

적분법을 이용한 와전류신호의 해석적 모델

정 용 무

An Analytical Model of Eddy Current Signal using Integral Method

Y. M. Cheong

Abstract The integral model for the eddy current phenomena has been suggested. The model could lift the limitations of the previously well-known analytical model of eddy current theory. The model could be applied to two-dimensional, arbitrary shaped defects. The computer programs have been developed in order to calculate the eddy current signal with the suggested integral method. The eddy current signals by the model calculations have been shown similar patterns to the actual experimental data from the real defects in the calibration standard tubes.

1. 서 론

와전류현상에 대한 이론적 모델은 와전류 코일의 설계, 와전류신호의 해석 등에 도움을 주기 위해 필수적이며 현재까지 알려진 와전류현상의 모델은 크게 보아 해석적인 방법과 수치적인 접근으로 나눌 수 있다. 와전류 현상의 해석적인 해는 널리 알려진 전자기장에 대한 Maxwell 방정식에서의 각 경계조건에 대한 해를 구하는 과정이다. 특히 현재 원자력 발전소 증기발생기 전열관의 와전류탐상에 사용되는 방법인 Bobbin형 Coil과 Pancake Coil에 대한 해석적인 해는 지난간 60~70년대에 이미 그 대부분이

C. V. Dodd와 그 연구집단에 의해 완성되었다.^{1),2)} 이러한 해석적인 접근 방법은 현장 검사시에 복잡한 기하학적인 형태의 변화와 재료 변동 등을 포함하는 와전류 신호를 기술하기에는 너무 간단하여 단순한 관형태에서의 단순 결합, 예컨대 구형결합에서의 와전류 신호를 예측할 수 있을 뿐이다. 따라서 제한된 기하학적인 형태와 결합 구조에 대해 임피던스의 변화 양상을 계산할 수 있음으로써 와전류 현상에 대한 보다 나은 이해에 도움을 줄 수는 있으나 현장에서 문제점을 해결하기에는 어렵다. 보다 현실성 있는 모델로써 기하학적, 재료적인 변화를 고려할 수 있는 방법으로 수치적인 접근법이 있으며 이에 는 유

한요소법, 유한차등법 등이 있다. 그러나 널리 사용되는 유한요소법 모델도 2차원적인 기하학적인 형태, 즉 축대칭 조건에 대해 그 해가 가능하며 보다 일반적인 3차원 유한요소법 모델도 개발되고 있으나 대용량 컴퓨터가 필요하고 계산에 오랜 시간이 소요되는 등 어려운 점이 있다.³⁾

이미 C. V. Dodd et al.^{1), 2)}에 의해 제안된 해석적 모델은 구형 결합의 좌표와 그 체적이 정해지면 그 결합에 의한 와전류 신호를 예상할 수 있다. 특히 무한 평면상에 Pancake Coil을 사용하여 체적 V인 결합이 (r, z) 위치에 있을 경우 이에 대한 결합 신호의 해석이 가능할 뿐이다. 이러한 기초에서 출발하여 본 논문에서는 임의의 형상을 가진 결합을 유한 개의 작은 결합이 합친 것으로 간주하여 각각의 작은 결합요소들로부터의 임피던스 변화를 더한 것이 임의의 형상을 가진 결합으로부터의 임피던스 변화와 동일하다는 가정 하에 매우 작은 유한 개의 점 결합들이 모여서 임의의 실제결합을 형성한다고 보아 실제 결합 경계 안에서 적분을 취함으로써 실제 결합으로부터의 와전류 신호를 계산할 수 있었다. 즉 결합 신호의 중첩 효과는 각 결합 요소 신호들의 단순 합이며 결합 요소들간의 와전류 신호의 간섭 현상은 무시한다고 가정하였다.

