한국수학교육학회지 <수학교육>
1991. 6. 제 30 권 제 1 호 1 - 19

Journal of the Korea Society of Mathematical Education
June 1991: Vol. 30, No. 1, 1 - 19

응용과 모델 구성을 중시하는 수학과 교육 과정 개발 방안 탐색[1)]

정 은실 (한국교육개발원)

1. 서론

학교 수학 교육과정에 무엇을 포함시켜야 하는가를 조사 연구한 Cockcroft 보고서는 다음과 같은 글로 시작하고 있다.

"의심할 필요도 없이 모든 학생들이 학교에서 수학을 공부해야 한다는 것에 대해서 대체로 동의하고 있다. 실제로 수학 공부는 --- 대부분의 사람들에 의해 중요한 것으로 여겨지고 있다."[2)]

그러나 왜 수학이 중요한가를 구체적으로 논의하기는 그리 쉽지 않다. 왜 대부분의 학생들이 어려워하고 지겨워하는 수학을 굳이 학교에서 가르치는가? 이 질문에 답하는 방식은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 그 하나는 수학 교과의 내재적 정당화이고 다른 하나는 외재적 정당화이다. 즉 수학은 인류가 오래전 부터 구축해 온 문화이므로 수용하고 전달할 가치가 있다든지, 학생들에게 수학의 아름다움을 접하게 하는 것 그 자체로도 가치있는 것이라든지, 수학에는 도야적 가치가 있다든지 하는 것이 내재적 정당화이다. 한편 외재적 정당화는 수학을 가르친 결과가 개인 또는 국가 생활에 도움이 된다는 식으로 교육 이외의 다른 목표 즉 외재적 목표를 위한 수단이 된다는 것을 밝히는 것으로 실용적 입장이다. 그러나 그 실용성의 기준은 사람마다 다르다. 어떤 사람은 가정이나 직장에서 필요한 계산 기능 정도의 것을 가지고 유용하다고 보는가 하면, 어떤 사람은 과학 발전과 현대 기술로서의 고급 수학을 생각하기도 한다. 어쨋든 사회의 기술적 요구의 증가와 과학의 발달과 더불어 여러 가지 문제 상황에서 수학을 필요로 하는 분야가 많아지고 있다. 자연 과학은 물론 공학, 경제학, 의학 등에서도 점점 수학의 응용이 많아지고 있다. 따라서 이와 같은 분야에 진출할 인재를 양성하기 위해서 수학을 지도하는 것은 필수적이다. Henry Pollak은 1983년 영국 Exter 대학에서 개최된 제 1 회 수학모델 구성과 응용 지도에 대한 국제 대회

1) 본 연구는 한국 교육 개발원 1990년 학술조성비의 지원을 받아 수행된 것임.
2) W. H. Cockcroft et al., Mathematics Counts, (London : HMSO, 1982), p. 1

의 기조 연설에서 "사회는 매년 학교에서 수학을 가르칠 기회를 제공하고 있다. 왜? 수학이 아름답거나 정신을 도야하기 때문이 아니다. 단지 수학이 유용한 것이기 때문이다." [3] 라고 수학의 응용을 강조하고 있다.

이와 같이 수학을 응용하기 위한 것으로 본다면 미래 사회에 필요한 수학적 개념과 수학적 기능을 어떻게 선정하느냐 하는 문제가 제기된다. 그런데 "수학은 너무 유연성이 크기 때문에 수학의 응용과 응용 가능성에 대한 일반 법칙을 알아내기 힘들다." [4] 실용성의 기준은 시대에 따라 바뀌므로 현재 유용한 수학적 내용이 미래에는 쓸모없게 될지 모르고, 반대로 현재는 쓸모없다고 생각되는 내용이 미래에는 유용한 것이 될지 모른다. 현재 사용되고 있는 수학적 개념 중에는 즉각적으로 응용되지 않고 형식화되었던 것이 세월이 지나서야 다른 연구 분야에 요긴하게 된 것이 많다. 예를 들면, Caley는 자기가 만든 행렬이 어떤 곳에도 이용되지 않을 줄 믿었으나 현재 행렬은 과학, 경제학, 통계 등에서 중요한 도구가 되고 있다. 또 Leibniz는 이진법을 철학적 아이디어로 만들었으나 그것은 현재 컴퓨터 분야에 기본이 되고 있다. [5]

여기서 제기되는 또 하나의 문제는 수학자나 과학자가 되지 않는 학생에게까지 수학을 지도할 필요가 있는 것인가 하는 문제이다. 어느 누구도 학생의 미래 생활에 필요한 것을 예측할 수는 없다. 그러나 확실한 것은 미래의 수학자, 과학자 또는 전문인이 될 학생은 극소수에 불과하다는 사실이다. 소수를 위해 다수의 학생에게까지 과중한 부담을 준다는 것은 어리석은 일이다. 그렇다면 일상 생활에 직접 필요한 지식과 기능만을 전수시켜도 좋은 것인가? 만일 일상생활에 필요한 지식과 기능만을 지도해야 한다면 현재 초, 중등학교에서 지도하는 내용 중에서 상당 부분이 그 존재 의의를 상실할 것이다. 혹 다른 교과에 응용이 되는 것을 전수시키기 위하여 수학을 지도하여야 한다고 하더라도 문제를 본질적으로 변화시키는 것은 아니다. 과학 또는 사회 교과에서 필요한 내용을 전달하는 것이 주 목적이라면 현재와 같이 어렵고 복잡한 것까지를 포함시킬 필요가 없다. 설사 그런 내용이 타 교과에 필요하다고 할지라도 해당 교과에서 그것을 지도하는 것이 훨씬 능률적이다.

이와 같은 입장에서 본고에서는 먼저 수학의 응용과 모델 구성의 의미, 그 지도에 대한 역사적 배경, 목적 등을 알아보고 그것이 수학과 교육과정 개발에 어떤 시사를 주는 지를 알아보기로 한다.

3) W. Blum et al. (ed.), Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, (New York : John Wiley & Sons, 1989), p. xiv.
4) H. Freudenthal, Mathemtaics as an Educational Task, (Dordrect : D. Reidel Publishing Co., 1973), p. 67.
5) D. A. Johnson and G. R. Rising, Guidelines for Teaching Mathematics, (New York : Wadsworth Publishing Company, Inc., 1972), p. 274.

2. 수학의 응용과 모델 구성의 의미

그러면 여기서 말하는 수학의 "응용", 또 최근에 많이 사용하고 있는 "수학적 모델" (mathematical model), "수학적 모델 구성 (mathematical modelling 또는 modell-building)" 이라는 것은 뭘 의미하는가? 수학의 응용과 관련하여 몇 가지 용어의 개념 정리를 해보기로 하자.

