

# 混合調整法에 의한 平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究

## Shape Optimization of the Plane Truss Structures by Mixed Coordination Method

李 奎 遠\* · 林 正 煥\*\*  
Lee, Gyu Won · Lim, Jeong Whan

### Abstract

In this study, Mixed coordination method was selected to optimize the shape of the truss structures which takes multi-loading condition, allowable stress, buckling stress, displacement constraints into consideration. The structure was divided into substructures by Goal coordination method and the substructures were optimized by model coordination method which used two-level technique. Therefore the number of design variables and constraints can be decreased considerable. Under the condition of the same design, the weight of truss structures can be decreased more considerable by means of optimizing even the shape of truss than by means of optimizing the section of truss while fixing geometrical configuration of it, even though there might be a little difference according to the early geometrical shape of the truss and the design condition. Thus, the shape optimization of truss structures which utilize the results of this study can be helpful to the economical design of truss structures.

### 要 旨

本 研究에서는 트러스 構造物의 形狀을 最適化하기 위해서 混合調整法을 사용하였다. 첫째 段階에서는 Goal調整法에 의해서 트러스 構造物을 分割하여 最適化를 실시함으로써 設計變數 및 制約條件식의 數를 크게 줄일 수 있었다. 둘째 段階에서는 分割된 構造物을 Model調整法에 의해서 성질이 다른 設計變數를 分割하여 最適化를 실시하므로서 효율적으로 해를 구하였다.

變位制約을 고려한 分割最適化는 制約條件이 部分構造마다 獨立되어 있지 않기 때문에 Goal調整法으로는 部分構造에 變位制約을 고려하기가 어려운 점이 있다. 따라서 本 研究에서는 變位制約만 고려한 全體問題에서 部分問題에 대한 變位分擔率을 정하여 部分構造에 대한 最適化를 실시하였다.

동일한 設計條件下에서 트러스의 幾何學的形狀을 固定시키고 斷面만을 最適化한 경우 보다 本 研究의 알고리즘에 의하여 트러스의 形狀까지도 最適化한 경우 目的函數를 相當히 減少시킬 수 있었으며, 設計變數 및 制約條件식의 數를 크게 줄일 수 있었으므로 本 研究에 의한 트러스 構造物의 形狀最適化는 트

\*正會員 · 全北大學校 工科學 土木工學科 教授

\*\*正會員 · 全州工業專門大學 土木工學科 專任講師

러스 構造物의 經濟的인 設計에 도움을 줄 수 있을 것으로 思料된다.

## 1. 序 論

### 1-1. 研究目的 및 方法

構造物에 適設計가 工學者들에게 많은 관심의 대상이 되어 이에 관한 많은 研究가 進行이 되어 왔다.

지금까지의 最適設計는 文獻調査 結果를 요약해보면 小規模 構造物의 形狀이 固定된 경우의 最適化와 形狀最適化로 大別된다. 最近에는 構造物이 복잡하고 大形化됨에 따라 복잡한 大型構造物의 最適化에 轉讓하고 있는 것 같다. 그러나 大型構造物의 最適設計는 規模가 커서 設計變數 및 制約條件式의 數가 많아지기 때문에 종래의 最適化 理論으로는 最適設計가 計算時間이 많이 所要되고 超大型 電子計算機가 요구되는 어려움이 있다. 따라서 大型構造物의 效率적인 最適化가 시급히 요청되고 있다. 本 研究에서는 이에 呼應하여 大型構造物의 最適化는 물론 大型構造物의 形狀最適化까지도 용이하게 수행할 수 있는 알고리즘을 誘導하고자 한다.

그러나 小規模 構造物 일지라도 幾何學的 形狀을 고려한 最適化는 幾何學的 形狀이 固定된 最適化보다 設計變數 및 制約條件式의 收가 증가하고 節點座標를 設計變數로 취급하는 形狀最適化化 問題에서는 그 變數의 값이 變함에 따라 部材의 斷面積도 銳敏하게 變하여 最適化技法의 적용이 곤란하다. 따라서 大型構造物의 形狀最適化는 더욱 곤란한 것이 분명하므로 大型構造物의 효율적인 形狀最適化를 위해서 多段階 分割最適化 技法(multilevel optimization approach)을 導入하는 것은 當然한 現象이라 하겠다.

트러스構造物의 形狀最適化에 적용된 多段階 分割最適化 技法 中에는 model調整法과 goal調整法이 있다<sup>1)</sup>.

Model調整法에서는 第1段階(Level 1)에서는 트러스의 形狀을 固定시킨 狀態에서 部材의 斷面을 最適化하고 第2段階(Level 2)에서는 斷面을 固定시키고 트러스 構造物의 節點座標를 設計變數로 하여 形狀을 最適化하는 技法으로 性質이 다른 設計變數를 分離함으로써 設計變數 및 制約條件式의 수

를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 性質이 다른 두 種類의 設計變數를 동시에 最適化하면 收斂方法이 다르기 때문에 最適解를 구하기가 어려운 점을 해결할 수 있는 利點이 있는 方法이라 하겠다.

그러나 goal調整法에서는 構造物의 結合條件(interconnection-balance condition)에 의해서 構造物을 分割하여 獨立적으로 最適化를 실시하는 方法으로 設計變數 및 制約條件式의 數를 크게 減少시킬 수 있는 長점이 있지만 分割된 構造物 마다 制約條件이 獨立되어 있지 않는 경우, 특 變位制約을 고려한 最適化 問題에서는 이 方法을 適用시키는 데에는 어려운 점이 있다. 따라서 本 研究에서는 지금까지의 研究와 달리 變位制約만을 고려한 全體問題(system level)에서 部分問題(subsystem level)의 變位分擔量을 정하여 部分問題에 대한 最適化를 실시함과 동시에, 調整變數(coordination variable)가 많아질수록 最適解를 구하기가 매우 어려우므로 節點座標를 하나씩 段階적으로 形狀最適化를 실시하므로써 goal調整法의 難點을 극복하였다.

한편 本 研究에서는 본질한 最適化 問題를 효율적으로 最適化하기 위하여 먼저 構造物을 goal調整法에 의해서 構造物을 分割하고 分割된 構造物을 model調整法에 의해서 性質이 다른 設計變數를 two-levels로 分割하는 分割最適化 技法을 이용한 混合調整法이다.

이와 같이 위에서 언급된 알고리즘으로 구성된 本 研究의 混合調整法에 의한 分割最適化는 model調整法의 長點과 goal調整法의 長點을 混合한 알고리즘으로 각각의 部分構造에서 獨立적으로 最適化를 試圖함과 동시에 設計變數 結合(variable linking)을 통하여 設計變數 및 制約條件式의 數를 減少시켜 最適化의 效率를 높이는 한편 收斂方法이 다른 設計變數를 分離하여 獨立적으로 形狀最適化를 遂行함으로써 트러스 構造物의 效率的인 形狀最適化를 可能케 하는 데에 目的을 두고 있다.

