

## Weibull分布에 의한 直徑分布推定에 관한 研究<sup>1\*</sup>

—東海岸一帶 海松林을 中心으로—

尹鍾和<sup>2</sup> · 曹鉉國<sup>2</sup>

## Estimating Diameter Distribution with the Weibull Distribution<sup>1\*</sup>

—Case of Korea Black pine (*Pinus thunbergii*) Stands on the Eastern Sea Coast of Korea—

Jong Wha Yun<sup>2</sup> and Hyun Kook Cho<sup>2</sup>

### 要 約

강원도 동해안 일대 유명파서지(16개소)에 분포하고 있는 海松林의 합리적 사업계획을 수립하기 위한 基礎資料를 제공하고자 Weibull分布를 이용하여 直徑分布를 추정하였다. 그 결과는 다음과 같다.

1. 강원도 동해안 일대에 분포하고 있는 海松林의 平均胸高直徑은 10.3cm이며 각 지역별 平均直徑은 6.9-14.6cm로 나타났다.
2. Weibull 分布의 母數는 각 지역별로 추정되었으며, 전지역에 대한 모수는  $a=5$ ,  $b=5.6997$ ,  $c=1.4079$ 로 추정되었다.
3. 直徑分布의 추정치와 실측치를 Kolmogorov-Smirnov법에 의하여 검정한 결과, 5% 유의수준에서 잘 적합하였다.

### ABSTRACT

This study was conducted to provide fundamental information to make rational management planning in eastern seacoast forest, mainly composed of black pine (*Pinus Thunbergii*), Kangweon Province. Diameter distribution was estimated by the method of Weibull distribution.

The results were as follows :

1. Average diameter in the eastern seacoast forests of Kangweon Province was 10.3cm, and the average D. B.H. of 16 study sites ranged from 6.9 to 14.6cm.
2. Parameters of the Weibull distribution were estimated in each study sites and the estimated parameters of the all study forests were  $a=5$ ,  $b=5.6997$  and  $c=1.4079$ .
3. Tested by Kolmogorov-Smirnov method for the significant differences between actual and estimated diameter distribution, the result showed that estimated values were well fitted to the actual ones at 5% significance level.

Key words : *Pinus thunbergii*, diameter distribution, Weibull distribution, Kolmogorov-Smirnov.

<sup>1</sup> 接受 1991年 11月 27日 Received on November 27, 1991.

<sup>2</sup> 江原大學校 林科大學 森林經營學科 College of Forestry, Kangweon Nat'l Univ., Chuncheon 200-701, Korea.

\* 이 논문은 1990년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

## 緒論

江原道 동해안 일대에 분포하고 있는 海松林은 유명 피서지가 위치하고 있는 점을 고려할 때 방풍림 및 휴양림으로서 이들 森林이 갖고 있는 공익적인 효용 가치는 매우 크다고 할 수 있다. 이와 같은 공익적 기능을 최대로 발휘할 수 있도록 하기 위해서는 임분의 특성에 맞는 적절한 관리가 요구되어 진다.<sup>6,7)</sup> 그러나 현재까지 이러한 임분의 관리에 필요한 기초자료인 임분구성상태가 정확히 파악되지 못하고 있으며, 이러한 자료의 부족으로 인해 적절한 사업이 이루어지지 못하고 있는 실정이다. 따라서 이들 海松林을 적절히 관리하기 위해서는 林分構造의 解析이 대단히 중요하며, 특히 임분구성의 요인 중 임분의 특성이 가장 잘 표현되고, 측정이 용이한 直徑分布를 추정하는 것이 가장 효과적인 방법일 것이다. 즉, 直徑分布로부터 海松林의 상태를 진단할 수 있으며 사업에 대한 여러 가지 정보를 제공받을 수 있다.

森林에 있어서 直徑分布는 正規分布, Beta分布, Gamma分布, Jonson's S<sub>b</sub>分布 등과 같이 여러 가지 確率密度函數로 표시되어 왔으며, 최근에는 Weibull 분포의 確率密度函數에 의한 분포 모델이 母數推定의 간편성과 정확성 때문에 임분의 직경분포모델로 널리 이용되고 있다.<sup>2,3,4)</sup> Weibull分布는 공학에서 생명의 분포에 사용한 指數分布를 일반화한 것으로 W. Weibull에 의해 모델로 제시되었으며, Bailey와 Dell<sup>1)</sup>에 의해 처음으로 임업에 적용된 이래, 여러 학자들에 의하여 다양한 연구가 진행되어 왔다.<sup>5)</sup> 본 연구는 강원도 동해안 일대에 분포하고 있는 海松林을 대상으로 Weibull分布에 의한 直徑分布를 추정하여 林分構造에 대한 정보를 제공함으로서 森林의 公益의 機能을 최대로 발휘시킬 수 있는 施業計劃을 수립하는데 중요한 基礎資料를 제공하고자 한다.

