

정의적 특성이 수학적 문제해결에 미치는 영향

전 평 국 (한국교원대학교)

내 용

1. 서언
 2. 정서, 신념, 태도간의 관계
 3. 정서, 신념, 태도와 수학적 문제 해결
 - (1) 정서와 각성
 - (2) 신념과 귀인 (attribution)
 - (3) 태도
 4. 결어
- 참고문헌

1. 서언

수학적 문제해결은 인지적인 사고과정과 정의적 특성이 결합된 상태에서 행하여진다. 다시 말하면, 학생들이 어떤 한 수학적 문제에 접했을 때, 이를 해결하기 위한 그들의 행동은 문제의 표상(representation), 문제의 해결방법을 찾는 것과 같은 인지적 과정에 의해서만 결정되지는 않는다. 그들의 행동은 그 문제로부터 지각된 그들의 감정(정서 상태), 태도, 신념 등과 같은 여러 종류의 정의적 특성에 의하여 영향을 받을 수 있다.

그러나, 최근의 수학적 문제해결에 관한 연구나 지도는 거의 대부분이 인지적 측면에 집중되어 왔으며, 정의적 측면에 대해서는 소홀히 취급되어 왔다. Silver(1985)는 과거 10여년에 걸쳐서 정의적 요소(factors)와 수학적 문제해결 수행(performance)과의 관계에 대한 명확한 연구가 이루어지지 못한 점을 지적하면서 이에 대한 연구의 필요성을 강조하고 있다. 그는 초인지(metacognition), 특히 신념 체계(belief systems)에 대한 관념(notions)은 수학적 문제해결에서 인지적 영역과 정의적 영역의 틈새를 연결하는 다리로서 유용한 방법이 될 수 있다고 주장한다. Schoenfeld(1983)도 문제해결자가 문제의 해(solutions)를 결정하는 신념 체계의 역할을 강조하고 있다. 이 신념에 대한 기본적인 역할에 대한 관념은 인지심리학자인 Norman(1981)이 "Twelve Issues for Cognitive Science"라는 그의 글에서 제안한 논점이었다. Norman은 이 신념과 아울러 인지 체계내에 접목할 것을 주장한 중요한 정의적 요소로 그동안 인지 과학에서 무시되어 왔던 정서(emotion)의 기본적 역할을 제안하고 있다. 수학적 문제해결에서의 정서의 역할은 McLeod(1985, 1988)에 의해서 강조되고

있다.

일반적으로, 수학적 문제해결의 수행에 있어서 영향을 미칠 수 있는 정의적 요소는 다양할 것이라는 것이 예상된다. 그러나, 본 원고는 이들 다양한 요소들 중에서 정서(emotion), 신념(belief), 그리고 수학 또는 수학적 문제해결의 성공에 대한 신념과 밀접한 관계가 있는 수학적 태도(attitude)에 한정하여 이들 요소간의 이론적 관계와 이들 요소가 수학적 문제해결을 수행하는데 있어서 어떤 영향을 줄 수 있는가에 대한 연구의 방향을 제시해 보고자 한다.

2. 정서, 신념, 태도간의 관계

정서(emotion)란 “희노애락의 급격한 감정의 흥분상태를 의미하며 일반적으로 어떤 외적 자극이나 개체의 내적 조건에 의해서 일어난 변화를 계기로 동요되고 흥분될 때에 경험하는 심리적 상태”(민 영순, 1979, p.128)로, Morgan에 의하면 정서적인 행동과정에는 두 가지의 행동 특성이 포함된다고 한다.

첫째는 정서상태를 얼굴이나 몸을 움직여 자체적인 표현으로 나타내는 것이다. 즉, 미소를 띠우거나, 소리를 크게 내어 웃거나, 울거나 또는 큰 소리에 놀라서 뛰어 도망을 하거나 혹은 우는 시늉을 하는 것과 같은 것을 말한다.

둘째는 놀랐을 때에 혈액순환이 빨라지고 혈압이 높아지는 등 그밖에 여러가지腺의 분비가 달라지는 것과 같은 자율적인 현상이다. 그 뿐 아니라 기쁨, 불쾌와 같은 비교적 정적인 면도 있다는 것은 물론이다(민 영순, 1979, pp.129-130).

