 좌표 및 진동에 관한 수치해석과정으로부터 얻어진 수치해를 이용하여 표 1과 같은 해석조건을 갖는 원통 panel의 좌굴 및 진동에 관하여 해석하였다. 해석하여 얻어진 결과를 중심으로 Galerkin 해석법을 이용한 본 논문의 수치해와 선점법(Collocation method, 選點法)에 의한 문헌 (3)의 수치해와의 정도를 비교하였으며 시행함수가 수치해에 미치는 영향을 검토하였다.

또한 진동 특성은 식 (24)와 같은 무차원으로 표시되는 기본 고유 원진동수 Ω 에 관하여 검토하였으며 좌굴특성은 식 (25)와 같은 임계좌굴 계수 K_{cr} 에 관하여 검토하였다.

3.1 해의 정도 및 시행함수에 미치는 영향

(1) 4변이 단순지지인 경우

수치 계산결과는 표 2, 3, 4와 같으며 이들 표에서와 같이 수치해는 진동의 경우는 수치식의 첫번째 급수항만을 취할 경우 문헌 (3)과 같은 정도로 수렴하며 좌굴의 경우는 초기응력이 축방향 압축상태 ($\theta=0$)이거나 순수 휨상태($\theta=2$)인 경우 모두 대개 5-6항 정도의 급수항을 택할 경우 문헌 (3)과 같은 정도로 수렴함을 보여주었다.

이는 본 연구의 식 (16)의 좌표함수로 된 시행함수를 이용하여 수치해석할 경우 수렴성이 양호한 수치해를 얻을 수 있음을 입증한 것이다.

(2) 직선변이 단순지지 원호변이 고정지지의 경우

수치계산 결과는 표 5, 6, 7과 같으며 이들 표에서와 같이 좌표 함수를 식 (17)과 같은 삼각함수를 이용한 경우의 수치해는 7-8항 정도의 급수항을 택할

표 1. 해석 조건

포아손비	ν	0.3
직선변/원호변	a/b	1
곡률 parameter	b^2/Rh	0, 10, 20

표 2. 고유 진동수 Ω (4변 단순지지)

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)				선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	
0	0.0285	0.0285	0.0285	0.0285	0.0285
10	0.0371	0.0371	0.0371	0.0371	0.0371
20	0.0555	0.0555	0.0555	0.0555	0.0555

표 3. 좌굴 계수 K_{cr} (4변 단순지지, $\theta=0$)

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)				선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	
0	4.000	4.000	4.000	4.000	3.999
10	6.802	6.361	6.361	6.361	6.359
20	15.211	6.696	6.696	6.696	6.696

표 4. 좌굴 계수 K_{cr} (4변 단순지지, $\theta=2$)

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)				선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	
0	25.758	25.536	25.529	25.529	25.512
10	28.611	26.350	27.338	27.337	26.323
20	31.143	28.751	28.742	28.742	28.736

경우 문헌 (3)의 수치해와 거의 일치하는 수렴성을 보여준다. 그러나 식 (18)과 같은 보의 고유함수를 택할 경우는 보다 많은 급수항을 취하여야만 문헌 (3)과 같은 수렴성을 갖게 되며 정도를 높이기 위하여 급수항을 아주 큰 수로 택하면 오히려 발산하는 경향이 있는데 이는 시행함수에 쌍곡선함수가 포함되어 있어 시행오차로 인한 계수행렬의 정도가 나빠지기 때문이다. 고로 시행함수는 보의 고유함수를 택하는 것보다 삼각함수를 이용하는 것이 수치해의 수렴성 및 정확도 면에서 유리하리라 생각된다.

3.2 진동특성과 좌굴특성

그림 (2), (4) 및 (5)에서 보이는 바와 같은 진동 특성과 좌굴특성은 식 (23)의 고유벡터를 이용한 최저 고유진동수를 택하여 식 (15)의 ω mode를

표 5. 고유진동수 Ω (2변 단순, 2변 고정)

(a) 삼각함수를 좌표함수로 이용한 경우

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)							선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	9	11	13	
0	0.0427	0.0420	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418
10	0.0511	0.0499	0.0496	0.0495	0.0494	0.0494	0.0493	0.0491
20	0.0703	0.0683	0.0677	0.0674	0.0672	0.0670	0.0669	0.0664

(b) 보의 고유함수를 좌표함수로 이용한 경우

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)							선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	9	11	13	
0	0.0419	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418
10	0.0499	0.0495	0.0494	0.0494	0.0495	0.0494	0.0494	0.0491
20	0.0687	0.0676	0.0672	0.0672	0.0674	0.0672	0.0411	0.0664

표 6. 좌굴 계수 K_{cr} (2변 단순, 2변 고정, $\theta=0$)