### 1-2. 本 研究와 關聯된 研究 沿革

50년대 末까지의 構造最適化에 관한 發展過程과 內容은 Wasutynski의 文獻<sup>2)</sup>에 상세하게 소개되었으며 60년대의 最適設計 發展過程 및 理論에 관

한 文獻은 Sheu, Prager<sup>(2)</sup>, Schmit의 文獻<sup>(3)</sup>을 들 수 있다. 그리고 70년대 初까지의 最適設計 理論의 발표현황은 Gallagher의 文獻<sup>(4)</sup>과 Majid의 文獻<sup>(5)</sup> 등에서 상세히 소개하고 있다.

지금까지 研究된 形狀最適化 및 分割最適化에 관한 研究 중에서 本 研究과 關聯된 研究에 대해서만 언급하면 다음과 같다.

1972년에 Kirsch, Reiss 그리고 Shamir<sup>(6)</sup>은 全體 構造物을 2개의 部分構造物로만 分割한 후 部分構造物의 變位 適合條件式을 이용하여 全體構造物을 最適化하는 技法을 택하였다.

1975년 Uri Kirsch<sup>(7)</sup>는 Model調整法 및 Goal調整法으로 全體構造를 많이 部分構造로 分割하는 이론이 소개되었고 Two level技法으로 應力制約만을 고려하여 간단한 靜定 트러스 構造物에 대해서 각각 分割最適化를 실시하여 비교 검토하였다.

1978년 Schmit 그리고 Ramanathan<sup>(8)</sup>은 System Level에 強度, 變位 그리고 挫屈制約을 고려하여 最適化하고 Subsystem Level에서는 挫屈制約만 고려하여 最適化하였다.

1983년 Sobieszczanski-Sobieki<sup>(9)</sup>는 最適敏感度를 사용하여 大規模 最適化 問題를 全體問題와 部分問題들 사이에 연관성을 보존하는 統合問題로 分割하는 方法을 제시하였다.

1987년 Beers and Vanderplaats<sup>(10)</sup>는 文獻<sup>(9)</sup>의 方法에다 部分問題의 制約條件式을 線型化한 近似 技法을 적용하는 새로운 方法을 제시하였다.

1988년 Yu-Jye Yang<sup>(11)</sup>은 全體問題를 많이 部分問題로 最適化함에 있어서 制約條件 및 部材力을 線型化하고 move limit를 사용하여 효율적으로 解를 구하는 方法을 제시하였다. 또한 部分問題에서 고려할 수 없는 처짐制約은 全體問題(system level)에서 고려하여 最適化를 실시하였다.

國內에서는 1980年 Level 1에서는 幾何學의 形狀을 固定시킨 狀態에서 SUMT法에 의한 Modified Newton-Raphson法<sup>(12)</sup>의 適用으로 트러스 部材 斷面의 最適化를 Level 2에서는 句配를 計算하지 않고도 效率의인 解을 求할 수 있는 Rosenbrock法<sup>(13)</sup>의 適用으로 平面 트러스 構造物의 形狀最適化를 可能케 하는 分割 形狀最適化 알고리즘을 誘導하였다<sup>(14, 15)</sup>. 그 以後 多様な 構造物에 多様な 理論을 利用하여 最適化 問題를 形成한 後 여러가지 알고리

즘으로 形狀을 最適化하였다<sup>(16-22)</sup>.

1989년에는 多段階 分割法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適化에 관한 研究<sup>(23)</sup>가 발표되었다.

이상의 文獻調査 結果 混合調整法에 의한 形狀最適化에 관한 研究는 찾아볼 수 없었다.

## 2. 混合調整法에 의한 形狀最適化 問題形式

部材數가 m, 自由度 p, n번째 部分構造物의 部材數가 f, 壓縮部材數가 h인 트러스 構造物의 解析制約條件式, 應力制約條件式, 挫屈應力制約條件式, 設計變數 限界制約條件式과 目的函數를 多載荷條件과 함께 n번째 部分構造에 대한 非線形 最適化 問題를 混合調整法으로 종합하면 다음과 같다.

### (1) Goal 調整法에 의한 Level 1問題

#### 1) Model 調整法에 의한 Level 1問題

$$\text{Minimize} : \phi_n(\{W_n\}, \{\lambda_n^0\}) = \{X_n\}^T \{L_n(Y_n^0)\} + \{\lambda_n^0\}^T \{Y_n^0\}$$

subject to :

$$[\beta]\{F^{NL}\} = \{Q^{NL}\} \quad \text{平衡條件式}$$

$$[\beta]\{q^{NL}\} = \{u^{NL}\} \quad \text{適合條件式 (2-1)}$$

$$[k]\{u^{NL}\} = \{F^{NL}\} \quad \text{Hooke의 法則}$$

$$\{\sigma_{tan}\} - [S_1][P][B]\{F^{NL}\} \geq \{0\}$$

引張應力制約條件式

$$\{\sigma_{tan}\} - [S_2][P][B]\{F^{NL}\} \geq \{0\}$$

挫屈應力制約條件式

$$\{q_{tan}\} - [D]([\beta][k][\beta)]^{-1}\{Q^{NL}\} \geq \{0\}$$

變位制約條件式

$$\{X_n^L\} - \{X_n\} \geq \{0\} \quad \text{設計變數限界制約條件式}$$

$$\{X_n\} - \{X_n^U\} \geq \{0\}$$

#### 2) Model 調整法에 의한 Level 2問題

$$\text{Minimize} : \phi_n(\{W_n\}, \{\lambda_n^0\}) = \{X_n\}^T \{L_n(Y_n)\} + \{\lambda_n^0\}^T \{Y_n\} \quad (2-2)$$

subject to :  $[Y_n^L] \leq \{Y_n\} \leq [Y_n^U]$

#### (2) Goal 調整法에 의한 Level 2問題

$\{Y_n\} = \{Y_{n-1}\}$ 의 關係가 성립하지 않으면  $\{\lambda_n^0\}$ 를 調整하여 Level 1과정을 반복한다. 또한  $\phi(\{W\}, \{\lambda\})$ 가 鞍點을 가진다면 雙對問題로 다음과 같은 關係가 성립된다.

$$\text{Maximize} : \phi(\{W\}, \{\lambda\}) = \text{Minimize} : F(\{W\})$$

여기서, NL : 載荷條件數  
 $\{W_n\} = (\{X_n\} ; \{Y_n\})^T$

$\{X_n\}$ : n번째 부분構造의 部材斷面積 行列  
 $= (X_{n1}, \dots, X_{ni})^t$

$\{Y_n\}$ : n번째 부분構造의 節點形狀設計變數 및 結合變數行列  
 $= (Y_{n1}, \dots, Y_{ni})^t$

$\{L_n\}$ : n번째 부분構造의 部材의 길이 行列  
 $= (L_{n1}, \dots, L_{ni})^t$

$\{\lambda_n\}$ : n번째 부분構造의 調整變數 行列  
 $= (\lambda_{n1}, \dots, \lambda_{ni})^t$

q: n번째 부분構造 節點變位 設計變數의 數

$\{S_1\}_{(m \times m)}$ : n번째 부분構造의 引張部材 抽出行列  
 $= i$ 部材가 引張이면  $S_{ii}=1$ , 그 외에는  $S_{ij}=0$

$\{S_2\}_{(m \times m)}$ : n번째 부분構造의 壓縮部材 抽出行列  
 $= i$ 部材가 壓縮이면  $S_{ii}=1$ , 그 외에는  $S_{ij}=0$

