

## 表層密度噴流의 三次元 數值解析 Three-Dimensional Numerical Analysis of Surface Buoyant Jets

許 再 寧\*  
Jae Yeong Huh\*

**要 旨** : 河口流出流의 流動特性을 調査하기 위한 目的으로 三次元 表層密度 噴流에 관한 自由水表面을 갖는 數值모델을 開發하였다. 亂流剪斷應力 및 亂流浮力 流束은 渦動粘性 및 渦動擴散의 項으로 表現되었다. 放流水와 周圍水와의 密度差에 起因하는 成層安定效果는 經驗公式에 의해 考慮되었다. 既發表되어 있는 많은 實驗結果와 本 모델에 의한 計算結果와의 比較로부터 本 모델의 受當性을 確認하고 最適한 成層化 函數를 確定하였다. 表層密度噴流의 三次元的인 舉動特性을 調査하고, 密度 Froude數, 放流口의 形狀比 및 水表面의 變動이 流動에 미치는 影響에 대하여 討議하였다.

**Abstract** □ A three-dimensional numerical model with free water surface was established to investigate flow characteristics of surface buoyant jets and river plumes. Turbulent shear stresses and turbulent buoyancy fluxes were expressed in terms of the eddy viscosities and diffusivities. Stable stratification effects due to density difference between discharged water and receiving ambient water were taken into with empirical formulae. Through a comparison of numerical results with published experimental data the validity of the model was shown and the optimal stratification functions was determined. The three-dimensional spreading characteristics were examined and the effects of inlet densimetric Froude number, inlet aspect ratio and water surface elevation on the flow development were discussed.

### 1. 序 論

表層密度噴流은 河口流出流와 같이 가벼운 流體가 무거운 流體塊의 表面에 放流될 때에 形成된다. 海域에 있어서의 代表的인 例로서는 發電所로부터의 加熱된 冷却水나 産業施設로부터의 各種 處理水의 放流를 들 수 있다.

靜止水域에 流入하는 表層密度噴流은 그 三次元的인 構造에 의해 特徵지워 지는데, 그것은 주로 放流된 가벼운 流體와 무거운 周圍流體와의 密度差에 起因하는 壓力傾斜와 成層安定效果에 의해 支配된다. 특히, 表層密度噴流 特有的인 自由水表面의 變動은 物理實驗이나 現地觀測에서는 測定될 수 없을 程度로 微小하지만, 그 傾斜는 壓力傾斜에 直接的으로 影響을 미쳐서 放流水의 水平方向의 퍼짐을 顯著하게 變化시킨다. 또한, 成層安定效果는 流體의 鉛直方向의 移

動 및 鉛直方向의 亂流混合을 抑制하고 水平方向의 퍼짐을 間接的으로 促進한다. 따라서, 水表面의 變動의 取扱 및 運動量, 質量 혹은 熱의 鉛直方向의 亂流輸送의 正確한 評價가 數值모델의 開發에 있어서 가장 重要한 課題로 된다.

表層에 放流되는 密度噴流의 流動은 運動量 卓越領域, 遷移領域 및 浮力 卓越領域의 세 領域으로 나뉘어진다. 運動량이 卓越한 初期領域에서는 充分히 發達한 亂流狀態이고 흐름은 自己保存的이다. 流下와 더불어 浮力の 影響이 강하게 되어 鉛直方向의 亂流의 作用이 抑制되면 自己相似性은 더 이상 成立하지 않게 된다. 이러한 領域에서는 自己相似의 假定이 崩壞하여 Stolzenbach and Harlemann(1973)의 研究로 代表되는 積分모델은 그 有效性을 喪失한다. 한편, 水理實驗의 경우에는 溫度變動場 혹은 密度變動場에서의 物理量의 微小한 變動을 精度높게 測定하기 困難하

\*大田大學校 土木工學科(Department of Civil Engineering, Taejon University, Taejon, 300-716, Korea)

므로 水理實驗도 技術的으로 制限을 받게 된다.

近年에 들어 電算機의 大容量化 및 高速化에 따라 三次元流動의 數值計算도 可能하게 되었다. 渦動粘性의 概念을 利用한 表層密度噴流에 관한 數值모델은 Waldrop and Farmer(1974), Paul and Lick(1974), 岩佐·井上·劉·阿部(1983), 崔(1989) 등에 의해 研究되어 왔다. 이들중 얼마간은 數值計算上의 安定性의 理由로부터 自由水表面을 rigid lid로서 取扱하고 있다. 한편, Nakatsuji, Huh and Kurita(1987)는 自由水表面을 갖는 數值모델을 開發하여 河口流出流의 舉動의 豫測에 成功하고 있다.

本 研究에서는 河口流出流의 舉動을 調査하기 위한 目的으로 自由水表面을 갖는, 渦動粘性의 概念에 根據한 三次元 數值모델을 樹立하고, 이 모델로부터 表層密度噴流의 舉動特性에 대해 檢討한다. 특히, 表層密度噴流는 密度 Froude 수 및 放流口의 形狀比에 따라서 다른 流動特性을 나타내므로 이들의 影響에 대해서도 檢討하였다.

## 2. 流體運動의 基礎方程式

### 2.1 基礎方程式

表層密度噴流의 流動을 支配하는 基礎方程式은 靜水壓近似와 Boussinesq 近似를 導入하고 非壓縮性 流體의 狀態方程式中的 密度變化가 物質濃도에 의해 나타내어진다고 假定하면 質量, 運動量 및 scalar 量의 保存法則에 의해 다음 式과 같이 記述된다.

連續方程式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_x \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial U}{\partial y}) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_z \frac{\partial U}{\partial z}) \end{aligned} \quad (2)$$

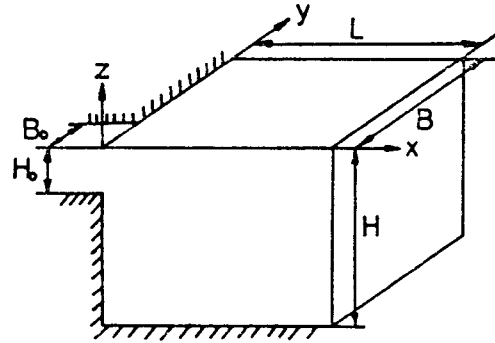


Fig. 1. Coordinate system and boundaries.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_x \frac{\partial V}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial V}{\partial y}) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon_z \frac{\partial V}{\partial z}) \end{aligned} \quad (3)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

擴散方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N}{\partial t} + U \frac{\partial N}{\partial x} + V \frac{\partial N}{\partial y} + W \frac{\partial N}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\Gamma_x \frac{\partial N}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\Gamma_y \frac{\partial N}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\Gamma_z \frac{\partial N}{\partial z}) \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 座標系는 放流口의 中心軸上의 平均水面에 原點을 취하고 流下方向에 x 軸, 水平方向에 y 軸, 鉛直上向으로 z 軸을 취한다(Fig. 1). U, V, W는 各各 流速벡터의 x, y, z 軸方向成分, p는 壓力, ρ는 密度, ρ<sub>a</sub>는 基準密度, Δρ=ρ<sub>a</sub>-ρ는 密度偏差, N=gΔρ/ρ<sub>a</sub>, g는 重力加速度이다. ε<sub>x</sub>, ε<sub>y</sub>, ε<sub>z</sub>는 各各 x, y, z方向의 渦動粘性係數, Γ<sub>x</sub>, Γ<sub>y</sub>, Γ<sub>z</sub>는 各各 x, y, z方向의 渦動擴散係數이다. 境界條件 등은 Nakatsuji, Huh and Kurita(1987)와 Murota, Nakatsuji and Huh(1988)에 詳述되어 있으므로 本稿에서는 再述치 않는다.