2. 작은 결합 요소에 의한 와전류 신호의 해석적 접근

선형적이며 등방성의 균질한 매질에 대해 Maxwell 방정식을 축대칭 구조, 사인파 인가 전류에 대한 가정으로 해를 구하는 방법은 $B = \nabla \times A$ 로 정의되는 Magnetic Vector Potential로 표현되는 다음의 미분방정식을 각 경계조건에 대해 Bessel Function을 이용하여 풀어냄으로써 해결된다.¹⁾

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{A}{r^2} - j\omega\mu\sigma A + \mu I \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) = 0 \dots (1)$$

여기서 A는 Magnetic Vector Potential, ω 는 코일 전류의 각주파수, μ 는 매질의 자기투자율, σ 는 매질의 전기 전도도, I는 코일에 인가된 전류, δ 는 Dirac

Delta Function, r_0 은 z_0 는 코일의 반경과 위치를 의미한다.

Pancake coil이 금속 평판 위에 있을 때(Fig. 1 참조) 각 영역에서의 경계조건들을 적용하면 각 영역에서의 Magnetic Vector Potential A(r,z)가 계산될 수 있으며(자세한 계산 식은 Reference 2 참조할 것) 이를 coil의 크기에 대해 적분하면 아래 식에 의해 임피던스 Z도 계산할 수 있다.²⁾

$$Z = \frac{j\omega\pi\mu n}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)} \times \int_{l_1}^{l_2} \int_{r_1}^{r_2} r A(r, z) dr dz \dots (2)$$

예컨대 Coil 위치 (r, z)는 영역 I과 영역 II의 경계 부분으로써 이에 대한 Magnetic Vector Potential A¹¹(r, z)를 계산하여 이를 임피던스를 계산하는 식에 대입하면 식(3)과 같이 유도된다.⁴⁾

$$Z = \frac{j\omega\pi\mu n^2 r}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^6} J^2(r_2, r_1) \{2\alpha(l_2 - l_1) + [\exp(-\alpha(l_2 - l_1))] + [\exp(-\alpha l_2) - \exp(-\alpha l_1)] \times \left[\frac{(\alpha + \beta_1)(\beta_1 - \beta_2) + (\alpha - \beta_1)(\beta_1 + \beta_2)\exp(2\alpha_1 c)}{(\alpha - \beta_1)(\beta_1 - \beta_2) + (\alpha + \beta_1)(\beta_1 + \beta_2)\exp(2\alpha_1 c)} \right] \} d\alpha \dots (3)$$

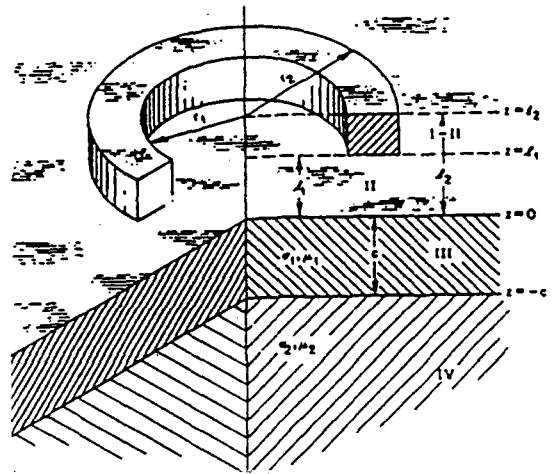


Fig1. A coil of rectangular cross section above a two-conductor plane

여기서 $\alpha_i = (\alpha^2 + j\omega\mu\sigma_i r^2)^{1/2}$ (4)

$\beta_i = (\mu_o/\mu_i) \alpha_i$ (5)

$J(r_2, r_1) = \int_{r_2}^{r_1} \alpha^2 r J_1(\alpha r) dr$ (6)

$J_1(\alpha r)$ 는 first order Bessel Function이다.

여기에 식(7)과 같은 M. L. Burrow의 결함에 의해 유도된 와전류 이론을 적용하면⁴⁾

$Z = -(3/2) \sigma \omega^2 (A/I)^2 Vol \alpha_{22}$ (7)

이며 여기서 Vol은 결함의 체적, α_{22} 은 결함의 Shape Factor, I는 전류이며 이미 앞에서 계산된 결함이 존재하는 영역에서의 Magnetic Vector Potential A를 대입하면 작은 결함으로 인한 임피던스 변화를 계산