$\{P\}_{(m \times m)}$ : n번째 부분構造 抽出行列

$\{\sigma_{tan}\}_{((t-b) \times t)}$ : n번째 부분構造의 許容引張應力 行列

$\{\sigma_{cbs}\}_{(n \times t)}$ : n번째 부분構造의 許容挫屈應力 行列

$\{q_{in}\}$ : n번째 부분構造의 許容節點變位 行列

$\{D\}_{(p \times p)}$ : n번째 부분構造 節點變位 抽出行列

$\{X_n^u\}$ : n번째 부분構造의 設計變數 上限值 行列

$\{X_n^l\}$ : n번째 부분構造의 設計變數 下限值 行列

$\{D\}_{(p \times p)}$ : 節點荷重 行列  $= (Q_1, \dots, Q_p)^t$

$$[k] = \text{不在剛性 對角行列} = \begin{bmatrix} k_1, \dots, 0 \\ 0, \dots, k_i, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, \dots, k_n \end{bmatrix}$$

단,  $k_i = A_i E_i / L_i$

$[K] = \text{剛性行列(Stiffness Matrix)} = [\beta]^t [k] [\beta]$

$$[\beta] = \text{部材斷面の 逆의 行列} = \begin{bmatrix} 1/X_{n1}, \dots, 0 \\ 0, \dots, 1/X_{ni}, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, \dots, 1/X_{nm} \end{bmatrix}$$

### 3. 트러스 構造物의 形狀最適化 技法

#### 3-1. 斷面 最適化

##### (1) SUMT問題形式

式(2-1)에 주어진 最適化問題를 SUMT法에 의 해 幾何學的形狀이 固定된 트러스 構造物을 最適化 할 경우 다음과 같은 Interior penalty function을 얻는다.

$$\text{Minimize } \phi_n(\{W_n\}, R_i) = \{X_n\}^t \{L_n(Y_n^0)\} + \{\lambda_n\}^t \{Y_n^0\}$$

$$+ R_i \left( \sum_{NL=1}^u \left( \sum_{k=1}^i \frac{1}{G_{1k}^{NL}} + \sum_{l=1}^h \frac{1}{G_{2l}^{NL}} + \sum_{m=1}^z \frac{1}{G_{3m}^{NL}} \right) \right) \quad (3-1)$$

여기서,  $R_i$ : j번째 반복에서의 Penalty parameter  
 $\sum_{k=1}^i G_{1k}^{NL}$ ,  $\sum_{l=1}^h G_{2l}^{NL}$ ,  $\sum_{m=1}^z G_{3m}^{NL}$ 을 벡터적으로  $\{G_{v1}\}$ ,  $\{G_{v2}\}$ ,  $\{G_{v3}\}$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \{G_{v1}\} \\ \{G_{v2}\} \\ \{G_{v3}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\sigma_{tan}\} - [S_1][P][B]\{F^{NL}\} \geq \{0\} \\ \{\sigma_{cbs}\} - [S_2][P][B]\{F^{NL}\} \geq \{0\} \\ \{q_{in}\} - [D]([k][\beta])^{-1}\{Q^{NL}\} \geq \{0\} \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

(2) Modified Newton-Raphson Method에 의한 Penalty function의 幾何學的 形狀이 固定된 트러스 構造物을 最適化할 경우 (s+1)번째 設計變數의 값은 다음과 같이 주어진다.

$$\{X^{s+1}\} = \{X^s\} - \{A^s\}$$

여기서,  $\{A^s\}$ : feasible direction vector =

$$[H(X^s)]^{-1} \{V\phi_n(X^s)\}$$

$$V\phi_n(X^s) : \text{Gradient 行列} = \left[ \frac{\partial \phi_n(X^s)}{\partial X_i} \right]_{i=1, \dots, n}$$

$$H(X^s) : \text{Hessian 行列} = \left[ \frac{\partial^2 \phi_n(X^s)}{\partial X_i \partial X_j} \right]_{i,j=1, \dots, n}$$

#### 3-2 形狀最適化

節點 座標을 設計變數로 하는 最適化問題의 最適化를 First Order Method의 利用으로 求하기 힘들다는 事實을 지금까지의 研究結果로 부터 알 수 있어, 본 研究에서는 句配를 利用하지도 않고 解를 쉽사리 求할 수 있는 Powell法의 一方向 探查法에 依하여 目的函數값만이 最小가 되도록 트러스의 最適形狀을 求한다.

本 技法으로 解를 구하는 알고리즘은 文獻(17)에 수록되어 있다.

#### 3-3 最適化 알고리즘

本 研究에서 適用하는 混合調整法에 의한 트러스 構造物의 形狀을 最適化하는 綜合的인 알고리즘은 다음과 같이 要約할 수 있다.

- 1段階: 調整變數  $\{\lambda_n\}$  附與( $n=1, \dots, N$ ) 여기서,  $N = \text{部分構造 數}$
- 2段階: 設計變數 初期值 附與
- 3段階: 斷面積의 初期值 또는 反復施行 중 얻은 斷面積이 實行可能 領域에 있는지를 檢査한다. 實行可能 領域에 있으면 다음 段

