

CT형 변후보강재의 최적 설계
Optimum Design of the CT Type Plate with Varing Thickness

석 창 성* 최 용 식**
C. S. Seok Y. S. Choy

ABSTRACT

Fail-safe design of machine elements or structural members is very aim of the whole mankind. Fracture occurs generally from cracks that exist originally or produced from flaws. The most important job we have to do is to make stopping or decreasing the crack growth rate.

For fail-safe design variable thickness plates have been used as structural members in practical engineering services. In this paper, optimum design of CT type plate with varing thickness is studied with the theoretical analysis. The theoretical analysis was based on the stress concentration and nominal stress analysis. From the study, the optimum design curve was determined for use of designing of such structures using the computer analysis program of optimum design.

Key Words

파괴(Fracture), 균열(Crack), 응력(Stress), 변후판재(Plate with Varing Thickness), 최적설계(Optimum Disign), 설계곡선(Design Curve)

*正會員 : 성균관대학교 기계공학과

**正會員 : 성균관대학교 기계공학과

1. 서론

기계 구조물의 파괴사례에 의하면, 대부분의 경우 각종 결함으로부터 파생된 피로균열이 성장하여 파괴에 이르는 것으로 되어 있다¹. 이러한 균열의 성장을 둔화시키거나 정지시키는 일은, 기계 구조물의 수명연장이나 피로로 인한 사고를 사전에 예방할 수 있어, 많은 공학자들의 관심사가 되고 있다²⁻⁵.

기계 구조물의 설계시 균열의 발생이나 진전이 관찰된 후에 파괴에 이르도록 설계를 한다면, 기계 구조물의 파괴로 인한 산업재해를 사전에 예방할 수 있을 것이다. 이러한 설계의 방법중의 하나가 구조물의 두께를 변화시키는 방법이다. 이는 두께가 얇은 부분에서 발생한 균열이 두께가 두꺼운 부분과의 경계(이하 변후부)를 통과할 때까지는 그 진전이 느리도록 하여, 균열의 감지와 사전안전조치를 가능하게 하기 위한 것이다. 두께가 일정한 판재(이하 균후재)에서 균열이 발견되었을 때, 그 균열의 진전을 둔화 또는 정지시키기 위하여 균열선단의 앞부분을 보강재로 보강할 수 있을 것이다. 이러한 보강에 대한 기초적인 연구로 균열선단 앞부분의 두께를 두껍게 하는 변후재에 대한 연구가 여러 연구자들에 의하여 행하여져 왔다⁶⁻⁸.

본 연구에서도 이러한 균열의 진전을 둔화시키기 위한 보강방법에 대한 기초적인 연구로, 균열선단 앞부분의 두께를 두껍게 하는 변후재에 대한 고찰을 하고자 하며, 그 최적설계⁹⁻¹¹에 대한 연구를 하고자 한다. CT형 판재에서 두께의 변화로 균열의 진전을 둔화시킬 때, 어느 부분의 두께를 어떻게 변화시켜야 효과적인지에 대한 이론적인 해석을 통하여 가장 적절하게 보강하는 방법을 제시하고자 한다.

2. 해석 모델

기계 구조물에 균열이 존재할 때, 이 균열의

진전을 방지하거나 둔화시키는 것은 설계 및 보수에 있어서 매우 중요한 일이다. 그러나 실 구조물에서의 파괴거동을 엄밀히 해석하는 것은 매우 어려운 일이며, 이를 위하여 복잡한 하중조건과 구속조건들을 단순화 하여야 한다. 본 연구에서는 이러한 해석을 위한 기초적인 연구로 다단 변후재에 대하여 연구하였으며, 변후재를 Fig. 1과 같은 균열길이가 a 인 부재에 균열이 없는 b 부분을 보강한 것으로 생각하였다. 보강의 방법에는 용접 집착등 여러 방법이 있었으나, 해석의

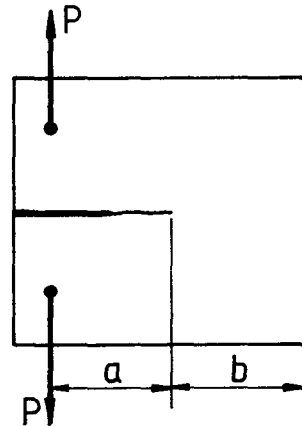


Fig.1 Cracked plate of uniform thickness

편리함을 위하여, 균열이 없는 부분의 두께를 변화시켜 보강하는 방법, 즉 변후보강법에 대하여서만 고찰하였다.