할 수 있다. 피복된(Caldding) 부한 금속평판에서 피복재 또는 모재 속에 작은 결함이 존재할 때, Pancake Coil에서 결함에 의한 임피던스 변화는 이미 위 식들을 이용하여 C. V. Dodd et al.에 의해 계산된 바 있으며 이를 계산하기 위한 Computer Program들도 완성되어 있다.^{2),5)}

한편 이러한 해석적인 와전류 현상의 해를 통하여 단순한 작은 결함으로부터의 임피던스, 즉 와전류 신호를 재현하는 데에는 성공하였으나 보다 실제적인 환경 예컨대 현재 기술 개발이 요청되고 있는 원자력발전소 증기발생기 전열관의 MRPC(Motorized Rotating Pancake Coil) 와전류탐상 기술을 위해서는 별로 의미가 없다. MRPC 방법은 Fig.2에 보인바와 같이 Pancake Coil을 관속에서 나선방향으로 회전시

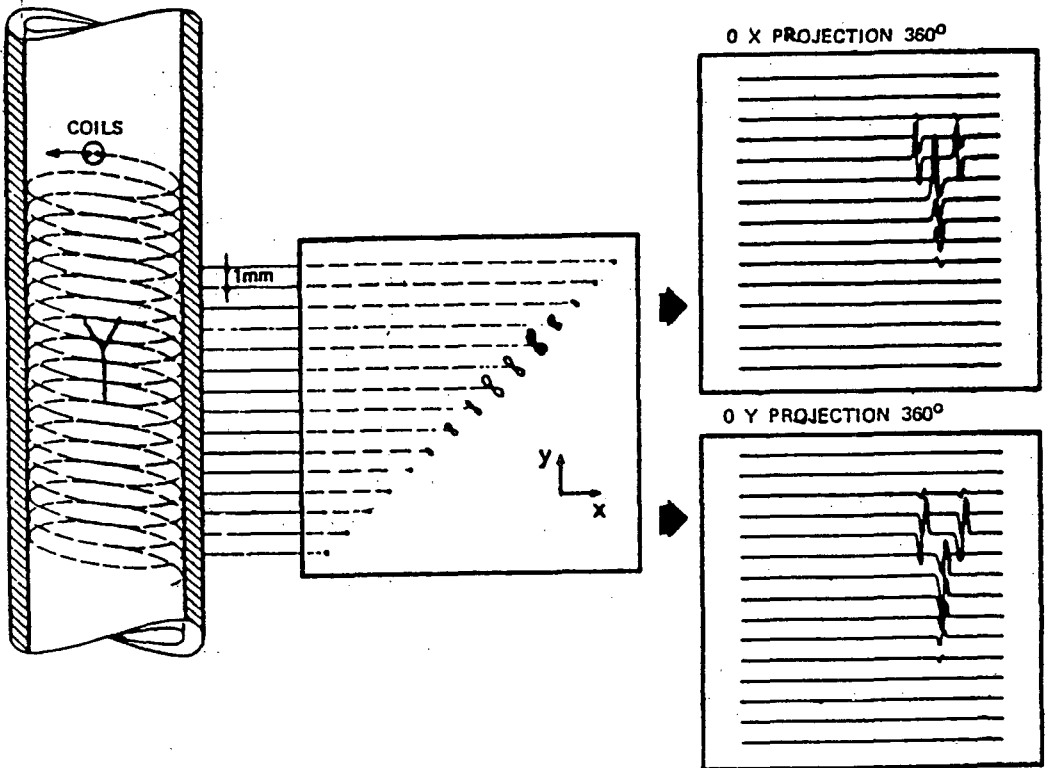


Fig2. Principle of the helical scan rotating pancake coil(MRPC) and display

키면서 이동하는 방식으로써 이론적인 측면에서는 무한 금속 평면 위에 Pancake Coil을 이동시키는 것과 동일하다. 이 방법은 일반적인 와전류탐상 방법인 Bobbin Coil방법이 감지하기 어려운 Crack성 결함을 탐지하는데 유리하며, 증기발생기 전열관의 확관 및 Tubesheet와 같이 결함 이외의 구조물 또는 형태에 의한 방해신호가 발생하는 검사체에 대해 직선주사를 하는 8×1 Pancake Coil보다 신호대 잡음비 및 Lift-Off 효과를 상쇄하는 측면에서 유리하다. 한편 MRPC 방법은 외면 Crack에 대해서는 관두께의 40% 결함, 내면 Crack에 대해서는 관두께의 20%결함에 대해 탐지 가능하며 결함 길이에 대한 탐지능은 대략 Crack길이가 코일직경의 1/4이상인 결함에 대해 탐지가 가능하다⁽⁶⁾