### 2.2 三次元 數值모델의 概要

數值모델은 非定常의 三次元, 亂流, 非壓縮性 흐름

의 方程式과 密度偏差의 輸送方程式을 有限差分化함으로 構成된다. 差分方程式은 式 (1)~(5)를 各 control volume에 對해 積分한 式을 離散化해서 求한다. Sub-grid scale의 運動은 渦動粘性係數과 擴散係數를 利用하여, 이것과 平均量의 局所의 傾斜와의 곱으로 나타내어진다. 이 모델에서는 靜水壓近似가 使用되어 鉛直方向 運動方程式에서는 重力項과 鉛直方向의 壓力傾事項만이 考慮되고 있으므로 鉛直方向의 運動을 規定하는 方程式이 없다. 따라서 鉛直方向의 流速成分 W는 底面으로부터 水表面까지 各 control volume에서의 質量保存에 의해 計算된다. 또한, 水表面에 있어서는 自由水表面의 境界條件이 近似的으로 使用된다. 그 結果, 自由水表面의 變化에는 W의 計算에서 發生한 誤差가 累積될 可能性이 있다. 이것은 計算에 있어서의 不必要한 振動과 不安定의 發生原因이 될 수 있다. 이러한 弱點을 除去하기 위해 同一 鉛直線상에 있는 control volume으로 構成되는 各 鉛直기둥의 最上端의 control volume을 서로 連結하여 implicit法에 의해 水表面의 變位를 求하였다.

時間差分은 二段階 leap-frog法, 空間差分은 中心差分을 使用하여 近似한다. 移流項의 差分으로서는 一般的으로 風上(upwind)差分이 使用되고 있고, 物理現象에 合致되는 現實的인 解를 주지만, 擴散成分과 移流成分과의 比가 큰 경우에는 擴散을 過大評價하는 傾向이 있다. 따라서, 本 研究에서는 移流項과 擴散項의 差分에 Spalding(1972)에 의해 開發된 hybrid法을 導入한다. 時間方向의 解法은 初期值問題로서 풀리워지는 explicit法이다.

### 3. 成層條件下에서의 鉛直方向 亂流 輸送係數의 檢證을 위한 數值計算

#### 3.1 鉛直方向 亂流輸送係數

放流水束이 流下하여 運動量流速에 比해 浮力流速이 優勢해지면 流出流의 流動은 噴流的인 流動으로부터 成層密度流의인 流動으로 遷移한다. 이러한 現象은 密度差에 起因하는 浮력에 의한 亂流運動의 抑制, 즉 成層安定效果로서 說明된다. 放出流의 流動이 成層密度流로 移行하는 경우, 放流水束은 鉛直方向의 퍼짐이 抑制되고 水平方向의 퍼짐이 크게된다. 成層化에 의한 亂流運動의 抑制는 渦動粘性의 概念에 根

據한 數值모델에 있어서는 鉛直方向 渦動粘性·擴散係數의 減少로서 表現된다.

보다 高次의 亂流모델(例를 들어 k-ε모델)에서는 輸送되는 物理量으로부터 亂流係數를 直接的으로 決定하고 있으나(許, 崔, 姜, 1991), O- 方程式모델에서는 成層條件下에서의 亂流輸送係數의 評價에 關하여 普遍的으로 認定되어 있는 것은 없다. 數值모델에서는 鉛直方向 亂流輸送係數를 經驗的인 方法에 依存하여 決定하고 있는 경우가 많다. 따라서 數值實驗에 있어서 鉛直方向의 亂流輸送係數의 決定 및 成層效果의 考慮方法은 대단히 重要한 課題이다.

成層化된 境界層에 있어서의 亂流混合係數에 關한 많은 經驗式이 渦動粘性係數 혹은 混合距離에 關聯하여 提案되어 있다. 그들은 一般的으로 다음과 같이 定義되는 傾斜型 Richardson 數의 函數로 나타내어져 있다.

$$Ri = - \frac{g(\partial\rho/\partial z)}{\rho(\partial U/\partial z)^2} \quad (6)$$

成層條件下에서의 渦動粘性·擴散係數에 關한 가장 一般的인 函數形은 Rossby and Montgomery(1935) 및 Munk and Anderson(1948)에 의해 提案되었다.

$$\text{運動量輸送에 對해 } \epsilon_z/\epsilon_{z0} = (1 + \beta_1 Ri)^{\alpha_1} \quad (7)$$

$$\text{Scalar 量의 輸送에 對해 } \Gamma_z/\epsilon_{z0} = (1 + \beta_2 Ri)^{\alpha_2} \quad (8)$$

여기서  $\epsilon_{z0}$ 는 均質의 非成層흐름(中立安定場)의 鉛直方向의 渦動粘性係數이다.

이들의 係數는 實驗室實驗이나 現場觀測으로부터 많은 研究者에 의해 提案되어져 있다. Rossby and Montgomery(1935)는  $\alpha_1 = -1/2$ 을 提案하고 있다. 또한, Munk and Anderson(1945)은  $\beta_1 = 3$ ,  $\beta_2 = 10$ ,  $\alpha_1 = -1/2$ ,  $\alpha_2 = -3/2$ , Webb(1970)는  $\beta_1 = \beta_2 = 5.2$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = -1$ , 植田 等(1980)은  $\beta_1 = 2.5$ ,  $\alpha_1 = -1$ 을 提案하고 있다. Kondo *et al.*(1978)은 大氣表層의 實測에 根據하여 亂流 Prandtl數에 關하여 다음 式과 같은 關係를 얻고 있다.

$$\Gamma_z/\epsilon_z = (7Ri)^{-1}, \quad 1.0 \leq Ri \quad (9)$$

$$\Gamma_z/\epsilon_z = [6.873Ri + 1/(1 + 6.873Ri)]^{-1} \quad 0.01 \leq Ri \leq 1.0 \quad (10)$$

Table 1. Eddy coefficients for numerical calculations

Run	Eddy viscosities	Turbulent Schmidt numbers
MM	Munk and Anderson's	Munk and Anderson's
WM	Webb's	Munk and Anderson's
WK	Webb's	Kondo, Kanechika and Yasuda's
WM-1	Run WM with $\epsilon_0 \times 0.1$	Munk and Anderson's
WM-2	Run WM with $\epsilon_0 \times 0.01$	Munk and Anderson's

한편, West *et al.*(1985)은 河口에 있어서의 混合距離의 直接的인 測定을 試圖하였다. 그들은 混合距離에 관한 關係式을 提案함과 同時에 運動量에 관한 混合距離과 鹽分에 관한 混合距離의 比는 Munk and Anderson(1948)의 經驗的인 關係와 良好하게 一致함을 보이고 있다. 이것은 運動量과 scalar量의 鉛直方向의 亂流輸送이 相異함을 나타내는 것이고, 또한 成層化의 評價에 있어서의 亂流 Prandtl數 혹은 亂流 Schmidt數의 重要性을 가리키는 것이다.

