

파괴인성치의 결정법에 대한 고찰

A study on the Determination of Frcture Toughness

석 창 성* 이 환 우** 최 용 식*
Seok Chang Sung, Rhee Hwan Woo, Choy Yong Shick

ABSTRACT

Interest in fracture of structure has increased significantly over the past decade. New approaches to analyze structural performance have been accompanied by the development of test methods to characterize material behavior in a manner compatible with the analysis. Several test methods have been developed as a results of advances in fracture mechanics, for example, K_{Ic} , J_{Ic} , R-curve tearing instability and CTOD approaches. Among the rest, fracture toughness K_{Ic} and J_{Ic} can be used as an effective design criterion in fracture mechanics. Generally, the determination of J_{Ic} was performed according to ASTM E 813 or JSME S 001 and K_{Ic} was performed according to ASTM E 399. In this study, the test method for K_{Ic} and J_{Ic} were discussed.

1. 서론

産業의 發達에 따라 각종 機械나 構造物 및 壓力容器 등의 安全設計와 關連하여 破壞力學이 급속도로 발전되어 왔다. 破壞力學은 어떤 構造物에 있어서 構造物에 작용하는 作用應力과, 원천적으로 존재할 것으로 예상되는 材料의 缺陷을 함께 고려하여, 定性 및 定量的으로 破壞舉動을 研究하는 학문으로, 原子力産業機械나 航空機, 宇宙船, 海洋 構造物 및 기타 大形構造物등의 安全設計와 補修에 필수적인 학문이라 하겠다. 즉, 종래의 설계방식만

으로는 기계나 구조물의 파괴에 대한 안전을 충분히 확보할 수 없으며, 이들의 파괴로 인한 산업재해를 방지하기 위해서는 파괴역학적인 설계 및 평가가 이루어져야 한다.

기계나 구조물의 破壞舉動을 해석하고 安全設計를 하기 위해서는, 모든 材料에 원천적으로 존재하는 龜裂등의 缺陷의 舉動을 定量的으로 해석하기 위한 파라미터(parameter)가 필요하다. 그 파라미터로는 線型破壞力學(linear elastic fracture mechanics)을 기초로 한 應力擴大係數(stress intensity factor) K 와, 彈塑性破壞力學(elastic plactic fracture mechanics)을 기초로 한 J -積分(J -integral) J 등 이, 일반적으로 많이 이용되고 있다.

이러한 K 와 J 의 임계치인 K_{Ic} 와 J_{Ic} 는 破壞韌性

* 正會員 : 성균관 대학교 기계공학과

** 正會員 : 경남대학교 기계설계학과

值로, 破壞開始點에서의 K와 J값이 되며, 安全性評價 및 最適設計에 없어서는 안 될, 材料의 고유한 특성치이다. 즉 K나 J값이 그 臨界值인 K_{Ic} 나 J_{Ic} 값보다 작을 때, 그 材料는 안전하다고 할 수 있다.

破壞靱性值 K_{Ic} 와 J_{Ic} 는 破壞力學的인 設計의 基準으로서, 실험에 의하여 얻어지는 중요한 재료상수이다. 이러한 K_{Ic} 와 J_{Ic} 의 측정을 위하여 ASTM (American Society for Testing and Materials)과 JSME (Japanese Society of Mechanical Engineers)에서는 標準試驗法을 규정한 바 있다. ASTM E-24 위원회는 K_{Ic} 시험을 위한 E-399-83⁽¹⁾을, J_{Ic} 시험을 위한 E 813-87⁽²⁾을 제정하였다. JSME의 彈塑性破壞靱性 試驗方法基準作成分科會도 J_{Ic} 試驗法인 JSME S 001-1981⁽³⁾을 제정하였다.

本 연구에서는 이들 시험법을 주요한 파괴인성치의 결정방법에 대하여 고찰하였으며, 이를 세분하면 다음과 같다.