## 資料 및 方法

### 1. 資料

자료는 강원도 동해안 일대에 위치하고 있는 유명 피서지 16개소(화진포, 송지호, 삼포, 낙산, 양양, 하조대, 주문진, 연곡, 사천, 경포,



Fig. 1. Location of study sites for diameter distribution of *Pinus thunbergii* forests.

옥계, 망상, 삼척, 맹방, 궁촌, 호산)에 분포하고 있는 海松(*Pinus Thunbergii*)林分으로부터 10m×20m (0.02ha)의 plot을 각 지역별로 10개씩 총 160개를 설정하여 胸高直徑 6cm 이상의 임목을 대상으로 胸高直徑을 측정하였다.

### 2. 方法

#### 1) Weibull分布

임의의 변수  $x$ 에 대한 Weibull分布의 確率密度函數는 (1)식과 같다.

$$f(x) = (c/b) (x/b)^{c-1} \exp(-(x/b)^c) \dots \dots \dots (1)$$

(1)式은  $y=a+x$ 의 變數變換에 의해 (2)식과 같은 보다 일반적인 형태인 3-parameter식이 된다.

$$f(y) = (c/b) ((y-a)/b)^{c-1} \exp(-((y-a)/b)^c) \dots \dots \dots (2)$$

단,  $a>0$ ,  $c>0$ ,  $y>a$

여기에서  $y$ 는 各 直徑級을 의미하며  $a$ 는 位置의 母數로서 분포의 최소직경을 의미하며,  $a$ 보다 더 작은 직경의 임목은 존재하지 않는다. 또  $b$ 는 尺度의 母數로서 분포의 범위를 나타내며, 여기에서는 직경의 범위를 의미한다.  $c$ 는 形態의 母數로 분포의 歪度를 결정하며,  $c$ 값의 변화에 따라 분포의 형태는 다양하게 변화된다. Fig. 2는 각 母數의 변화에 따른 몇 가지 예를 보여주고 있다.

즉  $c<1$ 인 경우에 Weibull 確率密度函數는 역J자의 형태를 나타내며,  $c=1$ 일 때는 指數分布의 형태가 된다. 또,  $1<c<3.61$ 일 때 密度函數는 위

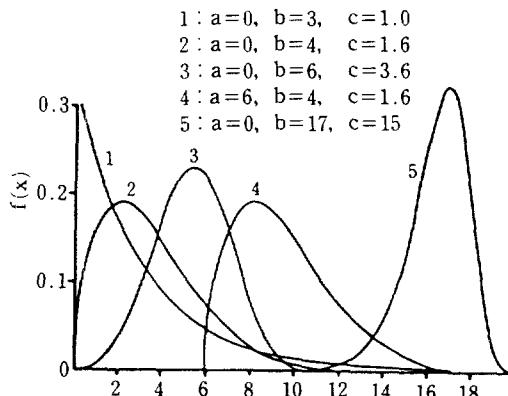


Fig. 2. Examples of probability density function for different values of the Weibull distribution (after Renolls, 1985).

로 볼록한 양의 평균을 가지며,  $c=3.61$  이면 Weibull 確率密度函數는 근사적인 正規分布를,  $c>3.61$ 이면 음의 평균을 갖는다. 이와 같이 Weibull分布의 確率密度函數는 다양한 여러 가지 형태를 나타낼 수 있으며 임분의 특성과 함께 일관성 있게 변화되므로 임분의 直徑分布 모델로서 적절하다고 하겠다.