水平方向의 渦動粘性 및 擴散係數는 一定하다고 하고, 또한 浮力에 의한 橫方向퍼짐에 있어서도 같은 값으로 假定된다.

### 3.2 數值計算의 概要

密度差에 起因하는 成層安定效果는 式 (7) 및 (8)에 나타내는 바와 같이 흐름의 安定度の 增加에 따르는 鉛直方向 亂流輸送係數의 減少의 形態로 評價된다. 이들 式을 成層化 函數라고 한다. 鉛直方向 亂流係數의 決定은 確立되어 있지않고 經驗的인 判斷에 맡겨져 있는 것이 現狀이다. 또한, 安定度を 나타내는 傾斜型 Richardson數와 鉛直方向 亂流輸送係數와의 關係도 그 妥當性에 대해 檢討한 例는 적다. 따라서 本 研究에서는 成層安定效果를 나타내는 成層化 函數와 鉛直方向 亂流輸送係數가 三次元 表層密度噴流의 流動 및 擴散過程에 미치는 影響을 檢討한다.

數值計算은 成層化 函數로서 一般的으로 利用되고 있는 Munk and Anderson(1948), Webb(1970) 및 Kondo *et al.*(1978)가 提案한 成層化 函數 및 그들을 組合한 것에 대해 實施한다. 數值計算의 條件을 Table 1에 나타낸다. Run WM-1 및 WM-2는 渦動粘係數의 크기의 影響을 檢討하기 위해 Run WM의 均質狀態의 渦動粘性係數를 1/10배 및 1/100배한 것이다.

Reichardt(1942)는 均質圓形噴流의 實驗으로부터

흐름의 規模와 渦動粘性係數와의 關係를 다음과 같이 提案하고 있다.

$$\epsilon_0 = 0.0256BU_m \tag{11}$$

여기서 B는 速度 U에 관한 半值半幅,  $U_m$ 은 最大流速이다. 上式을 放流口에서의 水理量으로 고쳐 쓰면  $\epsilon_0 = 0.0256 B_0 U_0$ 로 된다. 本 研究에서는 이 값을 均質亂流의 表層噴流의 渦動粘性係數로서 採用한다.  $B_0$  및  $U_0$ 는 각각 放流口の 半幅 및 放流流速이다.

計算領域은 x 方向으로 2300 m, y 方向으로 800 m, z 方向으로 40 m로 하고, 離散化間隔은  $\Delta x = 10 \sim 360$  m,  $\Delta y = 2.5 \sim 200$  m,  $\Delta z = 0.5 \sim 5.0$  m의 不等間隔格子( $31 \times 22 \times 23$ )를 使用하였다. 放流口 條件으로서 流速  $U_0 = 2$  m/sec, 放流口の 半幅  $B_0 = 5$  m, 放流口의 水深  $H_0 = 2$  m, 放流水와 周圍水의 密度偏差  $\Delta \rho_0 = 0.0032$  t/m<sup>3</sup>으로 하였다. 放流口 密度 Froude수  $Fd_0 = U_0 / \sqrt{gA_0}$ 는 5.35이다.  $A_0$ 는 放流口에서의 流水斷面積이다. 式 (11)에 의해 주어지는 渦動粘性係數는  $0.256$  m<sup>2</sup>/sec이다.

### 3.3 最適 成層化 函數의 決定

Wiuuff(1978), Murota *et al.*(1983) 및 Chu and Jirka(1986)에 의해 行해진 最近의 實驗의 研究의 結果를 綜合하면 表層密度噴流의 三次元 流動特性으로서 다음의 것들을 들 수 있다.

① 放流密度 Froude數  $Fd_0$ 가 클 때, 噴流은 亂流 core 領域에서 그 두께가 增加하면서 成長하지만, 流下와 더불어 成層效果를 받기 시작하면 表層의 두께는 바로 減少하여 最終的인 두께  $H_{0.5}/H_0 = 1.2 \sim 2.4$ 에 漸近한다.

② 噴流의 半幅의 퍼짐을  $dB_{0.5}/dx$ 는 均質의 表層噴流의 퍼짐을 0.22보다 顯著히 크고, 0.3~0.8의 사이에 있다.

③ 中心軸上의 最大流速  $U_m/U_0$ 의 流下方向 遞減은 放流口로부터의 距離  $x/B_0$ 의 거의 -1乘法則에 따른다.

④ 中心軸上의 最大密度偏差  $\Delta \rho_m/\Delta \rho_0$ 의 流下方向 遞減率은 流速의 그것에 비해 작고, 流下距離  $x/B_0$ 의 거의 -1/2乘法則에 따른다.

以上の 實驗的 事實을 參考로 하여 數值計算結果의 檢討 및 評價를 行한다. 한편, 數值計算結果의 整理에 있어서의 無次元 表示는 慣例에 따른다.

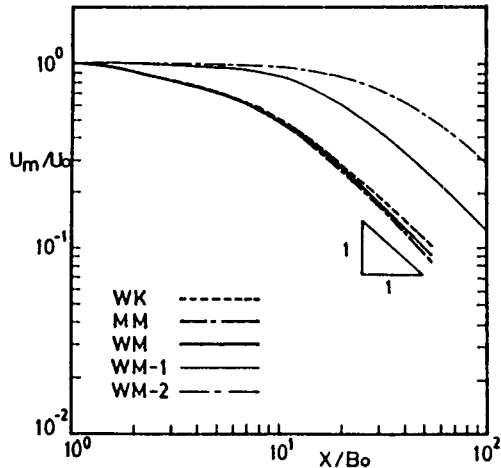


Fig. 2. Longitudinal decays of surface velocity for various eddy viscosities and diffusivities.

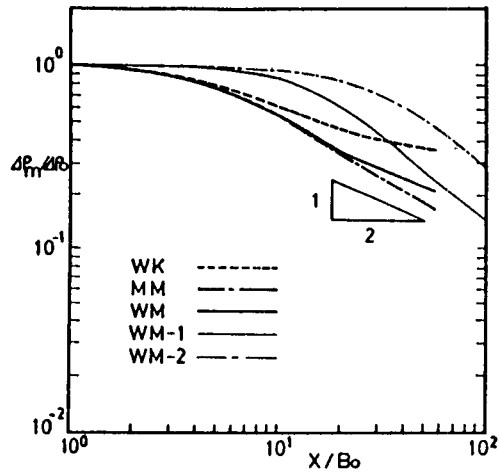


Fig. 3. Longitudinal decays of surface density deficit for various eddy viscosities and diffusivities.