균열이 없는 부분의 두께를 크게 함으로서 균열진전을 둔화시킬 수 있을 것이며¹², 그 방법으로는 Fig.2와 같이 균일하게 보강하는 방법과 Fig.3과 같이 다단으로 보강하는 방법이 있을 것이다. 균열이 있는 폭 W 와 균열이 없는 보강부분의 폭 W_0 , 두께 t 가 같은 경우 보강부분의 체적이 같다면, Fig.2 보다는 Fig.3과 같이 다단으로

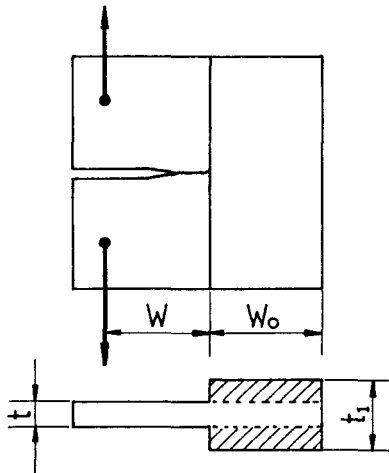


Fig.2 Reinforcement with uniform thickness

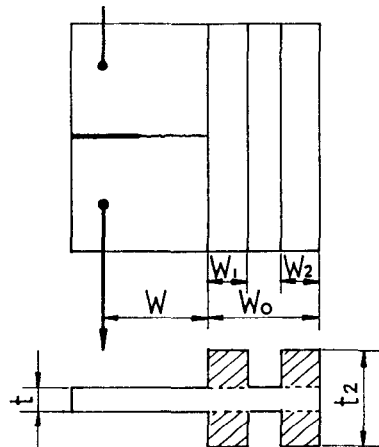


Fig.3 Reinforcement with various thickness

보강하는 것이 효과적인 것이다. Fig.3과 같이 단으로 할 경우에도 두께 t의 크기가 크면 효과적인 것이나 다른 부재와의 간섭등으로 인하여 t가 제한된 경우가 많은 것이다. 이러한 경우, 보

강부분의 체적이 같고 보강부의 두께 t가 정해질 때에는 W_1 과 W_2 의 최적값을 구하여야 한다.

3. 응력해석에 의한 최적설계

3.1 응력 해석

일반적으로 단면적이 급변하는 부분에는 응력이 집중된다. 이 때 응력 σ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다¹²⁻¹³.

$$\sigma = K \sigma_n \dots\dots\dots (1)$$

여기에서

K : 응력집중계수

σ_n : 공칭응력

응력집중계수 K 는 단면형상의 변화나 노치(notch)반경에 영향을 받는다¹²⁻¹³.

본 연구에서 해석하고자 하는 모델은 Fig.3과 같은 다단 변후재이며, W_1 과 W_2 를 제외한 모든 치수가 같다. 노치의 반경과 두께비 t/r 가 응력집중계수에 큰 영향을 미치므로 노치의 반경과 두께비가 같고, W_1 과 W_2 의 변화가 미소하다면 응력집중계수는 거의 비슷할 것이다. 즉 다른 조건이 같고 W_1 과 W_2 의 변화가 미소하다면, 응력집중계수 K 는 일정할 것이다. 이 경우 균열선단의 실응력 σ 와 균열선단의 공칭응력 σ_n 은 서로 비례한다.

$$\sigma \propto \sigma_n \dots\dots\dots (2)$$

공칭응력 σ_n 이 최소이면 실응력 σ 도 최소가 되므로 공칭응력해석에 의하여서도 최적보강설계를 할 수 있을 것이다.