## 2) Parameter의 推定

Weibull분포의 累積分布函數  $F(x)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x (c/b) (t/b)^{c-1} \exp(-(t/b)^c) dt \\ &= \int_0^x \exp(-(t/b)^c) d((t/b)^c) \\ &= \int_0^{x/b} \exp(-u) du \\ &= 1 - \exp(-(x/b)^c) \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

한편, 累積分布函數  $F(x)$ 에서  $x=b$ 이면 (3)식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F(b) &= 1 - \exp(-(b/b)^c) \\ &= 1 - e^{-1} \\ &\approx 0.63 \end{aligned}$$

결국, 母數  $b$ 는 累積分布函數의 63% 지점에 위치하는 값이라고 할 수 있다. 그러므로  $b$ 는 다음과 같이 추정한다.

$$b = e^{\bar{x}_{0.63}}$$

$$\bar{X}_p = \bar{X} + Z(p) S_M$$

$$\bar{X}_{0.63} = \bar{X} + Z_{0.63} S_M$$

$$\bar{X} = \sum f_i X_i / \sum f_i$$

$$Z(p) = [r + \ln(-\ln(1-p))] / \varepsilon$$

$$r : 0.577216 (\text{Euler定數})$$

$$\varepsilon : \pi / \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} Z_{0.63} &= [0.577216 + \ln(-\ln(1-0.63))] / 1.2825 \\ &= 0.44556 \end{aligned}$$

$$S_M = \sqrt{\sum f_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2} / f_i \text{ 단, } \bar{X}_i = \ln x_i$$

變動係數(CV)를 이용한 parameter  $c$ 의 추정은 다음과 같다.

$$CV = \frac{\sqrt{\Gamma(\frac{2}{c}+1) - \Gamma^2(\frac{1}{c}+1)}}{\Gamma(\frac{1}{c}+1)}$$

$$CV = s/\bar{x}$$

$$\bar{x} = \sum f_i (x_i - a) / f_i$$

$$S = \sqrt{f_i (x_i - \bar{x})^2 / \sum f_i}$$

이때 각 變動係數에 대한  $c$ 의 값을 이미 표로 조제되어 있으므로, 이 표를 이용하면 쉽게  $c$ 의 값을 얻을 수 있다.<sup>10)</sup>

## 結果 및 考察

강원도 동해안 일대에 분포하고 있는 海松林의 直徑分布를 추정하기 위하여 각 지역별로 실측한 直徑級別 평균치는 Table 1과 같다.

### 1. 直徑分布의 推定

Table 1의 자료를 이용하여 Weibull分布의 母數를 추정하였다. 즉 Weibull 確率密度函數에서 位置의 母數  $a$ 는 분포의 최소값을 나타내므로  $a$ 의 값은 5로 하였고,  $b$ 와  $c$ 는 變動係數를 이용하여 추정하였다. 그 결과는 Table 2와 같다. 한편 추정된 母數를 이용하여 (2)식에 의하여 각 직경급의 Weibull 確率密度를 계산하여 각 直徑級의 분포를 추정하고 實測한 直徑分布와 비교한 결과는 Fig. 3과 같다.

Table 2에서 보이는 바와 같이 화진포, 낙산, 연곡, 삼척, 맹방, 궁촌 등의 지역에서는  $b$ 의 값이 비교적 크게 나타나고 있다. 尺度의 母數  $b$ 가 크다는 것은 小徑木에서 大徑木까지 광범위하게 直徑級이 분포한다는 것을 의미한다. 그러나 그 이외의 지역에서는 매우 낮은  $b$ 값을 보이고 있으며, 이는 대부분의 임목이 어느 특정 直徑級에 집중되어 있음을 나타낸다. 실제로 주문진 및 하조대의 경우에는 最大直徑이 12cm로 나타났지만 7cm이하의 임목이 총 임목수의 약 60%를 차지

Table 1. Diameter distribution of *Pinus Thunbergii* by study sites.

(Trees/0.02ha)

Diameter Location	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	N
Hwajinpo	-	1	1	2	4	2	2	3	3	4	5	3	4	2	2	1	2	1		42	
Songjiho	9	12	10	9	8	5	4	1												58	
Sampo	11	14	8	10	7	2	4	2	2	1										61	
Naksan	2	3	5	3	5	4	4	4	2	1	2	2	2							39	
Yangyang	9	10	9	10	8	3	3	1	1											54	
Hajodae	14	12	11	8	3	2	1													51	
Chumunjin	18	16	8	4	2	-	2													50	
Yongok	-	2	1	2	2	2	2	2	-	2	1	2	1	2	1	1	1	1		24	
Sachon	3	3	7	9	4	4	4	4	3	3	2	1	1							48	
Kyongpo	6	8	7	7	6	5	5	2	3	1										50	
Okkye	3	2	-	3	2	1	3	1	1	1	1									18	
Mangsang	6	5	9	8	9	7	5	4	2	1	1									57	
Samchok	1	2	3	7	4	5	8	4	5	4	3	2	1	1	-	1	1	-	1	53	
Maengbang	2	2	3	1	2	1	3	3	2	1	1	-	2	2	2	1				28	
Kungchon	3	5	8	5	6	5	5	5	2	2	2	1	3	2	1	1	2	2	1	62	
Hosan	10	6	7	8	7	3	4	3	4	3	2	1	2							60	

Table 2. Estimate of Weibull parameters for *Pinus Thunbergii* (a=5).