3.3.1 流速의 流下方向 遞減特性

Fig. 2는 中心軸上 表層流速의 流下方向 遞減特性을 나타낸다. 鉛直方向 渦動粘性係數  $\epsilon_2$ 의 크기가 遞減特性에 미치는 영향이 가장 顯著하게 나타난다. 즉,  $\epsilon_2$  값의 減少와 더불어 遞減하기 시작하는 位置는 流下方向으로 移動한다.  $\epsilon_2$ 의 減少가 暖流運動에 의한 運動量 輸送을 減少시켜 鉛直方向으로의 퍼짐을 抑制하게 되므로 이것은 當然한 結果이지만, 放流口附近으로부터 바로 遞減하기 시작한다고 報告하는 많은 實驗結果와는 矛盾된다.  $\epsilon_2$ 의 값으로서 式 (11)에 의해 주어지는 값이 가장 適切하다.

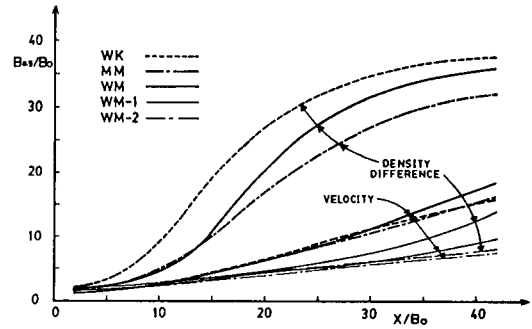


Fig. 4. Longitudinal variation of half-widths for various eddy viscosities and diffusivities.

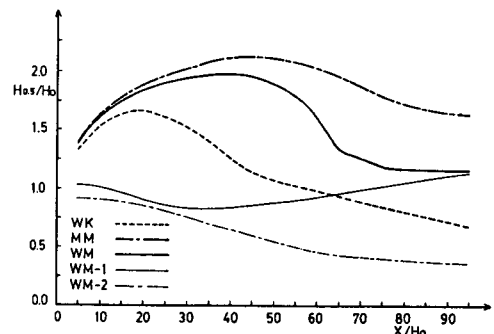


Fig. 5. Longitudinal variation of half-thicknesses for various eddy viscosities and diffusivities.

成層化 函數의 相異는 流速의 遞減에는 거의 影響을 주지 않는다. 모든 경우에서 流速은  $x/B_0$ 의  $-1$ 乘法則에 따르는 遞減을 나타내고 있다.

3.3.2 密度偏差의 流下方向 遞減特性

Fig. 3은 中心軸上의 表層密度偏差의 流下方向 遞減特性을 나타낸다. 中心軸上의 表層流速의 流下方向 遞減과 마찬가지로 鉛直方向 渦動粘性係數  $\epsilon_2$ 의 크기의 影響이 顯著히 나타난다. 또한, 亂流係數의 減少와 더불어 遞減하기 시작하는 位置가 流下方向으로 移行하는 것도 流速의 경우와 마찬가지로, 密度偏差의 遞減에 관한 實驗的 事實과 矛盾된다. 成層化 函數 相異에 의한 影響은 明瞭하게 나타나며, Run WM의 結果가 實驗에서 얻어진  $-1/2$ 乘의 遞減法則과 比較的 良好한 一致를 보이고 있다.

3.3.3 噴流의 퍼짐

Fig. 4와 5는 噴流의 鉛直方向 및 水平方向의 퍼짐을 比較하기 위하여 噴流水深 및 水平方向의 半值半幅의 유하방향 變化를 나타낸 것이다. 분류수심  $H_{0.5}$ 는 밀도편차의 鉛直方向 分布에서 水表面의 密度偏差의  $1/$

2로 되는 位置의 水深으로서 定義한다. 또한, 水平方向의 半值半幅은 流速 혹은 密度偏差의 水平方向 分布에서 中心軸上의 最大流速 및 密度偏差의 1/2로 되는 位置의 中心軸으로부터의 距離로서 定義한다.

前項에서와 마찬가지로,  $\epsilon_2$  값의 減少가 表層두께의 퍼짐을 抑制함과 동시에 橫方向의 퍼짐도 抑制하고 있음을 이들 두 그림으로부터 알 수 있다. 즉, 鉛直下方으로의 퍼짐이 拘束된 放流水束은 橫方向으로 퍼지지 않고 오히려 流下方向으로 移流됨을 示唆하고 있다. 한편, 軸對稱噴流에 관한 實驗值  $\epsilon_0$ 를  $\epsilon_2$ 의 값으로 選擇한 計算에서는 放流水束의 表層두께에 관한 前記 ②項의 實驗의 事實을 잘 再現하고 있다. 그러나, 成層化 函數의 影響은 微小하다.  $Fd_0=5.35$ 의 경우, 最終의 表層두께  $H_{0.5}/H_0$ 의 값이 1.2~2.4에 接近한다고 하는 實驗의 事實과 對照해 보면 Run WM의 結果가 가장 妥當한 것으로 생각된다. 流速分布의 水平方向으로의 퍼짐에 대한 成層化 函數의 影響은 그다지 認知되지 않는다.

以上の 것들을 綜合的으로 考察하면 다음과 같은 結論이 얻어진다.

① 從來의 數值計算에 있어서는 鉛直方向 亂流輸送係數는 成層效果를 考察하여 水平方向의 그것보다 3~4자리수 작은 값이 採用되었으나, 이것은 初期運動量流束이 卓越한 表層密度噴流의 計算에는 適切하지 않다.

② 成層化 函數의 影響은 密度偏差의 遞減特性에 특히 敏感하게 나타난다. 따라서, 放流水束의 퍼짐을 豫測할 때에는 亂流 Schmidt 數의 正確한 評價가 대단히 重要하다.

③ 成層化 函數로서,  $\epsilon_2/\epsilon_0$ 에 대해서는 Webb(1970)의 提案式이, 亂流 Schmidt數에 대해서는 Munk and Anderson(1948)의 提案式이 가장 適合하다.

④ 또한 均質의 圓形噴流에 관하여 Reichardt(1942)가 提案한 渦動粘性係數를 利用하여 表層密度噴流의 放流口附近의 噴流의(jet-like) 流動을 充分히 再現할 수 있다.

#### 4. 表層密度噴流의 三次元流動 特性

##### 4.1 數值實驗의 概要

河口流出流와 같은, 周圍水와 放流水와의 密度차가 큰 表層密度噴流는 浮力에 의한 重力安定效果가 放

Table 2. Conditions of numerical experiment

Run	Discharge densimetric Froude number $Fd_0$	Aspect Ratio $2B_0/H_0$	Remarks
1	5.35(8.0)	5.0	(i)
2	3.35(5.0)	5.0	(i)
3	1.34(2.0)	5.0	(i)
4	1.00(1.5)	5.0	(i)
5	0.80(1.2)	5.0	(i)
6	5.35	2.0	(ii)
7	5.35	10.0	(ii)

\*Note: the figures in the parentheses indicate the densimetric Froude number defined by  $Fd_0 = U_0 \sqrt{\epsilon_0/gH_0}$ .