응용의 사전적 의미는 원리나 지식을 실제로 활용하는 것이다. 따라서 수학을 응용한다는 것은 Niss(1989) 의 의견과 같이 현실 생활의 일부, 또는 다른 학문의 일부와 같은 수학 외적 현실 중 임의의 한 분야에 수학적 개념, 방법, 결과, 이론을 포함하는 어떤 처치를 하는 것으로 볼 수 있다.[6] 학교 수학에 대한 캠브리지 회의 보고서에서와 같이 위와 같은 응용을 "외적 응용" 이라고 하고, 수학 그 자체에 대한 응용을 "내적 응용" 이라 하여 응용을 구별해서 사용하기도 한다.[7] 여기서의 응용은 외적 응용만을 뜻하는 것으로 하기로 하자. 그런데 현실 문제는 너무 복잡하여 직접 수학적으로 다루기는 힘들기 때문에 먼저 현실 모델 (real model) 을 고려하게 된다. 현실 모델은 현실 문제를 확인하고 그것을 단순화하여 합리적으로 정확하고 간결하게 기술한 것이다. 현실 모델을 만드는 과정에서 중요한 단계는 문제를 보다 단순화 시키기 위하여 문제의 어떤 부분을 무시할 수 있는가를 결정하는 것이다. 물론 중요한 것을 무시해 버려서 그 결과 만들어진 모델이 쓸모없게 될 위험성도 있다. 현실 모델이 만들어진 후 그 모델의 단어와 개념은 수학적 기호와 표현으로 대치된다. 그 결과로 만들어진 구조가 수학적 모델이다. 다시 말하면, 고려하고 있는 분야에 속하는 어떤 대상, 그 대상 사이의 관계, 구조가 선택되고, 그것이 수학적 대상 (집합, 도형, 함수 등), 관계, 구조 그것들은 원래의 것을 표현한다. 로 바뀌었을 때 바뀐 그것이 수학적 모델이다.[8]

한편, 수학적 모델 구성은 주어진 분야를 수학적 모델로 만드는 전 과정을 의미한다.[9] 다시 말하면 현실 상황에 대응하는 것으로 여겨지는 수학적 구조를 형식화하는 과정으로 볼 수 있다. 이 개념은 "수학화" 와 동의어로 사용되는 경우가 많다. "수학화" 는 이미 존재하는 모델을 이용하는 응용과는 달리 유용한 모델을 개발하는 것이다.

6) M. Niss, "Aims and Scope of Applications and Modellling in Mathematics Curricula", Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, Blum, W. et al. (ed.), (New York : John Wiley & Sons, 1989), p. 27.

7) Cambridge Conference on School Mathematics, Goals for School Mathematics, 1963, p. 21.

8) M. Niss (1989, pp. 27-28) 는 모델의 개념을 두 가지 다른 방법으로 정의하고 있다. 첫째는 모델에 의해 어떤 분야가 표현되고 있는지 또는 어떻게 표현되는지에 관계없이, 수학적 대상, 관계, 구조 등의 집합 M을 모델이라고 하는 것이다. 이 경우의 장점은 주어진 집합 M은 여러가지 다른 분야를 모델화할 수 있다는 점이다. 둘째는 고려하고 있는 현실의 일부를 A, A의 어떤 항목을 M의 항목으로 바꾸는 사상을 f 라고 할 때, 순서쌍 (A, M, f)을 모델로 정의하는 것이다. 이 정의는 수학적 모델은 "어떤 것" 의 모델임을 강조한다.

9) Ibid., p. 28.

Freudenthal 은 수학화를 현실을 수학적으로 조직하는 "현실의 수학화" 와 수학 그 자체의 수학화인 "수학의 수학화" 두 가지로 나누고 있다. 위와 같이 수학적 모델은 구체적인 현실에서 부터 추상화되어 모델이 만들어지는 경우 (현실의 수학화) 도 있으나 추상적인 수학 이론으로부터 좀 더 구체적인 수학적 모델이 만들어질 수도 있다. (수학의 수학화) 그러나 여기서 생각하는 응용이 외적 응용이라면 모델 구성에 있어서도 수학의 수학화보다 현실의 수학화에 초점을 맞추게 될 것이다. "수학적 상황을 수학화하는 것은 끝일 수는 있지만 시작이어서는 안된다."[10]

수학적 모델이 만들어진 후 그 모델을 기초로 하여 수학적 추론을 하게되며 그 결과를 이용하여 현실 문제를 재해석한다. 또 그 결과는 모델의 유용성을 결정하기 위해 현실 문제와 비교되고 검정된다. 비교 결과 그 모델이 유용한 정보를 제공하고 있지 않다면, 최종 결과를 개선하기 위해 과정의 각 단계를 재고해 봐야한다.

수학적 모델을 구성하고 이용하는 여러 단계는 9세기에 처음 제기되고 800년 후인 1654년 프랑스 수학자 Fermat와 Pascal 에 의해 해결된 다음 문제가 하나의 예가 된다.[11]

o 실세계 문제 상황 : A, B 두 사람이 동전을 던져서 앞면이 나오면 A, 뒷면이 나오면 B가 1점씩 얻는 놀이에서 처음으로 n 점을 얻은 사람이 피자를 먹게 된다. 그런데 놀이를 도중에 그만 두게 되었는 데 그 때 두 사람의 점수가 같지 않았다. 피자를 어떻게 나누는 것이 공정한가? (그 때까지 얻은 점수의 비율로 나누는 것은 불공정한 것으로 판정되었다.)

o 문제의 형식화 : 다음 자료를 가지고 상황을 생각해보자. $n = 10$, 놀이를 그만 두었을 때의 A의 점수는 8점, B의 점수는 7점, 피자는 그 놀이에서 이길 확률의 비에 의해 나누어진다.

o 수학적 모델 : A, B 각 사람이 1점씩 얻을 확률은 1/2

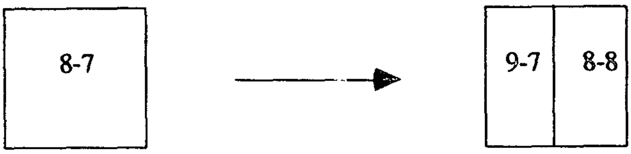
A의 몫 = (A가 10점을 얻을 확률) × (피자의 넓이)

B의 몫 = (피자 전체) − (A의 몫)

다음 그림의 정사각형은 A가 8점, B가 7점을 얻었을 때의 상태를 나타낸다. 한번 던질 때 마다 정사각형 또는 내부의 직사각형은 1점을 얻을 확률 $p = 1/2$을 나타내기 위해 이등분된다. 따라서 이 모델에서 나뉘어진 부분은 그 상태에 도달할 확률을 나타내기도 한다.

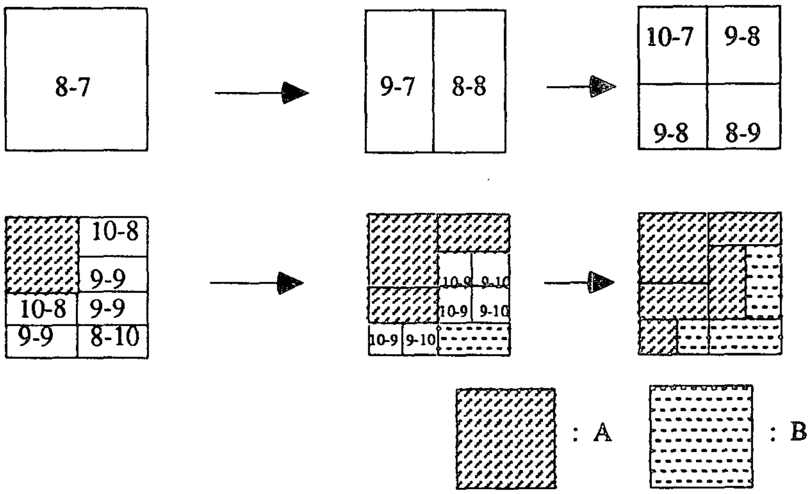
10) H. Freudenthal, op. cit., p. 69.