Mandler(1975)는 정서를 생리학적인 관점에서 覺醒(arousal)을 의미하며, 인지적 체계와 생리적 체계의 복잡한 상호작용으로써 본다. 예를 들면, 한 학생에게 해결해야 할 어떤 어려운 문제가 제시되었을 때, 그 학생의 정서는 불안(anxiety), 공포(fear), 흥분(excitement) 등과 같은 각성에 의하여 급속한 심장박동, 근육의 수축이나 이완 등의 생리적 현상이 나타나게 된다. 한 학생이 어려운 한 문제에 접했을 때 그 학생의 정서 상태가 불안, 공포, 흥분 등의 상태인가 아닌가에 대한 판단 또는 해석은 그 학생의 그 문제와 관련된 기존의 경험에 따라 판단자의 인지적 해석에 의존하게 되며, 그 판단(또는 해석)의 결과는 그 학생의 정서 상태가 긍정적(positive) 또는 부정적(negative)인가로 말해질 수 있다.

한 학생이 일단 한번 경험한 정서 상태는 Gagné(1985)가 주장한 신호학습(signal learning)과 밀접한 관계를 맺을 수 있다. 신호학습은 개인의 정서적 반응을 일깨우는 하나의 자극에서 비롯되는 무의식으로 학습되는 정서적 학습으로, 개인의 정서가 긍정적 또는 부정적일 수 있는 것과 마찬가지로 신호학습의 결과는 쾌감 또는 불쾌감으로 나타날 수 있다. 예를 들면, 한 학생이 수학 시간에 수학 교사로부터 심한 꾸지람을 받았을 때, 그 결과로써 수학을 싫어하는 신호학습이 이루어질 수 있게 된다. 이와 같은 학습의 결과는 그 학생의 수학에 관한 신념으로 발전할 수 있게 된다. 즉 '수학은 재미없다', '수학은 나에게서 적성이 안맞는 교과이다' 등과 같은 신념이 무의식적으로 생길 수 있게 된다는 말이다.

신념(belief)이란 "대상(object)에 관하여 개인이 갖고 있는 정보"

(Fishbein & Ajzan, 1975, p.12)를 나타낸다. 이 신념은 외부로부터 수용된 정보, 직접적인 관찰, 또는 다양한 추론 과정의 방법에 의해서 형성된다. 예를 들면, 한 남자가 왼손에 금반지를 끼고 있는 것을 관찰하고, 추론에 의하여 이 남자는 결혼한 사람이라는 신념을 가질 수 있다. 그러나, 만약에 이 금반지가 결혼기념을 의미하지 않고, 다른 기념을 의미하는 반지였다면 이 신념은 잘못된 형성된 신념이 된다. 이 예에서 알 수 있는 바와 같이 자기 자신의 판단에 의해서 형성된 신념에는 誤概念(misconceptions)과 그릇된 신념(erroneous belief)이 형성될 수 있게 된다.

신념에 의한 정의적 반응(reaction)은 인지과정에 영향을 미칠 수 있다 (McLeod, 1988). 예를 들면, 한 학생이 주어진 한 문제를 해결할 때, 지금 행하고 있는 행위 즉, 해의 길(solution path)을 계속 진행해 나가야할지 중단해야 할지에 대한 결정은 그 문제에 관한 그의 신념에 관련한 확신(confidence) 또는 불안(anxiety)에 의하여 영향을 받을 수 있다. 이와 같은 신념에 의한 정서적 반응은 특수한 歸因(attribution)과 主權의 所在(locus of control)로 표출된다. 主權의 所在가 내적인 사람은 그들의 행위의 결과를 그들 자신에게 원인이 있는 것으로 지각하며, 반대로 주재의 소재가 외적인 사람은 그들 행위의 결과를 숙명(fate) 또는 우연(chance)의 탓으로 돌린다(Rotter, 1966; Weiner, 1979). 이 이론은 성공의 원인을 내적인 탓으로 돌리는 학생은 교사로부터 비교적 거의 도움을 받지 않고 독립적으로 문제를 해결할 수 있으며, 반대로 그들의 성공을 외적 원인의 탓으로 돌리는 학생은 문제를 해결하기 위하여 교사와 같은 외적인 근원에 보다 더 의존하게 된다는 의미를 내포한다.