- 1) ASTM과 JSME의 K_{Ic} 와 J_{Ic} 試驗方法에 대하여 고찰하였다.
- 2) ASTM의 J_{Ic} 試驗法과 JSME의 J_{Ic} 試驗法을 比較考察하였다.
- 3) K_{Ic} 와 J_{Ic} 의 관계에 대하여 고찰하였다.
- 4) 기타의 試驗法에 대하여 고찰하였다.

2. K_{Ic} 의 결정법

2.1 K_{Ic} 의 決定

材料의 平面變形率破壞靱性 K_{Ic} 를 實驗的으로 決定하는 試驗法에는, ASTM에서 標準試驗法으로 정한, ASTM E399⁽¹⁾가 있다. 標準試片으로는 CT나 TPB 試片이 주로 사용된다. 각 試片에 예리한 疲勞豫備龜裂을 생성시킨 후 試驗을 하여야 하며, 노치와 疲勞예비균열(fatigue pre-crack) 길이를 합한 龜裂길이 a 는, W 가 試片의 폭 일 때, 다음 條件을 滿足하여야 한다.

$$0.45W < a < 0.55W \dots\dots\dots (1)$$

標準試片의 폭 W 는 두께 B 의 2배이며, 이 標準

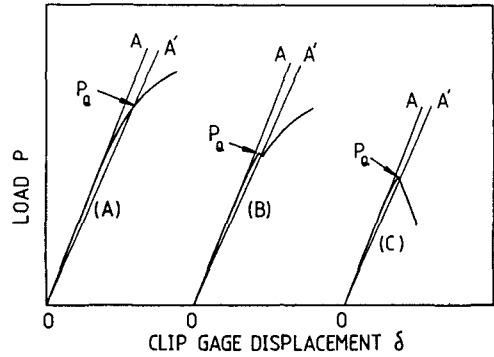


Fig.1 Load-Clip Gage Displacement Curve

試片을 대신하여 TPB試片에서는 $0.25W < B < W$, CT 試片에서는 $0.25W < B < 0.5W$ 인 試片을 사용할 수도 있다. 이러한 試片을 準備한 다음, 試片에 荷重을 가하며 荷重 P 와 노치의 開口部에 設置한 COD게이지의 變位 δ 와의 關係를 X-Y 기록계로 기록한다. 荷重 P 와 COD의 變位 δ 와의 關係는, Fig.1에 도시한 바와 같이, (A), (B), (C)의 세가지 類型으로 구분된다. 각각에 대하여 초기단계에서의 기울기(직선 OA의 기울기)보다 5% 낮은 기울기의 직선 OA'를 긋는다. Fig.1의 (A) 유형의 $P-\delta$ 선도에서는 직선 OA'와 $P-\delta$ 선도의 교점에서 P_q 를 구하며, (B), (C)와 같은 유형의 $P-\delta$ 선도에서는 직선 OA와 OA' 사이의 最大荷重을 P_q 로 하여 K_q 를 계산한다.

TPB試片(3점굽힘試片)을 사용할 때에는, 다음 식에 의하여 K_q 를 계산한다.

$$K_q = \frac{P_q S f(a)}{(B B_n)^{1/2} W^{3/2}} \dots\dots\dots (2)$$

$$f(a) = \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{3\alpha^{1/2} (1.99 - \alpha(1-\alpha)(2.15 - 3.92\alpha + 2.7\alpha^2))}{2(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2}}$$

여기에서

$$\alpha = a/W$$

P_Q : 作用荷重

a : 龜裂길이

W : 試片의 폭

B : 試片의 두께

B_N : 균열면의 試片의 실제 두께

S : 지지점간의 거리

CT試片(小刑引張試片)에서는 다음식으로 K_Q 를 계산한다.

$$K_Q = \frac{P_Q f(a)}{(B B_N W)^{1/2}} \dots \dots \dots (4)$$

$f(a) =$

$$\frac{(2+a)(0.866+4.64a-13.32a^2+14.72a^3-5.6a^4)}{(1-a)^{3/2}}$$

以上の 方法에 따라 決定된 K_Q 가 다음의 식을 滿足하는 경우에는, K_Q K_{Ic} 로 認定된다.

