

高分子溶液에 의한 流體輸送管壁의 抵抗減少

—Ⅲ. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰—

Drag Reducton of Pipe Wall For Fluid Flow due to Injected Polymer Solution

—Ⅲ. Consideration of Entrance Region Flow of Drag Reducing Fluids—

金 榮 輔* · 柳 慶 玉**
Kim, Young Bo · Ryu, Kyong Ok

Abstract

As a part of studies of drag reduction phenomenon, at the entrance flow region of abrupt contraction tube flowing water, dilute and concentrated drag reducing polymer solutions contraction losses are estimated experimentally. Futher more, entrance lengths are considered theoretically and are measured experimentally. In the present experiment, fluid temperature is fixed 10°C and flow rates are $3,000 < Re < 20,000$.

The data for concentrated drag reducing polymer solutions in turbulent flow show that drag reduction is increased as increasing flow rates at the fully developed flow region, but it is decreased as increasing flow rates at the entrance flow region, and that entrance lengths and contraction losses are significantly larger than those of Newtonian fluids. Dilute polymer solutions show that contraction losses and entry lengths for these materials are indistinguishable from the values for Newtonian Fluids.

From the theoretical consideration the entrance lengths are somewhat insensitive to Deborah Number. Some experimental measurements on entrance lengths using drag reducing polymer solutions made in this work show a good agreement with the theoretical predictions.

I. 서 론

미소량의 고분자 물질을 포함한 유체가 난류 상태로 관내를 유동할때 Newtonian유체인 물과는 달리 유동저항이 현저히 감소한다는 사실이 Toms에¹⁾ 의해 처음으로 보고되었다.

그러나 이러한 저항감소현상은 고전유체역학의 개념으로는 설명할 수 없는 특이한 현상이며, Non-Newtonian유체가 이러한 현상을 나타낸다는 사실이 발견하였다.

따라서 이에 관한 mechanism규명과 실제적 적용 분야에 대한 많은 연구가 진행되고 있다.^{2~7)}

그러나 이와같은 연구의 대부분이 완전히 발달된 흐름영역(Fully developed flow region)만을

* 韓國 原子力 研究所 研究員
** 漢陽大 化工科教授 · 工博, 本學會副會長

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

고려하여 왔을뿐, 속도 및 압력분포가 완전흐름 영역과는 상당히 다른 입구흐름영역(Entrance region flow)에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

또한, 산업적으로 많이 이용되는 축소관 입구영역 흐름에 대한 연구는 관을 설계할때 매우 중요시 되고 있으나 Newtonian유체의 경우 조차도 확실한 mechanism이 규명되지 않고 있다.

Newtonian유체가 입구흐름영역에서 나타나는 단위길이당 압력강하는 완전히 발달된 흐름영역에 대한 값보다 훨씬 높다는 사실이 1922년 Schiller 에⁸⁾의해 보고되었고, Bogue⁹⁾ Collins¹⁰⁾등은 입구흐름 영역에서 저항감소현상을 일으키는 Non-Newtonian 유체의 축소손실과 입구길이에 대한 이론 및 실험에서 같은 조건에서 Newtonian 유체의 값보다 더 작게 나타난다고 보고하였다.

그러나 이와같은 연구결과는 Seyer 및 Catania 의¹¹⁾ 보고에 의해 완전히 뒤바뀌었다. 그들은 Non-Newtonian유체의 입구흐름영역에서 축소손실과 입구길이에 대한 값을 Newtonian유체의 값과 비교하였을때 훨씬 더 크게 나타나는 것을 유체가 지니고 있는 유체고유의 성질, 즉 점성이나 탄성 등의 영향 때문인것으로 보고하고 있다.

또한, 입구흐름영역에 대한 연구의 대부분이 층류에서 이루어져 왔으나 이 논문¹¹⁾에서는 실제적으로 산업에 적용할수 있는 난류영역에서 수행되었다는 것이 또다른 중요성이라 할수 있다.

Shintre등¹²⁾은 저항감소유체의 turbulent entrance region flow에 대한 이론적 분석을 momentaum integral방법을 이용하여 실행하였고, 얻은 이론값과 이전에 보고된 실험값을 비교하여 신뢰할 만한 결과를 제시하였다.

Shenoy등¹³⁾은 Non-Newtonian inelastic 및 moderately elastic유체의 난류거동에 따른 수력학적 입구길이를 approximate technique을 이용하여 수치적으로 해석하였으며, Non-Newtonian유체의 pseudoplasticity나 elasticity의 증가는 난류유동의 수력학적 입구길이값을 증가시키는 중대한 요인임을 밝혔다.

Shenoy등¹⁴⁾은 열교환기와 고분자공정산업에서 중요하게 이용되는 환형관내에서 저항감소유체의 turbulent entrance region flow에 대한 연구를

논문¹²⁾의 결과를 기초로 고찰하였다.

이와같이 저항감소유체의 turbulent entrance region flow에 대한 연구는 그렇게 많지도 않을뿐더러 그것들도 대부분이 이론적 분석에 의한 것이었고 실험에 의한 고찰은 매우 드문 편이었다.

따라서 본 논문은 이러한 기초적 실험연구의 일환으로 축소관을 이용하여 난류유동의 흐름영역에 따른 저항감소유체의 저항감소현상을 측정 비교하는데 있다. 즉 저항감소유체의 축소손실과 입구길이를 실험적으로 측정하여 Newtonian유체의 값과 비교하는데 있다.

또한, injection방법에 의한 묽은 고분자용액과 premixing방법에 의한 고농도 고분자용액에 대한 거동을 고찰해 봄으로써 고분자농도와 고분자용액 제조방법에 따른 차이도 비교하여 보았다.

II. 실험

II-1. 실험 장치

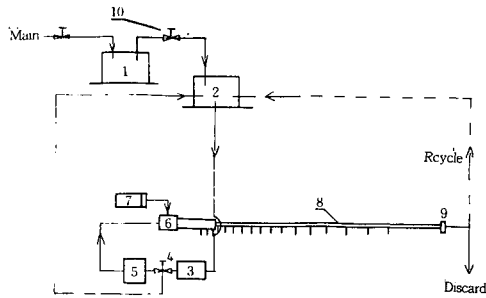
실험장치는 Fig.1에 나타내었으며, 크게 유체순환부와 test section으로 이루어져 있다.

유체순환부는 두개의 저장탱크와 펌프로 구성된 다. 압력측정위치에서 난류조건을 유동속도를 얻기위해 한일원심펌프(Model PD-230, 1/3hp)를 사용하였고, 실험중 측정위치의 유동변화(flow fluctuation)를 최대한 억제하기 위하여 펌프출구에 settling chamber를 설치하였다.

묽은 고분자용액에 대한 data를 얻기위해 main으로 부터 도입되어 관속을 유동하는 물에 미리 제조한 일정농도의 고분자용액을 injection하여 실험한 후 실험용액은 버리는 방법을 취하였다.

또한, 고농도 고분자용액에 대한 data를 얻기위해 탱크내에서 일정농도의 고분자 용액을 premixing 하여 관속을 순환시키는 방법을 취하였다.

보고된 연구결과에 의하면, 고분자용액을 injection하는 방법^{15,16,17)}은 저항감소를 필요로 하는 부분에 용액을 주입하므로 운전비의 절감과, 난류와 고분자용액의 상호작용을 연구할수 있는 잇점이 있고, 고분자용액을 저장용기내에서 premixing하여 순환시키는 방법은 용액이 균일한



- 1. Constant Level overflow Tank
- 2. Supply valve Tank
- 3. Pump
- 4. Bypass
- 5. Settling Chamber
- 6. Polymer Injector
- 7. Polymer Injection pump
- 8. Test Section
- 9. Orifice meter
- 10. Valve

Fig. 1. Flow diagram of experimental system

성질을 갖으며 난류유동 조건에서 운전하는 석유 정제장치, 장거리원유수송system, 소방호스 및 선박등 여러분야에서 광범위하게 응용될 수 있다. 따라서 두가지방법을 모두 사용하였다.