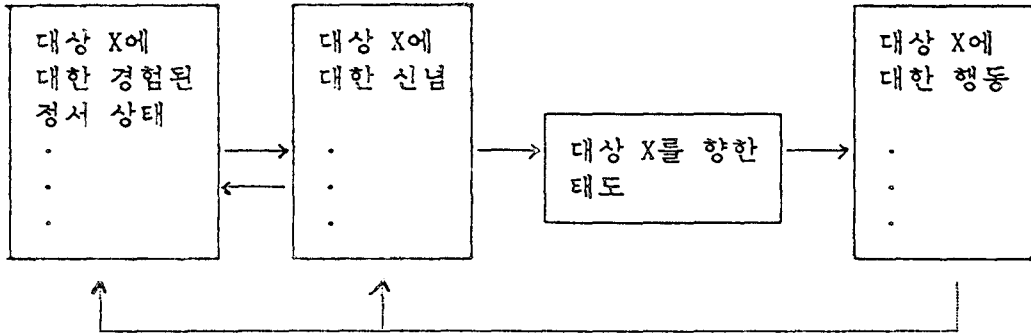
Fishbein & Ajzan(1975)은 인간의 신념의 총체(totality)는 궁극적으로 그의 태도, 의향, 그리고 행동을 결정하는 기반이 된다고 보고, 태도는 다음과 같은 세가지의 특징으로 구성된다고 본다:

- ① 태도는 학습되며,
- ② 태도는 행위의 귀인을 만들고,
- ③ 그러한 행위들은 대상(object)을 향해 일관성있게 유쾌하거나(favorable) 또는 불쾌하다(unfavorable).

이와 같은 태도의 특징에 따라 그들은 태도를 “하나의 주어진 대상에 대하여 일관성있게 유쾌하거나 불쾌한 방법으로 반응하기 위하여 학습된 경향”(p.6)으로 정의하고 있다. 수학적 태도는 이 정의에서 ‘하나의 주어진 대상’을 ‘수학’으로 보았을 때, 우리는 수학적 태도에 대한 정의를 할 수 있다.

앞에서 언급한 바와 같이, 한 대상에 대한 개인의 태도는, 그 대상에 대한 그의 신념이 유쾌한 경험에 의해 형성되었을 때의 태도는 긍정적인 경향을 보일 것이고, 불쾌한 경험에 의해 형성되었을 때의 태도는 부정적인 경향을 나타낼 것이다.

지금까지 논의된 정서, 신념, 태도 간의 관계를 그림으로 요약하면 다음과 같다.



〈그림 2-1〉 정서, 신념, 태도, 행동간의 관계
(실선은 영향을, 점선은 피드백을 나타낸다)

3. 정서, 신념, 태도와 수학적 문제해결

서언에서 언급한 바와 같이, 정의적 요소가 수학적 문제해결의 수행에 어떤 영향을 주고 있는가에 대한 명확한 연구는 거의 없다. 따라서, 본란에서는 이 문제의 규명을 위하여 앞으로 보다 더 관심을 갖고 수행되어야 할 연구의 방향을 제시하고자 한다.

(1) 情緒와 覺醒

일찌기 Bloom과 Broder(1950)는 대학생을 대상으로, 수학을 포함한 여러 다양한 과목에서 선택한 문제를 가지고, 그들의 문제해결에 대한 인지과정을 임

상적으로 연구하는 과정에서, 학생들이 문제해결 활동을 하는 동안에 근육의 상태에 주목하였다. 그 결과, 문제가 복잡해 질수록 그들의 등, 목, 복부의 근육에 긴장(tension)이 더해지고, 학생들이 일단 문제를 해결하고 나면 그 긴장은 즉시 풀어지면서 근육이 이완되고(relaxed), 그들의 감정에 즐거움과 만족감이 생긴다는 것을 관찰하였다.

문제를 해결하는 행동에서 긴장과 이완의 중심적 역할은 학생들이 문제를 해결하고 난 다음에 문제해결이 적합했는지의 여부를 보기 위한 '반성과 검토(looking-back)'를 왜 거의 하지 않는가를 설명하는데 도움이 된다. 즉, 학생들은 일단 문제가 해결되고 나면(해결한 것이 적당하던 적당하지 않던 간에) 긴장이 이완되면서 그 문제에 더 이상 집착할 에너지를 갖지 않는다(McLeod, 1985).

긴장과 이완은 각성에 대한 하나의 증은 형태의 예이며, 정서 상태는 각성의 수준과 밀접한 관계가 있다. 즉, 각성의 수준이 가장 낮을 때(수면 상태)에는 외적인 자극에 대하여 정서적 반응이 거의 일어나지 않거나 없으며, 효과적인 행동을 기대할 수 없게 된다. 반대로 각성의 수준이 가장 높을 때에는 반응이 극도의 공포(panic)로 나타나며, 역시 효과적인 행동을 기대할 수 없게 된다. 효과적인 행동은 각성의 수준이 최적인 상태에서 기대할 수 있다(Lefrancois, 1988).