$$B, a > 2.5 (K_Q/\sigma_Y)^2 \dots \dots \dots (6)$$

2.2 K_{Ic} 와 J_{Ic} 의 關係에 대한 理論的 考察

J -積分은 단위두께당 龜裂이 전파하는데 所要되는 에너지(potential energy)로 정의되며, 龜裂의 크기에 비하여 아주 작은 小規模降伏(mall scale yielding)條件, 즉, 線型彈性狀態에서는, J -積分 값이 전부 龜裂을 進展시키는 데 소요된다고 볼 수 있으므로 에너지해방율(energy release rate) G 와 같아진다. 線型彈性狀態인 경우, $J_{Ic} = G_{Ic}$ 의 관계도 成立하며, J 가 J_{Ic} 가 될 때 K 도 K_{Ic} 가 되므로, 다음 關係가 成立한다.

平面應力狀態(plane stress condition)에서

$$J_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} \dots \dots \dots (7)$$

平面變形率狀態(plane strain condition)에서

$$J_{Ic} = \frac{(1-\nu^2)K_{Ic}^2}{E} \dots \dots \dots (8)$$

여기에서

E : 영율(Young's modulus)

ν 포와송 비(Poisson's ratio)

K_{Ic} 를 決定하는데 있어서는 龜裂先斷의 塑性域이 상대적으로 작아야 하며, 따라서 龜裂 및 試片의 크기가 커야 한다. 그러나 J -積分을 使用할 때에는 塑性域에 대한 제한이 없으므로, 작은 試片으로부터 J_{Ic} 를 決定할 수 있는 장점이 있다.

따라서, 식(7)이나 식(8)의 有用域은, K_{Ic} 에서 J_{Ic} 로 換算할 수 있다는 점과, 大形試片에서 구하여야 하는 K_{Ic} 를 작은 試片에서 구한 J_{Ic} 로부터 구할 수 있다는 점에 있다.

3. ASTM의 J_{Ic} 試驗法

3.1 ASTM의 多 試片法

R-곡선법⁽²⁾으로, 5개 이상의 동일조건 試驗片을 利用하며, 서로 다른 龜裂進展量이 얻어지도록 소정의 변위까지 변위제어로 하중을 가한다.

試驗중 하중-하중선변위곡선을 연속적으로 기록하며, 하중을 제거한 후, 鐵鋼材料와 티탄늄합금의 試片은 300°C 부근에서 10분간 가열착색(heat tinting)을 하여 龜裂進展量을 표시한다. 그 외의 材料는 마지막 試驗荷重의 90% 하중으로 피로균열을 발생시켜 試片을 파단시킨다.

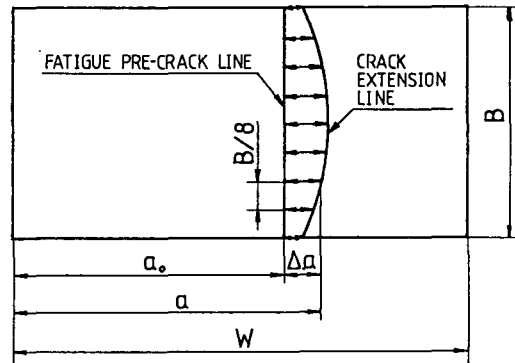


Fig.2 Measurement of Crack Length

시험 파단면으로부터 균열길기와 龜裂進展量을 0.025mm의 정밀도로 측정한다. 균열길기는 Fig.2에 도시한 바와 같이 시험의 두께를 8등분하여 9점에서 측정하여 다음과 같이 결정한다.

$$a = ((a_1 + a_8)/2 + a_2 + a_3 + \dots + a_8)/8 \dots \dots \dots (9)$$

하중-荷重線變位 曲線에서 면적을 계산하여 J-積分 값을 계산한다.