고분자용액 주입기는 Cole parmer Masterflex (Model No.3, 358, 609)를 사용했으며 주입 유량범위는 1.26 ml/min~1,300 ml/min로 관속을 흐르는 총유량중에 viscous sublayer로 흐르는 유량의 범위와 거의 같게 하였다. 이 주입량은 viscous sublayer로 흐르는 유량과 거의 같은 3%정도이다.

injector는 관중심에 설치하였으며 bulk흐름에서 정확한 저항감소를 측정하기 위해 관 중앙에 유체의 흐름방향과 동일하게 설치하였다.

Fig. 2에 injector의 상세도를 나타내었다.

test section은 1/2축소관과 압력차를 측정하기 위한 manometer로 구성된다.

1/2축소관은 가공이 용이하고 흐름거동은 눈으로 확인할 수 있는 투명한 perspex(acrylic) pipe로써 내경 52mm, 길이 1m되는 관과 내경 26mm, 길이 4.5m되는 관을 연결하여 제작하였으며, 관내면은 조도를 무시할 수 있을 정도로 매끈한 관을 사용하였다.

첫번째 압력 tap은관이 축소되기 바로 전 2cm되는 점에 설치하였고, 이로부터 5cm간격으로 1개, 20cm간격으로 5개, 30cm간격으로 8개, 총 14개의 압력 tap를 설치하였다.

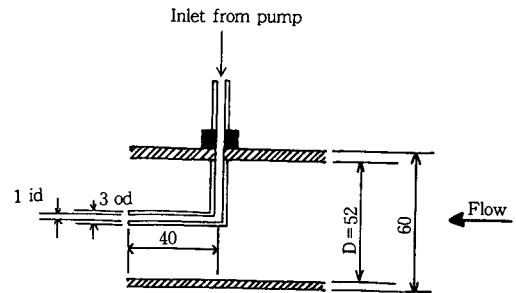


Fig. 2. Sketch of centerline injector(all dimensions in mm)

각 압력 tap간의 압력차는 내경 10mm이고 길이가 2m인 투명 PVC관을 이용하여 제작한 multimanometer로 읽었다(Fig. 3).

예상되는 Reynold수의 범위내에서 발생될 각 압력 tap간의 압력차를 고려하여 manometer의 높이를 2m로 하였으며 압축공기로 물의 높이를 조절하였다.

II-2. 고분자 용액

사용한 고분자는 Dow Chemical회사제품이며, 유동저항 감소효과가 대단히 좋은 Separan AP-273(polyacrylamide, PAM 분자량 5×10^6)이었다.

고분자용액은 다음과 같은 power-law fluid의 거동을 보이며, 용액의 고유값 n (flow behavior index)과 K (consistency index)값은 power-law 유체의 관계식

$$\tau_{yx} = \frac{K}{g_c} \left(\frac{du}{dy} \right)^n \tag{1}$$

과 모세관 viscometer를 이용하여 구한 온도에 의한 상관식¹⁸⁾으로부터 구할수 있었다.(Table.1)

농도가 낮은 묽은 고분자용액은 물의 점성과 거의 비슷하여 Newtonian유체인 물의 마찰계수와 비교하기에 적합하나, 농도가 낮은 고분자 용액을 계속 순환시키면 고분자가 파괴되어 저항감소효과를 잃게 된다.

따라서 고분자용액을 순환시키는 실험에서는 고분자퇴화현상이 거의 없는것으로 알려진 1,000 ppm의 농도를 선택하여 실험하였고, injection에 의한

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

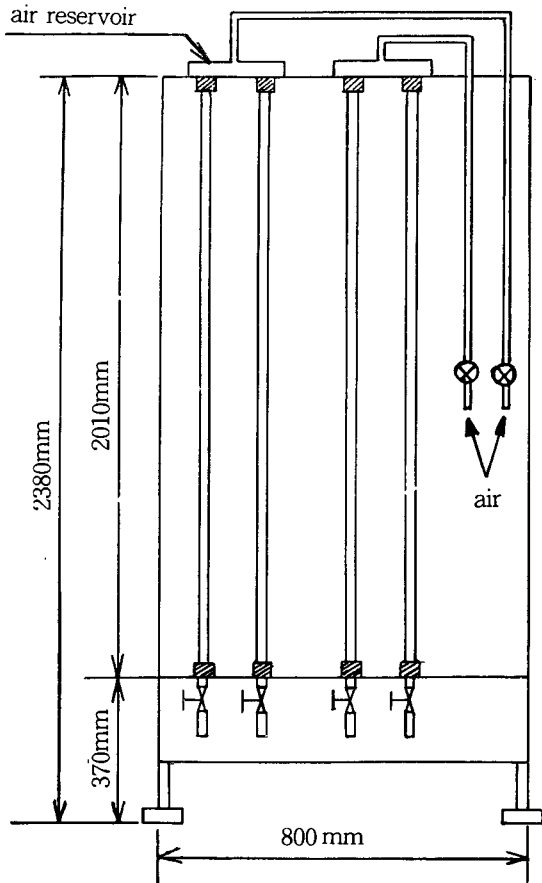


Fig. 3. Sketch of Multi-manometer

실험에서는 500 ppm과 1,000 ppm농도의 고분자 용액을 미리 제조하여 흐르는 물에 주입하여 실험하였다.

II-3. 고분자용액 제조

- 1) 분말형태의 고분자물질을 용기안에 담겨져 있는 물에 골고루 뿌린다.

- 2) 부드럽게 저어준후, 용액이 균일한 상태인가를 눈으로 확인한다.
- 3) 그 상태로 2~3일간 방치하여 덩으로써 solution age에 대한 효과를 최소화 시킨다.

II-4. 실험 절차

유동이 정상상태가 되도록 약 1시간가량 pump를 가동한 다음, 관내의 압력 tap속에 들어있는 공기를 제거한 후 측정위치의 압력 tap을 manometer에 연결하였다.

유량은 bypass valve로 조절하였고, 부피유속은 부력을 이용한 rotameter(CALQFLO, Blue White Ind.)로 측정하는 동시에 온도를 수시로 측정하였다.

압력차는 2분 간격으로 3~4회 측정하여 평균값을 취하였다.

II-5. 실험data 처리방법

마찰계수와 일반화된 Reynold수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f = \left(\frac{\Delta p}{2} \right) \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{g_c}{\rho V^2} \right) \quad (2)$$

$$Re' = \frac{D^n V^{2-n} \rho}{8^{n-1} K \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (3)$$

Newtonian유체와 고분자용액의 injection경우에는 $n=1$, $K=\mu$ 로 된다.

저항감소능력은

$$\% DR = \frac{\Delta P_w - \Delta P_p}{\Delta P_w} \times 100 \quad (4)$$

로 되며, 여기서 ΔP_w 는 순수한 용액(물)의 압력

Table 1. K and n values at 10°C

Conc.	Relation ($K \times 10^3$)	Value (K)	Relation eq.	n
PAM 500 wppm	$1.380 T^{-0.71}$	0.269×10^{-3}	$\ln(1.95 T^{0.047})$	0.776
PAM 1000 wppm	$2.710 T^{-0.64}$	0.621×10^{-3}	$\ln(1.88 T^{0.01})$	0.725

차이고, ΔP_p 는 고분자 용액의 압력차이다.