Location	b	c
Hwajinpo	11.2034	2.6957
Songjiho	3.9284	1.9695
Sampo	3.9764	1.6275
Naksan	6.9974	1.9695
Yangyang	3.9453	1.8903
Hajodae	2.9615	1.8529
Chumunjin	2.4782	1.5997
Yongok	9.8239	2.0555
Sachon	6.3702	1.9291
Kyongpo	4.8635	1.8529
Okkye	5.7924	1.7824
Mangsang	5.2689	2.0117
Samchok	8.4605	2.1013
Maengbang	8.7019	1.7824
Kungchon	8.2661	1.5218
Hosan	5.5479	1.5469
Total	5.6997	1.4079

하고 있는 것을 볼 수 있다.

한편 c의 값을 보면 전지역에 걸쳐 모두 正規分布를 나타내는 c의 값 3.6보다 작게 추정되고 있다. 이것은 분포의 형태가 오른쪽으로 긴 꼬리를 갖는 양의 歪度를 나타내는 것으로, 소경목의 본수가 많다는 것을 의미한다. 전체적으로 볼 때 동해안 일대의 海松林은 胸高直徑 6cm-25cm 까지 분포되어 있으며 平均胸高直徑은 10.3cm로 나타났다. 특히 胸高直徑 20cm이상의 임목은 화

진포, 연곡, 맹방, 삼척, 궁촌 등의 지역에 분포하고 있으나, 그 수는 10% 이내에 불과하며 송지호, 삼포, 양양, 하조대, 주문진 등에서는 10 cm이하의 소경목이 80% 이상을 차지하고 있다.