Fig.3과 같은 부재에 하중 P 가 작용할 때, 균열이 있는 면에서의 공칭응력은 Fig.4와 같다. 이 때 균열선단의 공칭응력을 σ_n 이라 하고 힘의

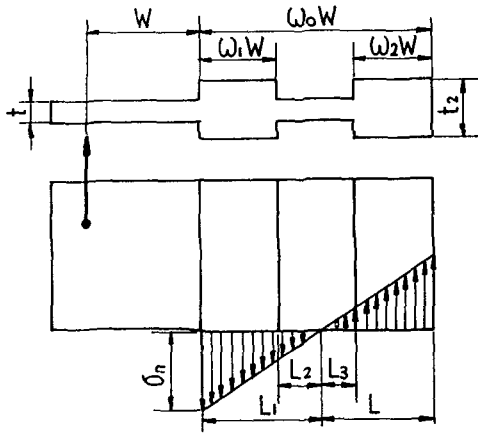


Fig.4 Nominal stress distribution of various thickness plate

평형과 모우멘트의 평형조건을 구하면 다음과 같다.

힘의 평형조건에서

$$\frac{2P}{\sigma_{nt}} [\omega_0 W \cdot L] = \beta [(\omega_0 W \cdot L)^2 \cdot L^2] - (\beta \cdot 1) [W(\omega_0 \omega_1) L^2 + L \cdot \omega_2 W^2]$$

$$\frac{2P}{\sigma_{nt}} L = \beta (L_1^2 \cdot L^2) - (\beta \cdot 1)(L_2^2 \cdot L^2) \dots \dots \dots (3)$$

여기에서

$$\omega_0 = W_0 / W$$

$$L_1 = \omega_0 \cdot W \cdot L$$

$$L_2 = (\omega_0 - \omega_1) \cdot W \cdot L$$

$$L_3 = L \cdot \omega_2 \cdot W$$

모우멘트 평형조건에서

$$\frac{3P}{\sigma_{nt}} [W(1 + \omega_0) \cdot L] [\omega_0 \cdot W \cdot L]$$

$$= \beta [(\omega_0 \cdot W \cdot L)^2 + L^2] - (\beta \cdot 1) [(\omega_0 \cdot \omega_1) \cdot W \cdot L^2 + (L \cdot \omega_2 \cdot W)^2]$$

$$\frac{3P}{\sigma_{nt}} [W + L_1] L_1 = \beta [L_1^2 + L^2] - (\beta \cdot 1)(L_2^2 + L_3^2) \dots \dots \dots (4)$$

C점에서 이 단면의 단면 2차 모우멘트 I_c는

$$I_c = \frac{t}{3} [\beta (L_1^2 + L^2) - (\beta \cdot 1)(L_2^2 + L_3^2)] \dots \dots \dots (5)$$

따라서 식(4)를 식(5)의 단면 2차 모우멘트로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_n = \frac{P(W + L_1)L_1}{I_c} \dots \dots \dots (6)$$

식(4) 또는 식(5), (6)에서, L을 알면 주어진 부재에서의 공칭응력 σ_n을 구할 수 있다.

식(3), (4)에서 하중 P, 공칭응력 σ_n, 두께 t를 소거하여 정리하면 다음과 같다.

$$M = 0 \dots \dots \dots (7)$$

여기에서

$$M = 3(W + L_1) \{ \beta (L_1^2 + L^2) - (\beta \cdot 1)(L_2^2 + L_3^2) \} - 2 \{ \beta (L_1^2 + L^2) - (\beta \cdot 1)(L_2^2 + L_3^2) \}$$

식(7)에서 M은 L을 구하기 위하여 정의한 함수이며, L은 W, ω₀, ω₁, ω₂, β의 함수이다. 단순 변후재에서의 두께비 t₁/t를 β₀라 할 때, 이와 같은 단면적을 갖는 다단 변후재에서도 β₀를 정의할 수 있다. β₀는 보강부분의 단면적의 비이며 다음과 같다.

$$\beta_0 = \frac{\text{변후재의 단면적}}{\text{균후재의 단면적}} = \frac{\text{보강후의 단면적}}{\text{보강전의 단면적}}$$

$$= \frac{(\omega_1 + \omega_2)(\beta - 1) + \omega_0}{\omega_0}$$

이를 정리하면

$$\omega_1 = \frac{\omega_0(\beta_0 - 1)}{\beta - 1} - \omega_2 \dots \dots \dots (8)$$

식(8)의 ω_1 을 식(7)에 대입하면 식(7)의 L은 $W, \omega, \omega, \beta, \beta$ 의 함수가 된다.