고분자용액 injection의 경우에서 평균농도는

$$C_{av} = \frac{Q_p}{(Q_w + Q_p)} \times C_p \quad (5)$$

로 계산되며, 여기서 Q_p 는 주입되는 고분자용액의 부피유속이고, Q_w 는 관내를 유동하는 물의 부피유속이며, C_p 는 주입되는 고분자용액의 농도이다.

III. 이론적 고찰

유체가 커다란 용기로 부터 관으로 유입될때 입구효과(entrance effect)는 속도구배가 점차 완전히 발달된 형태로 됨에 따라 발생한다.(Fig. 4)

관입구에서 속도구배는 flat하다고 가정하고, boundary-layer theory¹⁹⁾로부터 유도된 난류유동은 관성력이 지배하는 core영역과 점성력에 지배하는 경계층영역으로 나눌수 있다는 이론을 바탕으로 고찰하여 보았다. 급격한 축소판으로 점성유체가 유입될때의 속도구배는 초기 입구 형태(section ①)로부터 완전히 발달된 형태(section ②)로 변화

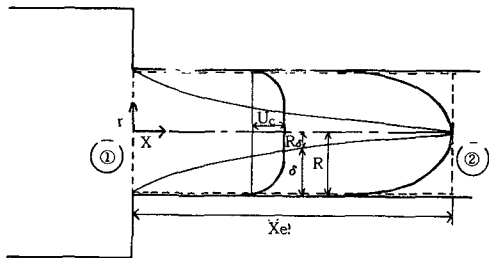


Fig. 4. Control Volume for Flow After a Sudden Contraction

한다.

입구흐름영역에서 경계층발달의 원인은 (1)유체의 core영역에서 관성력에 의한 가속도와 (2)완전히 발달된 흐름영역에서 발생하는 것보다 더 큰 viscous-dissipation 을 관벽부근에서 발생시키는 높은 속도구배등이다.

따라서 흐름이 축방향을 따라 발달하면서 점차 점성력이 지배하는 경계층영역이 차지하는 비율은 높아지고, 마침내 경계층이 중심선에서 합쳐지는 부분이 생기는데 이부분 이후의 영역을 완전히

발달된 흐름영역이라고 정의하였다.

또한 입구에서부터 경계층이 중심선에서 합쳐지는 부분까지의 축상거리를 입구길이(X)라 하였다.

III-1. 입구길이값 예측

momentum integral 식¹²⁾로부터 유체의 성질을 고려하여, 난류유동을 하는 유체의 입구길이값을 예측하여 보았다.

III-1-1. Momentum integral equation

축대칭 원통좌표내에서 정상상태이며, 시간평균인 유체의 연속방정식 및 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{v})}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} \quad (7)$$

관내의 core영역에서 bulk유동은 관성력에 의해 지배될것이며 (\bar{v} 와 τ 는 거의 무시할 수 있음), 유체의 성질들은 벽근처에서 더욱 중요한 작용을 할것이다.

이러한 가정을 근거로 식(7)로부터 core영역에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \bar{u}_c \frac{\partial u_c}{\partial x} \quad (8)$$

식(6)과 식(7)을 합치고 무차원화 한 다음 중심선으로부터 벽까지 적분하면 다음과 같은 momentum integral equation이 된다.

$$\frac{d}{d\bar{x}} \int_0^1 \bar{u}^2 \bar{r} \, d\bar{r} - \frac{\tau_w}{\rho V^2} + \frac{\bar{u}_c}{2} \frac{d\bar{u}_c}{d\bar{x}} \quad (9)$$

여기서, 길이는 관의반경(R)에 대해 무차원화 하였고 속도는 평균속도(V)에 의해 무차원화 하였다.

식(9)를 풀기 위해서는 경계조건이 필요하며, 입구에서 속도구배는 flat하므로 입구속도는 $\bar{x}=0$ 에서 구한 \bar{u}_c 값이 된다.

Ⅲ. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

따라서, \bar{u} 와 τ_w 항으로 이루어진 momentum integral 식(9)을 명백하게 풀기 위해서는 \bar{u} 와 τ_w 에 대한 확실한 정의를 해야 한다.

Ⅲ-1-2. \bar{u} 와 τ_w 의 정의

층류에 대한 속도구배와 같지않게 난류에 대해서는 velocity fluctuation 때문에 속도구배를 이론적으로 예측할 수 없다.

이러한 이유로, 차원해석과 Newtonian유체를 이용할 실험값들로부터 관계식을 유도할 수 있었다.

$$u^+ = A \ln y^+ + B \quad (10)$$

여기서 $u^+ = u/u^*$, $y^+ = yu^*/\nu$, $u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ 이다.

식(10)은 경계층영역에서 뿐만 아니라 core 영역에도 적용될 수 있다.

식(10)의 B는 더이상 상수항이 되지않고 유체의 탄성을 나타내는 Deborah number의 함수가 된다고 밝혔다. 따라서 식(10)은 다음과 같이 된다.

$$u^+ = A \ln y^+ + B(De) \quad (11)$$

여기서 $B(De) = 5.6 + 1.55 De$

$$De = \theta \frac{u^{*2}}{\nu} = \frac{\text{time of relaxation}}{\text{time of observation}} \quad (12)$$

또한 식(12)로부터 주어진 De 값($0 \leq De \leq 10$, $5 \times 10^3 \leq Re \leq 10^5$)들 사이에서 반복적으로 계산하여 얻은 Re 와 f 의 상관관계는 다음과 같다.²⁰⁾

$$f = \frac{\alpha}{(Re)^\beta} \quad (13)$$

Table. 2에 De 값에 따라 구한 α 와 β 의 값을 나타내었다.

$0 \leq De \leq 10$ 사이의 값은 고분자용액에 대하여 매우 적합하였고 Virk의⁶⁾ 최대 저항감소선의 경우는 $De \rightarrow \infty$ 일때 $\alpha = 0.42$ 이고 $\beta = 0.55$ 이었다.

Table 2. α and β values for varying Deborah Number.

α	β	De
0.0791	0.25	0
0.0960	0.28	1
0.0869	0.282	2
0.0808	0.285	3
0.0771	0.290	4
0.0751	0.296	5
0.0749	0.304	6
0.0760	0.313	7
0.0783	0.323	8
0.0819	0.334	9
0.0867	0.346	10
0.42	0.55	∞

Ⅲ-1-3. 난류유동을 하는 저항감소유체의 속도 분포에 대한 정의

wall region 외부에서 난류유동을 하는 저항감소유체(power-law fluid)의 속도분포를 다음과 같다고 하자.

$$u^+ = A_1 (y^+)^q \quad (14)$$

식(14)를 적분하고 평균속도를 구해보면

$$\frac{V}{u^*} = A_1 \frac{2}{(q+1)(q+2)} \left(\frac{R u^* \rho}{\mu} \right)^q \quad (15)$$

$f = 2 \left(\frac{u^*}{V} \right)^2$ 이므로 (15)식은

$$f = \left[\frac{(q+1)(q+2)\sqrt{2}}{2A_1} (2)^q \right]^{\frac{2}{q+1}} (Re)^{-\frac{2q}{q+1}} \quad (16)$$

식(16)은 Newtonian유체의 경우 $A_1 = 8.56$, $q = 1/7$ 을 대입하여 보면 잘 알려진 $f = 0.0791 \frac{1}{4}$ 이 된다.¹⁹⁾ 식(13)과 (16)을 비교하여 풀면 다음을 얻는다.

$$q = \frac{\beta}{2-\beta}, \quad A_1 = \frac{2^{(1+\beta)/(2-\beta)} [4-\beta]}{\alpha^{1/(2-\beta)} [2-\beta]^2} \quad (17)$$

따라서 속도분포는 식(17)의 q 와 A_1 은 α , β 의 함수이므로 α , β 의 값을 대입하여 구할 수 있다.