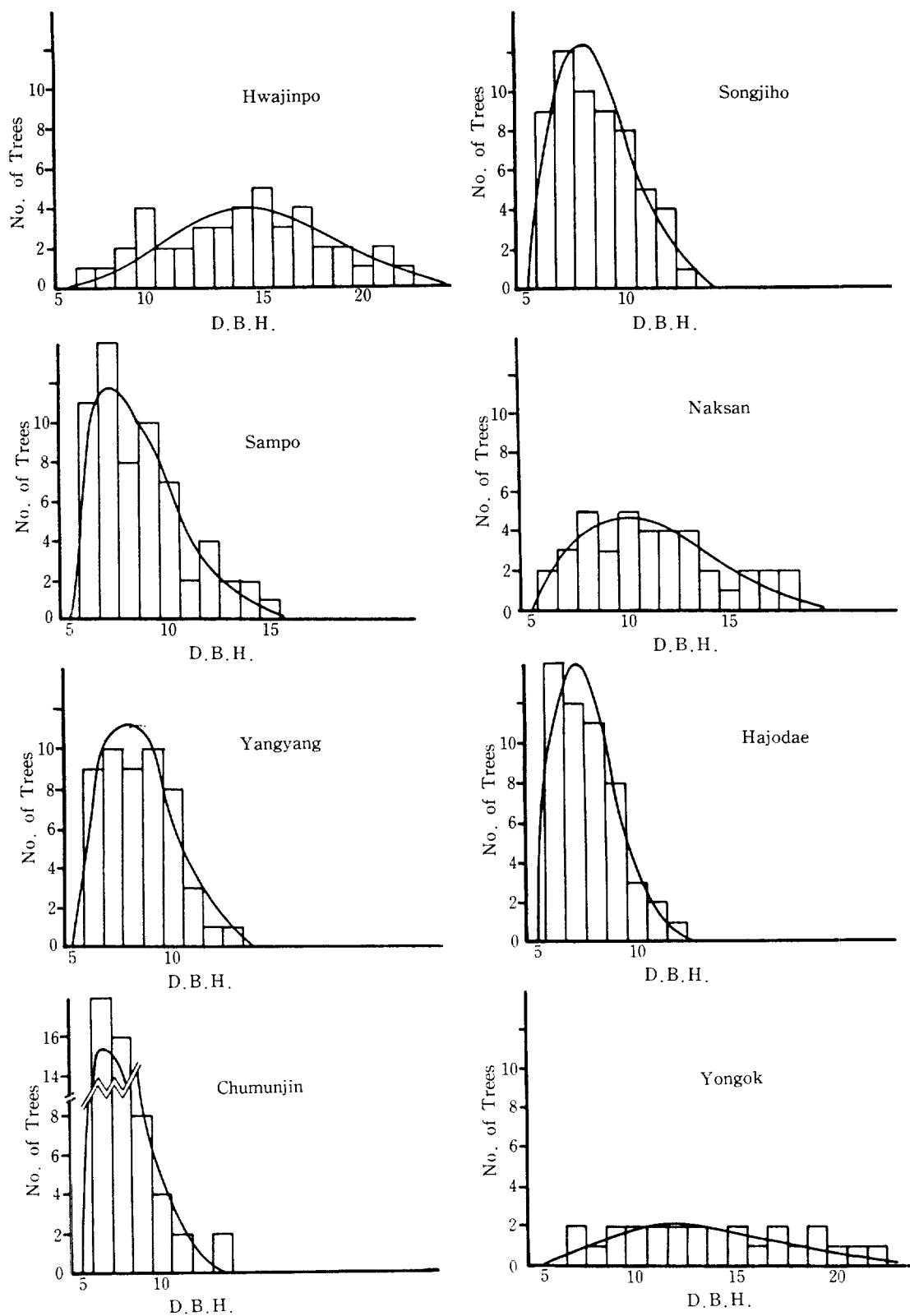
## 2.適合性 檢定

실제로 측정된 임분의 直徑分布에 대한 추정치의 적합성을 Kolmogorov-Smirnov법에 의하여 검정한 결과는 Table 3과 같으며 5% 유의수준

Table 3. Results of Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit.

Location	max (Dn)	Dn (0.05)
Hwajinpo	0.05451	0.20985
Songjiho	0.03773	0.17856
Sampo	0.06319	0.17413
Naksan	0.02955	0.21777
Yangyang	0.02244	0.18507
Hajodae	0.05768	0.19043
Chumunjin	0.10445	0.19233
Yongok	0.08513	0.27760
Sachon	0.06307	0.19629
Kyongpo	0.02975	0.19233
Okkye	0.09213	0.32055
Mangsang	0.03666	0.18013
Samchok	0.02931	0.18681
Maengbang	0.09708	0.25701
Kungchon	0.04456	0.17272
Hosan	0.06847	0.17557
Total	0.04038	0.04949

\* Dn (0.05) = 1.36 / N.