효과적인 행동처럼, 효과적인 학습은 각성 수준이 최적인 조건하에서 일어난다. 이 말은 효과적인 수학적 문제의 해결은 각성 수준이 최적인 조건하에서 수행된다고 바꾸어 말할 수 있고, 또한 학습의 모든 학생이 수학적 문제를 효과적으로 수행하기 위해서는 그들의 각성 수준이 최적이 되게 도와주어야 한다

고 말 할 수 있다

우리는 위의 사실에서, 학생의 각성 수준과 수학적 문제의 해결을 위한 수행과의 관계, 이에 관련한 교사의 역할에 대해서 보다 더 구체적으로 연구하여야 할 문제를 도출할 수 있을 것이다.

(2) 신념과 歸因(attribution)

수학적 문제해결 수행과 개인의 신념과의 관계에 대한 연구는 최근 일부 수학교육자에 의하여 주목을 받아오고 있다.

Silver(1985)에 의해서 정리된 이 분야의 연구를 요약하면 다음과 같다.

- ① Lester & Garofalo(1982)의 보고: 3학년과 5학년 어린이들은 수학적 문제들은 항상 기본적인 연산을 사용함으로써, 또 단지 몇 분안에 해결될 수 있다고 믿는다.
- ② Third National Assessment of Educational Progress in Mathematics (Carpenter et al., 1983): 중학생과 고등학생들의 일반적인 신념은 어떤 수학문제를 해결하기 위해서는 항상 한가지의 올바른 방법과 그에 따르는 규칙이 있으며, 수학은 거의 암기해야 한다.
- ③ Lesh(1983)의 보고: 많은 중학생들은 수학은 실생활 문제를 해결하는데 있어서 적용할 수 있다는 것을 믿지 않는다.
- ④ Shoenfeld(1983): 대학생들의 수학적 문제해결에서의 실패는 수학의 본질과 수학적 문제해결에 관한 잘못된 신념의 직접적인 탓으로 흔히 돌린

수 있다.

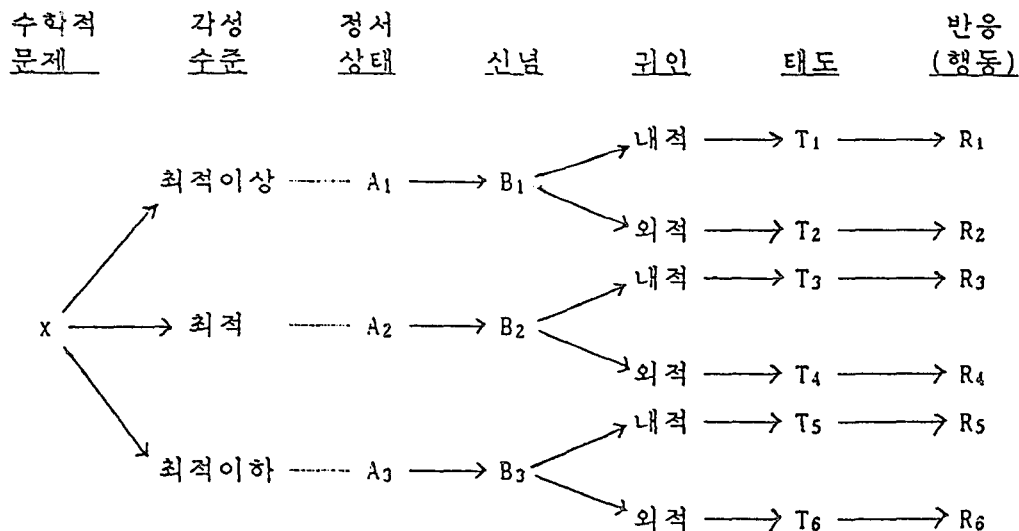
위의 연구들은 학생들의 수학 또는 수학적 문제해결에 있어서의 신념에 대한 단순한 조사라고 볼 수 있다. 여기서 우리는 보다 더 근본적인 문제로 접근할 필요가 있다. Silver(1985)는 개인의 신념 체계에서 가장 방관할 수 없는 요소로 그가 갖고 있는 誤概念(misconception)과 그릇된 신념(erroneous beliefs)을 지적하면서, 이들 誤概念과 그릇된 신념이 형성된 계통 또는 과정, 수정하기 위한 합리적인 접근방법 등의 질문을 제시하고 있다.

여기서, 추가하여 생각해야 할 문제는 수학과 수학적 문제해결에 대한 교사의 신념과 이것들에 대한 학생들의 신념과의 관계이다. 왜냐하면, 교사의 교수 방법, 평가방법 등은 교사들의 수학 또는 수학적 문제해결에 대한 신념과 깊은 관련이 있다고 보아지고, 그 결과로서 학생들의 수학 및 수학적 문제해결에 대한 신념에 영향을 줄 수 있다고 보아지기 때문이다.