III-1-4. 난류유동을 하는 저항감소유체의 벽의 전단응력의 정의

다음과 같은 마찰계수의 정의

$$f = \frac{D \Delta P g_c / 4L}{\rho V^2 / 2} = \frac{\tau_w g_c}{(\rho V^2 / 2)} \quad (18)$$

로 부터 벽의전단응력을 표시할 수 있다.

$$\tau_w = \left(\frac{f}{2}\right) \rho V^2 \quad (19)$$

따라서 wall region에서의 마찰계수식을 대입하면¹⁷⁾

$$\tau_w = \rho V^2 \frac{\alpha}{2} (Re')^{-\beta} (1 - \bar{R}_\delta)^{-\beta} \quad (20)$$

로 되고 경계층내의 속도분포에 대한 관계식은 다음과 같이 예측할 수 있다.

$$\bar{u} = \bar{u}_c \left(\frac{\bar{y}}{\delta}\right)^q \quad (21)$$

III-1-5. momentum integral equation의 해

식(21)을 식(9)에 치환하면 ($\bar{r} = 1 - \bar{y}$)

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\bar{x}} \left\{ \int_0^{1-\bar{R}_\delta} \bar{u}_c^2 \left(\frac{\bar{y}}{1-\bar{R}_\delta}\right)^{2q} (1-\bar{y}) d\bar{y} \right. \\ \left. + \int_{1-\bar{R}_\delta}^1 \bar{u}_c^2 (1-\bar{y}) \nabla d\bar{y} \right\} \\ = \frac{\bar{u}_c}{2} \frac{d\bar{u}_c}{d\bar{x}} - \frac{\tau_w}{\rho V^2} \end{aligned} \quad (22)$$

로 된다. 연속방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\bar{x}} \left\{ \int_0^{1-\bar{R}_\delta} \bar{u}_c^2 \left(\frac{\bar{y}}{1-\bar{R}_\delta}\right)^q (1-\bar{y}) \nabla d\bar{y} \right. \\ \left. + \int_{1-\bar{R}_\delta}^1 \bar{u}_c (1-\bar{y}) \nabla d\bar{y} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)을 적분하고 경계조건($\bar{R}_\delta = 1$ 일때, $\bar{u}_c = 1$)을 대입하면

$$\bar{u}_c = \frac{(q+1)(q+2)}{q\bar{R}_\delta[\bar{R}_\delta(q+1)+2]+2} \quad (24)$$

로 되고 식(22)의 적분을 완결하고, 식(24)에서 $\frac{d\bar{u}_c}{d\bar{x}}$ 을 구하여 이들을 조합하면 \bar{R}_δ 에 대한 미분방

정식

$$\begin{aligned} F_1(\bar{R}_\delta) \frac{d\bar{R}_\delta}{d\bar{x}} + F_2(\bar{R}_\delta) F_3'(\bar{R}_\delta) \frac{d\bar{R}_\delta}{d\bar{x}} \\ = F_4(\bar{R}_\delta) F_3'(\bar{R}_\delta) \\ \frac{d\bar{R}_\delta}{d\bar{x}} - \frac{\alpha}{2} (Re')^{-\beta} (1 - \bar{R}_\delta)^{-\beta} \end{aligned} \quad (25)$$

을 얻는다. 여기서

$$\begin{aligned} F_1(\bar{R}_\delta) &= \frac{\bar{R}_\delta q(2q+1)+q}{(q+1)(2q+1)} \\ F_2(\bar{R}_\delta) &= \frac{\bar{R}_\delta^2(2q+1)q+2q\bar{R}_\delta+1}{(q+1)(2q+1)} \\ F_3(\bar{R}_\delta) &= \bar{u}_c = \frac{(q+1)(q+2)}{q\bar{R}_\delta[\bar{R}_\delta(q+1)+2]+2} \\ F_3'(\bar{R}_\delta) &= \frac{dF_3(\bar{R}_\delta)}{d\bar{R}_\delta} \\ F_4(\bar{R}_\delta) &= \frac{F_3(\bar{R}_\delta)}{2} \\ q &= \frac{\beta}{2-\beta} \end{aligned}$$

이다. 식(25)를 다시 정리하면

$$\frac{d(\bar{R}_\delta)}{d\bar{x}} = \frac{-\frac{\alpha}{2} (Re')^{-\beta} (1 - \bar{R}_\delta)^{-\beta}}{F_1(\bar{R}_\delta) + [F_2(\bar{R}_\delta) - F_4(\bar{R}_\delta)] F_3'(\bar{R}_\delta)} \quad (26)$$

를 얻는다. 식(26)을 함수개념으로 정의해 보면

$$\frac{d\bar{R}_\delta}{d\bar{x}} = -F(\bar{R}_\delta) \quad (27)$$

또는

$$d\bar{x} = -\frac{d\bar{R}_\delta}{F(\bar{R}_\delta)} \quad (28)$$

이 된다. 식(28)을 $\bar{x} = 0$ 에서부터 $\bar{x} = \bar{x}_\delta$ 까지 적분하면

$$\bar{X}e = \int_0^1 \frac{d\bar{R}_\delta}{F(\bar{R}_\delta)} \quad (29)$$

를 얻는다. 식(29)을 주어진 α, β, Re' 값을 가지고 Romberg integration method을 이용하여 수치적분하였고, 적분Program은 부록에 나타내었다.

여기서 입구길이에 대한 정의는 core radius(\bar{R}_δ)가 사라지는데 요구되는 길이라고 할 수 있다.

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

Fig. 5는 여러 De 와 Re 에 대하여 수치적으로 얻은 이론값을 plot한 그림이다.

이론으로 얻은 값들로부터 유체의 입구길이는 Re 가 증가함에 따라 둔감하게 증가하나 De 가 증가함에 따라서는 민감하게 증가함을 알 수 있었다.

또한 같은 Re 에 대하여 Non-Newtonian 유체와 Newtonian 유체와의 값을 비교해 볼때 Non-Newtonian 유체의 입구길이값이 훨씬 더 크게 나타났으며 그래프의 기울기는 De 가 증가함에 따라 증가함을 알 수 있었다.

III-2. 축소손실계수

입구영역에서 축소손실계수는 momentum integral eq (9)를 이용하여 Fig. 4의 ①에서 ②까지의 control volume을 고려하여 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V^2} = C + \frac{(x/R)C^* Re'}{Re'}$$

여기서 C : Hagenbach Correction

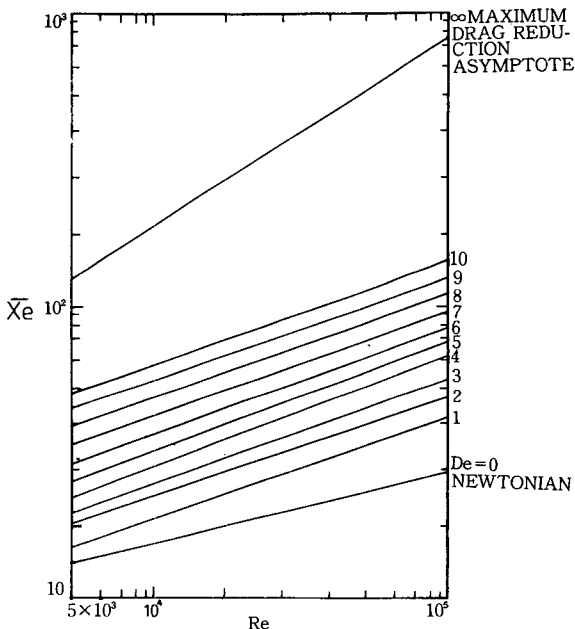


Fig. 5. Entrance lengths as a function of Reynolds number and Deborah number.

$$\left(\frac{x}{R}\right)C^* Re': \text{Couette Correction}$$

이다. 즉 입구영역에서 유체의 초과손실은 축소에 의한 손실과 완전히 발달된 흐름에서 존재하는 점성마찰손실의 합으로 표현할 수 있다.