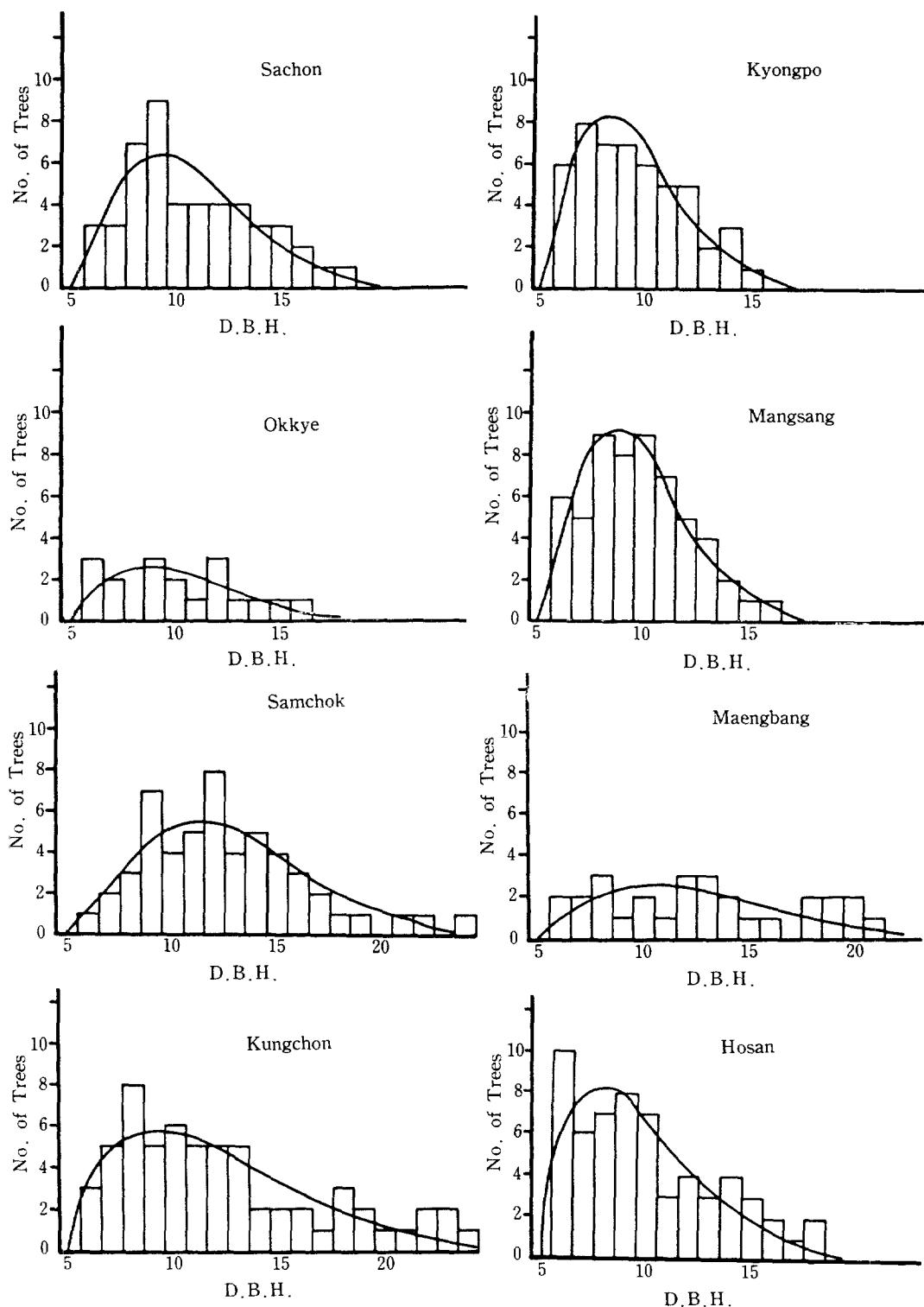


Fig. 3. Comparison of the observed diameter distributions (bars) and Weibull distribution (curves) applied for *Pinus Thunbergii* forests.

에서 유의적인 차이를 인정할 수 없었다.

그러므로 Weibull分布에 의하여 강원도 동해안 일대 海松林의 直徑分布推定이 가능함을 규명하였다. 특히 이 일대의 直徑分布는 전혀 무육시업이 이루어지지 않은 상태이며 또한 피서객들에 의한 인위적인 피해가 극심한 관계로 매우 복잡하고 다양한 형태임에도 불구하고 Weibull分布의 유연성 때문에 直徑分布의 추정이 가능하였다. 따라서 林分構造解析을 위한 直徑分布의 추정에는 Weibull分布의 이용이 매우 적절하다고 料된다.

### 參 考 文 獻

1. Bailey, R.L. and T.R. Dell. 1973. Quantifying diameter distribution with Weibull function. *For. Sci.* 19 : 97-104.
2. Bain, L.J. and C.E. Antle. 1976. Estimation of parameters in the Weibull distribution. *Technometrics* 9 : 621-627.
3. Bare, B.B. and O. Daniel. 1988. Determining investment-efficient diameter distributions for uneven-aged northern hardwoods. *For. Sci.* 34 : 243-249.
4. Duby, S.D. 1967. Some percentile estimator for Weibull parameters. *Techno metrics* 9 : 119-129.
5. Hyink, D.M. and J.W. Morser, Jr. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. *For. Sci.* 29 : 85-95.
6. 李康寧. 1986. 韓國에 있어서 해송의 分布와 變移에 關한 造林學的研究. 慶尙大學校 論文集 25(1) : 81-118.
7. 李康寧. 1988. 우리나라 南海岸 地域에 있어서 海松林의 生態學的研究. *韓林誌*. 77(1) : 83-91.
8. Rennolls, K., D.N. Gearys, and T.J.D. Rollinson. 1985. Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. *Forestry* 58 : 57-66.
9. Suan, N. Little. 1983. Weibull diameter distributions for mixed stands of western conifers. *Can. J. For. Res.* 13 : 85-88.
10. 尹鍾和. 1983. Weibull 分布를 應用한 林學研究(1) -直徑 分布의 推定-. *韓林誌*. 59 : 46-50.
11. Zuter, B.R., R.G. Oderwald, P.A. Murphy, and R.M. Farrar, Jr. 1986. Characterizing diameter distributions with modified data types and forms of the Weibull distribution. *Forest Sci.* 32 : 37-48.