따라서 위에서 개발된 해석적인 해를 보완하여 좀 더 복잡한 결함 형태에 대한 해를 구하는 것이 당면한 과제라 하겠으며 이를 위하여 본 논문에서는 결함 신호의 중첩시의 간섭 효과를 무시하여 작은 결함 요소들로부터의 임피던스를 적분하여 임의의 결함에 대해 Pancake Coil이 이동할 때의 와전류 현상을 컴퓨터 프로그램을 작성하여 구현하여 보았다. 적분을 위한 이론적 배경은 아래와 같으며 실제적인 프로그램의 적용은 다음 절의 컴퓨터 Simulation에서 자세히 다룬다.

어떤 작은 결함 요소 d_i 가 존재함으로써 인한 와전류탐상 시의 임피던스의 변화를 z_i 라 할 때 임의의 크기와 형태를 갖는 결함 D는 n 개의 결함 요소들의 합으로 구성된다고 하면

$$D = \sum_{i=1}^n d_i \dots\dots\dots (8)$$

로 볼 수 있으며 이 때 결함 D에 의한 임피던스 변화 Z 는 각 결함 요소들에 의한 임피던스 (z_i)의 산술적인 합과 각 결함 요소들간의 간섭에 의한 항 (z_{ij})으로 볼 수 있다.

$$Z = \sum_{i=1}^n z_i + \sum_{i,j=1, i \neq j}^n z_{ij} \dots\dots\dots (9)$$

윗 식에서 우변의 두번째 항은 신호인자들간의 간섭에 의한 항이다. A. Sager⁷⁾의 분석 결과를 적용하면 전류 밀도의 성분이 Coil의 원주 방향 밖에 없다

고 가정할 때, 신호원간의 위치에 따라 신호원간의 상대적인 거리가 무한이 멀다면 간섭에 의한 항은 소멸되며 신호원들간의 거리가 점점 접근함에 따라 간섭항이 중요해 진다고 보았다. 따라서 본 경우와 같이 각 신호원 인자가 서로 인접하여 위치한 경우 간섭에 의한 항이 이론적으로 어느 정도 영향을 끼칠 것으로 예상된다. 그러나 실제 컴퓨터 프로그램시에 이와같은 간섭항을 모두 고려하여 계산하기에는 거의 불가능하였으므로 이를 무시하고 프로그램을 작성하였으며 실제 와전류신호와의 비교에서 간섭에 의한 효과를 무시하더라도 실제 신호와 별로 차이를 나타내지 않았다.

3. 컴퓨터 Simulation

W. A. Simpson et. al.에 의해 제작된 프로그램⁵⁾을 기초로 하여 Fig. 3에 보인 바와 같이 결함 요소 좌표를 두께 방향(z 축 방향)으로 관벽 두께를 20등분하였으며 원주 방향(r 축 방향)으로는 코일 중심($r = 0$)으로 부터 코일 반경으로 normalize한 거리의 0.1배 간격으로 50개 점을 선정하여(1,000개의 점이 선정됨) 각 점들로부터의 임피던스를 계산하는 프로