流口附近으로부터 作用하여, 放流水束은 그 層 두께를 減少시키면서, 또한 擴散幅을 指數函數의 形式으로 넓혀가면서 表層으로 퍼져나간다. 流量이 작은 경우에는 弱한 鹽水섞기와 같은 周圍水의 侵入域의 發達과 混入型의 鉛直循環의 微候를 보인다. 한편 流量이 크게 되면, 流出直後에 噴流의 舉動을 보인다. 이 流動形態는 放流口의 形狀比와 密度 Froude數에 의해 規定된다. 본 章에서는 表層放流되는 密度流束의 舉動에 미치는 放流密度 Froude數의 影響 및 放流口 形狀比의 影響에 대해 檢討하고, 마지막으로 表層密度噴流에 特徵的인 水面上昇量에 대해서 若干의 檢討을 加한다. 本 章에서 行하는 解析은 3 章과 同一한 條件下에서 實施하였다. 但, (i) 放流密度 Froude數의 影響을 調査하기 위하여 5가지의 密度差를 導入하고, 또한 (ii) 放流口 形狀比의 影響을 調査하기 위하여 3가지의 形狀比를 採用한다. 더욱, 亂流係數는 3章에서의 結果로부터 均質圓形噴流에 관한 Reichardt(1942)의 提案式으로부터 計算하여 利用하고 또한 側方向에 걸쳐 同一한 값으로 하였다. 浮力에 의한 成層安定效果는 渦動粘性係數에 대해서는 Webb(1970)의 提案式을, 亂流 Schmidt數에 대해서는 Munk and Anderson(1948)의 提案式을 利用하여 傾斜型 Richardson數의 函數로서 나타낸다.

結果의 整理에 利用하는 無次元 parameter는 다음과 같은 思考方式에 根據하여 設定한다. 즉, 靜水域으로의 三次元 表層放流는 浮力의 安定效果 뿐만 아니라 下流側에서 더욱 重要하게 되는 橫方向으로의 亂流的 및 重力의 퍼짐 過程에 의해 影響을 받는다. 放流水의 流動은, 浮力의 役割이 그다지 重要하지 않은 三次元均質噴流와 같이 舉動하는 放流口附近의

領域(亂流 core 領域)과, 浮力の 作用에 의해 流動이 支配되는 領域(重力的 퍼짐 領域)으로 나뉘어진다. 따라서, 흐름 域 全體의 流動特性에 관한 scaling은 運動量流束과 浮力流束과의 關係로부터 決定하지 않으면 안된다.

流下方向의 流體力을, 噴流域 바깥의 壓力을 一定 하다고 하고 粘性應力을 無視하여 流下方向의 各 斷面에서 積分하면 다음 式과 같이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{H(x)} \int_{-B(x)}^{B(x)} \{U^2 + (\rho - \rho_a)/\rho_a\} dy dz$$

여기서,  $H(x)$ 는 噴流深,  $B(x)$ 는 噴流幅,  $\rho_a$ 는 周圍 水의 密度를 나타낸다. 또한,  $p$ 는 各  $y-z$  斷面에서의 壓力이고, 靜水壓近似에 의해  $\Delta\rho g z_0$  ( $z_0$ : 各 斷面の 質量中心)으로 나타내어진다.  $p_a$ 는 放流口로부터 無限遠方에 있어서의 壓力이다. 이것을 放流口에 있어서의 諸量으로 고쳐쓰면 다음 式과 같이 된다.

$$M_o = \int_0^{H_0} \int_{-B_0}^{B_0} (U^2 + \Delta\rho_0/\rho_a \cdot g \cdot z_0) dy dz$$

$$= U_o^2 A_o + [(\rho_a - \rho_o)/\rho_a] g A_o z_o \quad (12)$$

여기서,  $U_o$ 는 放流口에 있어서의 流速,  $\rho_o$ 는 放流水의 密度,  $H_o$ 는 放流口水深,  $B_o$ 는 放流口の 半幅을 나타낸다. 또한, 體積流速  $Q_o$ , 浮力流束  $N_o$ 는 各各 다음 式과 같이 定해진다.

$$Q_o = U_o A_o$$

$$N_o = [(\rho_a - \rho_o)/\rho_a] g Q_o \quad (13)$$

많은 경우 浮力流束 및 運動量流束은 近似的으로 保存되므로 길이, 速度 및 浮力の scale은 이들의 次元을 考慮하여 다음과 같이 定義한다.

$$\begin{aligned} \text{길이 scale} \quad L_s &= M_o^{3/4} N_o^{-1/2} \\ \text{速度 scale} \quad U_s &= N_o^{1/2} M_o^{-1/4} \\ \text{浮力 scale} \quad G_s &= N_o^{3/2} M_o^{-5/4} \end{aligned} \quad (14)$$

이 scaling은 Baddour and Chu(1978) 및 Chu and Jirka(1988)가 表層密度噴流의 實驗結果를 整理하기 위해 利用한 것과 同一한다.

#### 4.2 數值計算結果

Fig. 6은 計算結果의 代表的인 一例로써, 放流密度 Froude數  $Fd_o = 4.25$ , 形狀比  $2B_o/H_o = 10.0$ 의 경우에

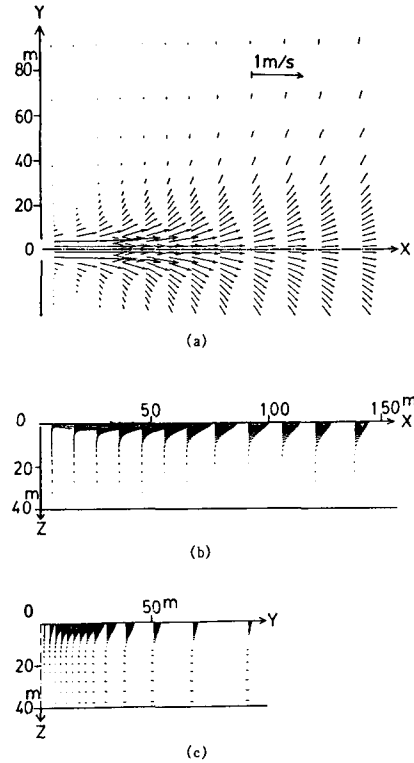


Fig. 6. Calculated velocity vectors for  $Fd_o = 4.25$  and  $2B_o/H_o = 10.0$ .

대한 放流口附近의 流速 벡터를 나타내고 있다. Fig. 6 (a)의 表層에 있어서의 流速벡터의 形態는 放流口 가까이에서 噴流的인 舉動을 나타낸다. 즉, 放流水는 流下와 더불어 水平方向으로 퍼지고 中心軸上的 流速은 急速히 減少한다. 따라서, 流速의 流下方向成分의 橫方向分布는 Gauss 分布로 된다. 噴流域 바깥에서는 流速의 絕對值가 작으므로 그림에는 明瞭하게 나타나지 않지만, 兩側에 大規模의 循環이 發生하고 있음을 確認할 수 있었다. 이들 循環은 周圍水를 表層密度噴流內에 移流시킴에 의해 連行을 일으킨다. 流下方向流速成分이 中心軸에 沿하여 減少해감에 따라서 密度差에 起因하는 分力流束이 運動量流束보다 卓越하게 되고 壓力傾斜를 통하여 放射方向의 流速成分이 增加한다. 이 傾向은  $x = 100 \text{ m}$  ( $x/2B_o = 10.0$ )의 位置에서도 明瞭하게 나타난다. 이러한 plume의인 舉動은 水表面의 傾斜와 關聯되는 것으로 보인다.