또한 Re 가 커지는 난류유동에서는 Couette correction 항을 무시할 수 있었다.

손실계수는 관입구로부터 축상거리의 함수이며 흐름이 완전히 발달된 형태로 되면서 점근값이 될 것이다.

축소손실에 대하여 연구된 논문을 살펴보면 Schmidt 및 Zelden²²⁾은 Newtonian 유체에 대하여 여러 연구자가 발표한 이론 및 실험 값을 정리하였고, Bogue⁹⁾와 Collins¹⁰⁾ 등은 이론적 C 값을 power-law 유체의 n 의 함수로 유도하였으며, Skelland²³⁾의 n 의 함수로서 C 에 대한 실험값이 문헌 9,10) 이론값과 일치하지 않음을 발표하였고, 특히 점탄성유체에 대하여는 흐름방향성분인 deviatoric normal stress를 고려해야 한다고 주장하였다.

이에 따라 Philippoff 및 Gaskins^{22,26)}은 역학적 에너지 수지식에 탄성에너지항을 추가시켜야 한다고 주장하였다.

IV. 결과 및 고찰

IV-1. 실험값에 대한 신뢰도 예측

완전히 발달된 흐름영역이라고 생각되는 곳에서 측정된 실험값을 기초로 구한 일반화된 Reynolds 수와 마찰계수를 Fig. 6에 도시하였다.

Newtonian 유체인 물의 경우, $500 < Re < 20,000$ 의 범위에서 실험하였다. 층류에서는 Poiseuille's-Law에 잘 맞았으며 난류에서 이미 알고있는 Karman-prandtl Law에 잘 일치하였다.

그러므로 본 실험에서 얻은 실험값은 매우 신뢰할 만한것임을 알 수 있었다.

또한 injection에 의한 묽은 고분자용액과 premixing에 의한 고농도 고분자용액에 대한 실험값을 Virk⁶⁾에 의해 보고된 최대저항감소선과 비교하였을 때, 고분자용액의 농도가 증가함에 따라 마찰계수는 감소하였으며 최대저항감소선에 접근함을 알 수 있었다.

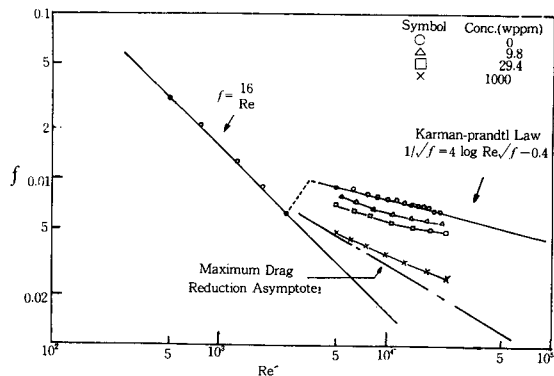


Fig. 6. Friction Factor v.s. Generalized Reynolds Number

특히 묽은 고분자용액의 난류유동에 대한 연구^{20,27)}에 있어서 시간평균속도구배와 난류강도는 Newtonian유체의 거동과 거의 비슷한 경향을 나타낸다고 보고하고 있다.

IV-2. 흐름영역에 따른 저항감소효과 비교

고분자용액의 농도변화와 흐름영역에 따른 저항감소효과를 알아보기 위해 부피유속을 2~6.7 gal/min. 로 변화시키면서 실험하여 보았다. (Fig. 7~Fig. 11)

Fig. 7는 부피유속 2 gal/min에서 흐름방향에 따라 저항감소변화를 알아보았다.

injection에 의한 묽은 고분자용액은 거의 저항감

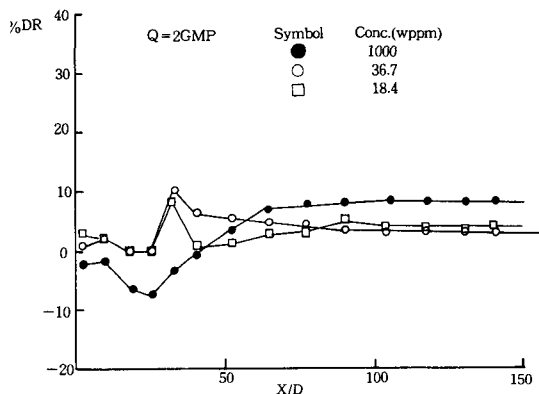


Fig. 7. Variation of Local Drag Reduction with Downstream Distance

소현상을 나타내지 않았으며, premixing에 의한 고농도 고분자용액은 완전히 발달된 흐름영역에서 약 6~7%정도의 저항감소를 나타낸 반면 입구흐름영역에서는 오히려 저항이 증가되는 현상을 나타내었다.

Fig. 8~Fig. 11은 부피유속을 3gal/min에서 6.7 gal/min까지 변화시키면서 실험한 그림이다.

고분자용액들은 유속이 증가함에 따라 완전히 발달된 흐름에서 점차 저항감소효과가 향상됨을 알수 있었으며, 특히 묽은 고분자용액의 경우 입구 흐름영역에서 나타난 data의 산란성은 축소판에 의한 vena contracta현상이 만드는 속도profile의 불완전성 때문인 것으로 생각된다.