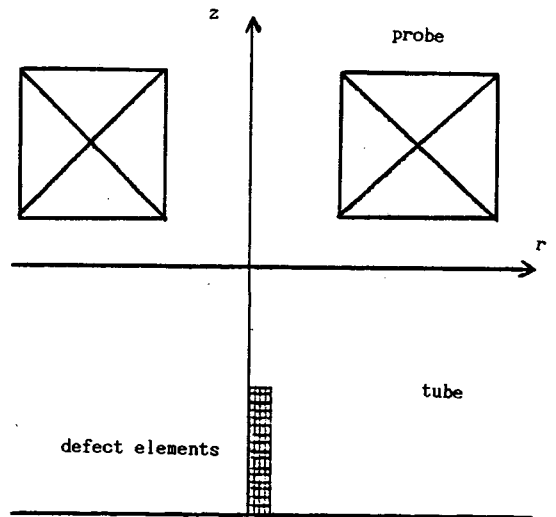


Fig3. The configuration of the defect elements and probe

그램을 작성하였다. 식(9)의 간섭에 의한 항(zij)은 실제로 Computer 상에서 계산하기 어려운 인자이므로 무시하였으며 최종적인 임피던스는 각 점들로부터 계산된 임피던스 요소들의 단순한 합이라고 간주하여 계산하였다. 와전류 신호는 코일이 결함에 접근하였다가 멀어짐에 따라 변화하는 임피던스의 궤적이므로 코일 또는 결함을 상대적으로 이동시켜야 하며 본 프로그램에서는 결함의 상대적인 좌표를 이동시켜가면서 각각의 임피던스 값을 계산하여 임피던스 평면상에 Plot하였다. 코일과 결함의 상대적인 위치를 코일중심(r=0)에서 시작하여 코일반경의 5배되는 거리까지 각 코일위치에서 임피던스를 계산하였으며 이렇게 계산된 상대 위치에 따른 임피던스를 복소 임피던스 평면상에서 Plot하여 와전류신호의 형상을 그렸다. 대체로 코일 반경의 5배 거리는 코일에 의한 영향력이 무시될 만한 충분한 거리이므로 코일과 결함의 상대적인 거리가 코일반경의 5배인 거리까지 임피던스 계산을 하여 Plot하였다. 원래 Simpson et. al. 이 만든 Source Program⁵⁾이 Basic 언어로 작성되어 있으므로 이를 응용한 적분법에 의한 컴퓨터 Simulation 프로그램도 Turbo Basic 언어로 작성하였으며 프로그램 크기 및 데이터의 양이 적지 않으므로 이들은 본 논문에 포함하지 않는다.

원자력발전소 증기발생기 전열관의 재료인 Inconel 600을 검사 대상으로 여기에 사용되는 MRPC 코일(720-MRPC, 미국 ZETEC사 제품)의 제원을 기준하여 결함의 크기, 깊이의 변화, Lift-off 거리의 변화 및 사용 주파수 변화에 따른 와전류 신호의 변화양상을 계산하였다. 사용된 입력상수들은 다음과 같다.

- 와전류 코일 : 내경 = 1.0 mm
- 외경 = 3.0 mm
- 높이 = 1.0 mm
- 평균반경 = r = 1.0 mm

검사체(Inconel 600) :

- 외경 = 22.2 mm(7/8 inch)
- 관벽두께 = 1.27 mm
- 전기전도도 = $\delta = 1.0194 \times 10^6$ mho/m
- 자기투자율 = $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m

결함크기 : (코일의 평균반경에 대해 Normalized된 값임)

벽두께비 결함	깊이 방향
100%	0.0 - -1.27
75%	-0.318 - -1.27
50%	-0.635 - -1.27
25%	-0.953 - -1.27

결함크기(반경방향) = 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0mm

Lift-off거리 = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0
(코일 평균반경에 대하여 Normalized된 값임)

한편 Computer 모델 계산 결과와 실제 와전류 신호를 비교하기 위하여 다양한 크기의 결함을(다양한 길이, 폭, 깊이) Inconel Tube에 방전가공하여 시험편을 제작하였으며 MRPC 탐촉자로 검사하였다. 와전류탐상 장비로는 Zetec사 제품 MIZ-20A를 사용하였으며 MRPC 탐촉자로는 증기발생기 전열관의 와전류탐상에 사용되고 있는 Zetec사 제품 720-MRPC를 써서 실험을 수행하였다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 4에 전형적인 Computer 계산 결과를 보였다 (주파수 200 kHz, 결함 깊이가 각각 100%, 75%, 50%, 25%). Fig. 5에 보인 실제 와전류 신호와 Computer 모델 계산 결과를 비교하여 보면 신호의 일반적인 형태가 상당히 유사함을 알 수 있으며 결함 깊이의 변화 양상에 따른 와전류 신호의 위상각 변화는 실제 실험 결과와 모델 계산 결과가 거의 일치함을 알 수 있다. 결함 깊이의 변화에 따른 위상각 변화는 예컨대 주파수 200kHz, 결함 길이는 4.0mm, 폭은 1.0mm, 깊이는 관두께 대비 각각 100%, 25%인 2개의 인공 결함에 대한 와전류 신호의 위상각 차이는 70.4도로 측정되었으며 동일한 실험 조건에서의 모델 계산 결과는 80도로 계산되었다.