J-積分 값과 龜裂進展量 Δa 가 구해지면 Fig.3과 같이 J- Δa 좌표상에 도시한다. 도시된 J- Δa 의 데이터에서 다음과 같이 하여 J_{Ic} 를 결정한다.

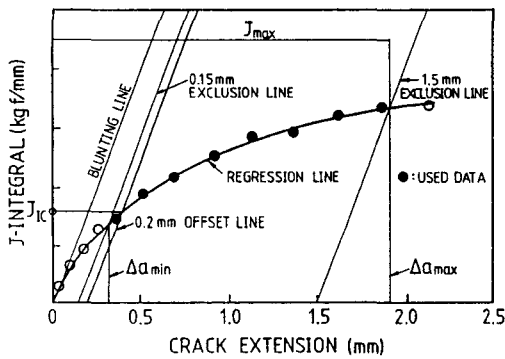


Fig.3 Determination of J_{Ic} by ASTM E 813-87

- (1) $J = 2\delta_{16}\Delta a$ 의 純化線을 긋는다.
- (2) 유효한 데이터의 영역은 純化線과 평행한 0.15mm 배제선과 1.5mm 배제선의 사이이며, 계산된 J의 최대값은 $J = b_0\delta_{16}/15$ 이고, 최소한 4개 이상의 데이터가 이 영역에 존재하여야 한다.
- (3) 유효한 데이터 영역에 있는 J- Δa 데이터를, 최소자승법(least square method)을 이용하여, 다음의 형태로 회귀선(regression line)을 결정한다.
 $\ln J = \ln C_1 + C_2 \ln \Delta a \dots \dots \dots (10)$
- (4) 결정된 회귀선 $J = C_1(\Delta a)^{C_2}$ 와 純化線에서 평행이동한 0.2mm 이동선과 교점을 구한다. 이 교점을 J_0 로 나타낸다.
- (5) 이 J_0 가 試驗法상의 여러 조건들을 만족할 때 J_{Ic} 로 인정된다.

3. 2 ASTM의 單一 試片法

ASTM의 單一 試片法⁽¹⁾은, R-곡선법에 의한 J_{Ic} 試驗法으로, 가장 일반적으로 사용되고 있는 방법이다. Fig.4와 같이 하나의 試片에 하중을 가하고 제하 컴플라이언스를 얻기 위한 하중제거를 반복하여, 하중-하중선변위곡선을 얻는다.

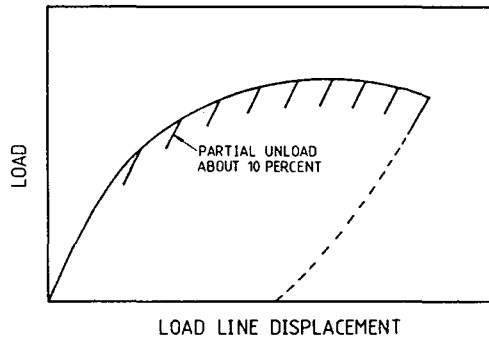


Fig.4 Load-Load Line Displacement Curve

이 하중-하중선변위곡선의 아래 면적에서 J 값을 계산하고, 除荷컴플라이언스를 이용하여 균열길기를 측정한다. 이렇게 하여 J- Δa 데이터가 얻어지면, 多 試片法과 같은 방법으로 J_{Ic} 를 결정한다.

3. 3 ASTM의 標準 J_{Ic} 試驗法の 추이

ASTM의 J_{Ic} 試驗法은, E 813-81법의 여러 문제점들을 보완하여 E 813-87법으로 개정되었지만, 많은 문제점을 내포하고 있다. ASTM의 單一 試片에 의한 J_{Ic} 試驗法은, 진정한 의미에서의 J_{Ic} 값인 龜裂進展이 시작될 때의 J_{Ic} 값을 구할 수는 없지만, 컴퓨터를 이용하여^(4,5) 해석할 수 있기 때문에 실험과 해석에 있어서 편리하다.