따라서 흐름영역에서 따른 저항감소현상을 살펴

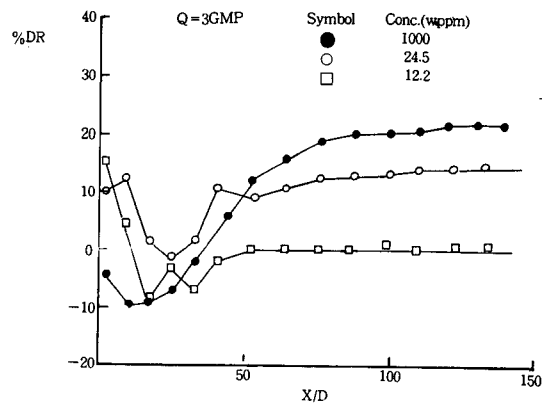


Fig. 8. Variation of Local Drag Reduction with Downstream Distance

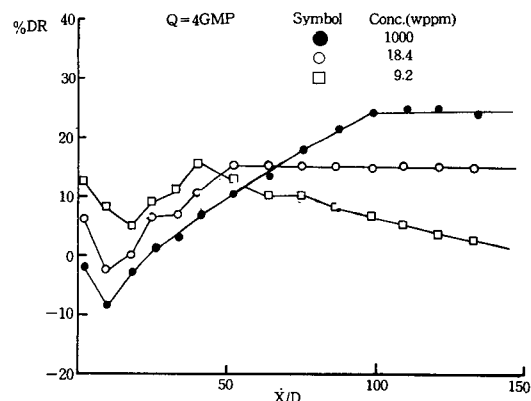


Fig. 9. Variation of Local Drag Reduction with Downstream Distance

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

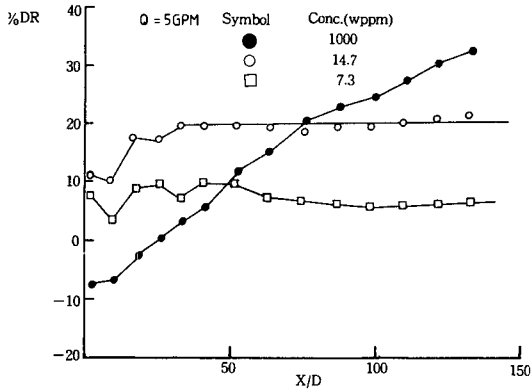


Fig. 10. Variation of Local Drag Reduction with Downstream Distance

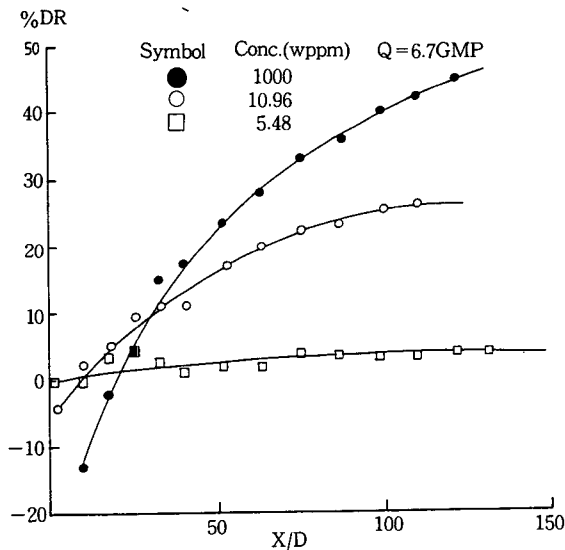


Fig. 11. Variation of Local Drag Reduction with Downstream Distance

불때, 고농도 고분자용액의 경우 완전히 발달된 흐름영역에서 저항감소현상이 뚜렷히 나타나는 반면 입구흐름영역에서는 오히려 저항이 증가됨을 알 수 있었다. injection방법에 의한 묽은 고분자용액의 경우 유속이 증가함에 따라 점차 저항감소현상이 향상 되었으므로 빠른유동에서 저항감소를 필요로 하는 부분에 injection하는 방법은 운전비 절감등에 효과를 가져올 것이라는 생각을 할 수 있었다.

따라서, 이러한 사실들로부터 저항감소유체에 대한 관입구영역에서 발생하는 초과압력손실을 줄이고 수력학적 입구길이를 예측하려는 연구는 모든 흐름공정에 있어, 유동에 대한 운전비 절감 및 관의 설계에 무척 중요한 일임을 알 수 있었다.

IV-3. Pressure Profile

실험값으로부터 각유체의 축소손실과 입구길이를 예측하여 보기위해 식(30)을 기초로 Re^* 에 따른 압력 profile를 그려 보았다(Fig. 12~Fig. 16).

완전히 발달된 흐름영역이라고 생각되는 곳에서 접근선을 그렸을때, 기울기는 C' 값이 되며 y 절편은 축소손실 C 값이 된다.

또한 입구길이에 대한 값은 압력구배가 일정해지는 곳으로부터 구할 수 있었다.

Fig. 12은 $Re^*=5,000$ 경우로서, 묽은 고분자용액의 경우 Newtonian유체인 물의 거동과 거의 구별할 수 없었으며 고농도 고분자용액의 경우 물보다 더 큰 축소손실을 나타내었으며 입구길이가 더 길게 나타났다.

Fig. 12에서 Fig. 16까지 나타난 결과를 종합해 보면, Re^* 증가에 따른 각유체의 축소손실값은 거의 변함이 없었으며 입구길이에 대한 값은 약간씩

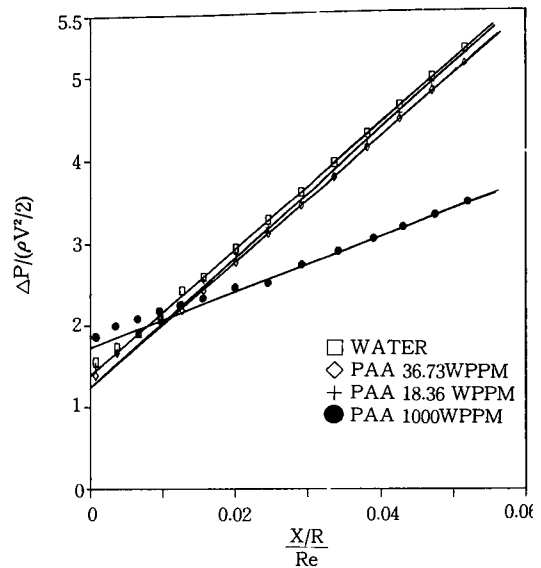


Fig. 12. Typical Pressure Profile($Re=5000$)

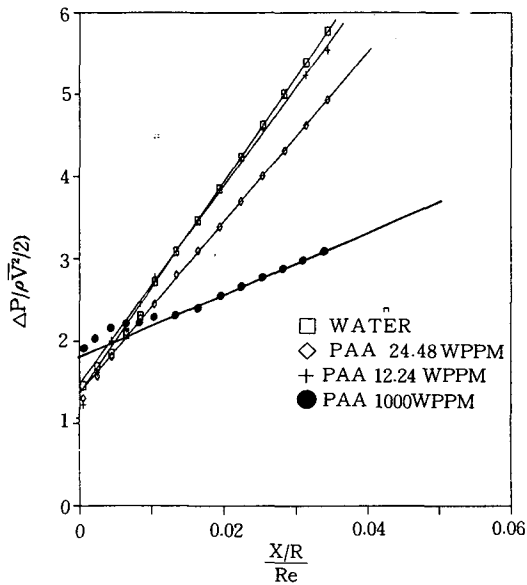


Fig. 13. Typical Pressure Profile(Re=8000)

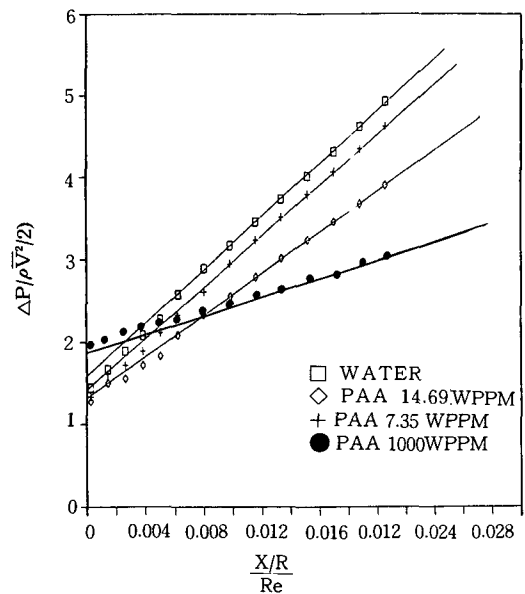


Fig. 15. Typical Pressure Profile(Re=13000)