11) NCTM, Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, (Reston, VA : NCTM, 1980), p. 139.



[그림 1] 기하적 확률 모델

o 모델 내에서의 풀이 :



∴ A가 10점을 얻을 확률은 11/16

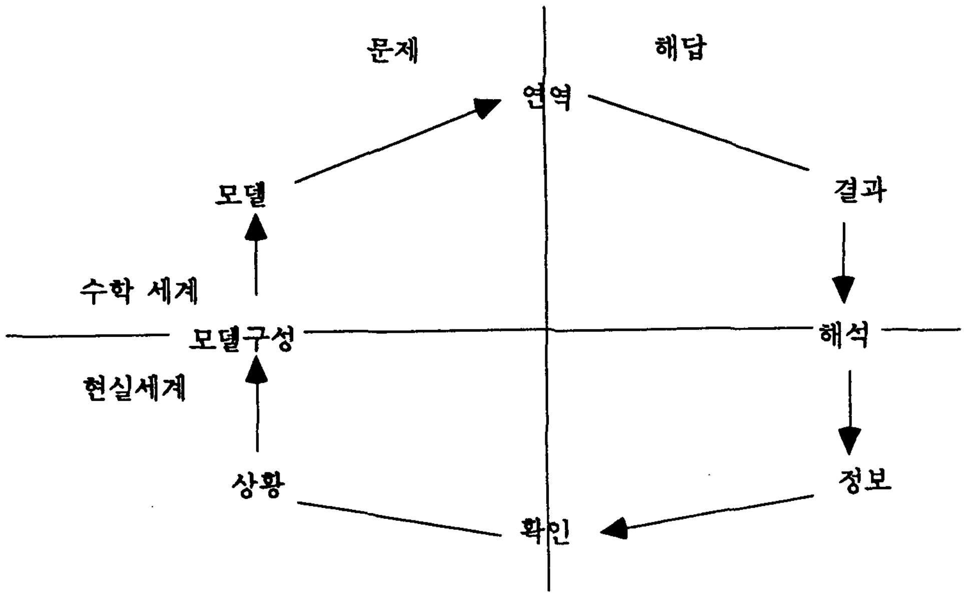
[그림 2] 모델을 이용한 풀이

o 형식화된 문제에서의 해답 : A의 몫 = 피자의 11/16, B의 몫 = 피자의 5/16

o 원래의 실세계 문제 상황에서의 확인 : 실제로 이 놀이를 여러 번 반복해보거나 또는 컴퓨터 모의 실험 (simulation) 을 해서 얻은 경험적 증거는 이 풀이를 확인해 준다.

위와 같은 과정을 도시하면 다음의 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.[12]

12) H. Schupp, "Applied Mathematics Instruction in the Lower Secondary Level," Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, Blum, W. et al. (ed.), (New York : John Wiley & Sons, 1989), p. 43.



[그림 3] 모델 구성의 과정

3. 응용과 모델 구성 지도에 대한 역사적 배경

수학의 응용과 모델 구성에 대한 논의는 수학 그 자체만큼이나 오랫동안 지속되어 왔다. 과거 수십년 동안 수학을 다른 학문에 이용하려는 움직임이 많이 일어났고, 실제로 지난 100여년 간의 과학 기술의 엄청난 발전은 수학의 응용으로 가능했다고 해도 과언이 아니다. 오늘날에는 수학적 모델 개념이 자주 사용되며 특히 지난 20년 동안에는 수학과 현실 세계의 역동적 상호 작용 즉, 현실 상황을 수학적 모델로 또 그와 반대로 수학적 모델을 현실 상황으로 바꾸는 과정에 많은 관심을 기울이고 있다.[13] 그러나 일상생활에서 수학의 중요성이 점점 증대됨에도 불구하고 학교 교실에서의 수학 교수/학습에서는 별 진전이 없었다. 특히 1960년대의 새 수학 운동은 개선 주동자들의 원래 의도와는 달리 수학 지도에서 응용과 모델 구성의 중요성이 오히려 약화되었다. 결국 1970년대에 들어와서 새 수학의 지나친 형식주의에 대한 반발이 일어났고 여러 나라에서는 다시 수학 교육에서 응용과 모델 구성을 중시하고 현실과의 관련성을 강조하게 되었다.

예를들면 미국의 수학 교육에 관한 국가 자문 위원회(NACOME, 1975)는 미국의 수학

13) W. Blum et al., op. cit., p. xiii.

교육 현대화 운동을 개괄 분석하고, 수학 교육 과정에 포함시켜야 할 것을 몇 가지 권고하면서 "가능한 한 폭넓은 영역에 대해 수학을 적용하는 경험을 부여" [14] 해야한다고 주장하고 있다. 또 미국의 수학 교사 평의회 (NCTM) 가 1980년에 제안한 "1980년대의 학교 수학을 위한 제안" 은 8가지 결의 사항으로 이루어져 있는데 그 중의 첫째 결의가 "1980년대에는 문제 해결이 학교 수학의 초점이 되어야 한다." 로서 일상 생활에서의 수학의 적용 능력을 무엇보다도 강조하고 있다. 이에 대한 실천 사항으로서 6가지를 들고 있는데 그 중의 두 가지는 다음과 같다. [15]

2) 수학 문제 해결에 사용되는 정의와 용어는 수학적 응용의 모든 잠재성을 둘러싸고 있는 전략, 과정, 표현 양식을 광범위하게 포함하도록 개발되고 확장되어야 한다.

5) 1980년대의 수학과 교육과정은 모든 학년 수준에서 적절한 응용 문제를 제공함으로써 학생들로 하여금 문제 해결 활동에 참여하게 해야 한다.

1989년에 NCTM에서 발간한 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics 이라는 교육과정 지침서에는 미국의 모든 교육과정의 수준을 통제하기 위한 최소한의 준거를 제공하며 미래의 수학계가 어떤 방향으로 나아가야 하는지의 방향과 이를 위해서 수학계가 어떻게 변화되어야 하는냐의 방법론을 제시하고 있다. 이 지침서의 곳곳에서도 수학의 응용과 수학적 모델 구성을 강조하고 있다.