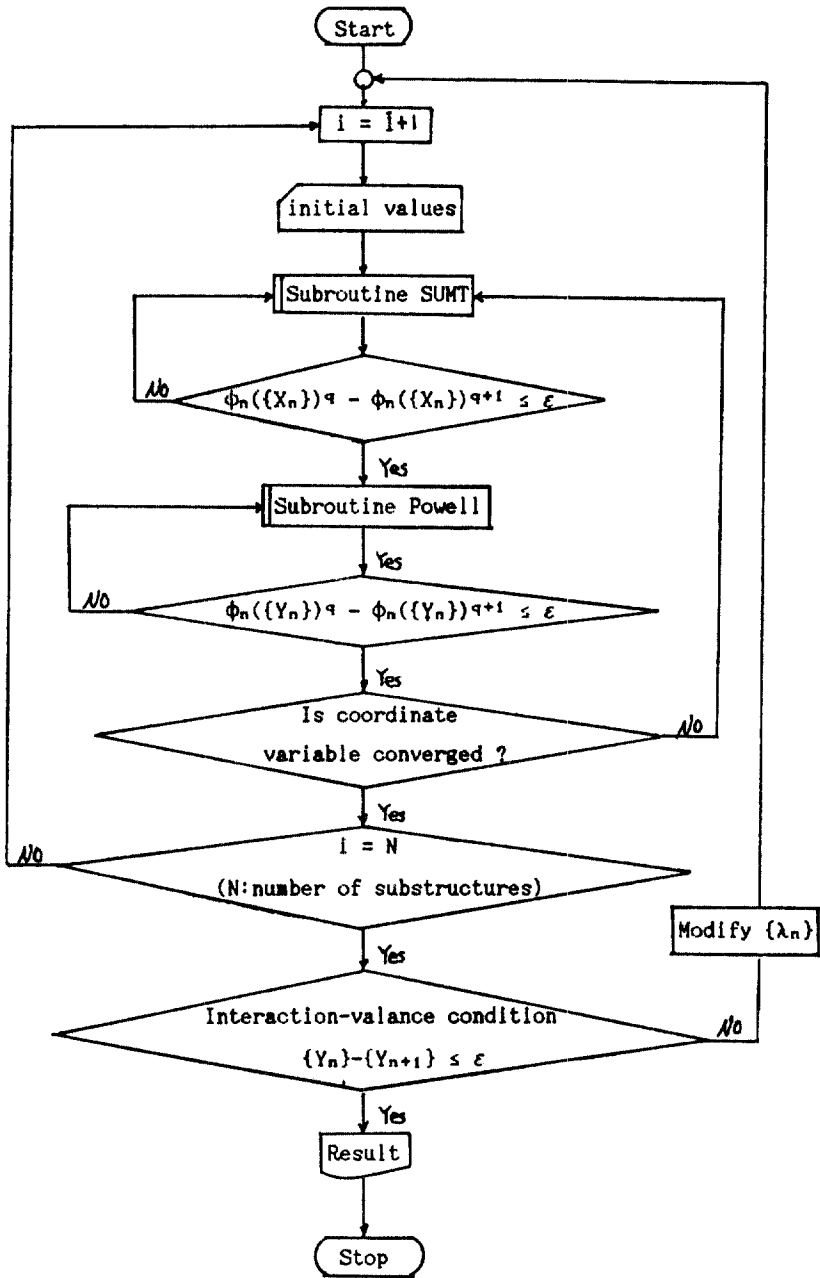


그림 3-1. 혼합調整法을 이용한 形狀最適化 흐름도

階으로 진행하나 그렇지 않으면 實行可能領域의 設計點으로 變換한다.

4段階: 다음 設計點  $\{X^{s+1}\}$ 를 찾기 위한 修正 Newton-Rapson方式의 反復實行  $\{X^{s+1}\} = \{X^s\} - \{A^s\}$ 로 부터 收斂值를 구한

다.

5段階: 앞 과정의 收斂限界值를 대입한 目的函數만을 가지고 Powell法의 一方向 探查法에 의해 目的函數만이 最小가 되도록 座標를 修正해 간다. 目的函數값이 收斂하

거나 許容反復回收에 도달하지 않으면 3 段階로 되돌아가  $k=1$ 로 하여 상기 과정을 反復 시행한다.

6段階: 다음번째 部分構造의 最適化를 위하여 1 段階로 되돌아 간다.

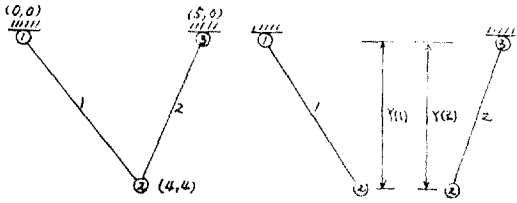
7段階: 結合變數들이 結合條件이 만족하면 다음 과정 진행 그렇지 않으면  $\lambda_0$ 을  $\phi(\{W\}, \{\lambda\})$ 값이 最大가 되는 方向으로 修正하여 1段階로 되돌아간다.

이상의 과정에 관한 흐름도는 그림 3-1과 같다.

#### 4. 數值例 및 結果分析

##### 4-1. 文獻(7)에 適用한 2部材 트러스

文獻(7) 및 本 研究에 適用한 그림 4-1의 2部材 트러스의 設計條件은 表 4-1에 수록되어 있다.



構造模型 部分構造 1 部分構造 2

그림 4-1. 文獻(7) 및 本 研究의 構造模型

表 4-1. 2部材 트러스의 設計條件

文獻(7)의 設計條件			本 研究의 設計條件	
條件의 種類	節點		CASE 1	CASE 2
載荷條件	2	-100KN	-100KN	-100Ton
制約條件	應力制約(引張)	100000KN/m <sup>2</sup>	100000KN/m <sup>2</sup>	1400kg/cm <sup>2</sup>
	變位制約	2		-0.25cm
彈性係數			2100000kg/cm <sup>2</sup>	

設計條件 CASE 1의 경우의 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-2, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-3, 適用構造에 대한 文獻(7)의 研究과 本 研究과의 比較表는 表 4-4에 수록되어 있고, 表 4-2 및 4-3값을 圖示하면 그림 4-2 및 4-3과 같다.

표 4-2  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

$\lambda$	結合變數		$\phi(\lambda)$
	Y(1)	Y(2)	
0.0002	2.83	1.15	0.00365
0.0003	2.53	1.26	0.00379
0.0004	2.31	1.41	0.00390
0.0005	2.14	1.63	0.00397
0.0006	2.00	2.00	0.004
0.0007	1.89	2.83	0.00396

表 4-3. 本 研究方法에 의한 最適解

部材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標		最適形狀座標		最適斷面積 (m <sup>2</sup> )
				X	Y	X	Y	
1	0.001	0.000283	2	4.0	4.0	4.0	2.0	0.000472
2	0.001	0.000825						0.000894
目的函數	0.0098	0.005						0.004m <sup>2</sup>

표 4-4. 文獻(7)의 研究과 本 研究의 比較

比較內容	文獻(7)	本 研究			
分割最適化 方法	MODEL 및 GCAL調整法	混合調整法			
目的函數	0.0041	0.004			
最適形狀	節點	X座標	Y座標	X座標	Y座標
	2	4.0	2.0	4.0	2.0

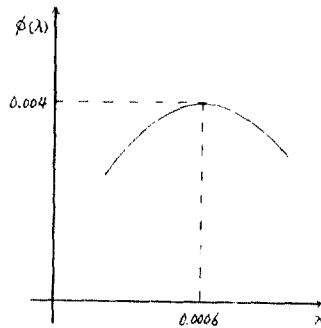


그림 4-2.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

設計條件 CASE 2의 경우의 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-5, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-6에 수록되어 있으며 表 4-5 및 表 4-6값을 圖示하면 그림 4-4, 4-5와 같다.

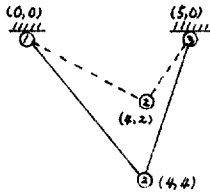


그림 4-3. 本 研究의 最適形狀

表 4-5.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

$\lambda$	結合變數		$\phi(\lambda)$
	Y(1)	Y(2)	
30	218.81	174.09	30125.25
43	203.02	195.00	30465.50
45	200.84	198.90	30475.39
46	200.00	200.84	30476.10
47	197.86	204.43	30468.56

表 4-6. 本 研究方法에 의한 最適解

部 材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標		最適形狀座標		最適斷面積 ( $cm^2$ )
				X	Y	X	Y	
1	50.	26.93	2	400.	400.	400.	200.	34.07
2	50.	78.53						68.14
目的函數	48850.	47569.8						30476.19