(a) 삼각함수를 좌표함수로 이용한 경우

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)							선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	9	11	13	
0	9.000	7.776	7.725	7.708	7.701	7.697	7.695	7.686
10	12.848	8.033	7.975	7.954	7.945	7.940	7.937	7.908
20	24.399	8.802	8.723	8.692	8.676	8.668	8.662	8.570

(b) 보의 고유함수를 좌표함수로 이용한 경우

b^2/Rh m,n	Galerkin 법 (본 연구)							선점법 (문헌 (3))
	1	3	5	7	9	11	13	
0	8.632	7.712	7.704	7.704	7.704	6.625	2.902	7.686
10	12.238	7.934	7.919	7.919	7.920	5.548	0.537	7.908
20	23.260	8.598	8.565	8.565	8.567	5.158	0.986	8.570

도시한 것이다.

4변이 단순지지된 경우와 직선변이 단순지지 원호변이 고정지지된 원통 panel의 고유진동수(Ω)와 곡률 parameter(b^2/Rh) 및 좌굴계수 K 와 곡률 parameter와의 관계를 나타낸 진동 및 좌굴 특성에 관한 결과와 진동 및 좌굴의 모드(Mode)를 나타낸 결과는 그림 2-그림 6과 같다.

진동 및 좌굴 특성을 나타낸 그림 2, 4, 5에서 보이는 바와 같이 고유진동수와 곡률 parameter 및 좌굴계수와 곡률 parameter의 관계가 2-3개의 곡선

군으로 표시되는데 이것은 최소고유진동수 및 좌굴 계수가 진동파형 및 좌굴파형에 의존되기 때문이다. 여기서 파형을 (x, ϕ) 방향의 반파수로 나타내는 (m, n)으로 나타내면, 예를 들면 4변 단순지지의 진동 문제에서는 $0 \leq b^2/Rh < 30$ 에서 (m, n)=(1, 1), $30 \leq b^2/Rh \leq 100$ 에서는 (m, n)=(1, 2)이고, 고정지지를 갖는 경우에는 파형 (m, n)을 명확히 표시할 수는 없지만 근사적으로 모드의 그림에서 판단하면 $0 \leq b^2/Rh < 30$ 에서는 (m, n)=(1, 1), $30 \leq b^2/Rh \leq 100$ 에서는 (m, n)=(1, 3)이 된다. 이와 같은 결과로 보면

표 7. 좌굴 계수 K_c (2변 단순, 2변 고정, $\theta=0$)

(a) 삼각함수를 좌표함수로 이용한 경우

Galerkin 법 (본 연구)							선점법 (문헌 (3))
b^2/Rh m,n	2	4	6	8	10	12	
0	49.325	41.080	40.205	39.938	39.823	39.765	39.626
10	51.075	42.405	41.468	41.175	41.044	40.979	40.766
20	56.323	46.367	45.239	44.869	44.695	44.600	44.16°

(b) 보의 고유함수를 좌표함수로 이용한 경우

Galerkin 법 (본 연구)						선점법 (문헌 (3))
b^2/Rh m,n	1	3	5	7	9	
0	45.876	40.165	40.008	13.476	1.194	39.626
10	42.424	41.380	41.191	13.477	1.163	40.744
20	52.063	45.012	44.723	0.0411	1.068	44.169

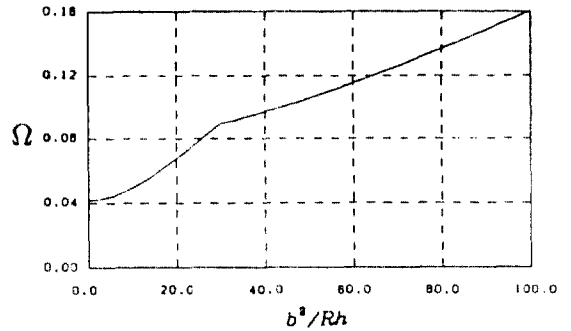
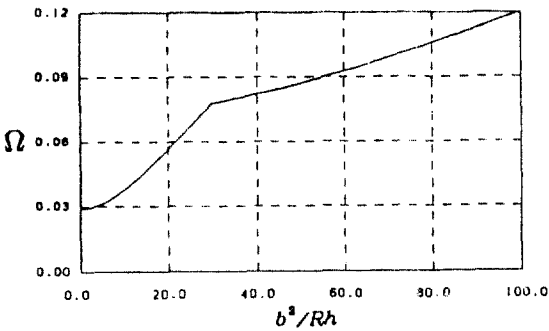