Lift-off 효과에 대한 결함 신호 진폭의 변화를 다양한 주파수에 대해 컴퓨터 모델 계산 결과를 Fig. 6에 Plot 하였다. 이에 상응하는 유사한 실제

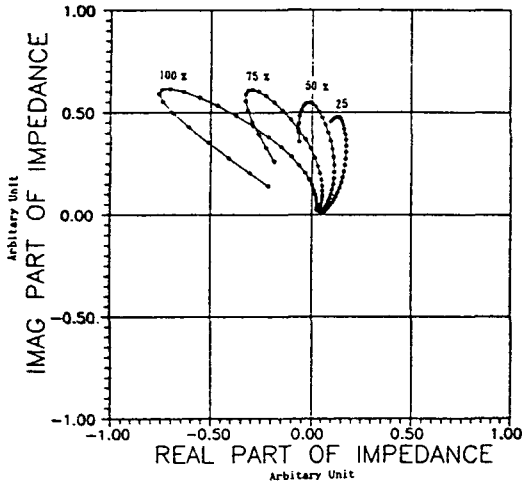
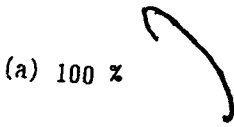


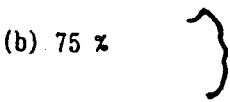
Fig4. Typical examples of the computer model calculation.

(Frequency : 200kHz, lift-off distance : 0.01 mm, defect length : 1.0mm, defect depths : 25%, 50 %, 75%, 100% of wall thickness)



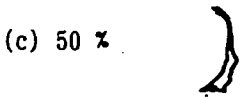
(a) 100 %

SETUP 05
FREQ 200K
PHASE 290
GAIN 24
V/H 1.0
PRINT SCR
ALARM OFF
PROBE DIFF



(b) 75 %

SETUP 05
FREQ 200K
PHASE 290
GAIN 42
V/H 1.0
PRINT SCR
ALARM OFF
PROBE DIFF



(c) 50 %

SETUP 05
FREQ 200K
PHASE 290
GAIN 60
V/H 1.0
PRINT SCR
ALARM OFF
PROBE DIFF

(d) 25 %



SETUP 05
FREQ 200K
PHASE 290
GAIN 84
V/H 1.0
PRINT SCR
ALARM OFF
PROBE DIFF

Fig5. Typical examples of actual eddy current signal frequency is 200 kHz, defect size is 1.0mm wide and 4.0mm long. Defect depths are 100 %, 75%, 50%, 25% of wall thickness, respectively.

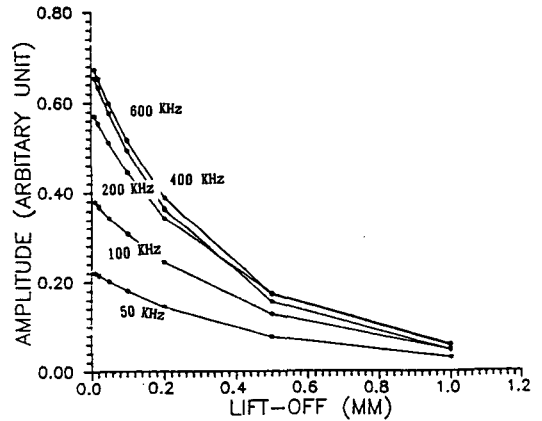


Fig6. Effect of lift-off

defect length is 1.0mm and depth is 75% wall thickness.