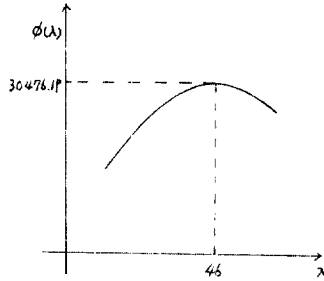


그림 4-4.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

表 4-7. 7部材 트러스의 構造模型

制約條件의 種類		節點	CASE 1	CASE 2	CASE 3
載荷條件	第一載荷(kg)	3	$-7 \times 10^5$	$-7 \times 10^5$	$-7 \times 10^5$
	第二載荷(kg)	2	$-5 \times 10^5$	$-5 \times 10^5$	$-5 \times 10^5$
		4	$-5 \times 10^5$	$-5 \times 10^5$	$-5 \times 10^5$
制約條件	變位制約(cm)	3			-2.1
	應力制約(引張)		1900	1900	1900
	(kg/cm <sup>2</sup> )(壓縮)		-1900	-1900	-1900
	座掘應力制約			示方書	示方書
彈性係數			2100000kg/cm <sup>2</sup>		

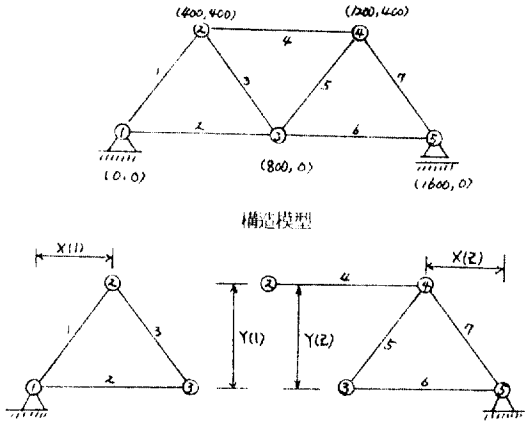
本 研究에서 挫屈應力制約은 SWS 50 材種을 사용하였다.

4-2. 文獻(17), (22)에 適用한 7部材 트러스(第1型)

文獻(17), (22) 및 本 研究에 適用한 그림 4-5의 7部材 트러스의 設計條件은 表 4-6에 수록되어 있고,  $\lambda$ 값을 용이하게 구하기 위하여 結合變數를 하나씩 선택하여 節點座標를 1段階 形狀最適化(STEP 1)에서는 X座標를 固定시키고 Y座標를 結合變數로, 2段階 形狀最適化(STEP 2)에서는 Y座標를 固定시키고 X座標를 結合變數로 나누어서 最適解를 구한다.

設計條件 CASE 1의 경우의 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-8, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-9, 適用構造에 대한 文獻의 研究와 本 研究와는 比較表는 表 4-10에 수록되어 있고 表 4-8 및 表 4-9값을 圖示하면 그림 4-6 및 4-7과 같다.

設計條件 CASE 2의 경우의 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-11, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-12, 適



構造模型 4部分構造 1 部分構造 2  
 그림 4-5. 文獻(17), (22) 및 7部材 트러스의 構造模型

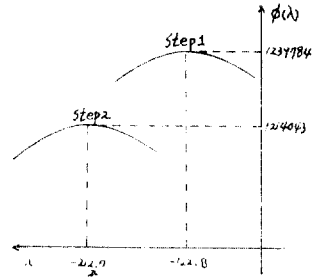


그림 4-6.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

構造模型 4部分構造 1 部分構造 2

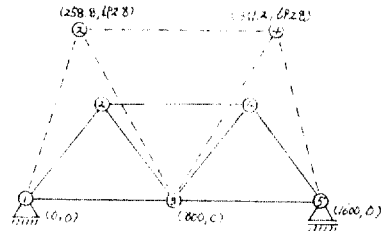


그림 4-7. 本 研究의 最適形狀

表 4-8.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

Step 1				Step 2			
$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$	$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$
-100	669.92	707.15	1239354	-190	241.22	276.42	1213644
-110	679.53	700.75	1239648	-200	248.97	268.68	1213918
-122.8	692.84	692.89	1239784	-212.7	258.81	258.82	1214043
-130	700.56	688.51	1239740	-220	264.46	253.18	1214002
-140	711.97	682.73	1239533	-230	272.20	245.44	1213812

用構造에 대한 文獻(17), (22)의 研究와 本 研究와의 比較表는 表 4-3에 수록되어 있고, 表 4-11 및 表 4-12값을 圖示하면 그림 5-8 및 그림 5-9와 같다.

表 4-9. 本 研究方法에 의한 最適解

部材	初期值 形狀固定		節點	初期值座標		最適形狀座標		最適斷面積 (cm <sup>2</sup> )
	X	Y		X	Y	X	Y	
1, 7	400	303.86	2	400	400.0	258.80	692.80	280.92
2, 6	400	151.91	4	1200	400.0	1341.2	692.80	98.31
3, 5	400	212.70						233.74
4	400	212.68						212.71
目的函數	1865096	1239783						1214043

設計條件 CASE 3의 경우의 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-14, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-15에 수록되어 있고 表 4-14 및 表 4-15값을 圖示하면 그림 4-10 및 4-11과 같다.

表 4-10. 文獻(17), (22)의 研究와 本 研究와 比較

比較內容	文獻(17)	文獻(22)	本 研究
分割最適化 方法	MODEL調整法	MODEL調整法	混合組合法
適用알고리즘	幾何的計劃法	許容方向法	SUMT法
目的函數	1213771.5	1213772.2	1214043.0
最適形狀 X座標	258.91	258.03	258.80
節點(2) Y座標	678.18	677.95	692.80

表 4-11.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

Step 1				Step 2			
$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$	$\lambda$	X(1)	X(2)	$\phi(\lambda)$
-120	633.54	657.96	1289554	-250	260.85	345.51	1272546
-130	641.17	653.03	1289736	-300	295.06	321.83	1275321
-139	648.25	648.68	1289791	-310	301.67	315.64	1275524
-150	657.20	643.38	1289718	-322	309.80	309.80	1275612
-160	665.60	638.85	1289718	-330	315.39	315.39	1275577



表 4-12. 本 研究 方法에 의한 最適解

部材	初期値	形状固定	節點	初期値座標		最適形状座標		最適斷面積 (cm <sup>2</sup> )
				X	Y	X	Y	
1, 7	400	375.54	2	400	400	310.0	648.68	308.34
2, 6	400	263.15	4	1200	400	1290.0	648.68	125.83
3, 5	400	260.51						230.82
4	400	388.84						260.92
目的函數	1865096	1451752						1275612

表 4-13. 文獻(17), (22)의 研究와 本 研究와 比較

比較內容	文獻(17)	文獻(22)	本 研究
分割最適化 方法	MODEL調整法	MODEL調整法	混合組合法
適用알고리즘	幾何的計劃法	許容方向法	SUMT法
目的函數	1251665.0	1265902	1275612.0
最適形状	X座標 347.58	359.14	310.00
節點(2)	Y座標 653.53	614.17	648.68