單一 試片法으로 해석할 때, 균열길이의 측정은 除荷컴플라이언스 法(unloading compliance technique)을 사용하는데, 이 경우 균열길이가 減少現象 등의 문제점으로 인하여 正確한 균열길이를 측정할 수 없다는 단점이 있다.⁽⁶⁾ 除荷컴플라이언스法으로 균열길이를 측정할 때에는, 균열길이가 실제와는 다르게 나타날 수 있으며, 이것을 보정해주어야 한

다는 것이 여러 研究者들^(7, 8)의 견해이다.

試片 破단면에서 직접 균열길이를 측정하는 多試片法을 사용할 때에는, 正確한 균열길이를 측정할 수 있지만, 여러 개의 試片이 필요하고 컴퓨터를 이용한 해석에 어려움이 따르므로, 여러 면에서 불편하다.

純化線에 있어서도 ASTM의 試驗法에서는 $J=2\sigma_{0.2}\Delta a$ 로 되어 있지만, 실제로 이와 다르게 나타나며⁽⁹⁾, 이로인하여 J_{IC} 값에 誤差가 발생할 수 있다는 것이 여러 研究者들⁽¹⁰⁾에 의하여 보고된 바 있다.

이 밖에도 유효 데이터의 영역이나, 인성이 큰 材料, 또는 작은 試片을 사용한 試驗方法들에 대한 研究가 여러 研究者들의 주된 관심사가 되고 있다. 또한 형태가 다른 試片을 이용하는 방법⁽¹¹⁻¹⁴⁾, 균열길이의 測定方法을 달리하는 방법⁽¹⁵⁾, 균열길이의 측정없이 직접 J_{IC} 를 구하는 방법⁽¹⁶⁻¹⁸⁾ 등이 많은 研究者들에 의하여 研究되고 있다.

4. JSME의 J_{IC} 試驗法

4.1 R-곡선법

JSME의 J_{IC} 試驗法의 R-곡선법은 ASTM의 방법과 거의 동일하다. ASTM법과의 차이는 純化線을 실제 실험에 의하여 구하고, 回歸線을 그릴 때, 龜裂進展量이 1mm 이하인 데이터를 이용하여 직선으로 그린다는 점이다. JSME법에서는 純化線과 回歸線의 교점에서의 J-적분 값을 J_Q 값이라 하며, 그 J_Q 값이 試驗法上的 여러 조건들을 만족할 때 J_{IC} 가 된다.

이러한 JSME의 R-곡선법은 장치가 간단하며 측정 정밀도가 높아 신뢰성이 있으나, 여러 개의 試片이 필요하며, 純化線의 기울기를 구하기가 어렵다는 단점이 있다.

4.2 SZW법

JSME에 의하여 標準화된 多試片法에 의한 J_{IC} 決定方法으로 그 절차를 요약하면 다음과 같다.⁽³⁾

1) 둘, 또는 그 이상의 試片에 연성 찢어짐(ductile tearing)이 시작되기 전의 서로 다른 하중을 가하여

하중-변위 선도를 그리고, 하중-변위 선도의 아래 면적을 측정하여 J-적분 값을 계산한다.

2) 試片을 파단시켜 試片 破단면으로부터 SZW (stretch zone width)를 구한다.

3) J-SZW 데이터를 도시하여 純化線을 그린다.

4) 셋 이상의 동일한 試片에 과부하를 가한 후, 試片을 파괴시켜 SZW_c 를 구한다.

5) Fig.5와 같이 J-SZW_c의 데이터를 도시하여 純化線과의 교점에서 J_{IC} 를 결정한다.

SZW법은, 試片의 조건이 비교적 간단하나, 여러 개의 試片이 필요하며, 電子顯微鏡으로 SZW를 측정하여야 하고, SZW나 SZW_c 의 변동이 심하다는 단점이 있다.