신념의 결과에서 표출되는 歸因 이론에 관련된 아이디어와 수학적 문제해결 수행과의 관계에 대한 연구의 필요성은 최근 McLeod(1985, 1988)에 의해서 제안되고 있다. 이것은 歸因이 내적인가, 외적인가에 의해서 수학적 문제해결 수행에 미치는 영향이 달라질 수 있다고 보기 때문이다. 따라서, 여기서 대두되는 문제는 학생들의 歸因의 特性을 바람직한 특성으로 수정시키주기 위한 教授方法, 내적 또는 외적인 歸因의 특성을 갖고 있는 학생들의 보다 구체적이고 일반적인 특성의 조사 및 수학적 문제해결 수행 과정에서 나타나는 구체적인 반응 등등이 보다 더 깊이있게 연구될 과제라고 보아진다.

(3) 態度

태도와 수학적 문제해결 수행과의 관계에 대한 연구는 앞에서 언급된 정서나 신념에서의 연구보다 더욱 복잡한 양상을 나타낸다. 그것은 정서 상태와 신념이 태도 형성에 영향을 준다고 보기 때문이다. 따라서, 이 분야에 관한 연구는 다음 그림에서 보여주고 있는 변인들이 고려되었을 때에 보다 더 구체적인 연구 결과를 얻을 수 있다고 본다.



<그림 3-1> 태도와 수학적 문제해결 수행과의 관계에서 고려해야 할 변인들

한 예로서, 어떤 한 수학적 문제 X₁이 주어졌을 때, '정서 상태가 A₁이고 태도가 T₁인 학생이 문제의 유형이 X₁인 수학적 문제해결의 수행에서는 어떠한

행동 반응이 일어나는가?’와 같은 구체적인 연구 문제를 설정함으로써 학생의 태도의 특성에 따른 수학적 문제해결 수행과의 관계에 대한 명확한 연구 결과를 얻을 수 있다고 본다.

5. 결 어

수학적 문제해결은 인지적인 사고 과정과 정의적 특성이 결합된 상태에서 행하여진다. 그러나, 수학적 문제해결에 관한 연구나 지도는 인지적 측면에 집중되고, 정의적 측면에 소홀해 왔음은 주지의 사실이다. 이것은 정의적 요소들 간의 관계와 이들 요소들에 대한 개념적 정의가 매우 애매하며, 이 분야에 대한 연구 방법 및 측정 도구의 개발에 어려운 점이 있었기 때문이라고 생각된다. 따라서, 본 원고는 한정적이거나 일부 정의적 요소들 간의 관계와 개념적 정의를 통하여 이 분야에 대한 연구의 방향을 제시하고자 노력하였다. 이 원고의 내용이 결코 절대적인 것은 아니며 완벽하다고 생각치 않는다. 그러나, 본 원고를 참고삼아 이 분야에 대한 연구가 더욱 더 활발하고 구체적이며, 명확하게 이루어짐으로써, 이로부터 얻어진 연구결과가 일선 학교의 수업에서 적절하게 활용되기를 기대한다.

참 고 문 헌

민 영순. (1979). 교육심리학. 서울: 교육출판사.

Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: some underrepresented themes and needed directions. In E.A. Silver(Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective* (pp.246-266). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Norman, D.A. (1982). Twelve issues for cognitive science. In D.A.Norman (Ed.), *Perspectives on cognitive science* (pp.265-295). Norwood, NJ: ABLEX Publishing Corporation.

McLeod, D.B. (1985). Affective issues in research on teaching mathematical problem solving. In E.A.Silver(Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective* (pp. 267-279). Hillsdale, NJ:Lawrence Erlbaum Associates.

_____. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematical Education*, 19(2), 134-141.

Mandler, G. (1975). *Mind and emotion*. New York: John Wiley & Sons.

- Gagné, R.M. (1985). *The conditions of learning*(4th ed.). New York: Holt Reinhart and Winston.
- Fishbein, M., & Ajzan, I. (1975). *Belief, attitude, intention and behavior: An Introductory to theory and research*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Co, Inc.
- Rotter, J.B. (1966). Generalized expectancies for internal versus external control of reinforcement. *Psychological Monographs*, 80, (1, whole No.609).
- Weiner, B.A. (1979). A theory of motivation for some classroom experiences. *Journal of Educational psychology*, 71, 3-25.
- Bloom, B.S., & Broder, L.J. (1950). *Problem-solving processes of college students*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lefrancois, G.R. (1988). *Psychology for teaching*(6th ed.). Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company.