그림 2. 진동특성

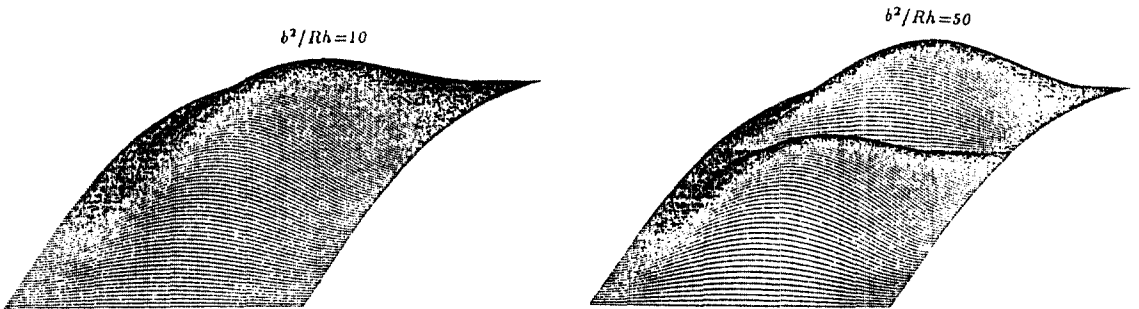


그림 3. 진동모우드(4변단순지지)

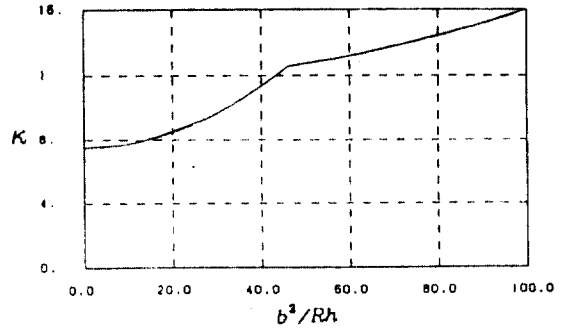
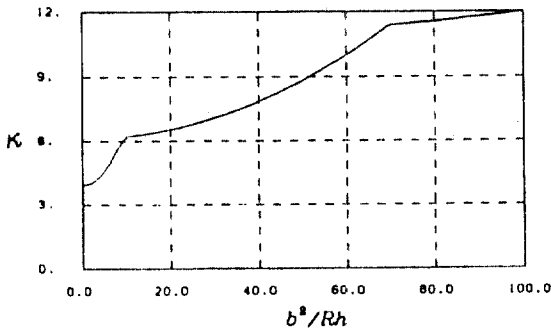


그림 4. 좌굴특성($\theta=0$)

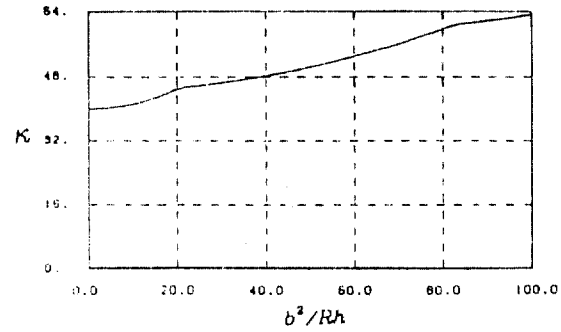
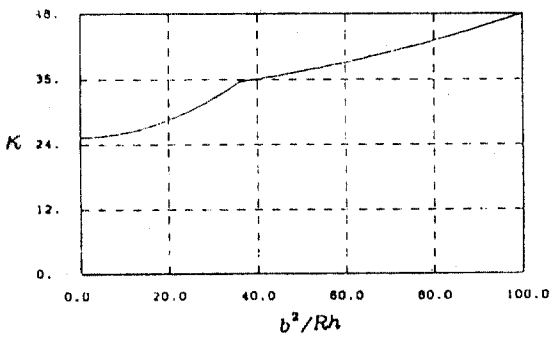


그림 5. 좌굴특성($\theta=2$)

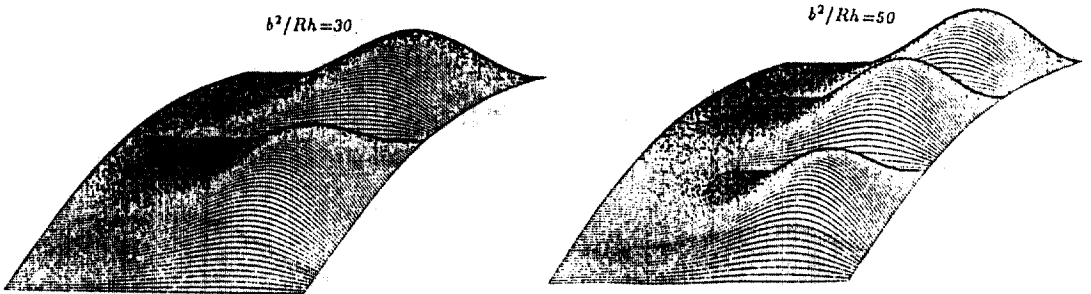


그림 6. 좌굴모우드(4변단순지지, $\theta=2$)