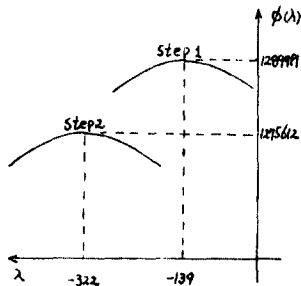


그림 4-8.  $\phi(\lambda)$ 의 값의 變化

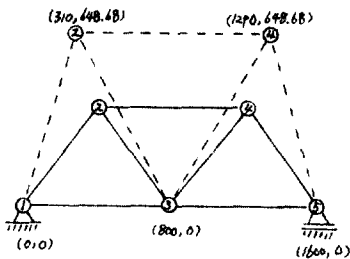


그림 4-9. 本 研究의 最適形状

表 4-14.  $\lambda$ 에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

Step 1				Step 2			
$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$	$\lambda$	X(1)	X(2)	$\phi(\lambda)$
-120	633.54	657.96	1289554	-200	306.21	370.34	1274851
-130	641.17	653.03	1289736	-250	330.25	345.00	1276428
-139	648.25	648.68	1289791	-300	333.58	333.58	1276595
-150	657.20	643.38	1289718	-350	335.74	333.72	1276590
-160	665.60	638.85	1289516	-400	362.80	333.23	1275996

表 4-15. 本 研究 方法에 의한 最適解

部材	初期値	形状固定	節點	初期値座標		最適形状座標		最適斷面積 (cm <sup>2</sup> )
				X	Y	X	Y	
1, 7	400	386.57	2	400	400	333.58	648.68	313.14
2, 6	400	279.26	4	1200	400	1266.4	648.68	135.33
3, 5	400	359.76						226.88
4	400	436.69						258.01
目的函數	1865096	1640559						1276595

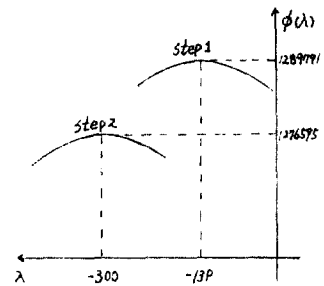


그림 4-10.  $\phi(\lambda)$ 의 값의 變化

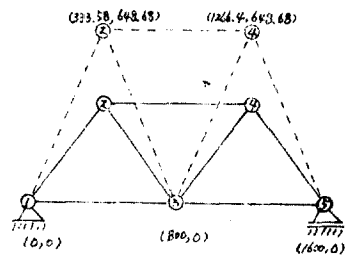
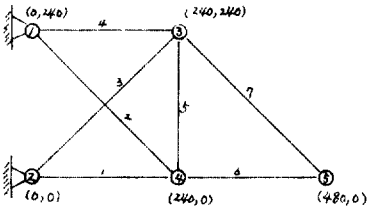


그림 4-11. 本 研究의 最適形状

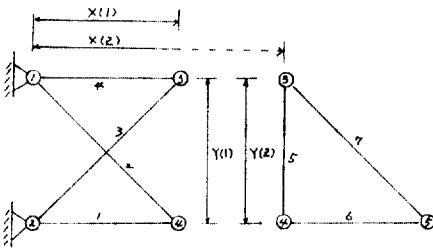
4-3. 文獻(17)에 適用한 7部材 トラース(第2型)

文獻(17) 및 本 研究에 適用한 그림 4-14의 7部

材 트리스의 設計條件은 表 4-16, 調整變數  $\lambda$  값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$  값은 表 4-17, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-18, 適用構造에 대한 文獻의 研究와 本 研究와의 比較表는 表 4-19에 수록되어 있고 表 4-17 및 4-18 값을 圖示하면 그림 4-13 및 4-14와 같다.



構造模型



構造模型 部分構造 1 部分構造 2

그림 4-12. 文獻(17) 및 本 研究의 構造模型

表 4-16. 文獻(17) 및 本 研究의 設計條件

設計條件의 種類		節點	
載荷條件	第一載荷	4	40 Kips
	第二載荷	5	40 Kips
制約條件	應力制約 (引張)		20 ksi
	(壓縮)		-20 ksi

表 4-17.  $\lambda$  값에 따른  $\phi(\lambda)$  값의 變化

Step 1			Step 2				
$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$	$\lambda$	X(1)	X(2)	$\phi(\lambda)$
-1.00	203.19	269.07	4208.93	-1.96	305.72	369.49	4047.76
-2.00	212.21	213.12	4238.32	-1.97	343.48	369.22	4048.22
-2.02	212.41	212.36	4238.32	-1.9735	369.63	369.13	4048.27
-2.20	214.01	205.81	4237.36	-1.98	414.23	368.94	4048.14
-2.30	215.35	202.51	4236.25	-1.99	586.41	368.67	4046.97

表 4-18. 本 研究方法에 의한 最適解

部材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標		最適形狀座標		最適斷面積 (in <sup>2</sup> )
				X	Y	X	Y	
1	5.0	2.685	3	240.	240.	369.38	212.4	4.00
2	5.0	1.704						2.828
3	5.0	1.859						0.
4	5.0	3.315						2.167
5	5.0	0.794						2.151
6	5.0	2.000						1.041
7	5.0	2.828						2.256
目的函數	9891.17	4280.56						4048.274

表 4-19. 文獻(21)의 研究와 本 研究와 比較

比較內容	文獻(17)	本 研究	
分割最適化 方法	MODEL 調整法	混合組合法	
適用알고리즘	幾何的計劃法	SUMT法	
目的函數	4045.46	4048.27	
最適形狀	X座標	366.84	369.38
	Y座標	204.21	212.40

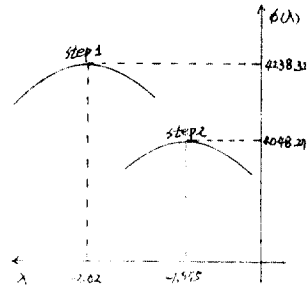


그림 4-13.  $\lambda$  값에 따른  $\phi(\lambda)$  값의 變化

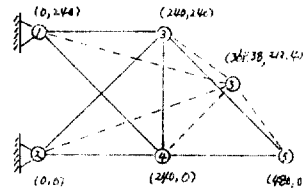
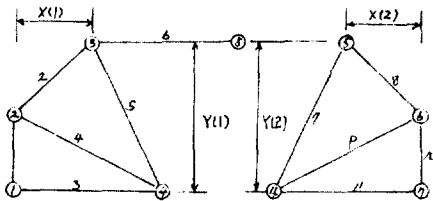
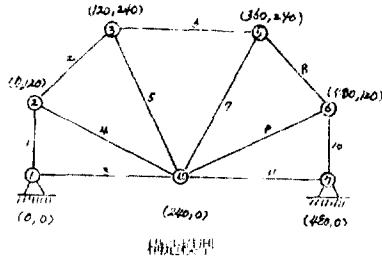


그림 4-14. 本 研究의 最適形狀

4-4. 文獻(12), (22)에 適用한 11部材 트리스

文獻(12), (22) 및 本 研究에 適用한 그림 4-17

의 11部材 트러스의 設計條件은 表 4-20, 調整變數  $\lambda$ 값에 따른 結合變數의 變化값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$ 값은 表 4-21, 結合條件을 만족하는 最適解는 表 4-23에 수록되어 있고 表 4-20 및 4-21값을 圖示하면 그림 4-15 및 4-16과 같다.