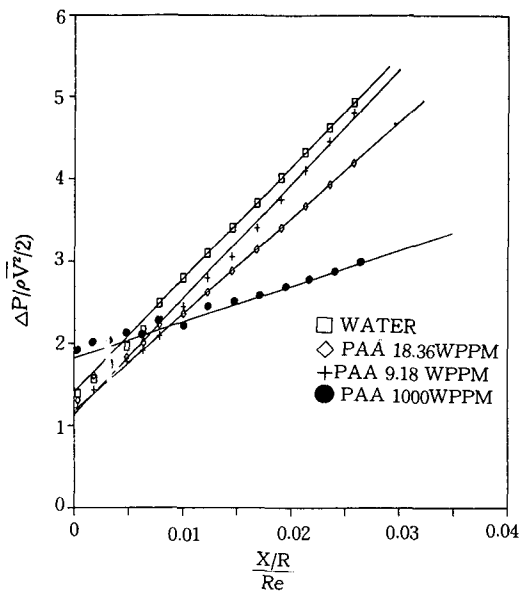


Fig. 14. Typical Pressure Profile(Re=10300)

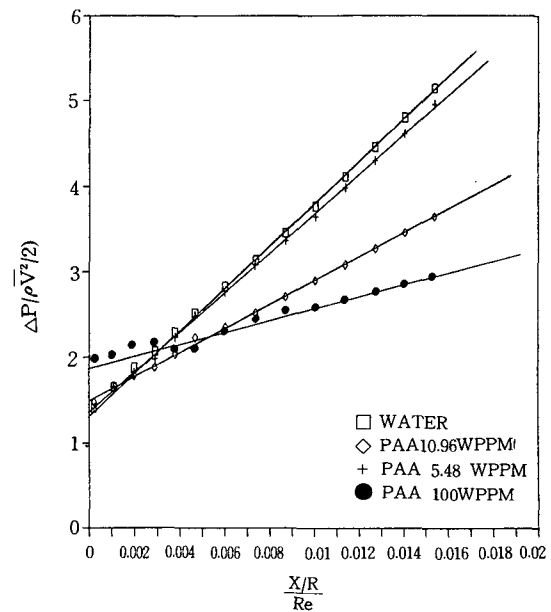


Fig. 16. Typical Pressure Profile(Re=20000)

증가함을 알수 있었다.

IV-4. 축소 손실

Fig. 17은 압력구배로부터 구한 축소손실 C값을 Re' 에 따라 도시한 그림이다.

물은 고분자용액을 C값들은 injection했을 때 Newtonian 유체인 물의 값들과 거의 같이 약 1.35부근에서 수렴하였다.

따라서 본 실험에서 행한 유동범위에서 물은 고분자용액의 시간평균속도구배와 난류강도는 Newtonian유체의 거동과 거의 비슷할 것이라고

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

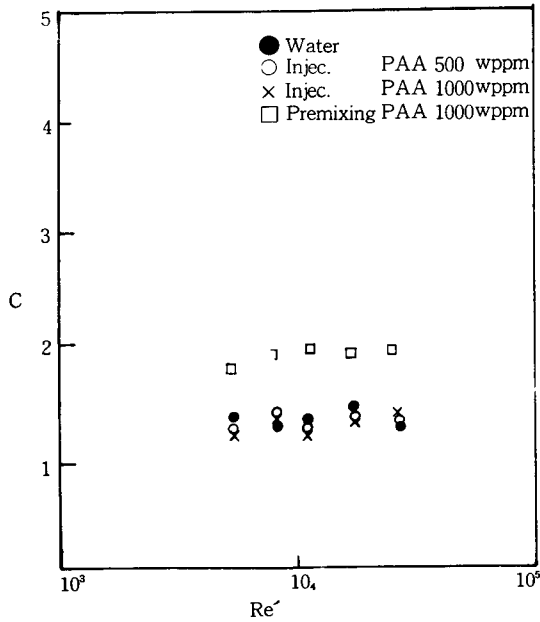


Fig. 17. Contraction Loss Correction as Reynolds number

추측된다.

premixing에 의한 고농도 고분자용액의 경우는 약 1.85부근에서 수렴하였다.

따라서 고농도 고분자용액의 C값이 Newtonian 유체에 대한 값보다 약 37% 증가 되었다는 사실로부터 유체의 점성력과 탄성력이 C값에 영향을 나타내었음을 알 수 있었으나 더 이상의 논의는 할 수 없었다.

그러므로 저항감소유체의 탄성과 점성이 축소손실에 얼마만큼, 어떻게 영향을 미치는가에 대한 연구 및 그에 대한 mechanism 규명등은 앞으로 계속 연구 되어야 할 분야라고 생각된다.

IV-5. 입구길이

Fig. 18에서 momentum integral method을 이용한 이론값과 압력구배로부터 산출한 실험값을 비교하여 보았다.

물은 고분자용액에 대한 값은 Newtonian 유체의 값과 거의 일치하였으며, 고농도 고분자용액의 경우 $De=5$ 에 근사한 값들이었으며 Newtonian 값들보다 1.8배 정도 컸다. 이 값은 문헌¹³⁾에 보고된 고분자 PAA의 농도에 따른 De 값과 거의 일치한

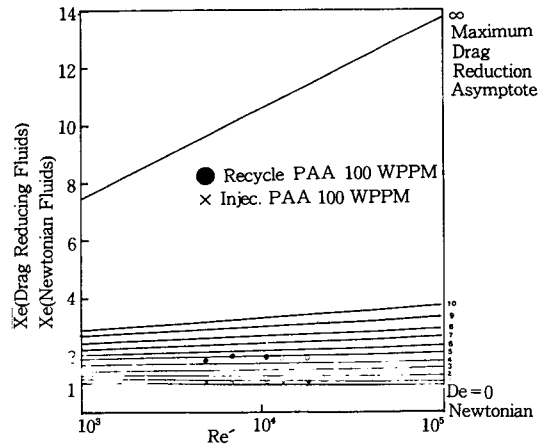


Fig. 18. Estimated normalized turbulent entrance length ratios as a function of Reynolds number and the Doborah number(De) along with a comparison of the available experimental data.

다.

그러므로 이론에 의한 입구길이값 예측은 매우 신뢰할 만한것임을 알 수 있었다.

이론값들로부터, 탄성을 표현하는 De 가 증가함에 따라 입구길이비가 증가하였으며 기울기도 증가하였다.

이러한 원인은 점탄성을 지닌 저항감소유체가 viscous sublayer를 두텁게 하여 난류경계층의 발달을 억제하기 때문인 것으로 생각된다.

또한 매우 긴 입구길이가 나타남으로 인하여 훨씬 가파른 속도구배가 생길 것이며, 만일 viscous sublayer가 무한정으로 두꺼워진다면 유동은 완전한 층류로 될 것이고 입구길이값은 Re' 에 직접적으로 비례 할 것이다.

따라서 저항감소유체의 점성과 탄성이 운동량 전달속도를 둔화시켜, 흐름이 완전히 발달된 형태로 되기까지 요구되는 입구길이를 길게 만드는 것으로 추측된다.

V. 결론

1. 고농도 고분자용액의 경우, 완전히 발달된 흐름 영역에서 저항감소현상은 유속이 증가함에 따라 뚜렷이 증가되는 반면 입구흐름영역에서는 오히려 감소하였다.

- 물은 고분자용액의 경우, 유속이 증가함에 따라 저항감소현상이 향상되었다.
2. $3,000 < Re < 20,000$ 에서 실험한 결과, 물은 고분자용액에 대한 실험값은 Newtonian 유체에 대한 축소손실과 입구길이의 값과 비교하여 큰 차이가 없었다.
 3. 고농도 고분자용액의 축소손실값이 Newtonian 값 보다 약 37% 컸다.
 4. 이론에 의한 예측으로부터 유체의 입구길이는 Reynold number가 증가함에 따라 다소 둔감하게 증가하나, Deborah number가 증가함에 따라서는 민감하에 증가하였다.
 5. 입구길이에 대한 이론값과 실험값은 거의 일치하였으며, 고농도 고분자용액에 대한 실험값은 $De = 5$ 에 근사한 값이었고 Newtonian 값보다 약 1.8배 더 컸다.