그림 2, 4 및 5에서 나타난 곡선의 기울기가 불규칙하게 바뀌는 점들의 영향은 진동, 좌굴모우드가 변하는 경계점이며, n 모우드의 파형에 대한 영향이 크고, 곡률 parameter b^2/Rh 가 크면 클수록 파형 (m, n)의 변화가 큰 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문은 4변이 단순지지 되는 경우와 직선변이 단순지지, 원호변이 고정지지되는 경우의 원통 panel의 좌굴과 진동을 지배하는 미분방정식과 경계

조건을 유도하고 이 미분방정식을 시행함수로서, 삼각함수를 이용한 좌표함수를 사용하는 경우와 보의 고유함수를 이용한 좌표함수를 사용하는 경우에 대하여 Galrkin 해석법에 의하여 수치해석한 연구로서 이 연구를 통해 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 진동 및 좌굴특성은 곡률 parameter b^2/Rh 에 크게 좌우되며 곡률 parameter의 증가에 따라 고유진동수 및 좌굴계수도 증가하게 된다.

2) 본 연구결과와 문헌 (3)의 결과를 비교하여 본 연구의 수치해의 타당성 및 수렴성을 입증하였으므로 본 연구의 수치해석법을 이용하여 원통 panel의 진동 및 좌굴특성을 규명할 경우 기초미분방정식의 잔차조건과 경계조건을 동시에 고려하여 해석하는 복잡한 선점법보다 간략한 수치해석으로 원통 panel의 진동 및 좌굴특성을 명확히 규명할 수 있다.

3) 시행함수로서 보의 고유함수를 취할 경우 수치해가 발산하는 경우가 있으므로 가능한한 삼각함수로 된 시행함수를 이용하여야 될 것으로 생각되며, 4변 단순지지의 경우는 본 연구의 식 (16)을 2변고정 2변 단순지지의 경우는 식 (17)의 좌표함수를 이용하면 정확도와 수렴성이 좋은 수치해를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Cheung, Y.K. and Cheung, M.S., "Vibration analysis of cylindrical panels", *J. Sound Vib.*, Vol.22, 1972, pp.59-73.
2. Mizusawa, T., "Application of spline strip method to analyse vibration of open cylindrical shells", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.26, 1988, pp.663-676.
3. Takashi Mikami, and Jin Yoshimura. "Vibration characteristics of cylindrical panels under initial stress", *J. of ST. Eng., JSCE*, Vol.35A, 1989, pp. 709-717.

4. Tsui, U.W., "Natural vibrations of cylindrical panels", *Proc. of ASCE*, Vol.94, No. EM6, 1968, pp. 1425-1445.
5. Ilerrmann, G. and Armenakas, A.E., "Vibration and stability of plates under initial stress", *Proc. of ASCE*, Vol.86, No. EM3 1960, pp.65-93.
6. Roufaeil, O.L. and Dawe, D.J., "Rayleigh-Ritz vibration analysis of rectangular Mindlin plates subjected to membrane stresses", *J. Sound Vib.*, Vol. 85, 1982, pp.263-275.
7. Dawe, D.J. and Morris, I.R., "Vibration of curved plate assemblies subjected to membrane stresses", *J. Sound Vib.*, Vol.81, 1982, pp.229-237.
8. J.M. Hutt and A.E. Salam, Dynamic stability of plates by finite elements", *Proc. ASCE.*, Vol.97, EM3 1971, pp.879-899.
9. R.G. Merrit, and N. Willems, "Parametric Resonance of skew stiffened plates", *J. Appl. Mech., Trans. ASME. Ser. E*, Vol.40, 1973, pp.439-444.
10. Peng-Cheng, S. and Jian-Guo, W., "Vibration analysis of flat shells by using B-spline functions", *Compt. Struct.*, Vol.25, 1987, pp.1-10.
11. Magrab, E.B., "Vibration of elastic structural members", Sijhoff & Noordhoff, 1979.
12. Johnny M. Hutt, and Ahmed E. Salam, "Dynamic stability of plates by finite elements", *J. of Eng. Mech. Div., ASCE*, EM3, June, 1971, pp.879-899.
13. Brown, J.E., Hutt, J.M., and Salama, A.E., "Finite element solution to dynamic stability of bars", *Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol.6, July, 1968, pp.1423-1425.
14. Kapur, K.K., and Hartz, B.J., "Stability of plates using the finite element method", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.92, No. EM2, Proc. Paper 4790, April, 1966, pp.177-195.
15. Stefan Markus. "The Mechanics of Cylindrical Shells", New York; McGraw-Hill Book Co. Inc. 1979.

(접수 : 1991. 8. 19)