한편, Christiansen이 분석한 유럽 각국의 수학 교육의 경향중에도 "학교 수학의 유용성과 적용 가능성의 강조" [16] 를 들고 있는데 특히 영국에서는 실세계와 수학사이의 역동적인 상호 작용을 학교 교실에서도 고려해야한다는 것이 지적되었다. 그래서 Spode 그룹, 수학 응용 그룹, Shell 센터, 개방대학 등에 의해서 처음으로 "수학적 모델 구성을 가르치는 것" 이 중요함이 강조되었다. [17] Cockcroft 보고서에서도 응용을 강조하고 있으며, 모델 구성 접근 방법을 시사하는 학습 활동을 요구하고 있는 데, 그 학습 활동에는 다음의 6가지 요소를 포함하고 있다. [18]

(1) 교사에 의한 설명
(2) 교사와 학생, 또는 학생들 사이의 토론
(3) 실지로 응용하는 적당한 활동 (appropriate practical work)
(4) 기본 기능과 기계적 절차 강화 및 연습
(5) 일상 생활에서의 수학 응용을 포함하는 문제 해결

14) D. C. Chamber, A Guide to Curriculum Planning in Mathematics, (Madison : Wisconsin Department of Public Instruction, 1986), p. 162.
15) Ibid., p. 170.
16) 한국교육개발원, *제5차 초중학교 수학과 교육과정 시안 연구 개발*, (서울:한국교육개발원, 1986), p. 65.
17) W. Blum et al., op. cit. p. xiii.
18) W. H. Cockcroft, op. cit. p. 71.

(6) 조사 연구 활동

1970년대의 여러 국제 회의, 예를 들면 1976년 Karlsruhe과 1980년 Berkeley에서 열린 제 3, 4차 국제 수학 교육 회의 (ICME-3, ICME-4) 의 발표 논문을 봐도 응용에의 복귀는 분명해진다. 80년대에 들어와서는 응용 지도만을 주제로 하는 연속회의 (수학적 모델 구성과 응용 지도에 대한 국제 회의 ; ICTMA) 가 매 2년마다 개최되었는데 그 첫 모임은 1983년 영국 Exter대학에서 "수학적 모델 구성의 지도와 응용" 이란 주제로 열렸다. 2차회의는 1985년 "수학적 모델 구성 방법론, 모델과 마이크로컴퓨터, 수학적 모델 구성 코오스" 라는 주제로, 3차 회의는 1987년 독일 Kassel대학에서 "수학 교수/학습에서의 응용과 모델 구성" 이라는 주제로, 4차 회의는 1989년 덴마아크 Roskilde대학에서 열렸다.

우리 나라에서도 오랜전 부터 수학을 끌어들여 생활에 활용하려는 노력이 있었다. 특히 1955년부터 시행된 1차 교과과정기 소위 생활 중심 시대 교육과정에서는 지도상의 유의점에서 "구체적인 생활 경험을 통하여" 수학과의 목표를 달성하여 성과를 거둘 수 있다고 강조하여 "생활 경험" 을 중심으로 하고 있음을 명시하고 있다. [19] 그러나 "무리하게 생활과 관계짓기 위하여 여러가지 혼란을 초래하기도 하였다. 특히 경제 문제에 치중한 나머지 각종 요금 계산이 교재에 들어옴으로서 현실과의 차가 생겨 좌충우돌하는가 하면 해마다 교과서의 내용을 바꾸는 현상이 나타나기도 하였다." [20] 그후 2, 3, 4차 교육과정기에 들어 오면서 "생활" 보다는 "교과" 를 강조하게 되었다. 특히 3차 교육과정에서는 현대 수학을 도입하여 "수학적 구조" 규명과 "논리의 엄밀성" 이 강조되고, 내용 수준도 학생들의 발달 수준에 비해 상대적으로 높아졌다. 그러나 이것이 "수학의 응용" 을 약화시킨다는 것은 아니다. 박한식이 지적한대로 그것은 오히려 새로운 응용수학의 형성이다. "수학의 기반이 객관적 세계라고 해서 수학이 자연의 수동적 반영일 수만은 없다. 추상의 단계를 거듭한다는 것이 한편에서는 비현실적인 구조를 생산하는 것이라는 위험성을 내포하고 있으나 바로 그것이 응용의 가능성의 폭을 넓혀주고 있다. --- 또 그 적용 방법으로 순수 수학의 방법을 채택하고 있다는 점이다." [21] 그러나 학교 현장에서 볼 때는 수학과 생활과는 거리가 먼 것처럼 느낄 수 밖에 없었고, 수학은 "즉각적인 실제적 유용성" 이 없는 과목으로 여기게 되었다. 최근에 들어 문제 해결을 강조하며 수학 내적, 외적 문제 상황과 관련시켜 자발적인 사고 활동을 통해 재발명 과정으로써 진정한 수학을 학습시키자는 움직임이 일고 있지만 교과서나 학교 현장에서는 그것이 제대로 반영되지 못하고 있다. 이와 같이 응용과 모델 구성에 대한 지도가 제대로 되지 않고 있는 이유로서 Christiansen [22]과 Schupp [23] 는 다음과 같은 것을 들고 있다.

19) 박한식, 구광조, *수학과 교수법*, (서울: 교학사, 1982), p. 18.
20) Ibid., p. 20.
21) Ibid., p. 26.
22) B. Christiansen and A. G. Howson (ed.), Perspectives on Mathematics Education, (Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1986), pp. 85-6.

첫째, 응용 수학을 지도한다는 것은 교사나 학생에게 모두, 그리고 현재로서는 더욱 모험적이라는 점이다. 그것은 수학화하는 능력 즉, 모델 구성 능력을 요구한다. 다시 말해서, 수학 그 자체를 이해하는 것은 물론 수학 용어로 외적 상황를 표현하는 데 포함된 과정에 대한 이해를 필요로 한다. 또한 상황 그 자체에 대한 이해를 요구한다. 만일 교사가 다른 분야의 주요 단어의 의미도 모르고 응용 문제를 진술한다는 것은 학생을 오도할 염려가 있다. 그러나 모든 의미를 파악하기 위해서는 교실 안팎에서 시간과 노력이 요구된다.

둘째, 수학 문제와는 달리 실생활 문제는 완전하지 않다. 주어진 것, 구하는 것, 어떤 방법이 허용됐느냐 하는 것이 분명하지 않기 때문에 그 논의와 대답이 수학 내적 해결과 비교하여 주관적이며 모호하며 지엽적이다. 교사는 분명히 수학 내적 해결을 좋아한다.

셋째, 외부(지침서, 참고 도서 등)로부터 교사에게 도움을 줄 가능성이 제한되어 있고, 시험 제도 등에 의해 수학의 응용을 가르치는 것이 어렵다는 점이다.

4. 응용과 모델 구성 지도의 목적과 수학과 교육 과정

그럼에도 불구하고 응용과 모델 구성을 교육 과정에 포함시켜야하는 이유는 무엇인가? 지금까지 대부분의 나라에서 응용이나 모델 구성을 교육 과정에 포함시키는 주된 이유는 수학에 매력을 느끼지 않는, 그래서 수학이 현재와 미래의 삶에 가시적 관련성을 갖고 있지 않은 학생들에게 수학적 활동이 가치있는 것임을 확신시키고, 동기 유발을 시키기 위한 것이다. (CCSM, 1963, D. A. Johnson, 1972, M. Niss, 1989) 실제로 교사가 가르치고 있는 수학이 교실 밖에서 무엇에 또 어떻게 이용되는지를 설명해준다면 학생들은 그것에 흥미와 관심을 갖게 될 것이고 또 그들이 필요로 하는 곳에 그 지식을 전이할 수 있을 것이다. 단지 수학은 진학하기 위해서, 또는 과학자나 엔지니어가 그것을 필요로 한다는 정도의 대답으로는 충분하지 않다.