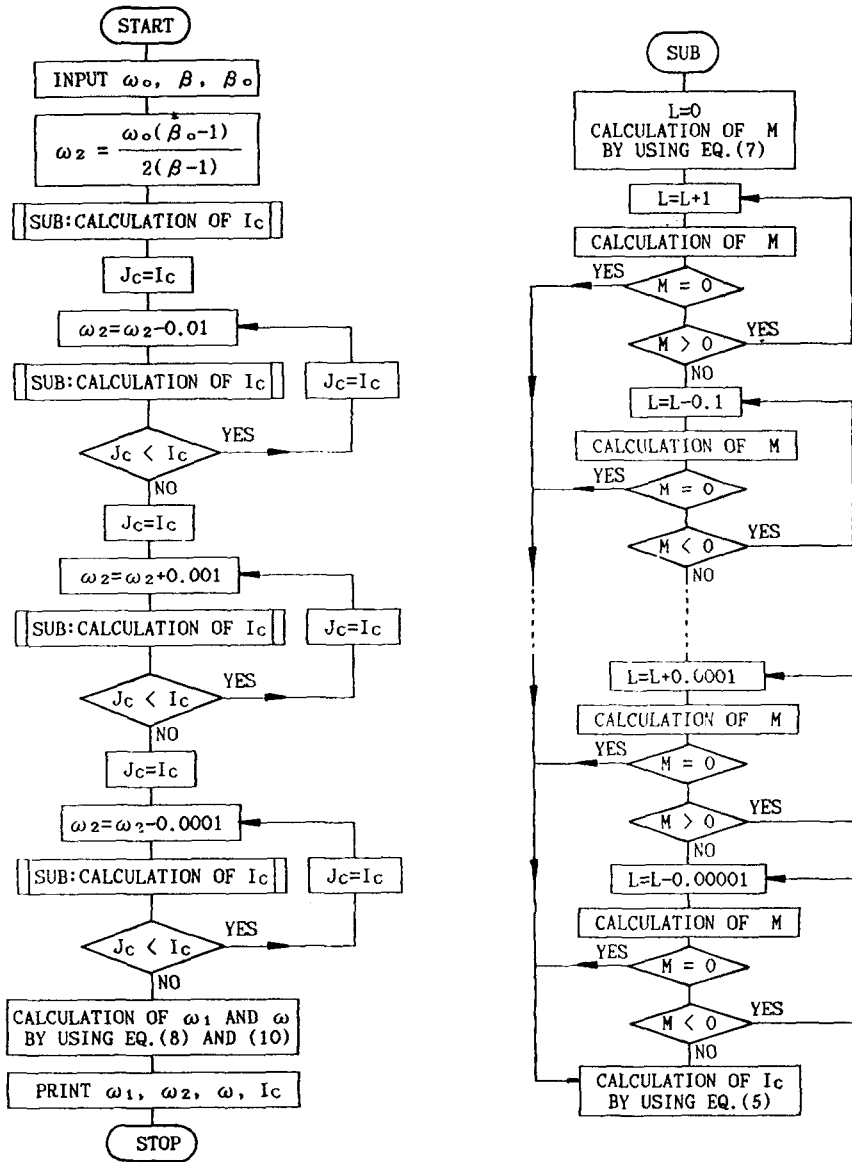


Fig.5 Flow chart for the optimum design of the plate with varying thickness

$$L = f(W, \omega_1, \omega_2, \beta, \beta_0) \dots\dots\dots (9)$$

시편의 치수 및 형상(W, ω_1 , ω_2 , β , β_0)이 정해지면 식(7)에 의하여 시편 뒷면에서 응력이 영(zero)이 되는 C점 까지의 거리 L을 구할 수 있다. L이 구해지면 식(5), (6)에서 균열선단의 공칭응력 σ_c 을 구할 수 있다.