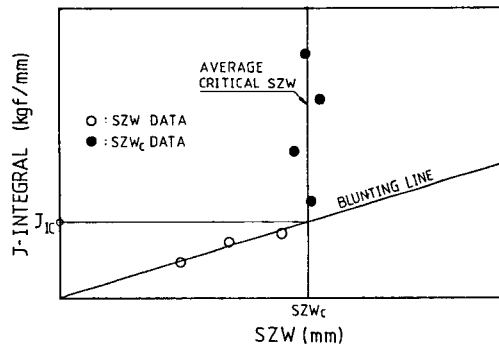


Fig.5 Determination of J_{IC} by JSME SZW Method

4.3 JSME의 單一 試片法

JSME의 J_{IC} 試驗法의 單一 試片法⁽³⁾에는 電位差法 그리고 音響放出法이 있다. 이들 방법은 試片에 荷重을 가할 때, 電位差나 超音波 또는 音響放出의 出力變化 特性으로부터 龜裂成長이 시작되는 점을 찾아, 그 때의 J를 J_{IC} 로 하는 방법이다.

이러한 單一 試片法은 하나의 試片을 이용하여 효율적으로 J_{IC} 를 결정할 수 있으며, 직접적으로 龜裂成長의 시작점을 검출할 수 있고, J_{IC} 값의 변동이 작다는 특징이 있다. 그러나 신호의 변화점의 불명확하며, 장치가 복잡하고 고가인 단점이 있다.

Table 1 Comparison of J_{IC} Test Methods of JSME and ASTM

Item	JSME S 001-1981	ASTM E 813-87
Applicable Multiple-Specimen Techniques	SZW Technique R-curve Technique	R-curve Technique
Applicable Single-Specimen Technique	Electric Potential, Acoustic Emission, Ultra Sonic Technique	Unloading Compliance Technique
Definition of J_{IC}	J Value at initiation of Crack Tearing	J Value at 0.2mm of Crack Tearing
Blunting Line	To be Determined Experimentally	$J = 2\delta_s \Delta a$
Location for Measurement of Δa	Mid-thickness Average at 3 Locations	Through-thickness Average at 9 Location
Limit of Δa	$\Delta a \leq 1.0\text{mm}$	Between 0.15 and 1.5mm Offset Lines of Blunting Line

4. 4 ASTM과 JSME의 J_{IC} 試驗法の 比較

JSME의 J_{IC} 試驗法과 ASTM의 J_{IC} 試驗法을 비교하면 Table 1과 같다.

ASTM의 J_{IC} 시험법은, JSME법에 비하여 正確度가 떨어질 수는 있으나, 컴퓨터를 이용한 實驗解析이 가능하므로 實用的인 장점이 있으며, 이러한 편리함 때문에 가장 널리 사용되고 있는 실정이다.

5. 기타 J_{IC} 試驗法

5. 1 직접 J_{IC} 를 구하는 법

J_{IC} 實驗解析을 할 때, 균열길이를 따로 측정하지 않고, 단지 하중-변위 선도의 데이터만으로 J_{IC} 값을 결정하는 방법이다.¹⁶⁻¹⁹⁾

J_{IC} 값은 하중-변위 선도의 아래 면적을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$J_{IC} = \frac{f(a/w)}{B(W-ac)} \int_0^{\sigma_c} \sigma_c P_c d \sigma_c \dots \dots \dots (11)$$

여기에서 B는 試片의 두께이고, W는 試片의 폭, a는 균열길이이며, f(a/w)는 試驗片 형상의 함수이다. 우변의 積分項은 하중-변위 선도의 면적으로, P는 하중, δ 는 변위이다.

J_{IC} 는 J- Δa 좌표상에서 J-저항곡선과 0.2mm 이동 純化線과의 교점에서 결정되므로, 이론해석에 의하여 P_c 와 σ_c 의 관계식을 얻을 수 있다. 수치해석에 의하여 P_c 와 σ_c 의 값을 구하여 식(11)에 대입함으로써 J_{IC} 를 구할 수 있다.