Fig. 6(b)는 中心軸上的  $x-z$  斷面에 있어서의 速度 벡터를 나타낸다. 이 그림으로부터 流下方向流速成分의 鉛直分布도  $x < 140 \text{ m}$  ( $x/2B_o < 14$ )의 領域에서 噴

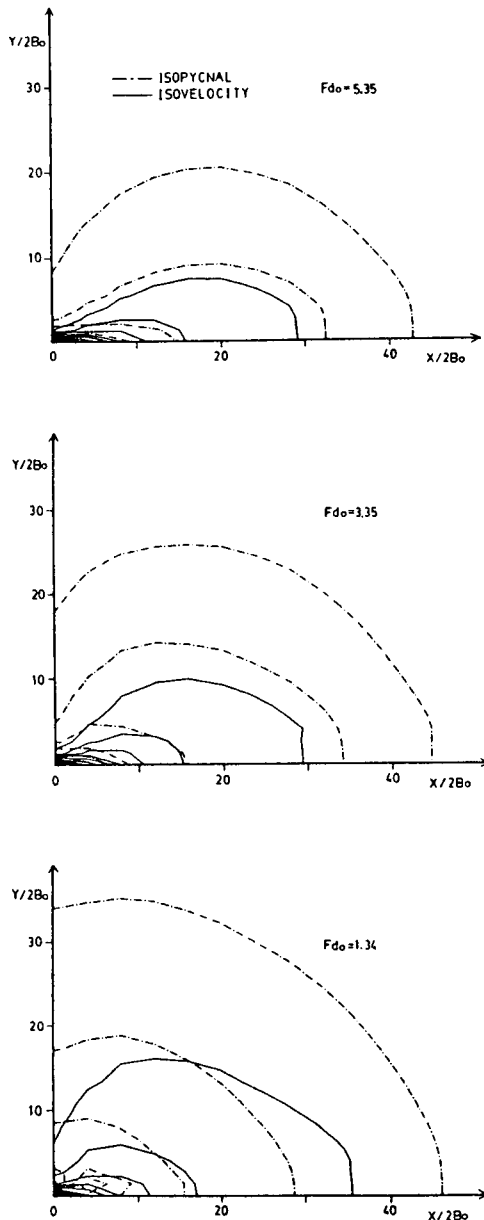


Fig. 7. Surface velocity contours and isopycnals for different values of  $Fd_o$ .

流에 特徴적인 Gauss 分布임을 알 수 있다. 그러나 層두께의 鉛直方向 퍼짐은  $x=60\text{ m}(x/2B_o=6)$ 을 지나 는 領域에서는 認知되지 않는다. 周圍水의 鉛直方向 連行은 放流口附近에서만 發生하는 것으로 보인다. 한편, Fig. 6(c)는  $x=80\text{ m}(x/2B_o=8)$ 의  $y-z$  斷面에 있어서의 速度벡터를 나타낸다. 橫方向의 퍼짐速度  $V$ 는 매우 크다. 이 斷面に 있어서의  $V$ 의 最大值가

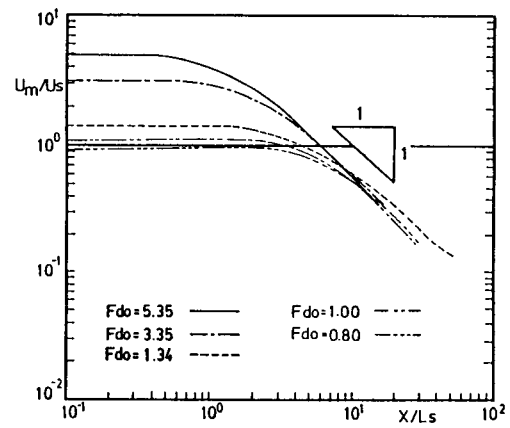


Fig. 8. Longitudinal decays of surface velocity.

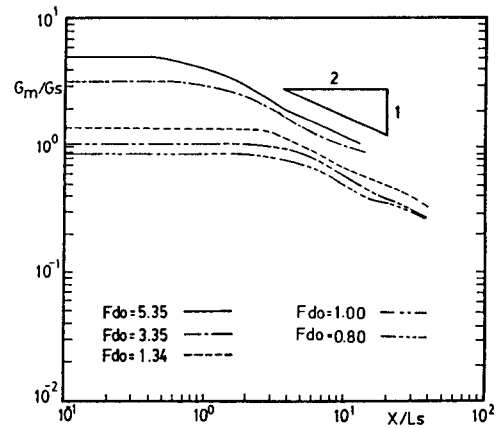


Fig. 9. Longitudinal decays of surface density.

中心軸上의 流下方向 流速成分  $U_m$ 의 1/2과 같다는 것은 注目할 만하다. 鉛直方向連行은 噴流의 内部領 域으로 일어난다. 따라서, 連行에 대한 補償으로서 中心軸方向의 흐름이 모델水槽의 全 領域에서 일어 나고 있음을 알 수 있다.

### 4.3 放流密度 Froude 數 및 形狀比의 影響

表層에 있어서의 速度  $\sqrt{U^2+V^2}/U_o$ 의 等值線 및 表層에 있어서의 密度偏差  $\Delta\rho/\Delta\rho_o$ 의 10%마다의 等 值線을 Fig. 7에 나타낸다. 이들 그림으로부터,  $Fd_o$ 의 값이 작을수록 兩 等值線은 橫方向으로 퍼짐을 알 수 있다. 傾向은  $Fd_o=1.34$ 의 密度偏差의 等值線에서 가 장 뚜렷하며, 放流水는 放流口로부터 放射狀으로 퍼 지고 있다. 表層에 있어서의 水平方向의 퍼짐에 注 目하면, 보다 큰  $Fd_o$ 의 경우에 있어서도 噴流의인



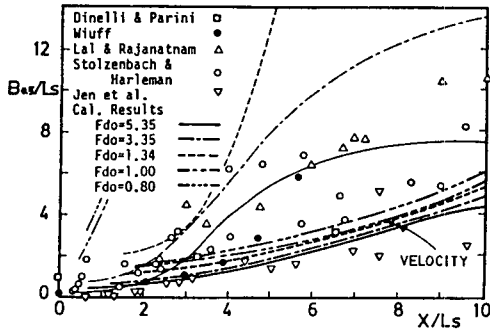


Fig. 10. Longitudinal variation of lateral half-widths.

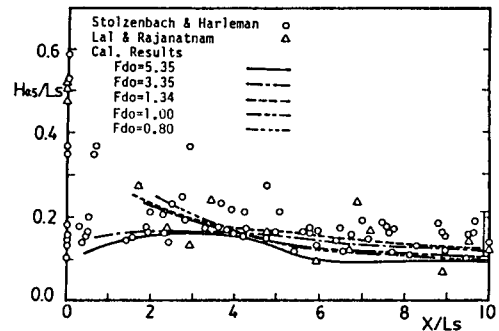


Fig. 11. Longitudinal variation of layer thicknesses.