ω_1 , β , β_0 가 일정할 때에는, ω_1 , ω_2 의 변화에 따라 σ_c 이 변한다. 본 연구에서는 응력 σ 또는 공칭응력 σ_c 이 최소가 되는 ω_1 , ω_2 값을 구하고자 한다. ω_1 , 과 ω_2 는 식(8)과 같은 관계가 있으므로, 다음과 같이 정의된 ω 를 구함으로써 ω_1 , 과 ω_2 를 구할 수 있다.

$$\omega = \frac{W_2}{W_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \dots\dots\dots (10)$$

최적설계가 되는 식(10)의 ω 가 구해질 경우, 식(8)과 (10)에서 다음과 같이 ω_1 과 ω_2 값을 구할 수 있다.

$$\omega_1 = \frac{\omega_0(\beta-1)}{(\beta-1)(1+\omega)} \dots\dots\dots (11)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_0 \omega(\beta-1)}{(\beta-1)(1+\omega)} \dots\dots\dots (12)$$

3.2 최적 설계

Fig.3과 같은 단단 변후보강재에서 보강하고자 하는 부재의 판폭비 ω_0 , 보강비 β_0 및 허용 최대 두께비 β 가 정해질 때, $\omega (= \omega_2/\omega_1 = W_2/W_1)$ 값에 따라 균열 선단의 응력이 변화된다. 어떤 응력 상태가 되는 비용이 최소이거나, 같은 비용으로 설계할 때 응력이 최소이면 최적설계라 할 수 있다¹⁴⁾. 본 연구에서는 동일 재료, 동일 가공비일 때 응력이 최소가 되는 ω_1 과 ω_2 를 구하고자 한다. 식(2)에서 응력 σ 는 공칭응력 σ_c 과 비례하며, 식(6)에서 공칭응력은 단면 2차 보

우멘트 I에 반비례 한다. 따라서 식(5)의 I가 최대일 때 균열선단의 응력은 최소가 된다.

응력이 최소가 되는 ω 는 구하는 컴퓨터 프로그램의 흐름도는 Fig.5와 같다. Fig.5에서 보는 바와 같이 L값의 오차는

0.00001mm이하로 하여 구하였으며, 최적치를 구할 때 ω_2 값의 오차는 0.0001 이하로 하였다. 보강하고자 하는 부재의 균열의 크기와 균열이 없는 부분의 폭에서 ω_0 를 구하고 보강하고자 하는 비율 β_0 와 최대 보강두께 β 가 정해지면 최적 보강시의 ω 가 이 컴퓨터 프로그램에 의하여 정해진다. 이 ω 를 식(11), (12)에 대입하면 최적보강의 ω_1 과 ω_2 를 구할 수 있다.

3.3 최적 설계 곡선

3.2절의 컴퓨터 프로그램에 의하여, ω_0 가 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5일때, β_0 를 2, 3, 4, 6, 8, 10으로 변화시키며 각각에 대하여 β 를 변화시켜 최적치를 구하였으며, 그 결과를 Table 1에 나타내었다. Table 1에 나타난 결과를 이용하여 β 와 ω 의 변화에 따른 최적 설계곡선을 그렸으며, 그 설계곡선은 Fig.6-Fig.11과 같다.

3.4 해석 결과 고찰

Fig.6-Fig.11의 최적 설계곡선은 보강비 β_0 와 균열이 없는 부분의 판폭비 ω_0 가 정해질 때 허용 두께비에 따른 최적 보강폭비 $\omega (=W_2/W_1)$ 를 나타낸 곡선이다. 이들 설계 곡선에서는 허용 두께비 β 의 증가에 따라 ω 가 감소하는 경향을 보인다. 이 때 ω 의 감소율은 보강비 β_0 가 작을수록 크며, 판폭비 ω_0 가 클수록 크게 나타났다. 최적 보강폭비 ω 는 $\beta_0=10$, $\omega_0=3$ 이하의 범위 내에서는 0.8이상, β_0 가 클 경우에는 0.9이상으로 나타났다으며, 모든 경우에 있어서 1 미만으로 나타났다.