構造模型 部分構造 1 部分構造 2

그림 4-15. 文獻(12), (22) 및 本 研究의 構造模型

表 4-20. 文獻(12), (22) 및 本 研究의 設計條件

設計條件의 種類		節點	
載荷條件	單一載荷	4	20000 lb
制約條件	應力制約 (引張)		20000 psi
	(壓縮)		-20000 psi
彈性係數		10000000 psi	
單位重量		0.1 lb/in <sup>3</sup>	

表 4-21.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

Step 1				Step 2			
$\lambda$	X(1)	X(2)	$\phi(\lambda)$	$\lambda$	Y(1)	Y(2)	$\phi(\lambda)$
0.2	114.0	88.37	67.91	-0.2	193.67	161.34	62.82
0.3	111.02	92.24	68.43	-0.1	188.47	164.93	63.06
0.4	108.00	96.15	68.89	0.1	179.31	172.98	63.29
0.57	102.89	102.86	69.55	0.17	176.42	176.20	63.29
0.6	101.99	104.05	60.00	0.2	175.28	177.65	63.27

表 4-22. 本 研究方法에 의한 最適解

部材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標		最適形狀座標		最適斷面積 (in <sup>2</sup> )
				X	Y	X	Y	
1, 10	1.0	0.5	2	0.	120.	102.8	120.	0.658
2, 8	1.0	0.47	3	120.	240.	205.6	176.3	0.701
3, 11	0.01	0.						0.
4, 9	0.5	0.37						0.247
5, 7	0.5	0.37						0.344
6	1.0	0.5						0.680
目的函數	1360.87	80.00						63.29

表 4-23. 文獻(12), (22)의 研究와 本 研究의 比較

比較內容	文獻(12)	文獻(22)	本 研究				
分割最適化 方法	MODEL調整法	MODEL調整法	混合組合法				
適用알고리즘	SUMT法	許容方法法	SUMT法				
目的函數	65.37	62.259	63.29				
最適形狀	節點	X	Y	X	Y	X	Y
	2	129.4	125.7	149.9	146.5	102.8	120.0
3	195.4	165.6	213.3	171.4	205.6	176.3	

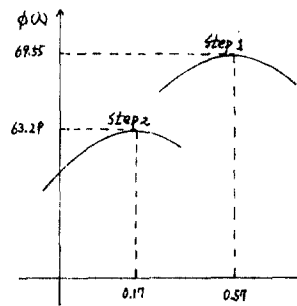


그림 4-16.  $\lambda$ 값에 따른  $\phi(\lambda)$ 값의 變化

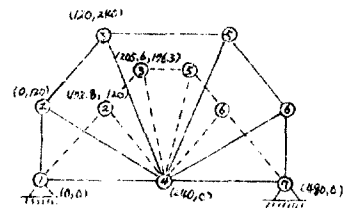


그림 4-17. 本 研究의 最適形狀

4-5. 文獻(7)에 適用한 22部材 트러스

文獻(7) 및 本 研究에 適用한 그림 4-20(a), (b)의 22部材 트러스의 設計條件은 表 4-24, 結合條件을 만족하는 調整變數  $\lambda_1$  값 및 目的函數  $\phi(\lambda)$  값은

表 4-25, 이에 대한 最適解는 表 4-26, 適用構造에 대한 文獻의 研究과 本 研究와의 比較表는 4-27에 수록되어 있다.

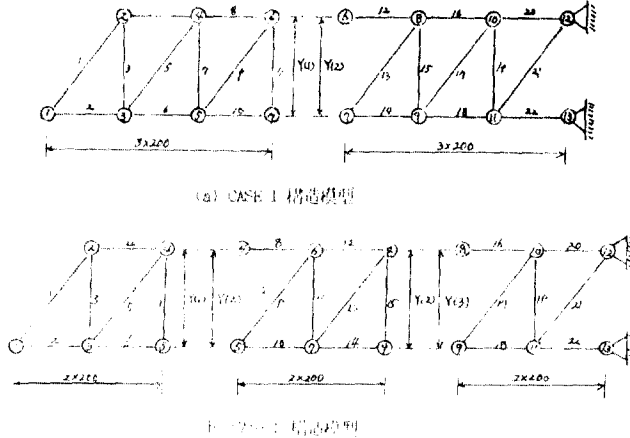


그림 4-18. 文獻(7) 및 本 研究의 構造模型

表 2-24. 文獻(7) 및 本 研究의 設計條件

設計條件의 種類		節點	
載荷條件	單一載荷	1	10 KN
制約條件	應力制約 (壓縮) (引張)		-10 KN/cm <sup>2</sup>
			10 KN/cm <sup>2</sup>

表 4-25. 最適解에 대한  $\lambda_1$  값 및  $\phi(\lambda)$  값

CASE	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Y(2)	Y(2)	Y(3)	$\phi(\lambda)$
CASE 1	-2.87		390.70	390.50		8597.656
CASE 2	-2.43	-2.765	390.60	390.41	390.53	8597.671

表 4-26. 本 研究方法에 의한 最適解

部材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標	最適形狀座標	最適斷面積
				Y	Y	(cm <sup>2</sup> )
15,9,13,			2			
17,21	1.5	1.414	4			1.123
3,7,11,15,			5			
19	1.5	1.0	8	200.	390.6	1.00
24	1.5	1.0	10			0.512
6,8	1.5	2.0	12			1.024

部材	初期值	形狀固定	節點	初期值座標	最適形狀座標	最適斷面積
				Y	Y	(cm <sup>2</sup> )
10,12	1.5	3.0				1.536
14,16	1.5	4.0				2.048
18,20	1.5	5.0				2.561
22	1.5	6.0				3.073
目的函數	34000.	20600.				8597.65

表 4-27. 文獻(7)의 研究과 本 研究와 比較

比較內容	文獻(7)		本 研究
適用알고리즘	MODEL調整法	GOAL調整法	混合組合法
目的函數	8580.	8580.	8597.65
最適形狀	節點	Y座標	Y座標
	3	392.	392.
			Y座標
			390.6

4-4. 結果分析

混合調整法에 의한 本 研究方法을 實際構造物에 適用하여 얻어진 結果를 分析하면 다음과 같다.

(1) 本 研究方法에 의한 形狀最適化의 경우 表 4-2, 表 4-5, 表 3-8, 表 4-11, 表 4-14, 表 2-17, 表 2-21에서 보는 바와 같이 節點形狀을 結合

變數로 선택하여 形狀最適化를 하는 경우 結合變數가 많으면 調整變數  $\lambda$ 값도 많아져  $\lambda$ 을 調整하여 結合條件을 精確하게 일치시키에는 어려움이 있다. 따라서 本 研究에서는 結合變數를 하나씩 선택하여 2段階까지 最適化를 실시하였다.

(2) 本 研究의 方法에 의한 形狀最適化는 그림 4-2, 그림 4-4, 그림 4-8, 그림 4-10, 그림 4-12, 그림 4-15, 그림 4-18에서 알 수 있듯이  $\lambda$ 값의 變化에 따라  $\phi(\lambda)$ 값이 最大일때 目的函數 값은 最小가 되고 結合條件이 만족하는 最適解임을 알 수 있다.

(3) 本 研究에서는 多載荷條件 및 多制約條件을 考慮한 트러스構造物의 形狀最適化를 試圖하였다. 단, 變位制約은 部分構造 마다 設計變數가 獨立되어 있지 않기 때문에 變位制約만 고려한 全體構造에서 部分構造의 變位分擔量을 구하여 部分問題의 變位制約을 고려하였다. 그 結果 表 4-9, 表 4-12, 表 4-15에서 보는 바와 같이 最適形狀 및 目的

函數 값은 考慮한 制約條件式에 따라 相異함을 알 수 있다.