5. 2 간편법

간편법은 기존의 J_{IC} 試驗法이 너무 복잡하고 어려운 데 반하여, 正確度가 떨어지더라도 간편하고 손쉽게 J_{IC} 를 구하는 방법이다.⁽²⁰⁾ 이 방법은 延性破壞가 거의 일어나지 않을 경우에 적합하며, 劈開破壞가 일어나는 점에서의 J_{IC} 를 구할 경우에는, 균열길이의 측정없이 직접구할 수 있어 매우 효과적이다.

간편법으로 J_{IC} 를 구하는 절차는 다음과 같다.

1) 3점 굽힘 試驗片을 이용하며, 노치(notch)의 길이 a_n , 폭 W , 두께 B , 지지점간의 거리 S 일 때, 다음과 같은 試片을 준비한다.

$$a_n/W = 0.28, W = B, S/W = 4$$

2) 피로예비균열길이(fatigue pre-crack length)와 노치의 길이를 합한 길이가 a 일 때, $0.3 < a/w < 0.35$ 이 되도록 한다.

3) 하중과 개구부의 변위를 측정한다.

4) 다음 식에 의하여 劈開破壞 개시점에서의 J_{IC} 를 구한다.

$$J_c = 3P_f V_e/(BW) + 4.65 P_L V_p/(BW) \dots(12)$$

여기에서,

P_f : 彈性最大荷重

P_L : 塑性變形後의 最大荷重

V_e : 變位の 彈性成分

V_p : 變位の 塑性成分

5) 식(12)에서 제1항은 彈性成分이고, 제2항은 塑性成分이다. 劈開破壞時에 塑性成分에 의한 J 가 미소할 경우에는, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_c = 3 P_f V_f / (BW) \dots\dots\dots(13)$$

여기에서

P_f : 劈開破壞時의 最大荷重

V_f : 최종의 변위

간편법은 식(12)나, 식(13)에 의하여 간편하고 쉽게 J_c 를 구할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 延性材料에서 龜裂先端附近에 큰 塑性領域이 형성된 후에 파괴가 발생하는 경우에는 사용할 수 없고, 劈開破壞가 일어나는 경우에만 적용이 가능하며, 비교적 큰 오차를 포함할 수 있다는 단점이 있다.

5. 3 개선된 試驗法

ASTM의 多 試片法에서는, 試驗後 試片을 파단하여 균열길이를 측정한다. 이 때, 龜裂先端的 구별을 확실히 하기 위하여, 鐵鋼材料에서는 가열착색을 하지만, 非鐵金屬材料에서는 疲勞荷重에 의하여 龜裂先端的을 표시한다. 이 경우 龜裂先端的의 구별이 확

실하지 않다는 단점이 있다.

Beaver⁽²¹⁾는 알루미늄材料에 龜裂先端的을 표시하는 방법에 대하여 研究하였다. J_c 試驗을 할 때, 試驗을 마친 試片의 龜裂先端的에 액체 gallium을 가한 후, 밀폐하고 가열한다. 이 때, 액체 gallium에 의한 liquid metal embrittlement에 의하여 龜裂先端的이 표시되며, 이는 피로에 의한 방법보다 효과적으로 龜裂先端的을 표시할 수 있는 방법이라고 한다.

이 밖에 電位差法이나 音響放出法을 이용하여 J-R 곡선을 구한 후, J_c 解析을 하는 방법이 있으나, 아직 標準試驗法으로 공인받지는 못하고 있는 실정이다.

6. 결론

선형탄성과파괴인성치 K_{IC} 의 결정법인 ASTM의 E 399와 $K_{IC}-J_{IC}$ 의 관계에 대하여 검토하였다. 또, 탄소성과파괴인성치 J_{IC} 의 결정법인 ASTM의 J_{IC} 시험법에 대하여 검토하였으며, JSME의 시험법과도 비교하였다. 그 밖의 J_{IC} 시험법에 대하여도 고찰하였으며, JSME의 J_{IC} 시험법과 ASTM의 J_{IC} 시험법의 차이점을 비교하였다.