참 고 문 헌

1. Toms, B.A.: Proc. Int. Cong. on Rheology, Vo 1. 2, North Holland Publishing Co., Amsterdam p.135, (1949).
2. Lumley, J.L.: Annual Review of Fluid Mechanics, Annual Review, Inc., Palo Alto, California, 1, 367-384 (1969).
3. Darby, R. and H.D. Chang: AIChE J., 30, 274-280 (1984)
4. Hoyt, J.W.: Trans. A.S.M.E.J. Basic Engg., 94, 258-285 (1972)
5. Gadd, G.F.: Encyclopedia of Polymer Science and Technology, Vol. 15, New York (1971)
6. Virk, P.S.: AIChE J., 21, 625-656 (1975)
7. Shenoy, A.V.: Colloid and Polymer Science, 262, 319-337 (1984)
8. Schiller, I.: Angew. Math. Mech., 2, 96 (1922)
9. Bogue, D.C.: Ind. Eng. Chem., 51, 874 (1959)
10. Collins, M. and Schowalter, W.R.: AIChE J., 9, 98, 804 (1963)
11. Seyer, F.A. and P.J. Catania: Can. J. Chem. Eng. 50, 31 (1972)
12. Shintre, S.N., Mashelkar, R.A., Ulbrecht, J.: Rheol. Acta, 16, 490 (1977)
13. Shenoy, A.V. and Mashelkar, R.A.: Ind. Eng. Chem. Process Dev., 22, 160-168 (1983)

14. Shenoy, A.V. and Shintre, S.N.: Can. J. Chem. Eng., 64, 190-195 (1986)
15. Wells, C.S. and Spengler, J.G.: Phys. Fluids., 10, 1890 (1967)
16. McComb, W.D. and Rabie, L.H.: AIChE J., 28, 547 (1982)
17. 추낙준, 류경옥: '고분자 용액 Injection에 의한 난류흐름에서의 국부저항 감소현상' 한국소방학회지 11, (1991)
18. 유고선: Non-Newtonian 유체의 관내유동특성에 관한 연구, 단국대학교 논문집 (1982)
19. Schlichting, H.: Boundary layer theory, McGraw-Hill, New York (1979)
20. Seyer, F.A. and Metzner, A.B.: AIChE J., 15 (3), 426 (1969)
21. Skelland, A.H.P.: Non-Newtonian flow and heat transfer, John Wiley Sons, New York (1967)
22. Philippoff, W. and Gaskins, F.A.: Trans. Soc. Rheol., 11, 263 (1958)
23. Bagley, E.B.: J. Appl. Phys., 28, 624 (1958)
24. Bauer, W.H. and Weber, N.: J. Phys. Chem. 60, 270 (1956)
25. Tordella, J.p.: J. Appl. Phys., 27, 454 (1956)
26. Astarita, G., G. Greco, and L. Peluso: Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 7, 595 (1968)
27. Nicodemo, L., Acierno, D. and Astarita, G.: Chem. Eng. Sci., 24, 1241 (1969)

Nomenclature

A_1	Coefficient in eq.(14)
A	Slope of logarithmic velocity profile
B	Intercept function for logarithmic velocity profile
C	Hagen Correction
D	Tube diameter
De	Deborah number
f	Friction factor
F	Function, eq.(27)
g_c	Conversion factor
\bar{P}	static pressure, dynes/cm ²
q	Index of power law velocity profile
R	pipe radius, cm
K	fluid consistency index in the power law
n	flow behavior index in the power law
r	Radial distance, cm

III. 저항감소유체의 입구흐름 영역에 대한 고찰

- R_c Core radius, cm
- Re^* Generalized Reynold Number
- \bar{u} Axial velocity, cm / s
- u_c Core velocity, cm / s
- u^* Dimensionless velocity, eq.(10)
- u^* Friction velocity, cm / s
- \bar{v} Radial velocity, cm / s
- V Average velocity, cm / s
- x Axial distance, cm
- X Entrance Length, cm
- y Distance from the the wall, cm
- y^* Dimensionless distance, eq.(10)
- y_1^* Dimensionless viscous snblayer thickness

Greek symbols

- α coefficient in eq.(13)
- β exponent of Reynolds number in eq.(13)
- γ shear rate., s⁻¹
- δ boundary layer thickness, cm
- θ_{11} fluid relaxation time, s
- μ fluid uiscosity, gm/cm.s
- ν kinemati uniscosity, cm²/s
- ξ_1 laminar sublayer thickness, dimensionless
- ρ flind density, gm/cm³
- τ shear stress, dyness/cm²
- τ_w shear stress at the wall, dyness/cm²
- F_1, F_2 functions in eq.(25)
- F_3, F_4

Superscripts

- ~ time averaged quantities
- dimensionless quantity

부 록

```

/*Progrms for Entrance Length Estimation using
Momentum integral techniqe */
#define A1 0.0791
#define B1 0.25
#define Q 0.142857
#define A 0.01
#define B 0.99

```

```

#include <stdio-h>
#include <math-h>
main( )
{
int i;
double a;
double trapzd( );
double R;
printf("alpha = %7.5f beta = %7.5f Q = %8.6f\n",
A1, B1, Q);
for(R = 3000.0; R < 10000.0; R += 1000.0){
for(i = 1; i <= NMAX; i++)
a = trapzd(i, R);
printf("Reynolds Number = %6.0f
value = %10.6f\n", R, 2.0*a);
}
for(R = 10000.0; R <= 100000.0; R += 10000.0){
for(i = 1; i <= NMAX; i++)
a = trapzd(i, R); printf("Reynolds Number = %6.0f
value = %10.6f\n", R, 2.0*a);
}
}
double trapzd(i, R)
int i;
double R;
{
int j;
double x, s, func( ), pow(double y, double z), tnm,
del, sum;
if(i == 1){
s = 0.5 * (B-A) * (func(A, R) + func(B, R));
return(s);
}
else{
tnm = pow(2.0, (double)i - 2.0);
del = (B-A)/tnm;
x = A + 0.5 * del;
sum = 0.0;
for (j = 1; j <= (int)tnm; j++) {
sum * = func(x, R);
x * = del;
}
s = 0.5 * (s + B - A) * sum/tnm);
return(s);
}
}

```

```

double func1(x)
double x;
{
    double s;
    s=(x * Q *(2.0 * Q + 1.0)+Q)/
      (Q+1.0) * (2.0 * Q +1.0));
    return(s);
}
double func2(x)
double x;
{
    double s;
    s=(x * x * (2.0 * Q+1.0) * Q+2.0
      * Q * x +1.0)/
      ((Q+1.0)*(2.0 * Q +1.0));
    return(s);
}
double func3(x)
double x;
    double s;
    double pow(double y, double z);

```

```

s=((Q+1.0) * (2.0 * Q +1.0)/
  (Q * x * (x * (Q+1.0)+2.0)+2.0);
return(s);
}
double func(x, R)
double x;
double R;
{
    double s;
    double pow(double y, double z);
    double func1( ), func2( ), func3( );
    s=(func1(x)-(func2(x)-0.5) * 2.0 * Q
      *
s=(func1(x)-(func2(x)-0.5)* 2.0 * Q *
  (Q * x + x + 1.0)/
  (Q * Q * x + Q * x * x + 2.0 * Q
  * x + 2.0)) *
  pow(func3(x), 2.0) * 2.0/A1 * pow(R,B1) *
  pow(1.0-x, B1);
return(s);

```