Table 1 Result of the computer analysis of optimum design

β	$\beta - \beta_{cr}$	ω	RATIO OF WIDTH $\omega (= \omega_1, \omega_2)$					
			0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
2	1		.9936	.9818	.9634	.9455	.9284	.9130
	2		.9920	.9720	.9486	.9220	.8985	.8790
	3		.9904	.9670	.9380	.9062	.8791	.8596
	4		.9881	.9627	.9293	.8948	.8671	.8394
	5		.9873	.9592	.9246	.8882	.8579	.8268
3	1		.9956	.9873	.9747	.9590	.9453	.9339
	2		.9936	.9794	.9598	.9433	.9252	.9082
	3		.9920	.9753	.9512	.9286	.9066	.8889
	4		.9920	.9720	.9433	.9175	.8942	.8723
	5		.9908	.9675	.9395	.9090	.8842	.8599
4	1		.9957	.9878	.9765	.9654	.9525	.9428
	2		.9947	.9828	.9681	.9522	.9362	.9229
	3		.9936	.9786	.9608	.9406	.9228	.9055
	4		.9918	.9752	.9530	.9312	.9101	.8929
	5		.9904	.9726	.9470	.9231	.9001	.8797
6	1		.9978	.9901	.9804	.9701	.9591	.9499
	2		.9958	.9870	.9738	.9632	.9494	.9372
	3		.9955	.9841	.9687	.9522	.9386	.9245
	4		.9944	.9816	.9634	.9459	.9290	.9140
	5		.9936	.9786	.9592	.9402	.9219	.9050
8	1		.9995	.9927	.9829	.9725	.9626	.9543
	2		.9975	.9893	.9778	.9672	.9551	.9436
	3		.9954	.9869	.9729	.9597	.9464	.9350
	4		.9951	.9858	.9684	.9541	.9396	.9253
	5		.9954	.9819	.9645	.9471	.9325	.9184
10	2		.9976	.9893	.9808	.9676	.9578	.9486
	4		.9957	.9865	.9733	.9589	.9448	.9334
	6		.9947	.9828	.9659	.9496	.9340	.9196
	8		.9947	.9798	.9612	.9402	.9248	.9079
	10		.9929	.9763	.9545	.9335	.9137	.8966