(4) 本 研究 方法에 의한 形狀最適化의 경우 表 4-18, 表 4-10, 表 4-13, 表 4-19, 表 4-23, 表 4-27에서 보는 바와 같이 文獻의 研究와의 比較를 통하여 結果를 分析하여 보면 分割最適化 方法에 따라서 最適形狀은 약간의 차이는 있지만 目的函數 값은 크게 차이가 없으므로 安定性 및 妥當性이 있다고 餉料된다.

(5) 數值例를 통하여 동일한 設計條件하에서 트러스의 幾何學의 形態를 固定시키고 斷面만을 最適化한 경우보다 트러스의 形狀까지도 最適化한 경우에는 트러스의 초기의 幾何學의 形態와 設計條件에 따라 다소 차이가 있지만 本 數值例만을 기준으로 할 때 表 3-28과 같이 대략 5.42%에서 35.93% 정도로 重量이 감소한다는 사실을 알 수 있으므로 本 研究 方法에 의한 形狀 最適化는 트러스 構造物의 經濟的인 設計에 도움을 줄 수 있을 것으로 思料된다.

表 4-28. 形狀이 固定된 最適化와 形狀最適化의 目的函數 比較表

構造形態	Case	形狀이 固定된 最適化	形狀最適化	中量 減少率(%)
2部材트러스	1	0.005	0.004	20.00
	2	47569.8	30476.10	35.93
7部材트러스 (第1型)	1	1431578.0	1214043.0	15.19
	2	1451752.0	1275577.0	12.13
	3	1640559.0	1276595.0	22.18
7部材트러스 (第2型)		4280.56	4048.27	5.42
11部材트러스		80.00	63.29	20.88
22部材트러스		10600.00	8597.65	18.89

## 5. 結 論

本 研究에서는 許容應力, 座掘應力 및 變位制約 條件을 考慮한 트러스 構造物의 形狀을 最適化하기 위해서 混合調整法을 擇하였다.

本 研究의 方法을 5種의 트러스의 構造模型에 適用하여 얻어진 研究 結果를 要約하면 다음과 같다.

1. Goal 調整法에 의해서 構造物을 分割하고 Model 調整法에 의해서 性質이 다른 設計變數를 分割하여 最適化를 실시하고 本 研究 方法은 制約 條件 및 設計變數의 數를 크게 줄일 수 있었으므로

應力制約 및 挫屈應力制約을 고려한 트러스 構造物의 經濟的인 設計에 효율적인 方法이라고 思料된다.

2. 變位制約을 고려한 分割 最適化의 경우는 部分構造마다 設計變數들이 獨立되어 있지 않기 때문에 部分構造에 變位制約을 효율적으로 고려할 技法이 요구된다고 思料된다.

3. 동일한 設計條件하에서 트러스의 幾何學의 形態를 固定시키고 斷面만을 最適化한 경우 보다 本 研究 方法에 의해서 트러스의 形狀까지도 最適化한 경우에는 트러스의 초기의 幾何學의 形態와 設計條件에

따라 다소 차이가 있지만 重量을 상당히 減少시킬 수 있다는 事實을 알 수 있으므로 本 研究에 의한 트러스 構造物의 形狀最適化는 트러스 構造物의 經濟的인 設計에 도움을 줄 수 있을 것으로 思料된다.

#### 參 考 文 獻

1. Wasiutynski Abigniew and Brandt, Andrejz, "The Present of Knowledge in the Field of Optimum Design of Structures", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 21, NO. 5, May, 1963.
2. Sheu C. Y. and Prager W. "Recent Development in Optimal Structural Design", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 21, NO. 5, May, 1963.
3. Schmit, L. A., "Structural Synthesis. 1959-1969, A Decade of progress", Paper Presented at the U. S. Japan Seminar at Tokyo in August 1969.
4. Gallagher, R., and Zienkiewicz, O. C., eds. *Optimum Structural Design, Theory and Applications*, John Willy and Sons, Inc. New York N. Y., 1973.
5. Majid, K. I., *Optimum Design of Structures*, ButterWorths, London, 1974.
6. Kirsch, U., Reiss, M. and Shamir, U., "Optimum Design by Partitioning into substructures", *Journal of the Structural Division*, Proceedings of the asce, Jan, 1972.
7. Kirsch, U., "Multilevel Approach to Optimum Structural Desin", *Journal of ths Structural Division*, ASCE, Vol. 101, ST4, 1975.
8. Schmit, L. A., and Ramananthan, R, K., "Multilevel approach to Minimum Weight Design Including Bucking Constraints", *AIAA Journal*, Vol. 16, No 2, Feb. 1978.
9. Sobieszczanski-Sobieski, J., "A Linear Decomposition Method for Large Optimization Problems—Blueprint for Development", NASA Technical Memorandum 83, 248, February 1982.
10. Beers and Vanderplaats, G. N., "A Linearization Method for Mutillevel Optimization", *PROC. NUMETA 87*, 2nd Int, Conference on Advancess Applications, University College,

Swansea, U. K., July 6--10, 1987.

11. Yu-Jye Yang, "An Improved Multilevel Optimization Method", A thesis submitted in partial satisfaction of the requirements for the degree of Master of science in Mechanical Engineering, University of California, May 1988.
12. 李奎遠, 邊根周: "SUMT法에 의한 鋼材 트러스의 最適設計에 관한 研究", *大韓土木學會誌* 第28卷, 第4號, 1980. 8, pp. 119~130.
13. James L. K., "Optimization Techniques with Fortran", McGraw-Hill Book Company, 1973.
14. 李奎遠: "平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院(博士 學位 論文). 1980. 12.
15. 李奎遠, 邊根周, 黃鶴周: "平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第5卷, 第3號 1985. 9, pp.49~59.
16. 裴主星: "確率制約을 考慮한 平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究", 全北大學校 大學院(博士 學位 論文). 1983. 2.
17. 鄭海駿, 李奎遠: "幾何的 計劃法에 의한 鋼材 트러스構造物의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第3卷, 第2號, 1983. 6, pp.31-34
18. 韓상훈: "두 設計空間에 의한 아치 構造의 形狀最適化 研究", 延世大學校 大學院(博士 學位 論文). 1985. 6
19. 金成完, 李奎遠: "平面 트러스 構造物의 形狀最適化", *大韓土木學會論文集*, 第6卷, 第2號, 1986. 6.
20. 李奎遠, 林秉龍: "破壞確率을 고려한 트러스 構造物의 形狀最適化", *大韓土木學會論文集*, 제7권, 제3호, 1987. 9.
21. 金경승: "케이블의 最適引張力을 考慮한 斜張橋의 形狀最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院(博士 學位 論文) 1988. 6.
22. 이규원, 이근태: "靜的 및 固有振動數 制約條件式을 고려한 平面 트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 제10권, 제2호, 1990. 6, pp.23~88.
23. 최홍식: "多段階 分解法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대 構造物의 最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院 (博士 學位 論文), 1989.

(接受: 1990. 12. 14)