또한 응용과 모델 구성을 교육 과정에 포함시키는 것은 수학적 아이디어, 개념, 방법, 이론을 획득하고 이해하는 것을 도와줄 뿐 아니라 그것들을 설명하고 해석하여 주기 때문이다. 더구나 응용과 모델 구성은 수학적 기능을 연마하도록 연습 기회를 제공한다.[24]

이러한 이유는 수학 교수법을 개선하거나 학생 개개인의 발달에 초점을 맞추는 것이다. 다시 말해 수학 그 자체를 보다 잘 가르치기 위한 수단으로 응용과 모델 구성을 동원하는 것이다. 그러나 이런 이유는 수학을 더 이상 필요로 하지 않는 학생에겐 아무런 의미가 없다

23) H. Schupp, op. cit., p. 44.
24) R. Less et al., "Application and Modelling," Proceedings of the Fifth ICME, M. Carass (ed.), (Basel : Birkhäuser, 1986), p. 199.

응용 그 자체를 위한 이유로서, 현재 또는 미래에 개인적으로 또는 한 시민으로서 응용과 모델 구성을 실행할 수 있도록 준비하기 위해서 응용과 모델 구성이 교육 과정에 포함되어야 한다고 주장하기도 한다.[25] 수학은 광범위하게 사회에서 사용되고 있고 또 점점 그 이용이 빈번해져서 시민으로서의 삶은 수학에 의해 크게 영향을 받고 있다. 평범한 시민으로 살아간다 할지라도 우리는 수학을 알게 모르게 사용하여야만 한다. 이와 같은 수학 이용자에게 여러 분야에서 표준이 되는 수학적 모델을 지도하는 것은 당연한 일로 볼 수 있다. 그러므로 학생에게 필수적으로 수학 외적 상황에서 수학을 이해하고, 평가하고 취급할 수 있도록 수학의 응용과 모델 구성을 교육 과정에 포함시켜야 한다.

이런 이유에서 외국의 여러 나라에서는 대학에 진학하지 않는 학생들을 위해 한 학기 또는 일년 과정의 "소비자 수학" (미국), "일상 수학 (everyday mathematics)" (펀란드), 사회 수학(social mathematics) (잠비아) 등을 지도하고 있고 실업계 학생들을 위한 프로그램이 다양하여 학생들의 선택의 폭을 넓히고 있다. 예를 들어 미국 North Carolina 주의 경우를 보면 다음 표[26]에서 보는 바와 같이 정규 계열, 촉진 계열, 컴퓨터 관련 계열, 응용 수학 계열의 4가지 계열로 나누어 수학의 각 과정을 운영하고 있다.

응용과 모델 구성을 교육 과정에 포함시켜야 하는 주요한 이유는 수학을 응용하고 수학적 모델을 구성하고 분석해 본 경험이 없는 사람에겐 수학의 잠재력을 생생하게 느끼기 어렵다는 데 있다. 학생에게 수학을 응용하는 능력을 길러주기 위해서 응용과 모델 구성을 교육 과정에 포함시켜야 한다.[27] 이 이유는 최근에 우리 나라에서도 강조하고 있는 문제 해결과도 관계가 많다. 어떤 문제 상황에 부딪쳤을 때 현존하고 있는 수학적 모델을 이용할 수 있는 능력도 필요하지만 더욱 중요한 것은 새롭게 모델을 만들어서 이용할 수 있는 능력이다. 이런 수학의 응용력은 표준 모델을 익히거나 문장제를 해결해 보는 것으로 양성되지 않는다. Wittmann 은 잘못된 응용과 참된 응용을 구별하여 현재 대부분의 교과서의 응용 문제의 대부분은 잘못된 응용이라고 비판하고 있다.

25) M. Niss, op. cit., p. 23.
26) 강 완, 중학교 수학과 교육과정 국제 동향 연구, (서울: 한국교육개발원, 1984), p. 38.
27) R. Less et al., op. cit., p. 199.

<표> 노드 캐롤라이나 주의 중등학교 수학과 과정 계열표

	7학년	8학년	9학년	10학년	11학년	12학년
정규계열	수학7	수학8	일반수학 초급대수 (1부) 대수 I	응용직업수학 대수 I 초급대수 (2부) 기하	상업수학 기하 대수 II	소비자수학 대수 II 고급수학
촉진계열	수학7, 8	대수 I	기하	대수 II	고급수학	해석학
컴퓨터 관련계열	수학7	수학8	대수 I	기하	컴퓨터프로그래밍과 관련한 대수 II	기술공학 개념교육 과정과제
응용수학을 위한 계열	수학7	수학8		대수:응용적 접근	기하:응용적 접근	기술공학 수 학

그 이유는 다음과 같은 점에 있다.[28]

"보통 상황은 이미 수학화된 형식으로 제시되고 있다. 즉 자료, 자료 사이의 관계, 그리고 문제가 수학적 표현이나 기호에 대응하는 농축된 일상 언어로 정식화되어 있다. 학생은 단지 얼마간의 일상 언어적 표현 방식을 수학적 관계에 비쳐보고, 결론을 찾아내고, 마지막으로 결론을 상황의 언어에 정식화하는 것에 지나지 않는다."[29] 그것에 대해서 진짜 응용이라는 것은 "열린 문제 또는 상황에서 시작하여 완전한 수학화의 과정을 통과하는 것이다."[30]

이런 관점에서 교육 과정과 교과서가 잘 구성된 나라는 네덜란드이다. 네덜란드에서는 1968년부터 Wiscobas (국민학교 수학) 라고 불리우는 프로젝트에 의해서 수학 교육을 개선하려는 움직임이 있어왔다. 그 움직임이 미미하던 중 1971년 IOWO(수학 교육 개발원) 라는 연구소를 개설하고 그 프로젝트를 수행하도록 하여 국민학교 교과서를 개발하였고, IOWO내에 12세에서 16세 까지의 수학 교육을 담당하는 부서인 Wiskivon이 생겨났다.

28) 이하의 Wittmann의 인용은 國本 景龜, "서독의 수학교육의 과제 (II) (일본어)," 數學教育硏究紀要 (西日本數學教育學會, 1985), pp. 82-87. 에서 재 인용한 것임.
29) E. Wittman, et al., "Der Mathematikunterrichit in der rimarstufe," Vieweg, 1977, p. 257-8.
30) Ibid., p. 259.