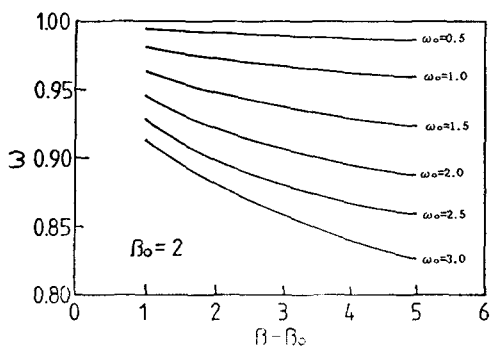


Fig.6 Optimum design curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=2$

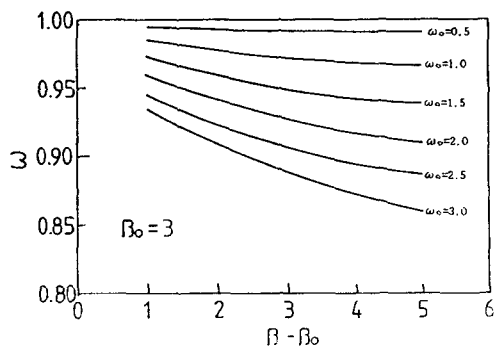


Fig.7 Optimum design curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=3$

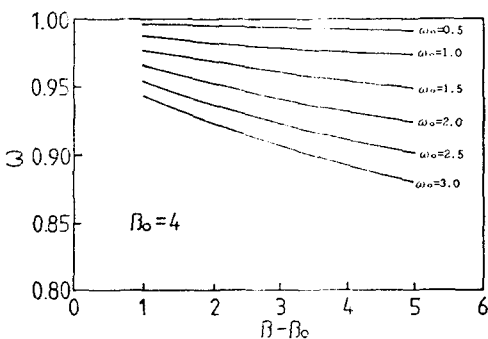


Fig.8 Optimum design curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=4$

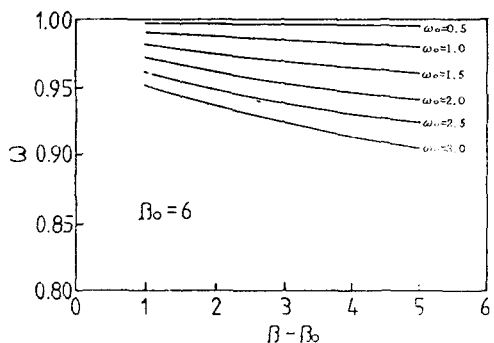


Fig.9 Optimum design curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=6$

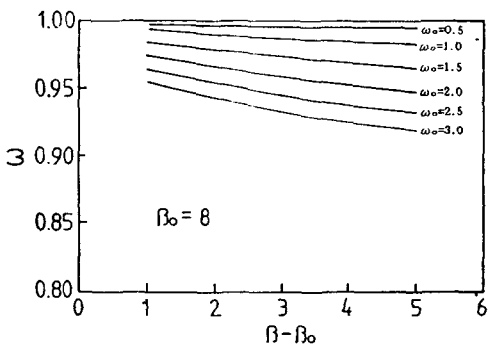


Fig.10 Optimum design Curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=8$

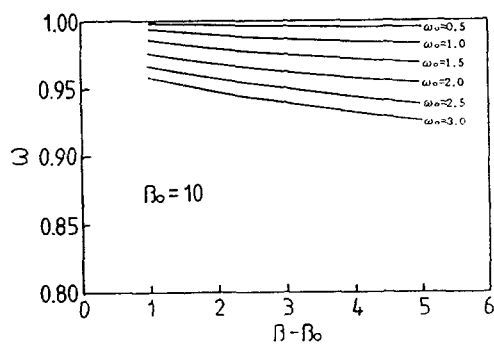


Fig.11 Optimum design curve for CT type various thickness plate at $\beta_0=10$

4. 결론

균열이 있는 판재에 대한 최적 보강 설계를 위하여 균열전단의 응력해석을 하였으며, 그 결과를 최적보강 설계곡선으로 나타내었다. 최적보강 설계곡선은 Fig.6-Fig.11과 같으며, 보강폭비 ω ($=W_1/W_0$)는 0.8-1.0으로 나타났다. 지속적인 연구를 통한 응력이나 응력확대계수에 대한 정량적인 해석이 필요하며, 보강방법, 가공비 등을 포함한 최적치가 구하여지면 더욱 효과적일 것이다.

참고문헌

1. 中村 廣 外3, "機械の 疲勞壽命設計", pp.1-26, 1983
2. H. Kitagawa, S. Toyohira and K. I. Ikida. "A New Method of Arresting Fatigue Crack Growth by Artificial Wedge". Proceedings of Int. Con. on F.M. in Engineering Application. pp.281-293. India. Mar., 1979
3. 崔鎔湜. "Crack Arrest에 관한 基礎的 研究 (1)", 成大科學技術研究, Vol. 10, pp.63-71, 1982
4. 崔鎔湜. "Crack Arrest에 관한 基礎的 研究 (2)", 成大科學技術研究, Vol. 11, pp.45-52, 1983
5. 崔鎔湜, "Crack Arrest에 관한 基礎的 研究 (3)", 成大論文集(自然界), Vol. 34, No.2, pp.265-273, 1983
6. M. Isida. "On the Determination of Stress Intensity Factors for Some Common Structural Problems". Engng F.M. Vol.2, pp.61-79, 1970
7. M. M. Ratwani and H. P. Kan. "Analysis and Growth of Cracks in Skins with Variable Thickness". ASTM STP 833, pp.44-56, 1984
8. W. H. Yang, H. Houssny-Eman and M. N. Bassim. "An Experimental K-analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plastic Thickness Varies Discontinuously". Engng F.M., Vol. 19, No.2, pp.295-303, 1984
9. M. Baruch. "Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests". AIAA journal, Vol. 16, No. 11, pp. 1208-1210, 1978
10. J. C. Hombuckle, G. E. Nevill and W. H. Boykin. "Structural Optimization Using the Finite Element Method Applied to a Beam".