舉動은 放流口附近에 局限되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8 및 9는 各各 中心軸上의 表層流速  $U_m/U_s$  및 表層浮力  $G_m/G_s$ 의 流下方向 遞減特性을 나타낸다. 여기서,  $G_m = (\Delta\rho_m/\rho_s)g/G_s$ 이다. 速度는 放流口로부터의 距離  $x/L_s$ 의  $-1$ 乘法則에 따라서 遞減한다. 반면, 浮力은  $x/L_s = 3 \sim 5$ 의 位置를 지나서 放流口로부터의 距離  $x/L_s$ 의  $-1/2$ 乘法則에 따라서 遞減한다. 遞減하기 시작하는 位置는  $Fd_0$ 가 작을 수록 速度 및 浮力 모두 下流側으로 移動하는 傾向을 나타낸다.

특히,  $Fd_0 = 1$  前後의 比較的 작은 密度 Froude數의 경우에는, 그 程度는 微小하지만 放流口附近에 一時的으로 加速된다. 이 加速化의 傾向은  $Fd_0$ 가 작을수록 明瞭하다. 이것은 河口流出流에서 觀察되는 一時加速現象에 相當한다(吉田 等, 1981).

Fig. 10은 中心軸上의 速度 및 密度偏差의 半值半幅의 流下方向變化를 나타낸다. 그림에는 廣範圍한  $Fd_0$ 에 걸친 密度偏差에 관한 實驗室 實驗結果도 Chu and Jirka(1986)의 論文으로부터 引用하고 있다. 速度에 관한 半值半幅의 퍼짐율은  $Fd_0$ 의 크기와 關係 없이 約 0.52인 反面, 密度偏差에 관한 半值半幅은 速度의 그것보다 顯著히 크다. 또한, 그 퍼짐율은  $Fd_0$ 에 대해 敏感하다. 水平方向의 渦動擴散係數에 水平方向의 渦動粘性係數와 同一한 값을 採用했음에도 不拘하고 scalar量의 水平方向의 퍼짐이 運動量의 그것보다 促進되는 것은 注目할 만하다. 數值實驗結果와 水理實驗結果를 比較해 보면 今回의 數值實驗結果가, 특히 작은  $Fd_0$ 의 경우  $x/L_s = 6$ 을 지난 곳에서 密度偏差의 水平方向 半值半幅을 過大評價하는 傾向이 있다. 그러나,  $x/L_s = 6$ 은 이른바 亂流 core 領域이고 이 領域을 지나면 密度偏差 等의 scalar 量의 變動은 微少하게 된다. 따라서, 密度偏差의 半值半幅의 推算

에 誤差가 包含될 可能性이 높고, 測定值의 信憑性이 不足한 것도 充分히 생각할 수 있다. 따라서, 이 比較로부터 本 모델의 表層密度噴流의 水平方向 퍼짐範圍의 豫測에 관한 有效性을 論議하는 것은 適切하지 않다.

Fig. 11은 中心軸上의 鉛直 密度偏差 分布의 半值半幅으로 定義되는 層두께의 流下方向 變化를 나타낸다. 그림중의 水理實驗結果는 Chu and Jirka(1986)의 論文으로부터 引用한 것이다. 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이 計算結果의  $Fd_0$ 가 큰 2 경우에 噴流水深은 처음에 增加하여 곧 減少한다. 그러나,  $Fd_0$ 가 작은 다른 세 경우에는 噴流水深은 放流口를 나와서 바로 減少하기 시작한다. 最終적으로 噴流水深은  $H_{0.5}/L_s = 0.1 \sim 0.2$ 에 漸近하고,  $x/L_s > 8$ 에서는 鉛直方向의 混合이 抑制되고 있음을 알 수 있다. 이러한 流動特性은 Murota *et al.*(1983)의 水理實驗結果와 一致한다. Fig. 10과 11과의 比較로부터 表層密度噴流의 水平方向의 퍼짐範圍는 그 鉛直方向 範圍보다 훨씬 큰 것을 알 수 있다. 이러한 傾向의 주된 原因은 물론 成層效果에 起因하는 鉛直方向 퍼짐의 抑制이지만, 또 하나의 重要한 要因으로서 水平方向 壓力傾斜를 통한 重力的 퍼짐過程도 생각할 수 있다.

4.4 水面上昇量

Fig. 12는 Fig. 6의 條件에 있어서의 水面上昇量을 나타낸다. Fig. 6의 表層에 있어서의 速度分布는 水表面의 變動패턴에 대단히 잘 對應하고 있다. Plume의 인 舉動은 水表面의 傾斜와 關聯되어 있는 것으로 보인다. 水平方向의 퍼짐은 壓力傾斜의 影響을 강하게 받는데, 그 壓力傾斜는 密度偏差의 空間分布 뿐만 아니라 水面傾斜에 의해 생기기 때문이다. 또한, 水

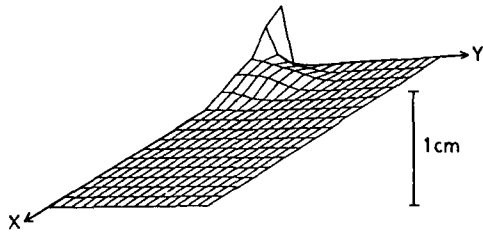


Fig. 12. Calculated water surface elevation( $Fd_0=4.25$ ,  $2B_0=10.0$ ).

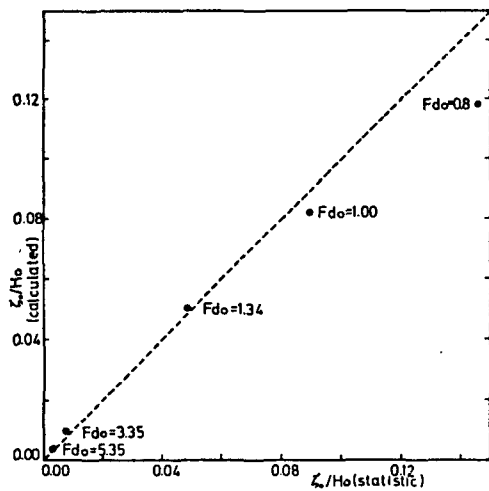


Fig. 13. Comparison of calculated water surface elevations at the inlet with theoretical ones.

平方向의 퍼짐은 放流口에 있어서의 水面上昇量과 密接하게 關聯되어 있다. 그 計算値는  $Fd_0=5.35, 3.35, 1.34, 1.00$  및  $0.80$ 에 대해 各各  $0.79, 1.91, 9.95, 16.38$  및  $23.59$  cm이다. 이것은 水面上昇量이  $Fd_0$ 의 減少, 즉 密度偏差의 增加와 더불어 增加하는 傾向을 나타낸다. 또한, 그것은 密度偏差의 變動이 等流速線 및 等密度線 變化와 거의 合致함을 意味한다.