Frequencies are 50, 100, 200, 400, 600 kHz

실험에 의한 결과인 Fig. 7[참고 문헌 8, pp. 65에서 인용함]와 비교하여 보면 컴퓨터 모델 계산 결과 (Fig. 6)와 실제 실험 결과(Fig. 7) 모두 Lift-off 거리가 증가함에 따라 신호 진폭은 감소하고 있으며 주파수가 높을수록 진폭이 크을 알 수 있다. 한편 신호 진폭 대 주파수에 대해 컴퓨터모델 계산 결과 (Fig. 8)과 실제 실험 결과인 Fig. 8(참고 문헌 8, pp. 77에서 인용함)를 비교하여 보아도 두 경우 모두 주파수 증가에 따라 신호진폭이 어느 정도까지는

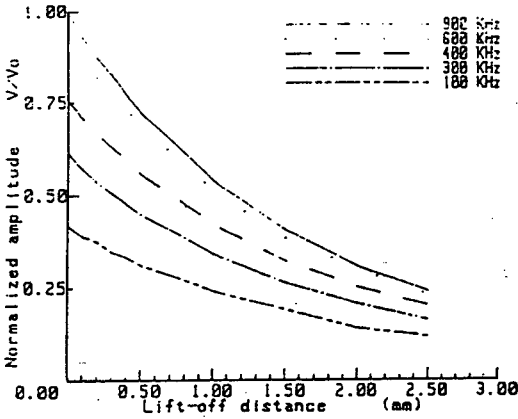


Fig7. Normalized amplitude vs. frequency [21]
(Vo : Signal amplitude at zero lift-off, 200 kHz)

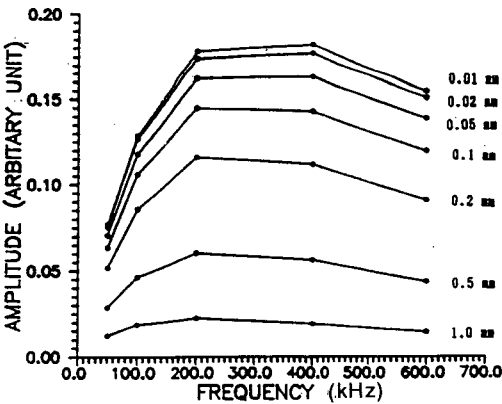


Fig8. Effect of lift-off
defect size is 1.0mm long and 50% wall thickness deep.
(lift-off=0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0mm)

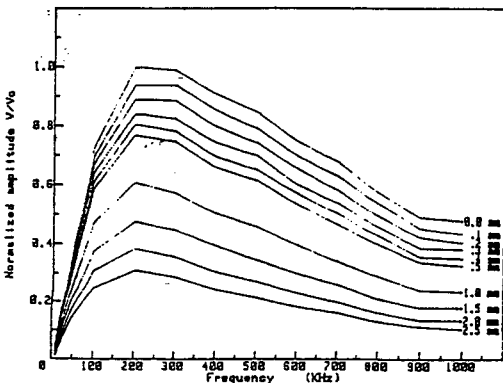


Fig9. Normalized amplitude vs. lift-off distance [21]

증가하다가 다시 감소하는 경향을 나타내었다. 이상과 같은 비교에서 알 수 있듯이 컴퓨터 모델 계산 결과가 실제 상황에서 발생하는 결과와 유사한 경향성을 띄고 변화함을 알 수 있으며, 이에 따라 결함 요소에 대한 적절한 상수 및 경계 조건을 선택할 수만 있다면 실제 실험 상태를 컴퓨터 모델 계산에 의해 미리 예측할 수 있다. 한편 종래의 C. V. Dodd 및 그의 연구집단에 의해 완성된 와전류 신호의 해석적 모델^{1),2)}의 최대 제약점인 지극히 단순한 결함 모델, 즉 구형 결함, 반부한 평면 등과 같은 가정 하에서만 모델의 해가 가능하다는 점에 대해, 본 논문에서 제시한 적분법을 사용할 경우 이러한 제약점들을 어느 정도는 극복할 수 있으며 극단적인 형태를 제외한 비교적 단순한 임의의 형태 결함에 대한 와전류 신호를 실제 실험 이전에 컴퓨터 모델 계산에 의해 임피던스 도형을 예측하여 그려볼 수 있다.