1980년 IOWO가 문을 닫은 다음에는 Utrecht주립 대학의 OW & OC 그룹에서 이 업무를 수행하고 있는 데 중등학생을 위해 해석학과 기하에 관한 프로그램 (수학 B) 과는 달리, 새로운 프로그램은 응용가능한 수학 (수학 A) 이다. 수학 A는 수학을 전공하지 않을 학생, 즉 심리학, 사회학, 경제학 등을 전공할 학생을 위한 프로그램으로서 이 프로젝트를 Hewject라고 부른다. 네덜란드의 학교 수학을 개발하는 데 있어서 몇 가지 두드러진 경향은 다음과 같다.[31)]

(1) 학교 수학에서 연역적 요소의 역할 변화
(2) 순수 수학과 응용 수학 사이의 경계가 불분명
(3) 수학의 사회적 관련성
(4) 문맥 (context) 속에서의 수학
(5) 수학에서의 컴퓨터
(6) 문제 해결과 발견술에의 관심
(7) 수학 실습에서의 개인적, 비형식적 측면에의 관심

1981년 2개 학교를 실험 학교로 선정하여 시작된 수학 A 교육 과정은 1983년 10개 학교, 1984년 39개 학교, 1985년에는 모든 학교에서 실시되어 1987년에는 새 교육과정에 의한 시험이 실시되었다.

새 교육과정에 의한 교재의 가장 큰 특징은 문맥 (context) 의 역할이 크다는 점이다.[32)] 모든 문제는 실세계 상황에서 부터 시작된다. 실세계 상황은 처음 직관적으로 탐구하여, 그것을 수학화하게 된다. 직관적으로 탐구한다는 것은 문제를 조직화하고, 구조화하며, 문제에서 수학적 측면을 확인하도록 노력하며, 규칙성을 발견하도록 노력하는 것을 의미한다. 강한 직관적 요소를 갖는 이러한 초기 탐구 단계를 거쳐 수학적 개념을 개발, 발견 또는 (재) 발명하도록 한다. 이와 같이 실세계 상황으로 부터 수학적 개념을 추출하는 것을 "개념적 수학화"[33)]라고 부르고 있다. 이런 수학화에 대한 반성도 중요하다. 개념적 수학화에 의해 일단 수학적 개념을 추출한 다음에는 그 개념에 대한 엄밀하고 형식적인 정의를 하게 된다. 형식화가 이뤄진 후, 두 번째 수학화 단계에서 사용할 수학적 도구를 수학화의 첫 단계에서 개발한 셈이다. 이제 정의된 개념을 새로운 문제에 적용해 봄으로써 그 개념을 강화

31) W. Kleijene and H. Schuring, "The Teething Troubles of Applied Mathematics as a School Subject and how to Assess the Student's Perfomance," *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics*, Blum, W. et al. (ed.), (New York : John Wiley & Sons, 1989), p. 75.

32) J. de Lange Jr., "The Teaching, Learning and Testing of Matheamtics for the Life and Social Sciences," Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, Blum, W. et al. (ed.), (New York : John Wiley & Sons, 1989), p. 100.

33) Ibid., p. 100.

시키고 수학적 기능을 개발하게 된다. 한편 해결된 문제는 실세계에 대한 학생의 견해에 영향을 끼치게 될 것이다.

응용과 모델 구성이 수학 교육의 필수적인 요소라면 교수 실제에 분명한 영향을 줄 수 있는 방법은 무엇인가? Schupp는 이 질문은 수학 교육자, 교수학자들을 향한 질문이라고 하면서, 그들이 단지 응용 수학을 가르쳐야 한다고 선전하고, 실체화하고, 분석하고, 모범을 보여줬다고 해서 책임이 면제되는 것은 아니라고 공박하고 있다. 학교 교사와 좀 더 많은 접촉을 가져야 하고 그들과 함께 장단기 프로젝트를 계획하고, 수행하고, 평가해야만 한다는 것이다. 그러면서 그 질문은 수학 교사들을 향한 질문일 수도 있다고 하면서 처방전이 되는 것은 아니지만 즉각적으로 이용될 수 있는, 수학 응용력을 키우기 위한 다음과 같은 제안을 하고 있다.[34)]

(1) 교육 과정은 단지 정지된 상황에 기능을 제공하는 부분을 없애는 대신 응용이 본질인 것으로 확대되어야 한다. 통계뿐 아니라 기하(예를 들면, 일상적인 대상의 모양, 발생, 함수, 구성, 접근하기 어려운 직선과 각의 측정), 대수(예를 들면, 실험에 의한 함수, 최적화(optimization), 성장의 종류)

(2) 초·중등학교의 중심되는 개념 특히 함수 개념은 표준 모델로서 아주 좋다.

예 : 비 계산과 $y=ax$, 여러 상품에 대한 가격과 $y=ax+b$, 등가속도 운동과 이차함수, 기하학적 성장과 지수함수, 주기적인 과정과 삼각함수 등

(3) 다른 교과는 물론 학생의 일상 생활이나 활동 분야를 적당한 방법으로 고려해야 한다. 그렇다고 해서 교사가 특별한 능력을 갖는 분야나 학생들이 특별히 좋아하는 분야를 제외하자는 것은 아니다.

(4) 학생은 자기 자신을 수학과 현실 "두 세계 사이의 방랑자"로 여겨야 하며, 실세계 문제를 해결하기 위해서 두 세계에 대한 지식과 이해의 중요성을 인식해야 한다.

(5) 이러한 인식을 위해서 응용을 하는 과정동안 수학의 일부를 잘 준비된 현실의 일부에 적용하는 평범한 방식뿐 아니라 같은 상황에 대한 모델이 여러가지 있을 수 있다든지, 주어진 상황에 도움이 되는 수학적 수단을 구성해야 된다든지 하는 것에 주목함으로써 관점을 신중하게 바꿀 필요가 있다.

(6) 교사의 적절한 발문 기술의 개발을 통해서 보다 조기에 모델 구성 과정을 도입하는 것은 큰 어려움이 없을 것이다.

34) H. Schupp, op. cit., pp. 44-5.

6. 결론 및 제언

대중에게 수학 교육을 시켜야 하는 이유는 서론에서 고찰한 바와 같이 시대에 따라 이렇게 저렇게 제안되어 왔다. 어떤 때는 실용성을 강조하고 어떤 때는 지적 능력을 형성, 개발하는 도야적인 면, 때로는 미적 경험에 대한 원천으로서 또는 문화적 유산으로서의 수학을 강조하기도 했다. 대부분의 경우 이러한 여러가지 이유를 결합한 것이 학교 수학 교육의 정당화였다. 본고에서는 일반 대중에게 특히 초·중등학교에서 수학 교육을 시키는 궁극적인 이유는 수학이 사회에서 광범위하게 이용되고 있고 그 이용이 점점 증대되고 있다는 점에 두었다. 최근 제 31 회 국제 수학 올림피아드에서 우리 나라 학생들이 54국 중 32위의 성적을 낸 것을 두고 도하 각 매스콤에서 떠드는 것도 수학의 응용력에 있다고 본다. "수학을 왜 가르치고 왜 공부하는가. 받을 돈을 헤아리고 물건값을 계산할 수 있으면 족하지 그 어려운 미적분을 배워 실생활 어디에 쓸모가 있겠는가. 대부분의 사람들에게 그 말은 옳게 들릴지 모르지만 모든 사람에게 그 말은 틀린 말이다." (동아일보, '90. 7. 22. 사설) 수학 교육의 주요한 목적은 수학과 관련하여 사회에서 사람이 희생물이 되는 것이 아니라 그들 삶이 모든 면에서 유능하고 독립적인 개체가 되는 것을 도와주는 것이다. Whitehead는 교육을 위한 단 하나의 교과목이 있는 데 그것은 곧 "생활" 이라고 하고 있다. 그는 "이 유일한 단원 대신 우리들은 그 뒤에 아무 것도 따르지 않는 대수, 아무것도 따르지 않는 기하, --- 등을 교과로 하고 있다. 이러한 교과목 나열이 과연 삶을 대표한다고 말할 수 있는가?" [35] 고 묻고 있다. 교수되는 교과의 지식이 높은 관련성 속에서 의미있는 것이 되기 위해서는 가능한 한 실제 생활과 관련지어지도록 가르쳐야 한다는 것이다. 예를 들어서 기하의 작도를 가르친다고 하더라도 단순한 기하적 아이디어의 범위를 넘어서서 적용되는 학습의 연장 (extension) 이 있어야 한다는 것이다. [36] Freudenthal도 "수학은 유용한 활동으로 시작했다. 현재는 과거 어느 때보다 수학이 훨씬 더 유용하다." 고 하면서 "만일 수학이 유용한 것이 아니라면 수학은 존재하지 않을 것이다." [37] 라고까지 단언하고 있다.