Fig. 13은 數值計算結果로부터 얻어진 放流口에서의 水面上昇量(縱軸)과 靜水壓的인 平衡條件으로부터 計算된 水面上昇量(橫軸)과의 比較를 나타낸다. 計算値는  $Fd_0$ 가 1 以上인 경우 理論値와 比較的 一致하고 있다. 그러나,  $Fd_0$ 가 작은 경우에는 計算値가 理論値보다 작게되는 傾向을 나타낸다.

### 5. 結 論

三次元 表層密度噴流에 관한 數值모델의 開發에

있어서 經驗的인 判斷에 맡겨져 있던 成層效果를 定量的으로 評價하여 最適한 成層函數를 確定하였다. 數值計算結果와 既往의 實驗結果와의 比較로부터 本 모델이 表層密度噴流 및 plume의 흐름場, scalar場 및 水表面의 變動을 充分한 精度로 豫測할 수 있음을 確認하였다. 또한, 三次元 密度噴流의 舉動에 미치는 放流條件의 影響에 대하여 檢討를 行하였다. 本 研究에서 얻어진 主要한 結論은 다음과 같다.

1) 成層化 函數가 三次元 表層密度噴流의 舉動에 미치는 影響은 密度偏差의 遞減에서 가장 敏感하게 나타나므로 亂流 Schmidt數의 正確한 評價가 대단히 重要하다. 또한 成層化 函數로서는  $\epsilon_z/\epsilon_{z0}$ 에 대해서는 Webb(1970)의 提案式이, 亂流 Schmidt數에 대해서는 Munk and Anderson(1948)의 提案式이 가장 適合하다.

2) 큰  $Fd_0$ 의 흐름은 運動量流束이 卓越하므로 密度噴流의 形態를 取하고 初期段階에서는 表層의 두께를 增大시키지만, 流下함에 따른 運動量의 急激한 減少와 그 結果 일어나는 連行의 減少에 의해 흐름은 成層密度流의 急激한 減少와 그 結果 일어나는 連行의 減少에 의해 흐름은 成層密度流로 移行한다.

3)  $Fd_0=1.0$  前後의, 작은 Froude數의 흐름에서는 放流口 附近에서 一時的으로 加速된 후에 減速한다. 이때 密度 Froude 數는 單調롭게 增加하기 때문에 連行이 活發하게 되고 흐름의 體積은 增加한다. 그 結果 密度 Froude 數가 減少하기 시작하고 噴流水深은 最終的인 두께에 漸近한다.

4) 放流口 形狀比의 影響은  $x/L_0=6$ 까지의 領域에 나타난다. 즉, 放流水束의 形狀比는  $x/L_0=6$ 의 位置에서 放流口 形狀比의 크기에 關係없이 같은 값으로 된다. 바꾸어 말하면, 放流口의 形狀은 亂流 core 領域에서 흐름의 發達에 影響을 미치지만 plume的인 흐름 領域에서는 거의 影響을 미치지 않는다

5) 噴流型의 흐름에 있어서는 本 모델에 의해 豫測되는 放流口에 있어서의 水面上昇量이 靜水壓的인 平衡條件으로부터 計算되는 理論値와 嚴密하게 一致한다. 그러나  $Fd_0$ 가 작은 흐름에서는 兩者의 差異는 크다.

### 謝 辭

이 論文은 1990年度 文教部支援 韓國學術振興財團

의 地方大育成 學術研究造成費에 의하여 研究되었다.

### 參考文獻

- 崔興植, 1989. 表面溫排水 數值模型의 比較評價, 서울大學校 博士學位論文.
- 許再寧, 崔漢起, 姜周復, 1991. 二次元 表層放流 密度噴流의 k-ε 모델에 의한 數值解析, 韓國海岸·海洋工學會誌, 3(2), 81-91.
- 岩佐義朗·井上和也·劉樹坤·阿部徹, 1986. 琵琶湖湖流의 三次元的な解析, 京郷大學防災研究所年報, 第26號, B-2, 531-542.
- 植田洋匡·光本茂記·小森悟·小川靖·奥田典夫, 1980. 大氣下層における亂流輸送過程に及ぼす浮力効果, 國立公海研究所研究報告, 第17號(R-17-80), 123-143.
- 吉田靜男·柏村正和·西田修三, 1981. 河口二層流の流速構造と界面現象, 第25回水 理講演會論文集, 321-326.
- Baddour, R.E. and Chu, V.H., 1978. Turbulent entrainment in gravity-stratified flows, Technical Report No. 78-2, Fluid Mechanics Lab., Dept. of Civil Engrg. and Applied Mechanics, McGill Univ., Montreal, Canada.
- Chu, V.H. and Jirka, G.H., 1986. Surface buoyant jets and plumes, Encyclopedia of Fluid Mechanics, Vol. 6, Complex Flow Phenomena and Modelling, Ed. by Chermisinoff, 1053-1084.
- Kondo, J. Kanechika, O. and Yasuda, N., 1978. Heat and momentum transfers under strong stability in the atmospheric surface layers, *J. Atmospheric Sciences*, 35, 1012-1021.
- Munk, W.H. and Anderson, E.R., 1948. Notes on a theory of the thermocline, *J. Marine Research*, 7, 276-295.
- Murota, A., Muraoka, K. and Nakatsuji, K., 1983. Initial entrainment and lateral spread of three-dimensional buoyant surface jet, *J. Hydrosience and Hydraulic Engrg.*, 1(2), 33-35.
- Murota, A., Nakatsuji, K. and Huh, J.Y., 1988. A numerical study of three-dimensional buoyant surface jet, Proc. 6th Congress, APD-IAHR, Vol. III, 33-40.
- Nakatsuji, K., Huh, J.Y. and Kurita, H., 1987. Three-dimensional computation of river plumes, Proc. 22nd Congress, IAHR, Lausanne, Switzerland, Technical Session B, 391-396.
- Paul, J.F. and Lick, W.J., 1974. A numerical model for a three-dimensional, variable density jet, Report FTAS/TR73-92, School of Engrg., Case Western Reserve University.
- Reichardt, V.H., 1942. Gesetzmaessigkeiten der freien turbulenz, VDI-Forschungsheft, 414, Berlin.
- Rosby, C.G. and Montgomery, R.B., 1935. The Layer of frictional influence in wind and ocean currents, *Pap. Phys. Oceanogr. Meteorol.*, 3(3), 1-101.
- Spalding, D.B., 1972. A Novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, *Int. J. Numerical Methods in Engrg.*, 4, 551-559.
- Waldrop, W.R. and Farmer, R.C., 1974. Three-dimensional computation of buoyant plumes, *J. Geophys. Res.*, 79(9), 1269-1276.
- Webb, E.K., 1970. Profile relationships: the log-linear range and extension to strong stability, *Quart. J. R. Met. Soc.*, 96, 67-90.
- West, J.R., Knight, D.W. and Shiono, K., 1985. A note on the determination of vertical turbulent transport coefficients in a partially mixed estuary, *Proc. Institution of Civil Engineers*, Part 2, 79, 235-246.
- Wiuff, R., 1978. Experiments on surface buoyant jet, *J. Hydraulic Division, ASCE*, 104(5), 667-679.