본 논문에서 제안하고 있는 적분법은 물론 결함과 결함이 인접할 경우에 필연적인 현상인 결함 신호의 간섭 효과를 무시한다고 가정하고 있다. A. Sager의 분석에 의하면⁶⁾ 전류 밀도가 코일의 원주 방향 성분 밖에 없으므로 신호원 간의 상대적인 거리에 따라 무한히 먼 거리에 두개의 신호원이 위치할 경우 두 신호원은 독립적으로 작용하여 간섭에 의한 항은 무시되나, 상대 거리가 근접함에 따라 간섭에 의한 항이 중요해진다고 보았다. 이러한 결론은 물론 상식적으로도 타당한 것이라고 볼 수 있으나 본 경우에서와 같이 임의의 결함 형태를 n개의 결함요소로 분할하여 처리하는 경우에는 결함이 어느 정도 거리를 두고 근접하여 존재하는 것이 아니라 한 개의 결함을 여러 개의 결함인자로 나누어 계산하는 방법이므로 A. Sager의 이론을 정확히 적용할 수는 없다. 한편 간섭에 의한 효과가 존재하더라도 실제 신호와의 비교과정에서 그 효과가 미미하였으므로 이를 무시하였다.

또한 적용할 수 있는 결함의 형상을 일반화시켜서 임의의 결함 형상에 대해 적용 가능하다고 볼 수 있으나 이러한 일련의 논의는 항상 이차원적 결함 형태에 국한하고 있으며 보다 일반적인 삼차원적인 결함에 대해서 현재로서는 해석적인 방법으로 해결이 불가능하다고 판단되며 이러한 경우의 해결 방법은

삼차원 유한요소법 등과 같은 수치적인 접근 방법으로 가능하다고 판단된다.

4. 결 론

- 1) 와전류 현상의 이론적 모델로 이미 알려져 있는 해석적 모델을 기초로하여 보다 일반적인 결함 형태에 적용이 가능한 적분법 이론을 제시하였고 이에 따른 컴퓨터 프로그램을 개발하였다.
- 2) 와전류 탐상 보정시험편에 인공 결함 형태인 정방형 결함에 대해 적분법에 의한 컴퓨터 모델 계산 결과와 실제 실험 데이터를 비교한 결과 매우 유사한 와전류 신호 양상을 보였다.
- 3) 앞으로 결함 크기 및 형상을 기술하는 적절한 상수와 경계 조건들만 선택되어 진다면 일반적인 이차원 결함 형태에 대해 실험과 같은 와전류 신호 형태를 예측할 수 있을 것이다.

References

1. C. V. Dodd, W. E. Deeds, J. W. Luquire, and W. G. Spoeri, Materials Evaluation, July(1969), pp. 165~168.

2. C. V. Dodd, W. E. Deeds, J. W. Luquire, and W. G. Spoeri, ORNL-4384, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, USA. April (1969)
3. A. McNab, British J. NDT, July(1988) pp. 249 - 256.
4. M. L. Burrow, Ph. D. Thesis, Univ. of Michigan, University Microfilms Inc., Ann Arbor, Michigan. (1964)
5. W. A. Simpson, C. V. Dodd, J. W. Luquire, W. G. Spoeri, ORNL-TM-3295, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee, USA. June(1971)
6. J. D. Siegel, "EC Techniques for the detection of Circumferential Crack", EPRI Workshop on Circumferential Cracking of Steam Generator Tubes, Feb. 22~23, 1990, Charleston, SC, USA
7. A. Sager, ASTM STP 722, "Eddy Current Characterization of Materials and Structures, G. Birnbaum and G. Free Eds., ASTM(1981) pp. 269-297.
8. 임창재, "Coil Lift-off 효과를 이용한 Tube 내경 변화 측정", 선임 승격 연구보고서, 한국원자력연구소, 1989