그렇다고 응용만이 학교 수학 학습의 중요한 또는 단 하나의 내용이어야 한다는 것은 아니다. 다시 말해서 "응용" 이냐 "이론" 이냐, "생활의 필요" 냐 "교과" 냐와 같은 학교 수학을 논의하는 데 있어서의, 잘못된 이분법중 어느 하나를 선택하자는 것은 아니다. 단지 이 글에서는 학교 수학이 실용성과 좀 더 관련을 맺어야 한다는 점과 그러기 위해서 응용과 모델 구성에 대한 내용이 수학과 교육 과정에 포함되어야 한다는 점을 주장하려고 했다. 지금까지의 논의를 근간으로 해서 수학과 교육과정을 개발하려고 할 때 얻을 수 있는 시사

35) A. N. Whitehead, The Aims of Education and Other Essays, (New York : Free Press, 1967), p. 7.
36) Ibid. p. 10.
37) H. Freudenthal, op. cit. p. 16.

점은 무엇인가를 정리해보기로 하자.

첫째, 학교 수학이 실생활 또는 다른 교과에 이용되는 분야를 상세히 조사하여 교사들에게, 예비 교사들에게 전달해줘야 한다. 각 분야에서 사용되는 수학적 개념, 구조, 기능을 추출하여 그것을 지도할 때 응용되는 분야까지 소개한다면 학생들에게 더욱 수학에 대한 흥미를 갖게 할 것이다. 그런데 수학 교사는 수학이 어떻게 응용이 되는지를 모른다. 그들은 수학 이외의 분야에 대한 배경을 모른다. 수학 교사 자신도 응용과 관련된 교육을 받은 적이 없고 교과서나 참고서도 그런 것에 관심이 없기 때문이다. 수학 교사는 자기가 이해하고 있는 수학을 가르칠 뿐이다. 우리는 그런 교사를 비난할 수 는 없다. 교과서 저자, 수학 교육 전문가들이 교사를 도와서 응용이 그들에게 의미를 갖도록 해줘야 한다.

둘째, 학생들에게 선택의 폭을 넓히도록 수학 교과의 과목 수를 늘려야 할 것이다. 현재 고등학교에는 수학 교과에 일반 수학, 수학 I, 수학 II 등 세 과목으로만 이루어져 있다. 이것을 좀 더 확대하여 대학에 진학하지 않는 실업계와 예체능 및 인문, 사회 계열에 진학하는 학생, 자연 과학 계열에 진학하는 학생, 공학 계열에 진학하는 학생을 구별하여 각 계열에 알맞는 과목을 선택하도록 하여야 할 것이다. 실업계 학생들에게는 가정과 사회에서 수학을 즉각 이용할 수 있도록 "소비자 수학"을 한 학기 또는 일년 과정으로 지도하고, 더 나아가 그들의 전공에 따른 수학 예를 들면 "상업 수학", "공업 수학" 등을 분리해서 지도하도록 해야할 것이다. 대학에 진학하지 못하는 학생이 50%를 넘는 형편에서 모든 학생에게 똑같은 수학을 지도한다는 것은 너무 많은 것을 희생시키는 일이다. 인문 사회 계열이나 공학 계열에서도 수학 그 자체를 공부하는 것이 아니니만큼 그 분야에 응용되는 수학이 어떤 것인지를 하나 하나 조사하여 그것을 분석하고 체계화하여야 할 것이다.

셋째, 실제 생활과 관련한 여러 분야에 내용을 의미있게 관련지어 가르칠 수 있도록 하기 위하여 응용을 중시하는 통합 교육 과정을 실험적으로라도 개발할 필요가 있다. 우정호도 "수학을 중심으로 한, 수학을 핵심 과목으로 한 다른 교과, 특히 과학 교과와의 통합된 학습 지도가 바람직할 것이다."라고 하면서 "수학의 다른 교과와의 단순한 통합이나 조정이 아닌, 다른 교과의 내용이 수학적 조직화 곧 수학화의 분야로써 다루어질 수 있게 해야 할 것이다."[38] 라고 하고 있다. 지난 4차 교육 과정에서 국민학교 1학년의 "슬기로운 생활"이 이런 의도로 구성되긴 했으나 실제 지도에서의 여러 가지 문제로 무산되기도 하였다. 그러나 그런 실패는 교과서 개발과 실제 지도에서의 실패이지 그런 의도 자체가 잘못된 것은 아니라고 생각한다. 네델란드의 경우처럼 먼저 기성 수학을 배우고 그것을 응용하게 하는 것이 아니라 수학적 내용을 포함하는 현실 상황으로 부터, 연역적이 아닌 구성적인 방법으로 수학을 만들어 간다면 학생들에게 의미 충실한 학습이 이뤄질 것이다.

38) 김응태, 박한식, 우정호, 수학교육학개론, (서울: 서울대학교출판부, 1984), p. 50.

수학과 전 과정을 현실 상황과 관련지어 문맥(context) 속에서 전개시키기 어렵다면, 그중의 일부를 선택하여 순차적으로 개발해 볼 수 있을 것이다. 또 '89년에 고시한 일본의 "중학교 학습 지도 요령(수학)" 의 제 3의 (2)에서" --- 학생의 주체적인 학습을 촉진하고, 수학적으로 사고하는 방법을 육성하기 위하여, 각 영역을 총합한다든지 일상의 실상과 관련된 적절한 과제를 설명하는 과제 학습을, 지도 계획에 적절하게 명시하여 실시" 하도록 하고 있다. 문제는 교사가 얼마나 창의적으로 과제 학습 내용을 선정하고 조직하느냐 하는 것이다. 이 일을 돕기 위해서도 수학 교육을 하는 사람들의 노력이 요구된다.

넷째, 응용과 모델 구성을 중시하는 교육 과정이 되기 위해서는 현재 지도되고 있는 내용에 대한 재검토가 있어야할 것이다. 그렇지 않아도 학생들에게 수학이 부담이 되고 있는 형편에서 새로운 내용을 추가한다는 것은 무리이므로 삭제 또는 약화시켜야 할 것을 먼저 선정해야 할 것이다. 예를 들면 소형 전자 계산기 더 나아가 컴퓨터가 점점 보편화되고 있으므로 기계적인 절차를 요하는 것은 기계에 맡기도록 하는 것이 바람직하다고 본다.