참 고 문 헌

- 1) "Standard Test Method for J_{IC} , A Measure of Fracture Toughness", ASTM E 813-81, Annual Book of ASTM Standards, 1983.
- 2) "Standard Test Method for J_{IC} , a Measure of Fracture Toughness", ASTM E 813-87, Annual Book of ASTM Standards, 1987.
- 3) "彈塑性破壞靱性 J_{IC} 試驗方法", JSME S 001-1981, 1981
- 4) J.A. Joyed and J.P. Gudas, "Computer Interactive J_{IC} Testing of Navy Alloys", ASTM STP 668, pp.451-468, 1979
- 5) W.A. Van Der Sluys and R.J. Futato, "Computer-Controlled Single Specimen J-Test", ASTM STP 803, Vol. 2, pp. 464-482, 1983

- 6) B. Voss and R.A. Mayville, "The Use of the Partial Unloading Compliance Method for the Determination of J-R Curve and J_{Ic} ", ASTM STP 856, pp. 177-130, 1985
- 7) R.J. Futato, J.D. Aadland, Q.A. Van Der Sluys and A.L. Lowe, "A Sensitivity Study of the Unloading Compliance Single Specimen J-test Technique", ASTM STP 856, pp.84-103, 1985
- 8) R.F. Smith and P. Doig, "Crack Length Measurement by Compliance in Fracture Toughness Testing", Experimental Mechanics, pp. 122-127, June 1986
- 9) O. Kolednic and H.P. Stuwe, "A Proposal for Estimating the Slope of the Blunting Curve", International Journal of Fracture, Vol.33, pp.R63-R66, 1987
- 10) O. Kolednic and H.P. Stuwe, "An Extensive Analysis of A J_{Ic} -Test", Engineering Fracture Mechanics, Vol.24, No.2, pp.277-290, 1986
- 11) A.L. Hiser and F.J. Loss, "Alternative Displacement Procedures for J-R Curve Determination", ASTM STP 856
- 12) B. Faucher and W.R. Tyson, "A Comparison of Crack Mouth Opening and Load Line Displacement for J-Integral Evaluation Using Bend Specimen", ASTM STP 856, pp.278-293, 1985
- 13) H. Kagawa, T. Fujita, T. Akiyama and N. Urabe, "Determination of J_{Ic} Values by the Double Clip-on Gage Compliance Method", ASTM STP 856, pp.294-307, 1985
- 14) J.D.G. Sumpter, " J_{Ic} Determination for Shallow Notch Welded Bend Specimens", Fatigue Fracture Engng Mater. Struct., Vol. 10, pp.479-493, 1987
- 15) Y. Nakai and R.P. Wei, "Measurement of Short Crack Length by and A.C. Potential Drop Method", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 32, No. 4, pp.581-589, 1989
- 16) J.A. Joyce, H. Ernst and P.C. Paris, "Direct Evaluation of J-Resistance Curves from Load Displacement Records", ASTM STP 700, pp.222-226, 1980
- 17) I.H. Lin and A.R. Rosenfield, "Key Curve Analysis of Crack Growth Resistance Curve", International Journal of Fracture, Vol.20, pp.103-115, 1982
- 18) W.R. Andrew, "Determining Crack Extension Using a Displacement Based Key-Curve Method", ASTM STP 856, pp.308-321, 1985
- 19) H. Ernst, P.C. Paris, M. Rossow and J.W. Hutchinson, "Analysis of Load-Displacement Relationship to Determine J-R Curve and Tearing Instability Material Properties", ASTM STP 677, pp.581-599, 1979
- 20) J.D.G. Sumpter, "A Quick Method for J_{Ic} Determination", Engineering Fracture Mechanics, Vol.33, No.1, pp. 153-155, 1989
- 21) P.W. Beaver, "J-Integral Testing of Aluminum Alloys: A New Technique for Marking Crack Fronts", JTEVA, Vol. 15, No.6, pp.350-354, 1987