다섯째, 아무리 훌륭한 교육 과정이 만들어졌다고 하더라도 그것을 실행하는 교사가 없다면 아무 쓸모없는 교육 과정이 될 것이다. 응용과 모델 구성을 중시하는 교육 과정을 개발하려면 될수록 많은 교사를 참여시키고, 또 장기적으로 교사 재교육이 계속 시행되어 교사가 이를 지도하는 데 거부감을 갖지 않도록 해야 할 것이다.

수학은 완전하게 스스로 충분한, 자가 발전할 수 있는 이론 과학이긴 하지만 중등학교 수준에서의 목적은 실세계에의 응용과 모델 구성에 있다. 어떤 수학적 개념과 물리적으로 동치인 것이 없다고 해서 그것을 공부하는 것을 방해해서는 안된다. 왜냐하면 내용 선정에는 유용성이외의 다른 준거도 있기 때문이다. 어떤 개념은 뒤에 나오는 개념을 아는 데 필요하기도 하고, 어떤 것은 심미적인 즐거움을 줄 수도 있다. 그러나 "우아한 도구로서의 수학은 수학적 구조의 우아함 만큼이나 중요하다." [39]

참고 문헌

1. 강 완, *중학교 수학과 교육 과정 국제 동향 연구*, 서울: 한국 교육 개발원, 1984.
2. 박 한식, 구 광조, *수학과 교수법*, 서울: 교학사, 1982.
3. 김 응태, 박 한식, 우 정호, *수학교육학개론*, 서울: 서울대학교출판부, 1984.
4. 한국교육개발원, *제5차 초중학교 수학과 교육과정 시안 연구 개발*, 1986.
5. 國本景龜, "서독의 수학교육의 과제 (II) (일본어)," *數學教育學研究紀要*, 西日本數學教育學會, 1985, pp. 82-87.

39) D. A. Johnson, op. cit. p. 295.

6. Blum, W. et al. (ed), Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, John Wiley & Sons, 1989.
7. Cambridge Conference on School Mathematics, Goals for School Mathematics, 1963.
8. Chamber, D. C., A Cuide to Curriculum Planning in Mathematics, Wisconsin Department of Public Instruction, 1986.
9. Christiansen, B., Howson, A. G., Otte, M. (ed.), Perspective on Mathematics Education, Dordrect : D. Reidel Publishing Company, 1986.
10. Cockcroft, W. H., Mathematics Counts, London : HMSO, 1982.
11. Conference Board of the Mathematical Science, National Advisory Committee on Mathematical Education, Overview and Analysis of School Mathematics Grade K-12, 1975.
12. Freudenthal, H., Mathematics as an Educational Task, Dordrect: D. Reidel Pusblishing Co., 1973.
13. Griffths, H. B., Howson, A. G., Mathematics, Society and Curriculula, Cambridge University Press, 1974.
14. Johnson, D. A. & Rising, G. R., Guidelines for Teaching Mathematics, Wadsworth Publishing Company, Inc., 1972.
15. Kerr, Jr. D. R., Maki, D., "Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom," Applications in School Mathematics, NCTM, 1979 Yearbook, pp. 1-7.
16. Less, R. et al. "Applications and Modelling," Proceedings of the Fifth ICME, Carss, M. (ed.), Brikhäuser, 1986, pp. 197-211.
17. NCTM, Curriculum and Evalauation Standards for School Mathematics, 1989.
18. Niss, M., "Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula," Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, Blum, W. et al. (ed.), John Wiley & Sons, 1989, pp. 22-31.
19. Schupp, "Applied Mathematics Instruction in the Lower Secondary Level," APplications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics, Blum, W. et al. (ed.), John Wiley & Sons, 1989, pp. 37-46.
20. Whitehead, A. N., The Aims of Education and Other Essays, New York: Free Press, 1967.
21. Wittman, E. et al., "Der Mathematikunterrichit in der Primarstuft," Vieweg, 1977, pp. 257-262.

ABSTRACT

This study intends to provide some desirable suggestions for the development of application oriented mathematics curriculum. More specific objects of this study is:

1. To identify the meaning of application and modelling in mathematics curriculm.

2. To illuminate the historical background of and trends in application and modelling in the mathematics curricula.

3. To consider the reasons for including application and modelling in the mathematics curriculum.

4. To find out some implication for developing application oriented mathematics curriculum.

The meaning of application and modelling is clarified as follows:

If an arbitrary area of extra-mathematical reality is submitted to any kind of treatment which invovles mathematical concepts, methods, results, topics, we shall speak of the process of *applying* mathemtaics to that area. For the result of the process we shall use the term an *application* of mathematics. Certain objects, relations between them, and structures belonging to the area under consideration are selected and translated into mathemtaical objects, relation and structures, which are said to represent the original ones. Now, the concept of *mathematical model* is defined as the collection of mathematical objcets, relations, structures, and so on, irrespective of what area is being represented by the model and how. And the full process of constructing a mathematical model of a given area is called as *modelling*, or *model-building*.

During the last few decades an enormous extension of the use of mathemtaics in other disciplines has occurred. Nowadays the concept of a mathematical model is often used and interest has turned to the dynamic interaction between the real world and mathematics, to the process translating a real situation into a mathematical model and vice versa. The continued growing importance of mathematics in everyday practice has not been reflected to the same extent in the teaching and learning of mathematics in school. In particular the world-wide "New Maths Movement" of the 1960s actually caused a reduction of the importance of application and modelling in mathematics teaching. Eventually, in the 1970s, there was a reaction to the excessive formallism of "New Maths", and a return in many countries to the importance of

application and connections to the reality in mathematics teaching. However, the main emphasis was put on mathematical models.

Applicaton and modelling should be part of the mathematics curriculum in order to:

1. Convince students, who lacks visible relevance to their present and future lives, that mathematical activities are worthwhile, and motivate their studies.

2. Assist the acqusition and understanding of mathematical ideas, concepts, methods, theories and provide illustrations and interpretations of them.

3. Prepare students for being able to practice application and modelling as private individuals or as citizens, at present or in the future.

4. Foster in students the ability to utilise mathematics in complex situations.

Of these four reasons the first is rather defensive, serving to protect or strengthen the position of mathematics, whereas the last three imply a positive interest in application and modelling for their own sake or for their capacity to improve mathematics teaching.

Suggestions, recomendations and implications for developing application oriented mathematics curriculum were made as follows:

1. Many applications and modelling case studies suitable for various levels should be investigated and published for the teacher.

2. Mathematics education both for general and vocational students should encompass application and modelling activities, of a constructive as well as analytical and critical nature.

3. Application and modelling activities should be introduced in mathematics curriculum through the interdisciplinary integrated approach.

4. What are the central ideas of, and what are less-important topics of application-oriented curriculum should be studied and selected.

5. For any mathematics teacher, application and modelling should form part of pre- and in-service education.